

ТРУДЫ  
МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ  
24-29 Марта 2014

Том I

PUBLICATIONS  
INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE  
24-29 March 2014

Part I

**«Образование, наука и экономика в вузах и школах.  
Интеграция в международное образовательное пространство»**

**“Education, science and economics at universities and schools.  
Integration to international educational area”**

Цахкадзор 2014  
Tsaghkadzor 2014

УДК 37: 001:330:06  
ББК 74+72+65  
Т 782

Министерство образования и науки Республики Армения; Госкомитет по науке при МинОН Республики Армения; Национальная Академия Наук Республики Армения; Ереванский государственный университет (ЕрГУ); Ереванский государственный педагогический университет (ЕГПУ); Центр оценки и тестирования Республики Армения (ЦОТ); Национальный Институт Образования Республики Армения (НИО); Научно-методический совет по математике Министерства образования и науки РФ (НМС); «Педагогическая инициатива» армянская ассоциация;

Российский университет дружбы народов (РУДН), г. Москва; Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (МГТУ МИРЭА); Московский педагогический государственный университет (МПГУ); Академия труда и социальных отношений (АТиСО) г. Москва, Россия; Российский новый университет, (РОСНОУ) г. Москва; Ярославский государственный педагогический университет (ЯрГПУ); Казанский государственный технический университет им. А.Н. Туполева (Национальный исследовательский университет) (НИУ); Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина (ЕГУ); Кубанский государственный университет (КубГУ); Тверской Государственный Университет (ТвГУ); Ульяновский государственный технический университет (УлГТУ); Центр современного образования (ЦСО), г. Москва, Россия

Высшая школа им. Павла Влодковица (ВШ ПВ), г. Плоцк, Польша; Варненский свободный университет (ВСУ), г. Варна, Болгария; Международное образовательное учреждение, г. Кошице, Словакия.

\* \* \*

Ministry of Education and Science, RA (MOES); State Committee of Science, RA (SCS); National Academy of Science, RA (NAS); Yerevan State University (YSU); Armenian State Pedagogic University (ASPU); Assessment and Testing Center, RA (ATC); National Institute of Education (NIE); “Pedagogic initiative” Armenian Association

Council on Mathematics Education of Ministry of Science and Education of Russian Federation, Moscow, Russia, (CME MSE RF); Russian People’s Friendship University, Moscow, Russia (MSI REA); Moscow State Institute of Radioengineering, Electronics and Automation, Moscow, Russia (MSI REA); Moscow State Pedagogic University (MSPU); Academy of Labour and Social Affairs, Moscow, Russia (ALaSA); Russian New University, Moscow, Russia (RNU); Yaroslav State Pedagogic University (YSPU); Kazan State Technical University after A.N. Tupolev ( National Research Institute) (NRI); Eletski State University after I.A. Bunin, Yelets, Russia, (ESU); Kuban State University, (KubSU); Tver State University, (TSU); Ulyanovsk State Technical University (ULSTU)

Pavel Wlodkowic University College in Plock, Poland (PWUC); Varna Free University (VFU), Varna, Bulgaria; International Educational Institution, Slovakia, Kosice, (IEI); Center of Modern Education, Moscow, Russia (CME)

Т 782 Труды Международной научной конференции 24-29 марта, Цахкадзор 2014  
Том I : Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в  
международное пространство - 594 с.

УДК 37: 001:330:06  
ББК 74+72+65

ISBN978-99941-2-983-6

© Authors  
© H&H Print  
© “Pedagogic initiative” AA

## Международный организационный и программный комитет

*Сопредседатели:* С.В. Емельянов, академик РАН, председатель НМС по математике (Россия); В.С. Закарян, академик НАН РА (Армения);

*Заместители председателей:* П.С. Геворкян, профессор АТиСО и МЭИ (ТУ) (Россия); М.А. Мкртчян зам. Министра образования и науки Республики Армения (Армения); С.А. Розанова, вице-президент ЦСО, проф. МИРЭА, ученый секретарь НМС по математике (Россия); А.Г. Ягола, зам. Председателя НМС по математике, профессор МГУ (Россия).

### *Члены Оргкомитета:*

С. Арутюнян доктор физ.-мат наук, профессор (Армения); С.Я. Королев, проректор УлГТУ (Россия); П. Галайда, профессор (Словакия); А.И. Кириллов, профессор МЭИ (Россия); М. Клякля, директор МИ ПУ (Польша); Н.М. Кожевников, профессор С.-П.ГПУ (Россия); З. Крушевский, ректор ВШ ПВ (Польша); В.А. Минаев, проректор РосНОУ (Россия); П. Павлов, проректор ВСУ (Болгария); Н.Х. Розов, член-корреспондент РАО, декан МГУ (Россия); А.С. Сигов, академик РАН, президент МИРЭА (Россия); Е.И. Смирнов, профессор ЯрГПУ (Россия); В.В. Тихомиров, профессор МГУ (Россия); А.М. Шелехов, профессор ТвГУ (Россия).

### *Программный комитет:*

*Сопредседатели:* В.В. Афанасьев, ректор ЯрГПУ (Россия); Э. М. Казарян, академик НАН РА, доктор физ.-мат. наук, профессор, директор Института математики и высоких технологий (РАУ) (Армения); Е.М. Кожокин, ректор АТиСО, (Россия); Г Меликян, директор ЦОТ (Армения); В.М. Тихомиров, профессор МГУ (Россия);

### *Члены Программного комитета:*

А. Г. Багдасарян, доктор физ.-мат. наук, профессор, зам. директора ЦОТ (Армения), П.А. Вельмисов, профессор УлГТУ (Россия); Ю. Жабовски, профессор ВШ ПВ (Польша); С.П. Грушевский, профессор КубГУ (Россия); С.С. Демидов, профессор МГУ (Россия); Г.С. Жукова, профессор РГСУ (Россия); Л.М. Котляр, профессор ИНЭКА (Россия); А. Недялкова, ректор ВСУ (Болгария); В.Ю. Попов, профессор Финансовой академии (Россия); В.С. Сенашенко, профессор РУДН (Россия); В.А. Соколов, профессор ЯрГУ; Ю.И. Худак, профессор МИРЭА (Россия); Н.С. Чекалкин, профессор МИРЭА (Россия).

## Локальный комитет

*Сопредседатели:* А.С. Испирян, заведующий отделом внешнего сотрудничества ЦОТ (Армения); В.А. Лазарев, директор ЦСО (Россия)

### *Члены локального оргкомитета*

#### *в Армении:*

А. Г. Есяян, зав. отделом тестирования (ЦОТ); Г.С. Чалумян, ведущий специалист отдела внешнего сотрудничества ЦОТ; М.В. Погосян, ведущий специалист отдела внешнего сотрудничества (ЦОТ), Э.Ф. Арутюнян, зав. хозяйственным отделом (ЦОТ).

#### *в России:*

Т.В. Силаева, бухгалтер ЦСО, Н.В. Белецкая, доцент МИРЭА; А.Б. Будаков, доцент МГУ; П. Г. Данилаев, профессор КТУ (КАИ) ; С.Н. Дворяткина, доцент ЕГУ, М.А. Зироян, профессор РГСУ; Т.А. Кузнецова, доцент МИРЭА; А.Б. Ольнева, профессор АГТУ ; А.А. Пунтус, профессор МАИ ; С.О. Собченко, доцент ЕГУ; В.В. Фомичев, профессор МГУ.

#### *в Польше:*

П.Насядко, профессор, Т. Крушевский, профессор, Ю. Мянцка, профессор.

#### *в Украине:*

В.С.Герасимчук, профессор;

#### *в Белоруссии:*

Л.И. Майсеня, профессор.

С 24 по 29 марта 2014 года в Цахкадзоре планируется проведение Международной научной конференции «Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство» под эгидой премьер-министра РА Тиграна Саркисяна.

Работа конференции будет проходить на пленарных заседаниях и в следующих 11 секциях:

- **СЕКЦИЯ 1. НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИКИ В ВУЗАХ**  
*Сопредседатели:* П.С. Геворкян, профессор АТиСО и МЭИ (Россия); В.М. Тихомиров, профессор МГУ (Россия); Г. Айрапетян, профессор ЕГУ(Армения).
- **СЕКЦИЯ 2. ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИКИ**  
*Сопредседатели:* А.Г.Ягола, зам. Председателя НМС по математике, профессор МГУ (Россия).
- **СЕКЦИЯ 3. НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ФИЗИКИ В ВУЗАХ**  
*Сопредседатели:* Н.М. Кожевников, ученый секретарь НМС по физике, профессор С.-П.ГПУ(Россия); В.С.Сенашенко, профессор РУДН (Россия); Э. М. Казарян, академик НАН РА.
- **СЕКЦИЯ 4. НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ИНФОРМАТИКИ В ВУЗАХ**  
*Сопредседатели:* А.И. Кириллов, профессор МЭИ (Россия); В.В. Тихомиров, ученый секретарь НМС по информатике, профессор МГУ (Россия).
- **СЕКЦИЯ 5. ПРОБЛЕМЫ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
*Сопредседатели:* С.А. Розанова, профессор МИРЭА, (Россия); О.В. Зимина, профессор МЭИ (Россия); П. Галайда, профессор МОУ (Словакия); Г.Микаелян профессор АГПУ (Армения).

- **СЕКЦИЯ 6. АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ШКОЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
*Сопредседатели:* В.А. Гусев, профессор МПГУ (Россия); М. Клякля, профессор ВШ ПВ (Польша); С. Арутюнян профессор АГПУ(Армения).
- **СЕКЦИЯ 7. ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ**  
*Сопредседатели:* С.С. Демидов, профессор МГУ (Россия); С.С. Петрова, профессор МГУ (Россия); С. Доморадский, профессор (Польша); С. Рафаелян профессор ЕГУ (Армения).
- **СЕКЦИЯ 8. ПРОБЛЕМЫ СРЕДНЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
*Сопредседатели:* В.А. Лазарев, директор ЦСО, профессор (Россия); С.Н. Штанов, директор НАМТ (Россия); Р.Г. Абрамян, начальник управления предварительного и среднего профессионального образования МинОН (Армения).
- **СЕКЦИЯ 9. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБРАЗОВАНИИ**  
*Сопредседатели:* В.А. Соколов, профессор ЯрГУ (Россия); Ю. Пултужицкий, декан ВШ ПВ, профессор (Польша).
- **СЕКЦИЯ 10. РАЗВИТИЕ МОТИВАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК В УСЛОВИЯХ РЕФОРМИРОВАНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ: ШКОЛЫ, ВУЗЫ, ОБЩЕСТВО**  
*Сопредседатели:* В.С. Карапетян, профессор АГПУ(Армения); С.А. Розанова, профессор МИРЭА, (Россия); Е.И. Смирнов, профессор ЯрГУ (Россия).
- **СЕКЦИЯ 11 и 12. ЭКОНОМИКА В СИСТЕМЕ ОБРАЗОВАНИЯ И КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ МЕТОДЫ В ФИНАНСОВОЙ ЭКОНОМИКЕ.**  
*Сопредседатели:* В.А. Зернов, ректор РосНОУ; Н.Н. Гриценко, президент АТиСО, профессор (Россия); П. Павлов, проректор ВСУ (Болгария).

## Введение

Уважаемые участники и гости Международной конференции «Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство»!

Настоящая конференция является продолжением серии конференций, стартовавших в Словакии на рубеже веков в 1999 году. В течение 15 лет конференция поэтапно переходила из Словакии в Россию, Польшу, Армению. Надеемся, что подобную эстафету подхватят и другие дружественные нам страны.

Эти научные форумы собирают ученых и преподавателей из разных стран: Армении, Белоруссии, Болгарии, Греции, Грузии, Италии, Казахстана, Латвии, Литвы, Польши, России, Словакии и Украины.

Целью конференции является обсуждение вопросов развития международного образовательного пространства, обмен достижениями в различных отраслях вузовской и школьной науки в современных экономических условиях, установление новых и укрепление старых контактов между участниками конференции как представителями суверенных государств.

Инициировал эту серию конференций Научно-методический совет по математике Министерства образования и науки РФ, а ее основоположниками по праву можно считать профессора из Словакии П. Галайда и профессора из России, ученого секретаря НМС по математике С.А. Розанову.

Конференция, на которую мы собрались в этом году, кроме осуществления поставленных целей, - прекрасный повод для того, чтобы отметить сразу несколько юбилеев одного из основателей форумов - многоуважаемой Светланы Алексеевны Розановой:

- Наша конференция проходит в юбилейный год – 15 лет со дня первой конференции с этим названием, а неизменным организатором первой из них и всех последующих была именно Светлана Алексеевна;
- В этом же году исполняется 15 лет со дня создания в нынешнем составе Научно-методического совета по математике Министерства образования и науки РФ, который сейчас возглавляет академик РАН С.В. Емельянов, а до 2012 г. вместе с ним возглавлял НМС и в его работу вложил много труда и души член-корреспондент РАН Л.Д. Кудрявцев;
- Все эти 15 лет неизменным ученым секретарем НМС по математике была и остается С.А. Розанова;
- Наконец, в нынешнем году исполняется 55 лет научно-педагогической деятельности Светланы Алексеевны – замечательного ученого и прекрасного педагога.

Лев Дмитриевич Кудрявцев, долгое время возглавлявший деятельность НМС и пригласивший Светлану Алексеевну на должность ученого секретаря, высоко ценил ее заслуги во всех сферах ее деятельности: «С ее приходом в Совет наступил новый этап в жизнедеятельности НМС. С присущим ей творческим подходом и вдохновением Светлана Алексеевна внесла новые направления в работу НМС, среди которых особо стоит отметить организацию и проведение международных и российских конференций, выездных заседаний НМС в различные регионы России. К работе, которую она выполняет, Светлана Алексеевна относится инициативно с огромным чувством ответственности, как к важнейшему личному делу, а не как к обязанности – в наше время – это большая редкость».

П. Галайда, который к сожалению не сможет присутствовать на данной конференции, поздравляя Светлану Алексеевну с юбилеем, написал:

«В этот день мы хотим подарить Вам огромный букет комплиментов, причем все они будут истинной правдой. Вашему острому уму, красивой внешности, прекрасному характеру и искрометному юмору могут позавидовать многие. У Вас все получается, все удается – судьба благосклонна к Вам, и это очень приятно. Пусть все, чего Вы хотите, о чем мечтаете,

сбывается быстро, легко и красиво. В день рождения мы хотим пожелать Вам радости, добра, здоровья и удачи. А еще желаем Вам огромного личного счастья, чтобы оно согревало каждый день Вашей жизни, наполняло душу любовью и теплом, и чтобы любой день Вашей жизни был наполнен оптимизмом, свежими идеями и интересными встречами. Ещё желаем, чтобы каждое утро Вас встречало яркими солнечными лучами и улыбками близких людей, пусть этот день будет красивым и счастливым!

Глубокоуважаемая Светлана Алексеевна, мы счастливы сотрудничеству с Вами в области математического образования на благо Словакии и России.

Мы всегда Вас будем уважать,  
Ведь для многих стали вы героем.

С искренним уважением к Вам

Павел и Павол Галайда, Словакия».

У многих из присутствующих будет возможность лично поздравить С.А. Розанову с ее прекрасными юбилеями. Мы же, поздравляя Светлану Алексеевну, благодарим ее за поистине титанический труд по организации многочисленных конференций, выездных заседаний НМС, школ молодых ученых, за ее многогранную научную, педагогическую и организационную деятельность.

Желаем ей доброго здоровья, больших творческих успехов, продолжения ее педагогической и организационной работы по координации научно-педагогической общественности разных стран мира с целью укрепления взаимопонимания, обмена научно-методической информацией, привносить дружеское общение и человеческое тепло всем нам, ее коллегам.

От имени оргкомитета и коллег

*В.М. Филиппов, ректор РУДН; С.В.Емельянов, председатель НМС по математике; А.С.Сигов, президент МГТУ МИРЭА; В.С.Закарян, академик наук РА; М.А.Мкртчян, зам. Министра образования Армении; П.Галайда, профессор(Словакия); З.Крушевский, ректор высшей школы им. П. Владковица (Польша); А.Недялкова, ректор ВСУ (Болгария); В.Н.Чубариков, декан механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова; А.Г.Ягола, зам председателя НМС по математике, профессор МГУ; В.М. Тихомиров, профессор МГУ; А.И.Кириллов, начальник управления РФФИ; В.Ф. Бутузов, зав. кафедрой высшей математики физического факультета МГУ; В.А.Гусев, профессор МПГУ; П.С. Геворкян, зав. кафедрой высшей математики АТuСО; Ю.И. Худак, зав. кафедрой высшей математики МГТУ МИРЭА; Н.С. Чекалкин, зав. кафедрой высшей математики МГТУ МИРЭА; Т.А. Кузнецова, член НМС; В.А. Лазарев, директор НОУ ЦСО.*

Благодарим авторов статей, докладчиков и всех участников конференции за вклад в организацию нашей международной научной конференции. Ее успешному проведению будет способствовать ваше активное участие в ее заседаниях, обсуждениях и круглых столах.

*Статьи печатаются в авторской редакции*

*Оргкомитет*

## СОДЕРЖАНИЕ

### ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

<b>Крушевский З.</b> Приветствие ректора ВШ им. П. Влодковица (Польша).....	18
<b>Афанасьев П.С.</b> Работа с одаренными детьми по геометрии.....	19
<b>Геворкян П.С.</b> Математическое образование в экономических вузах–проблемы и перспективы.....	23
<b>Демидов С.С.</b> Математик на историческом разломе: к 150-летию со дня рождения В.А. Стеклова.....	31
<b>Зими́на О.В., Кириллов А.И.</b> Новый закон РФ об образовании: педагогические аспекты .....	38
<b>Кожевников Н.М.</b> Программа повышения конкурентоспособности российских вузов... ..	45
<b>Розанова С.А.</b> О проблеме повышения мотивации к изучению математики в современном обществе.....	50
<b>Сенашенко В.С.</b> Компетентностный подход в высшем образовании: миф или реальность? .....	54
<b>Смирнов Е.И.</b> Роль мотиваций в профессиональном становлении педагога.....	61
<b>Тихомиров В. М.</b> Математика и цели математического образования.....	69
<b>Ягола А.Г.</b> Как решать некорректные задачи.....	73

### СЕКЦИЯ 1.

#### НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИКИ В ВУЗАХ

<b>Асхабов С.Н.</b> Научные исследования и развитие математического образования в вузах Чеченской Республики.....	83
<b>Брайчев Г.Г.</b> Рост целых функций с нулями на лучах или в углу .....	89
<b>Герасимчук В.С.</b> Решения нелинейного уравнения Шредингера в среде с керровской нелинейностью .....	94
<b>Мерлин А.В.</b> Сингулярные интегральные уравнения с обобщенным ядром Коши.....	99
<b>Минаев В.А., Никонов С.А., Никеров Д.В.</b> Создание индексных алгоритмов вычисления простых чисел с использованием метода кольцевой факторизации.....	104
<b>Осиленкер Б.П.</b> О методе Пуассона-Абе́ля для рядов Фурье по многочленам, ортогональным в дискретном пространстве Соболева.....	109
<b>Погосян К.С.</b> Методы формализации лингвистической неопределенности.....	112
<b>Свистова С.Ф.</b> Решение уравнения Пуассона с использованием быстрого дискретного преобразования Фурье и метода прогонки.....	117
<b>Секованов В. С.</b> Формирование креативности студентов вуза при изучении хаотических отображений на множествах Кантора.....	123
<b>Sergios I. T.</b> Распределение составных и простых чисел. Алгоритм чисел близнецов и их бесконечность .....	128



## СЕКЦИЯ 2.

### ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИКИ

<b>Андреев А.С., Таджиев Д.А.</b> О стабилизации программных движений голономной механической системы управлением приводами.....	132
<b>Антонов В.И.</b> Определение интегральной характеристики состояния организма в режиме реального времени.....	134
<b>Буркин И.М.</b> Об одном методе поиска скрытых аттракторов обобщенной системы Чуа.....	138
<b>Вельмисов П.А., Судаков В.А., Анкилов А.В.</b> Исследование динамики защитной поверхности, обтекаемой сверхзвуковым потоком газа.....	143
<b>Вельмисов П.А., Тамарова Ю.А.</b> Асимптотические уравнения околосвуковых течений газа .....	150
<b>Ершина А.К., Копенбаева А.С.</b> Новая перспективная версия ветротурбины Дарье.....	156
<b>Loginov V. V., Rousak Y.V., Kim-Tyan L.R.</b> Potential types branching systems in dynamic bifurcation.....	160
<b>Макаркин С.Б., Мельников Б.Ф., Мельникова Е.А.</b> Задача коммивояжера и проблема адекватности математических моделей.....	170
<b>Mamedova T., Egorova D.</b> On asymptotic equilibrium of some economic systems.....	173
<b>Новиков А. И.</b> Методы и алгоритмы цифровой обработки видеоизображений в бортовых вычислительных комплексах.....	176
<b>Перегудова О.А., Пахомов К.В.</b> О стабилизации нелинейных нестационарных систем с кусочно-постоянным управлением .....	181
<b>Пушкарь Е.А.</b> Использование решения задачи Римана в магнитной гидродинамике для исследования воздействия сильного разрыва солнечного ветра на околосветную головную ударную волну и магнитосферу земли.....	183

### **СЕКЦИЯ 3.**

#### **НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ФИЗИКИ В ВУЗАХ**

- Ильин Н. П.** Курс общей физики: размышления о концептуальной модели.....187
- Круковская Л. П., Шибанова Н.М.** Роль библиотечного фонда кафедр в преподавании физики в вузе.....192
- Раткевич С.В., Савилова Ю.И.** Учебно-методический комплекс по физике на английском языке для иностранных студентов.....195

### **СЕКЦИЯ 4.**

#### **НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ИНФОРМАТИКИ В ВУЗАХ**

- Луковкин С.Б.** Информационные дисциплины для магистрантов вузов .....198
- Преображенский А.П., Филипова В.Н., Львович И.Я.** Построение алгоритма расчета характеристик рассеяния объектов на основе параллельных вычислений.....201
- Бойков В.Н., Захаров В.Е., Каряева М.С., Соколов В.А.** Информационно-аналитический блок тезауруса как инструмент обучения.....205

### **СЕКЦИЯ 5.**

#### **ПРОБЛЕМЫ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

- Байгушева И. А.** Методика конкретизации типовых профессиональных задач в процессе математической подготовки экономистов.....210
- Балыко И.А., науч. рук. Балыко А.К.** Метод решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений.....214
- Балыко И.А., науч. рук. Балыко А.К.** Теория чисел в мозаике и кристаллографии .....218
- Бровка Н.В., Медведев Д.Г., Босяков С.М.** О взаимосвязях математических и прикладных аспектов в подготовке студентов классического университета на современном этапе.....223

<b>Голицына И.А.</b> Индивидуальная направленность социально-педагогической поддержки курсантов- первокурсников.....	226
<b>Далингер В.А.</b> Проблемы и перспективы развития российской системы высшего педагогического образования.....	230
<b>Данилаев П.Г., Дорофеева С.И.</b> Некоторые вопросы формирования математической культуры выпускников технических университетов.....	235
<b>Дворяткина С.Н., Собченко С.О.</b> Концепция развития вероятностного стиля мышления студентов в процессе обучения математике на основе диалога культур.....	238
<b>Ефимова Е. А.</b> Математические игры в обучении студентов-гуманитариев.....	242
<b>Зайниев Р.М.</b> О математическом образовании и математической подготовке бакалавра техники и технологии.....	247
<b>Иголина Т.А.,Кольцова Е.В.,Малыгина О.А.,Параскевопуло О.Р.,Таланова Л.И.,Чекалкин Н.С.</b> Разработка параметров оценки результатов обучения математическому анализу на основе системно-деятельностного подхода.....	252
<b>Костин С.В.</b> Об изучении понятия «отношение» в вузовском курсе математики.....	256
<b>Кравчук О.М.</b> Педагогические аспекты организации самостоятельной работы будущих учителей математики и информатики.....	261
<b>Dr Tomasz Kruszewski</b> Competences and qualifications of a social care worker acting to the benefit of a dysfunctional family in Poland .....	265
<b>Малыгина О.А., Руденская И.Н., Шухов А.Г.</b> Совершенствование содержания курса теории вероятностей технического вуза на основе расширения типологии задач.....	268
<b>Маслина Л.Я., Мельчаков В.Н.</b> Открытость учебного процесса как путь к инновациям в системе образования. Пути разработки и результативность.....	272
<b>Медникова Т.Б., Сенашенко В.С.</b> Компетентностный подход в высшем образовании США.....	274
<b>Dr Julia Mianicka</b> The education adults and requirements of the contemporary labour market.....	277
<b>Мороз О.В., Бережная О.В.</b> Профессиональная направленность математической подготовки студентов юридических специальностей .....	288

<b>Никитин А.А.</b> Использование компьютерной визуализации в процессе обучения математическому анализу.....	<b>291</b>
<b>Овчинникова А.Ж.</b> Основные направления современного эстетического развития студентов в вузе.....	<b>294</b>
<b>Ольнева А.Б.</b> Самообразовательная деятельность студентов при обучении и индивидуализация самостоятельной работы.....	<b>299</b>
<b>Паршина С.В.</b> Интегральный подход к оптимизации математического образования в вузах .....	<b>302</b>
<b>Печерская С.А.</b> Высшее образование-предиктор профессиональной культуры.....	<b>310</b>
<b>Пунтус А.А.</b> Проблемы постановки и преподавания математических дисциплин в высшей школе.....	<b>315</b>
<b>Рябинова Е. Н., Хайруллина Р. Н.</b> Психолого-педагогическое обеспечение самообразовательной деятельности студентов на основе матричной модели.....	<b>319</b>
<b>Ситнова С.Р.</b> О некоторых проблемах повышения качества профессиональной подготовки курсантов.....	<b>324</b>
<b>Смоленникова Л.В.</b> Состояние и проблемы развития магистерской подготовки в Поволжском государственном технологическом университете.....	<b>327</b>
<b>Смоленникова Л.В., Стрельникова Н.М.</b> Тьюторское сопровождение первокурсников в образовательном пространстве университета.....	<b>330</b>
<b>Старыгина Н.Н., Шебашев В.Е.</b> Подготовительный модуль для первокурсников: Опыт реализации в Поволжском Государственном Технологическом Университете.....	<b>333</b>
<b>Титов Б.А., Павлова И.О.</b> Модель усвоения учебного материала гуманитарных дисциплин в техническом вузе.....	<b>338</b>
<b>Фримучков А.Н.</b> Аппроксимация функций с помощью ортогональных полиномов.....	<b>343</b>
<b>Хаймина Л.Э., Крылов А.С., Хаймин Е.С., Фатеева К.С.</b> Совместные магистерские программы САФУ в рамках международных образовательных проектов.....	<b>348</b>

## СЕКЦИЯ 6.

### АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ШКОЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

<b>Аммосова Н.В., Коваленко Б.Б.</b> Решение задач по математике с неоднозначной трактовкой условий в общеобразовательной школе.....	<b>351</b>
<b>Безумова О. Л., Рабинович Т. С.</b> Решение задач на исследование свойств классов функций с использованием GEOGEBRA.....	<b>355</b>
<b>Боженкова Л.И.</b> Формирование универсальных учебных действий как цель обучения математике.....	<b>360</b>
<b>Будак А.Б.</b> О корректирующем курсе элементарной математики на первом курсе факультета ВМК МГУ.....	<b>366</b>
<b>Великоруссов П. В.</b> О целесообразности расширения системы специализированных школ по физико-математическому циклу.....	<b>371</b>
<b>Виситаева М.Б.</b> Пропедевтическое изучение геометрического материала- основа формирования математических способностей учащихся.....	<b>372</b>
<b>Воказе К. Е.</b> Об обязательных результатах обучения.....	<b>375</b>
<b>Евдокимов А. А., Захарова В. И., Сагадеева Г. А.</b> Опыт применения информационно-коммуникационных технологий в довузовском образовании.....	<b>377</b>
<b>Жохов А.Л., Гильмуллин М.Ф.</b> Познание как проблема математического образования и некоторые возможности её решения.....	<b>383</b>
<b>Имайкин В. М.</b> О ретроспективном изучении некоторых тем в старших классах гуманитарного профиля.....	<b>388</b>
<b>Костенко И. П.</b> Коренная причина падения качества отечественного образования.....	<b>391</b>
<b>Лобанова Н. И.</b> Актуальные проблемы школьного математического образования.....	<b>398</b>
<b>Недогреева Н.Г., Козлова И.С.</b> Развитие метапредметных компетенций через формирование универсальных учебных действий.....	<b>401</b>
<b>Овчинникова Р.П.</b> Формирование геометрических понятий на основе проектирования инструментов в интерактивной геометрической среде.....	<b>405</b>
<b>Рябова Т. Ю.</b> К вопросу об использовании современных педагогических технологий при обучении математике в профильных классах старшей школы.....	<b>408</b>

<b>Салаватова С. С., Салаватов М. Х.</b> О реализации здоровьесберегающей направленности обучения школьной математике.....	<b>412</b>
<b>Смирнов В.А., Смирнова И.М.</b> Какой быть геометрии в едином государственном экзамене по математике.....	<b>415</b>
<b>Торопов В.А., Шабанова М.В.</b> Особенности проведения занятий по математике в летнем образовательном лагере.....	<b>419</b>
<b>Удовенко Л.Н.</b> О некоторых особенностях решения задач «Конструирования объекта из заданных частей с заданными свойствами».....	<b>424</b>
<b>Фирстова Н. И.</b> Формирование процесса обучения математике за счет использования внутрипредметных связей.....	<b>430</b>
<b>Шапошникова И.А., Евдокимов А.А., Мекеко Н.М.</b> Методические рекомендации по проведению лабораторных практикумов и курсов по выбору линии метапредметного образования «Таблица Менделеева в природе».....	<b>434</b>
<b>СЕКЦИЯ 7.</b>	
<b>ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ</b>	
<b>Белова А. Д.</b> Вся его жизнь-восхождение.....	<b>438</b>
<b>Воронина М. М., Коновалова Л. В.</b> Математическое образование в технических вузах в первой трети XX столетия.....	<b>447</b>
<b>Синкевич Г.И.</b> Эволюция понятия числовой прямой.....	<b>450</b>
<b>Хохлова Л.И.</b> Просветительские общества Вены и Москвы в конце 19 века.....	<b>456</b>
<b>СЕКЦИЯ 8.</b>	
<b>ПРОБЛЕМЫ СРЕДНЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ</b>	
<b>Головина Н.Н.</b> Формирование интеллектуальных умений у обучающихся колледжа в процессе обучения дисциплине «Информатика».....	<b>461</b>
<b>Майсеня Л. И.</b> Ретроспекция математического образования на уровне среднего профессионального образования.....	<b>464</b>
<b>Мацкевич И. Ю.</b> Методическая система контекстного обучения математике учащихся на уровне среднего профессионального образования.....	<b>470</b>
<b>Разживина Л.Я., Головина Н.Н.</b> Комплекс задач с использованием Mathcad по дисциплине математика.....	<b>473</b>
<b>Рондарь И.Н.</b> Патриотическое воспитание обучающихся техникума.....	<b>476</b>

## СЕКЦИЯ 9.

### ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБРАЗОВАНИИ

- Андрющенко М. В., Коломина М. В.** Информационная поддержка дисциплины «Уравнения математической физики».....478
- Володко И. М., Рощина И. А.** Использование пакета программ Mathematica при обучении математике в Рижском техническом университете.....482
- Голубев О. Б., Никифоров О. Ю.** Использование технологий WEB 2.0 для развития информационно-образовательной среды образовательного учреждения.....486
- Грушевский С.П, Добровольская Н.Ю.**  
Курс «Информационные технологии в науке и образовании»  
в процессе формирования профессионально-педагогических  
компетенций магистрантов математических направлений.....489
- Карасев В.А.** Построение траектории обучения студентов технических университетов по дисциплине «Математический анализ (Дифференциальное исчисление)» с использованием информационных Технологий.....493
- Кибзун А.И., Иноземцев А.О., Наумов А.В.** Дистанционное обучение по математическим курсам через интернет.....495
- Клепов В. Ю.** Библиотека для интерактивной онлайн-визуализации и ее применение для обучения математическому анализу.....500
- Лёвшина Г.Д.** Построение траектории обучения студентов технических университетов по дисциплине «Ряды и дифференциальные уравнения» с использованием информационных технологий.....502
- Лукашова М. А.** Визуализация образов, возникающих при решении задач по теме: «Тройные интегралы».....504
- Пушкарь Е.А., Миносцев В.Б., Мартыненко А.И., Берков Н.А.**  
Об использовании пакетов компьютерной алгебры в курсе математики для технических учебных заведений.....506
- Рощина И. А., Володко И. М.** Использование систем компьютерной математики в Латвии и в Рижском техническом университете.....511
- Шебашев В. Е., Колчев А. А., Шарафутдинова Л. Н.** Анализ результатов открытых международных интернет-олимпиад для учащихся профессиональных организаций (СПО).....515

## СЕКЦИЯ 10.

### РАЗВИТИЕ МОТИВАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК В УСЛОВИЯХ РЕФОРМИРОВАНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ: ШКОЛЫ, ВУЗЫ, ОБЩЕСТВО

<b>Бахусова Е. В.</b> Методические особенности преподавания дисциплины «Нечёткая математика» в вузе.....	521
<b>Богун В. В.</b> Формирование мотивации студентов к изучению математики при реализации дистанционных динамических расчетных проектов.....	526
<b>Гильдерман С.А.</b> Развитие мотивации студентов как условие предупреждения типичных ошибок при решении задач по теории вероятностей.....	530
<b>Грушевский С.П., Колчанов А.В., Лазарев В.А., Сергеев Э.А.</b> К истории развития юношеских математических школ и мотивации изучения математики школьниками.....	534
<b>Кацуба В.С., Лазарева И.М., Скрябин А.В.</b> Опыт внедрения элементов интерактивного обучения с использованием электронных образовательных ресурсов.....	538
<b>Лазарев В.А., Ковтун И.И.</b> К 20 летнему юбилею инициативного образовательного проекта – сельская частная школа. Мотивы проектной деятельности в образовательной сфере.....	542
<b>Мерлина Н.И.</b> Этнокультурный компонент математического образования народов России в вузах и средней школе.....	545
<b>Прокофьева С. И.</b> Разработка игровых технологий при обучении математике студентов технического вуза.....	552
<b>Розанова С.А., Кузнецова Т.А</b> Проект программы повышения квалификации преподавателей математики высшей технической школы.....	554
<b>Тестов В. А.</b> О проблеме развития мотивации к изучению математики.....	561
<b>Филимоненкова Н. В.</b> Экспериментальная разработка адаптированного учебного комплекса по функциональному анализу для технического вуза.....	564
<b>Хохлова Л.И.</b> Интегративные тенденции в преподавании естественных наук будущим инженерам.....	568
<b>Черняева С. В.</b> Использование информационно-коммуникационных технологий студентами для решения задач по математике.....	572
<b>Шамсутдинова И.Г.</b> Психологический подход к решению проблем обучения математике в вузе.....	576



**СЕКЦИИ 11 и 12**  
**ЭКОНОМИКА В СИСТЕМЕ ОБРАЗОВАНИЯ И КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ МЕТОДЫ В**  
**ФИНАНСОВОЙ ЭКОНОМИКЕ.**

**Порядина О.В., Чернякевич Л.М.** Экономическая структурная трансформация высшего образования.....**581**

**Гончаренко В.М., Денежкина И.Е., Попов В.Ю. Шаповал А.Б.** Математика и экономика в международных и российских стандартах образования.....**585**

**Трофимец Е. Н., Трофимец В. Я.** Общие сведения о методе анализа чувствительности критериев эффективности проекта.....**589**

Dr Tomasz Kruszewski

*Pawel Wlodkowic University College in Plock  
e-mail:tkruszewski@wlodkowic.pl*

Ladies and Gentelmen

We have been passing on the publication as a aftermath of the next International Science Conference “Education, science and economics at universities and schools. Integration to international educational area” taking place in Tsaghkadzor, Armenia on March 24-29<sup>th</sup>, 2014. The conference under the auspices of the prime minister of the Republic of Armenia, has been organising by: Ministry of Education and Science of the Republic of Armenia, the National Academy of Sciences of the Republic of Armenia, Yerevan State University, Yerevan State Pedagogical University, Moscow State Pedagogical University, Russian University of Friendship of Nations, State Pedagogical University in Jaroslav (Russia), Pawel Wlodkowic University College in Plock (Poland), Free University in Varna (Bulgaria), the International Centre of Education in Kosice (Slovakia) and the Centre for Contemporary Education in Moscow.

The main goal of the conference has been to show possible ways of integration of researchers, academic staff and social activists to solve current problems in the field of mathematical, natural, humanistic and educational sciences. Papers and statements delivered at the conference concern: science research in field of mathematics, physics and computer science in higher education institutions; as well applied mathematics tasks and problems of higher vocational education; history of mathematics and natural sciences; problems of secondary vocational education; computer science technology application in education; development of motivation for teaching of mathematics and natural sciences in circumstances of education reform – schools, universities, societies; economy at the educational system and quantitative methods in accounting. All aspects have been vital for the contemporary science and education of young generation. Developing world around us requires an application modern and modern methods and innovative solutions in science and teaching. The quality of the solutions is very important in all these activities.

The issue of the publication wouldn't be possible without generosity and commitment of a lot of people and institutions. Congratulations and thanks to the Organizational Committee and the Conference Program Committee members, particularly to professor Svetlana Alekseyevna Rozanova – vice principal of the Contemporary Education Institute, professor of the Moscow State Radio Engineering, Electronic and Robotics Institute.

**РАБОТА С ОДАРЕННЫМИ ДЕТЬМИ ПО ГЕОМЕТРИИ**

В.В. Афанасьев, В.Н. Алексеев

The subject of the article is developing mathematical abilities of the gifted children. The principle of organizing micro-researches is marked as the important one. The author gives the example of the research on the basis of school Geometry, connected with generalization and extension of the Pythagoras' theorem.

В монографии [1] отмечены некоторые принципы организации работы с математически одаренными детьми, направленные на формирование качеств математика-профессионала, полезных и во многих других видах деятельности. Среди этих принципов отмечается как важное направление этой работы проведение «микроисследований». Академик А.Н. Колмогоров пишет [3]: «В основе большинства математических открытий лежит какая-либо простая идея: наглядное геометрическое построение, новое элементарное неравенство и т.п. Нужно только применить надлежащим образом эту простую идею к решению задачи, которая с первого взгляда кажется недоступной».

Здесь мы предложим тему для организации и проведения микроисследования, доступную для школьников 9-11 классов. Фактически это своеобразное обобщение результатов, изложенных на языке косога произведения векторов [2, с. 128-129], с прямоугольного треугольника на произвольный (принцип вариативности). Полученные в ходе исследования результаты можно представить в виде серии отдельных задач, часть из которых вполне возможно использовать как задачи на олимпиады различного уровня. Такое исследование может также послужить основой для написания курсовой и/или выпускной работы для студентов.

Итак, рассмотрим произвольный треугольник  $ABC$  с длинами сторон  $a, b, c$  и углами  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$  в традиционно принятых обозначениях (углы будут играть вспомогательную роль, поскольку треугольник однозначно / с точностью до равенства / определяется длинами сторон). На сторонах треугольника во внешнюю сторону (то есть по отношению к каждой стороне в полуплоскости, где не лежит третья вершина) построим квадраты. Полученная конфигурация аналогична «пифагоровым штанам» для прямоугольного треугольника. Вершины «соседних» (имеющих общую вершину в одной из вершин исходного треугольника) квадратов соединим между собой так, как это показано на рис. 1.

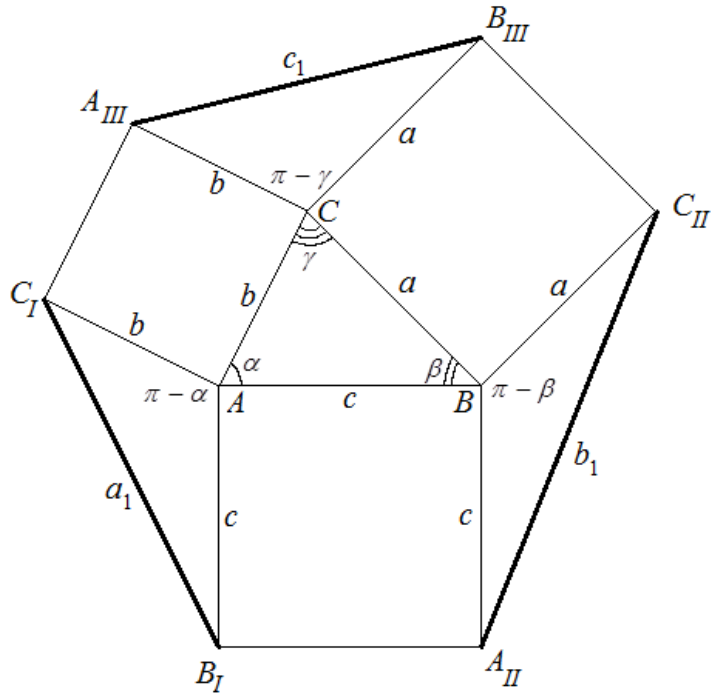


Рис. 1

Длины «соединяющих» отрезков на этом рисунке обозначены  $B_I C_I = a_1$ ,  $A_{II} C_{II} = b_1$  и  $A_{III} B_{III} = c_1$  соответственно. Теперь используем известное соотношение  $\sin x = \sin(\pi - x)$  и формулу нахождения площади треугольника по двум сторонам  $l_1$ ,  $l_2$  и углу  $\varphi$  между ними

$S = \frac{1}{2} \cdot l_1 \cdot l_2 \cdot \sin \varphi$ . Тогда, например, для треугольника  $AB_I C_I$  площадь определится как:

$S_{AB_I C_I} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(\pi - \alpha) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha = S_{ABC} = S_{\Delta}$ , где  $S_{\Delta}$  краткое обозначение площади исходного треугольника  $ABC$ . Совершенно аналогично можно провести вычисление площади для двух других образовавшихся треугольников, то есть  $S_{ABC} = S_{AB_I C_I} = S_{A_{II} B C_{II}} = S_{A_{III} B_{III} C} = S_{\Delta}$ . Тогда, в качестве одного из первых результатов для полученного шестиугольника получаем утверждение:

$$S = S_{B_I A_I C_{II} B_{III} A_{III} C_I} = a^2 + b^2 + c^2 + 4S_{\Delta}. \quad (1)$$

Подставив в формулу (1) выражение площади треугольника через длины его сторон (формула Герона), мы получим выражение для  $S$ , зависящее только от длин сторон исходного треугольника. В частном случае, если  $\gamma = \frac{\pi}{2}$  (прямоугольный треугольник), то поскольку  $a^2 + b^2 = c^2$  (теорема Пифагора) и  $S_{\Delta} = \frac{ab}{2}$  из соотношения (1) получим, что  $S = 2c^2 + 2ab$  [2, с.123].

Найдем теперь квадраты длин отрезков  $a_1$ ,  $b_1$  и  $c_1$ , выразив их через длины сторон исходного треугольника. Для этого используем известное соотношение  $\cos(\pi - x) = -\cos x$  и теорему косинусов, записанную для длин сторон исходного треугольника.

$$\left. \begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 2bc \cdot \cos \alpha &= b^2 + c^2 - a^2 \\ 2ac \cdot \cos \beta &= a^2 + c^2 - b^2 \\ 2ab \cdot \cos \gamma &= a^2 + b^2 - c^2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Тогда из треугольников  $AB_I C_I$ ,  $BA_{II} C_{II}$  и  $CA_{III} B_{III}$  соответственно получаем:

$$\left. \begin{aligned} a_1^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\pi - \alpha) = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos \alpha \stackrel{(2)}{=} 2b^2 + 2c^2 - a^2 \\ b_1^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\pi - \beta) = a^2 + c^2 + 2ac \cdot \cos \beta \stackrel{(2)}{=} 2a^2 + 2c^2 - b^2 \\ c_1^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\pi - \gamma) = a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos \gamma \stackrel{(2)}{=} 2a^2 + 2b^2 - c^2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Из соотношений (3) мы можем вычислить как попарные суммы квадратов длин сторон  $a_1$ ,  $b_1$  и  $c_1$ , так и сумму всех квадратов. Имеем:

$$\left. \begin{aligned} a_1^2 + b_1^2 &\stackrel{(3)}{=} a^2 + b^2 + 4c^2 \\ a_1^2 + c_1^2 &\stackrel{(3)}{=} a^2 + c^2 + 4b^2 \\ b_1^2 + c_1^2 &= b^2 + c^2 + 4a^2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

и, соответственно,

$$a_1^2 + b_1^2 + c_1^2 = 3 \cdot (a^2 + b^2 + c^2). \quad (5)$$

Из соотношения (5) следует, что сумма площадей квадратов, построенных на отрезках  $a_1$ ,  $b_1$  и  $c_1$  в три раза больше суммы площадей квадратов, построенных на сторонах исходного треугольника.

Рассмотрим теперь частную ситуацию, когда хотя бы один из треугольников  $AB_1C_1$ ,  $BA_1C_1$  и  $CA_1B_1$  совпадает с исходным треугольником  $ABC$ . Поскольку в каждом из названных треугольников по две стороны равны сторонам исходного треугольника, то для наступления описанной ситуации необходимо и достаточно совпадения углов между такими сторонами. Пусть, для определенности,  $\gamma = \pi - \gamma$ , откуда  $\gamma = \frac{\pi}{2}$ . Поскольку в треугольнике прямым может быть только один угол, то только в случае прямоугольного треугольника один из построенных треугольников совпадет с исходным. Пусть действительно  $\gamma = \frac{\pi}{2}$ , тогда  $(\Delta A_1CB_1 = \Delta ACB)$   $c_1 = c$  и  $c^2 = a^2 + b^2$ . В этом случае, используя первое из соотношений (4), находим:  $a_1^2 + b_1^2 = a^2 + b^2 + 4c^2 = 5c^2 = 5c_1^2$ . Этот результат совпадает с соответствующим утверждением одного из авторов [2, с. 114]. То есть

$$\gamma = \frac{\pi}{2} \Rightarrow a_1^2 + b_1^2 = 5c_1^2. \quad (6)$$

Рассмотрим далее конфигурацию, связанную с дальнейшим построением квадратов на отрезках  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $c_1$ . Интересующая нас конфигурация изображена на рис. 2. Достаточно очевидно, что длины  $a_2$ ,  $b_2$  и  $c_2$  станут больше на длину соответствующей стороны исходного треугольника (длина вектора при параллельном переносе), т.е. в отличие от (5) возникает коэффициент подобия 4.

Для проведения такого утверждения можно воспользоваться, например, векторной алгеброй. Для этого с исходным треугольником можно связать декартову систему координат, совместив ее начало, скажем, с точкой  $A$ , а ось абсцисс направить от  $A$  к  $B$  и чтобы точка  $C$  имела положительную ординату. То есть в такой системе координат вершины треугольника будут  $A(0;0)$ ,  $B(c;0)$  и  $C(m;n)$ , где  $m$  и  $n$  удовлетворяют соотношениям:

$$\left\{ \begin{aligned} m^2 + n^2 &= b^2 \\ (m-c)^2 + n^2 &= a^2 \\ n &> 0 \end{aligned} \right. \quad (7)$$

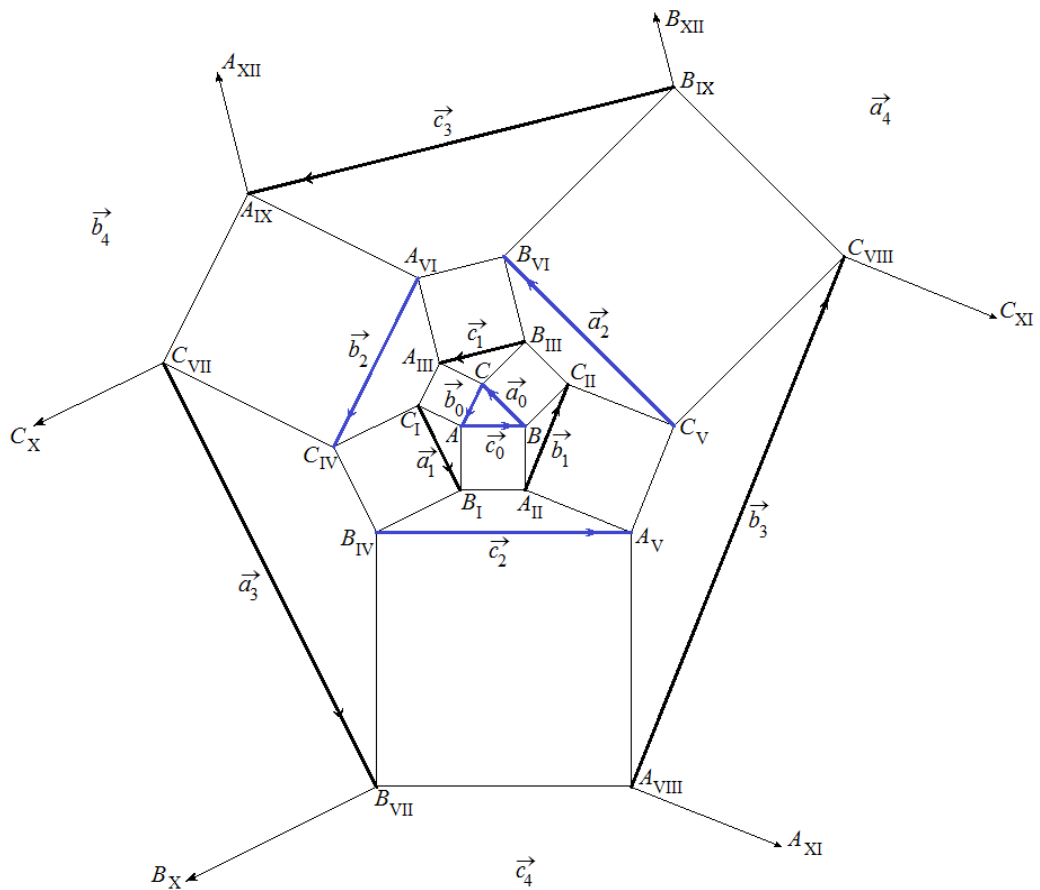


Рис. 2

Система (7) легко решается относительно  $m$  и  $n$ . Если учесть достаточно очевидный факт (допускающий непосредственную проверку), что  $R^{-90^\circ}(\vec{v}(x; y)) = \vec{v}(y; -x)$ , то можно легко вычислить координаты всех точек, отмеченных на рис. 2 и продолжать эти вычисления как угодно долго. Знание же координат точек позволит вычислить координаты векторов.

Непосредственной проверкой убеждаемся, например, в справедливости следующих соотношений:

$$\begin{cases} \vec{a}_2 = 4\vec{a}_0 \\ \vec{b}_2 = 4\vec{b}_0 \\ \vec{c}_2 = 4\vec{c}_0 \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{a}_3 = 5\vec{a}_1 \\ \vec{b}_3 = 5\vec{b}_1 \\ \vec{c}_3 = 5\vec{c}_1 \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \vec{a}_4 = 19\vec{a}_0 \\ \vec{b}_4 = 19\vec{b}_0 \\ \vec{c}_4 = 19\vec{c}_0 \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{a}_5 = 24\vec{a}_1 \\ \vec{b}_5 = 24\vec{b}_1 \\ \vec{c}_5 = 24\vec{c}_1 \end{cases}$$

Таким образом, мы видим, что и в этой ситуации наблюдается чередование систем трех векторов (так как их сумма есть нуль-вектор, то они способны образовывать треугольники, причем только из тех же двух классов подобия, что и для выше рассмотренных преобразований).

Теперь может быть поставлена задача об установлении закономерности чередования коэффициентов подобия. Для четных индексов начало этой последовательности имеет вид: 1, 4, 19, 91, 436, ... . Для нечетных индексов соответственно 1, 5, 24, 115, 551, ... .

Предложенные в работе обобщения и продолжения теоремы Пифагора являются хорошей иллюстрацией известных в педагогике критериев интересности содержания учебного материала (новизна и неожиданность результатов; изучение известного материала под новым углом зрения; использование сведений из истории предмета; приобщение учащихся к современным научным достижениям).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Афанасьев, В.В. Работа с одаренными детьми по математике [Текст] / В.В. Афанасьев, В.Н. Алексеев, С.А. Тихомиров. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2011. – 132 с.
2. Афанасьев, В.В. Формирование творческой активности студентов в процессе решения математических задач [Текст] / В.В. Афанасьев. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 1996. – 168 с.
3. Колмогоров, А.Н. Математика – наука и профессия [Текст] / сост. Г.А. Гальперин. – М.: Наука, 1988. – 288 с.

---

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ВУЗАХ: ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Геворкян П.С.

*Академия труда и социальных отношений  
119454, Москва, ул. Лобачевского, д. 90  
e-mail: pgev@yandex.ru*

**Abstract.** Some problems of mathematical education in economic universities are discussed and specific solutions to them are offered.

Математика – древнейшая наука, игравшая важнейшую роль в жизни и деятельности человека на всех исторических этапах. Она является средством познания окружающего мира и двигателем мирового научно-технического прогресса. Можно, конечно, долго говорить о той огромной роли, которая сыграла математика на протяжении всей истории человечества и доказывать, что математика занимает особое место среди всех наук. Но в этом нет необходимости, как и нет необходимости доказывать исключительную важность математики для прогресса экономической науки и дальнейшего развития мировой экономики.

Несмотря на это сегодня мы имеем серьезные проблемы математического образования во всех образовательных учреждениях: в школах, колледжах, вузах. У нас всегда вызывает восхищение тот факт, что люди старшего поколения, не имеющие ни какого отношения к математике, образованию и науке, демонстрируют прочные математические знания, полученные более чем пол века назад. А сегодня мы сталкиваемся с парадоксальным явлением. Очень многие не скрывают и даже не смущаются, что не знают, как складываются дроби. Спрашивается, что изменилось в нашем обществе, в сознании людей, когда стало не зазорным демонстрировать свое невежество в математике? Это должно быть тревожным для любого общества и любой страны. Не так давно в Соединенных Штатах Америки математическая безграмотность общества была признана угрозой национальной безопасности и по этому поводу было принято специальное решение Конгресса. А в России в соответствии с Указом Президента РФ № 599 от 7 мая 2012 г. «О мерах по реализации государственной политики в области образования и науки» была разработана «Концепция развития математического образования в Российской Федерации», которая была утверждена распоряжением правительства РФ от 24 декабря 2013г. № 2506-р.

В российской истории это не первый случай, когда важность математики во всех сферах деятельности государства отмечается указом главы государства. Петр первый в своем указе от 1721 года писал «Кто инженерства не будет знать, тот не будет произведен выше того чина, в котором он ныне обретает». А задолго до Петра первого о математических знаниях Платон говорил следующее: «Было бы хорошо, если бы эти знания требовало само

государство и если бы лиц, занимающих высшие государственные должности, приучали заниматься математикой и в нужных случаях к ней обращаться».

Трудности, которые сегодня испытывает математическое образование, многогранны. В одной статье охватить весь спектр проблем представляется невозможным. По этому остановимся лишь на некоторых аспектах серьезных проблем математического образования в подготовке высококвалифицированных специалистов в области экономики и финансов.

Проблемы математического образования в экономических вузах начинаются с учебных планов и учебных программ. Во всех учебных планах указаны так называемые общекультурные и профессиональные компетенции, которыми должен обладать выпускник и перечислены все то, что студент должен «знать, уметь, владеть» в результате изучения той или иной дисциплины. Однако, для того чтобы студент или выпускник-бакалавр «знал, умел и владел» ему должны учить всему этому. А это, прежде всего, зависит от правильно составленных учебных планов и учебных программ.

Возьмем, например, Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования 3-го поколения по направлению подготовки 080100 Экономика (квалификация (степень) «бакалавр»). Общая трудоемкость математического цикла составляет 40-50 зачетных единиц. Базовая часть математического цикла состоит из четырех дисциплин: математический анализ, линейная алгебра, теория вероятностей и математическая статистика, методы оптимальных решений или теория игр. Общий объем трудоемкости, который отводится на эти дисциплины 20-24 зачетных единиц.

В п. 7.1 этого стандарта говорится: «образовательные учреждения самостоятельно разрабатывают и утверждают ООП бакалавриата, которая включает в себя учебный план, рабочие программы учебных курсов, предметов, дисциплин (модулей) и другие материалы, обеспечивающие воспитание и качество подготовки обучающихся, а также программы учебной и производственной практик, календарный учебный график и методические материалы, обеспечивающие реализацию соответствующей образовательной технологии». Итак, вузы сами определяют какая им нужна математика и в каком объеме. Казалось бы, это нормально. Это так, если составители учебных планов действительно понимают важность математического образования, математического мышления, математической культуры для подготовки экономистов, что без математической подготовки невозможно стать специалистом в области экономики, финансов, социологии, лингвистики и ряда других сфер гуманитарной деятельности. А когда нет этого понимания, то утверждаются такие учебные планы, математический цикл которых содержит только четыре обязательных дисциплины из базовой части (линейная алгебра, математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика и методы оптимальных решений или теория игр) с минимальным количеством аудиторных часов. А 20-26 зачетных единиц трудоемкости, предусмотренных для вариативной части математического цикла, под тем или иным предлогом выделяются дисциплинам экономического блока. Очень часто математические кафедры экономических вузов оказываются бессильными убедить составителей учебных планов и руководству вуза в неправильности такого подхода. Единственным выходом из создавшейся ситуации – это закрепление в государственных стандартах минимального количества аудиторных часов, необходимых для изучения той или иной математической дисциплины.

Практика показывает, что указание количества зачетных единиц в государственных стандартах не достаточно для определения количества аудиторных часов, если даже известно, что одна зачетная единица примерно равна 36 часам. Дело в том, что зачетные единицы трудоемкости включают в себя и самостоятельную работу студентов. Тут составители учебных планов получают еще один «инструмент» урезания аудиторных часов математических дисциплин за счет увеличения самостоятельной работы студентов. Не допустимо, когда в учебных планах процентное отношение количества аудиторных часов и количества часов самостоятельной работы студентов по математическим дисциплинам составляет 30:70, а, скажем, по истории - 70:30.



Теперь о том, как создаются учебные программы математических дисциплин в экономических вузах. Нормативной базой, естественно, является ФГОС по направлению подготовки 080100 «Экономика». В п. 7.4. этого документа указано: «В учебной программе каждой дисциплины (модуля) должны быть четко сформулированы конечные результаты обучения в органичной увязке с осваиваемыми знаниями, умениями и приобретаемыми компетенциями в целом по ООП». Это единственный пункт, который напрямую относится к учебным программам дисциплин, входящих в данный учебный план.

Итак, из логики ФГОС следует, что программы должны быть составлены таким образом, чтобы выпускник обладал перечисленными в ФГОС общекультурными и профессиональными компетенциями, а также некоторыми умениями, сформулированными в виде «знать, уметь, владеть». Однако на основе нескольких, зачастую невнятных сформулированных, компетенций и умений невозможно более или менее определенно разработать учебные программы, скажем по линейной алгебре, математическому анализу, теории вероятностей и математической статистике, методам оптимальных решений. Это те предметы, которые входят в базовую часть математического цикла.

Какова сегодняшняя практика составления учебных программ дисциплин, входящих в учебные планы различных специальностей. Учебные программы составляются кафедрами, которые, либо руководствуются сложившимися традициями, либо какими-то примерными программами, либо просто копируют программы других вузов и других кафедр. Хорошо, если это делается добросовестно. К сожалению есть вузы, где студентов-экономистов «учат» математике чуть ли не по школьной программе. И объясняют это низким уровнем математической подготовки студентов.

Сегодняшняя практика составления учебных программ привела к тому, что в разных вузах по одной и той же дисциплине, скажем по математическому анализу для экономистов, действуют различные, как по содержанию, так и по трудоемкости, программы. Это не допустимо. Для решения этой проблемы следует унифицировать все учебные программы математических дисциплин (и не только математических) бакалавриата и закрепить их в государственных стандартах.

Как уже было сказано выше, многие экономические вузы, как государственные так и коммерческие, в своих учебных планах сильно урезают количество часов, отводимых на математические дисциплины. И порой очень сложно объяснить составителям учебных планов, что невозможно за 36 часов читать курс математического анализа, в который входят пределы, дифференциальное и интегральное исчисление, функции многих переменных, дифференциальные уравнения, ряды и экономические приложения по всем этим разделам. Это еще один аргумент в пользу того, что следует закрепить учебные программы в государственных стандартах с указанием минимального количества часов, необходимых для реализации данной программы.

Еще одной проблемой математического образования в экономических вузах является низкая мотивация студентов к изучению математических дисциплин. Студенты часто не понимают роль математики и важность математического образования в своей дальнейшей профессии. Им кажется, что математические дисциплины, которые они изучают, в дальнейшем не понадобятся. Эта ситуация усугубляется тем, что студенты не редко слышат от своих деканов, руководителей выпускающих экономических кафедр и преподавателей-экономистов высказывания об излишней трудности математической программы, о сведении математики к чисто утилитарной функции вычислителя и т.д.

Формирование высокой мотивации математического образования - это многогранная проблема. В этот процесс должны быть вовлечены школа, семья, общество, СМИ, математические кафедры, вузы. Это далеко не полный список тех субъектов, которые ответственны за формирование и повышение мотивации студентов к изучению математики. Я остановлюсь лишь на роли математических кафедр и вузов в решении этой важной проблемы.

Мотивация изучения математической дисциплины должна формироваться непосредственно в процессе преподавания данного предмета. Перед преподавателем стоит непростая задача научить студентов применить полученные математические знания к решению конкретных экономических задач.

На математических кафедрах многих экономических вузов работают выпускники математических факультетов университетов. Они имеют высокую профессиональную подготовку и, несомненно, могут обеспечить высокий уровень преподавания классической высшей математики. Однако, к сожалению, далеко не все преподаватели математики имеют опыт прикладных исследований, в частности, в области экономики. Это приводит к тому, что студенты не получают достаточных экономических приложений математики, которые должны сформировать у студентов мотив к изучению предмета не только для понимания самой математики, но и для понимания роли математики в экономической науке.

С другой стороны, следует отметить, что экономические проблемы в процессе преподавания математики рассматриваются на поверхностном уровне. Весь спектр профессионально-ориентированных задач и углубленное изучение экономических проблем с точки зрения математики должны изучаться на старших курсах в рамках экономических дисциплин. Но, к сожалению, во многих вузах в учебных программах экономических дисциплин практически полностью отсутствует математическая составляющая в силу различных причин. Одним из таких причин является то, что не все преподаватели-экономисты имеют достаточной математической подготовки для чтения экономических курсов с серьезной математической компонентой. Эту проблему можно решить только при тесном сотрудничестве выпускающих кафедр с математическими кафедрами и координации некоторых видов учебного процесса. Совместное чтение специальных курсов, руководство курсовыми и дипломными работами безусловно повысит качество подготовки экономистов.

“Работа выполнена при поддержке РГНФ, проект №14-26-20004”

---

## ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ УМЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ПРИ РЕШЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Гусев В.А., Малинина И.С.

*Московский педагогический государственный университет, Москва, Россия  
gusevvalmat@eandex.ru*

У человечества существует одна из вечных нерешенных проблем «Как решать задачу?», огромное количество математиков, методистов и педагогов пытались и пытаются ответить на этот вопрос. Например, есть книга Д. Пойя [Как решать задачу. – М.: Учпедгиз, 1961], в России тоже есть специалисты по решению математических и геометрических задач, к которым можно отнести А.И.Фетисова, З.А.Скопеца, И.Ф.Шарыгина, Ю.М.Колягина и других. В 2003 году вышла книга В.А.Гусева [Психолого-педагогические основы обучения математике. – М.: Вербум-М, 2003], где впервые на странице 107 появился раздел «Система исследовательских умений при решении геометрических задач». Рассмотренные в этом разделе проблемы также очень близки к указанной выше проблеме «Как решать задачу?». Эта проблема исследовалась различными специалистами, например, о ней писал академик РАО С.И.Шварцбурд. Вместе с тем, в течении последних десяти лет по этой тематике не было публикаций, но В.А.Гусев и его ученики исследовали достаточно много близких проблем, которые связаны с мыслительной деятельностью учащихся.

На нас произвела сильное впечатление появившаяся книга известных математиков

В.Г.Болтянского и А.П.Савина [Беседы о математике. – М.: ФИМА, МЦНМО, 2002], где есть очень любопытный раздел «Поиск решений», в котором авторы, используя английский термин «insite» (в переводе с английского означает «озарение»), также говорят о проблемах, связанных с решением математических задач. Материалы именно этой книги заставили нас вновь вернуться к этой проблеме. Авторы пишут, что «Математическая логика вовсе не отвечает на вопрос, как мы мыслим при решении задач. По существу, математическая логика позволяет оформить уже найденное решение в таком виде, что мы можем убедить другого человека в правильности решения: шаг за шагом рассуждение проверяется на его строгость, логическую безупречность, и в конце доказательства получается подтверждение установленного факта. Но когда мы ищем еще не известное нам решение, ищем путь решения, мы, как правило, мыслим иначе. Как именно? На это должна ответить еще не созданная «математическая психология».

Было бы нескромно утверждать, что мы, учитывая выход еще одной книги В.А.Гусева [Теоретические основы обучения математике в средней школе: психология математического образования. – М.:Дрофа, 2010], создали ту самую математическую психологию, о которой писали В.Г.Болтянский и А.П.Савин. Но вместе с тем, несомненно то, что мы приблизились к созданию психологии математического образования, которая, в свою очередь, позволит нам подойти к решению поставленных выше глобальных проблем.

Кроме этого в России появилась новая проблема, которая очень сильно волнует и учителей математики, и родителей, и школьников – это организация и проведение единого государственного экзамена (ЕГЭ). В связи с тем, что ЕГЭ призвано, посредством решения соответствующего набора задач, выявить уровень математического развития школьников, то естественно, что это тоже относится к общей глобальной проблеме «Как решать задачу?».

В нашей статье мы хотим на основании всех указанных выше источников выработать наш взгляд на решение этой глобальной проблемы.

Сделаем несколько общих замечаний:

Мы будем рассматривать математические задачи разного уровня сложности: как простые задачи, так и задачи повышенной сложности. Тем более что при проведении ЕГЭ постоянно идет дискуссия об уровне этих трудностей для используемых математических задач. Например, в сложившейся системе ЕГЭ существуют задачи самой высокой степени трудности, например задачи С5 и С6. При рассмотрении таких задач самой высокой степени трудности возникает вопрос: «А должны ли вообще на уровне ЕГЭ решаться такие задачи, так как практика показывает, что с этими задачами справляется не более 5% учащихся. Все сказанное заставляет задуматься над проблемой о том, какого уровня сложности задачи следует включать в ЕГЭ.

Чрезвычайно важное значение в этом вопросе имеет описание процесса моделирования учебной математической деятельности учащихся по решению математических задач. Как это ни странно, этот процесс недостаточно изучен и недостаточно хорошо описан. В описаниях есть много субъективного, личного. Однако, мы считаем, что именно в описании этой деятельности и содержится вся методика эффективного решения математических задач.

Сразу же следует сказать, что моделируя учебную математическую деятельность учащихся, связанную с решением математических задач, мы договоримся фиксировать по возможности всю эту деятельность. Математики очень любят такие слова как «очевидно», «понятно», «тривиально». Так вот, этих слов не должно быть, хотя понятно, что у многих ученых и учащихся какая-то часть умений срабатывает автоматически, на нее не обращают внимание и приходят к решению. Вместе с тем, так как мы говорим о массовом ученике, то следует думать и о тех, для которых этот процесс вовсе не является тривиальным. Еще раз скажем о том, что не нужно стесняться описывать достаточно очевидную учебную деятельность, так как без нее часто невозможно решить задачу.

И учителям и учащимся всегда хочется как можно быстрее получить решение. И при этом хочется на этот процесс истратить как можно меньше времени и исписанной бумаги. Но

это не реально, не на этом надо экономить время. При рассмотрении исследовательских умений нам приходится выделять элементы задачи, выделять фигуры, попадающие под элементы задачи, перечислять свойства найденных фигур и связи между ними. Совершенно невозможно сразу представить себе все ли из перечисленного будет необходимо для получения решения. И, безусловно, приходится делать, в каком-то смысле лишнюю работу. Но без этой работы невозможно получить решение. Конечно, мы будем стремиться оптимизировать нашу деятельность, но вместе с тем, надо делать ту работу, которая получается и которая в дальнейшем приведет к успеху.

Перейдем к краткому описанию самих исследовательских умений по решению математических задач.

Выделение элементов задачи. Безусловно, начиная решать задачу, мы должны понимать ту предметную область, откуда она берется, полезно знать тему, к которой относится эта задача и многое другое. Все это у различных авторов называется примерно одинаково - «выделение элементов задачи». Выделение элементов задачи кратко означает, что мы должны увидеть, перечислить, отметить эти элементы. К элементам, в частности геометрической, задачи, относятся, прежде всего, те фигуры, которые участвуют в тексте задачи и те основные отношения между этими фигурами, которые так же зафиксированы в тексте задачи. Отметим, что к основным отношениям мы относим очень немногие: равенство, подобие, параллельность, перпендикулярность и практически все (например, отношение «принадлежности» мы отдельно не фиксируем, считая его наглядно очевидным). Эта деятельность не представляет особых затруднений у учащихся, но было бы ошибкой считать, что она не нужна, так как незамеченный учеником элемент задачи не позволит прийти к искомому решению. Сразу отметим, что, безусловно, у любого ученика с любым уровнем знаний это выделение происходит автоматически, но четкое понимание этого процесса помогает прийти к нужному решению. У этого умения есть еще одна очень важная особенность – число элементов задачи может быть сокращено, но для этого нужно провести соответствующий анализ этих элементов. Здесь срабатывают наши общие замечания, о которых мы сказали выше. Можно ничего не сокращать и получить нужное решение, но, безусловно, если есть возможность сделать это экономно – это хорошо. При решении большого количества конкретных задач это умение достаточно хорошо усваивается.

Нахождение фигур, попадающих под данный элемент задачи. Это умение состоит из двух частей. Первое – это непосредственное нахождение указанных фигур. И второе, что очень важно для решения геометрических задач, это построение рисунка или чертежа к задаче. В целом, это умение для решения достаточно простых геометрических задач не вызывает особых затруднений, хотя вряд ли можно утверждать, что все учащиеся видят именно те фигуры, которые должны участвовать при решении данной задачи. Мы выше в общих замечаниях указывали на то, что очень трудно научить учащихся выделять именно те фигуры, которые нужны для решения задачи и ничего не говорить о фигурах, которые якобы не нужны для решения задачи. Совершенно ясно, что опыт по решению задач научит ученика выделять нужные для решения фигуры. Что касается построения рисунка или чертежа к задаче, то это и просто и трудно, так как какой-то рисунок мы всегда нарисовать можем, но достаточно почитать литературу по теории и методике обучения геометрии, чтобы понять, что это очень не простой вопрос, особенно при решении пространственных задач. Мы здесь сейчас об этом нечего больше писать не будем, но к этой проблеме необходимо постоянно возвращаться. Итак, второе умение очень важное, очень интересное, без овладения этим умением решать задачи невозможно. Вместе с тем, оно достаточно доступно для массового школьника, так как решать геометрическую задачу, не умея построить соответствующий рисунок, невозможно.

Прежде чем формулировать третье исследовательское умение отметим, что предыдущие два выполняют как бы подготовительную работу к решению. Иногда их даже и не относят непосредственно к решению, так как считают это дело достаточно очевидным. Но это, безусловно, не так, так как владение этими первыми двумя умениями закладывает весь

фундамент решения проблемы.

Выявление свойств фигур, попадающих под данный элемент задачи. Чаще всего именно с реализации этого умения и начинается любое решение любой задачи. Итак, что же мы имеем на данный момент? Первое, мы имеем естественно текст задачи, который мы внимательно изучили. Чаще всего учителя всего мира говорят учащимся следующие слова: «Прочитайте текст задачи. Понятно?!» Удивительно неудачная команда, так как собственно, что понятно? Понять невозможно. Второе, на поставленный выше вопрос мы имеем элементы задачи и систему уменьшения числа этих элементов, что является, как мы уже указывали, непростым делом. Третье, очень важно для будущего решения увидеть все фигуры, попадающие под данный элемент задачи (может быть даже лишние). И, четвертое, мы строим рисунок (чертеж) к данной задаче. Теперь на уровне третьего исследовательского умения мы должны для каждого элемента задачи и для каждой фигуры, попадающей под данный элемент задачи выписать, выделить, выявить все свойства соответствующих фигур. Здесь очень смущает слово «все», но другое слово подобрать трудно, так как если мы скажем существенные, очень важные, главные свойства, то откуда мы это знаем. Здесь не стоит усложнять проблему, так как ученик будет выделять, выписывать, фиксировать все те свойства фигур, которые он знает. Заметим, что, например, для проведения ЕГЭ эта деятельность является главной, так как после того, как ученик ее выполнит, сразу станет ясно, каких свойств соответствующих фигур ученик или не знает или не замечает. Научить учащихся сразу выделять все нужные свойства невозможно – это придет со временем и, безусловно, будут выделяться самые разные свойства, которые могут совершенно и не участвовать в решении задачи. Очень важно, чтобы учитель не критиковал ученика за выделение лишних свойств, так как только появление этой системы свойств и приводит к решению задач.

Очень интересно, что и это исследовательское умение не представляет очень больших трудностей для учащихся, кроме одного момента: если ты не знаешь факты базового курса – ты с этим умением не справишься. И еще раз отметим, что выполнение этого умения чрезвычайно важно для ЕГЭ, так как ЕГЭ именно и проверяет, усвоены ли знания учащимися или нет.

Перейдем к описанию наиболее важного четвертого исследовательского умения – установление связей между свойствами выделенных фигур математических задач. Мы перечислили выше, что мы имеем на данный момент по решению задачи и отметили, что мы имеем большое количество всевозможных свойств, характеризующих элементы задачи и фигуры, попадающие под эти элементы. Здесь возможно несколько принципиально разных ситуаций (особенно для проведения ЕГЭ, выставления оценки, рейтинга учащихся):

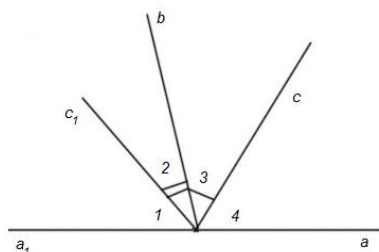
В самом простом случае, который, кстати, является достаточно типичным и массовым, полученные свойства уже составляют решение задачи, ученик должен их увидеть и выписать. Заметим, что таких задач в существующей системе ЕГЭ много, а еще больше их ученик решает на уроке и в качестве домашних заданий.

Полученные на уровне выполнении первых трех умений свойства содержат решение, но для его получения эти свойства надо как-то преобразовать, систематизировать, перестроить. Естественно, что все это может иметь разный уровень трудности. Но главное, надо понять, что в данном случае для получения решения не нужны нестандартные идеи и методы. В данном случае все ограничивается типичной учебной математической деятельностью. Вместе с тем уже здесь некоторые учащиеся испытывают существенные затруднения.

Возможны такие ситуации, когда простой просмотр полученных свойств не приводит к решению. И для получения решения на базе этих имеющихся свойств нужна какая-то нестандартная идея или идеи. По поводу этой идеи В.Г. Болтянский и А.П.Савин, в указанной выше книге пишут: «Каждый из нас многократно наблюдал такую картину. Решающий долго и напряженно думает над задачей... Вдруг вспышка, озарение, инсайт... Откуда-то в сознании появляется путь решения задачи, «видна» та последовательность

упражнений, которую надо выполнить, чтобы получить решение задачи. Что же произошло, что означает это озарение?».

Далее мы планировали продемонстрировать реализацию предлагаемой методики на



уровне решения задач ЕГЭ последних лет. Но, к сожалению, сейчас мы это не успели сделать. Вместе с тем, нам кажется, что предлагаемый материал будет полезен для осмысления деятельности по решению математических задач. Мы приведем один пример, на котором мы покажем, как работает данная методика.

Найти угол между биссектрисами смежных углов.

Элементы задачи: угол, биссектриса угла,

смежные углы.

Угол:  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$ ,  $\angle 4$ ,  $\angle(a1b)$ ,  $\angle(a1c)$ ,  $\angle(a1a)$ ,  $\angle(c1c)$ ,  $\angle(c1a)$ ,  $\angle(b1a)$ .

Биссектрисы смежных углов:  $c1$  и  $c$ .

Выделяя фигуры, попадающие под элемент задачи «угол», мы видим, что различных углов на чертеже достаточно много – 10. Мы считаем, что на данном этапе обучения решению задач целесообразно выписать все углы, так как это само по себе полезное и непростое упражнение. Но если ученики сразу выберут нужные углы и решат задачу, то им совершенно не нужно выписывать все указанные углы.

Мы не выписываем фигур, попадающих под элемент «смежные углы», так как, рассматривая элемент «угол», мы включаем сюда все смежные углы.

Теперь для выделенных фигур укажем (выпишем) все свойства, которыми они обладают. Свойства будем просто нумеровать по порядку. Дадим некоторые практические рекомендации по нахождению свойств фигур:

– начинаем с выделения свойств, которые следуют непосредственно из условия задачи, при этом пишем: «из условия задачи следует...»;

– появление других свойств следует (как правило) предварять пояснениями.

Для удобства обозначим углы на рис. 1 через 1, 2, 3 и 4.

Решение. Из условия задачи имеем:

$\angle(a1b)$  и  $\angle(ba)$  – смежные углы;

$c1$  – биссектриса  $\angle(a1b)$ ;

$c$  – биссектриса  $\angle(ba)$ ;

$\angle(c1c) = ?$  (требуется найти).

Выделим сначала свойства смежных углов:

$$\angle(a1b) + \angle(ba) = 180^\circ;$$

$$\angle(a1c) + \angle 4 = 180^\circ;$$

$$\angle 1 + \angle(c1a) = 180^\circ;$$

Используя свойства измерения углов, получим:

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ;$$

$$\angle(c1c) = \angle 2 + \angle 3;$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle(a1c);$$

$$\angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = \angle(c1a);$$

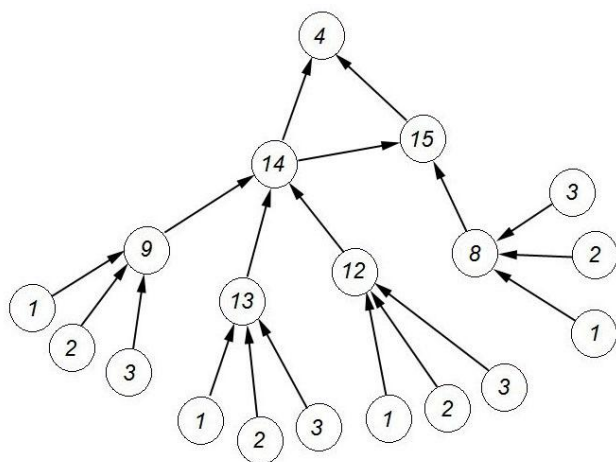
Используя свойства биссектрис углов, получим:

$$\angle 1 = \angle 2;$$

$$\angle 3 = \angle 4;$$

Мы уже указывали на то, что не все свойства будут активно участвовать в решении, однако при формировании исследовательских умений по установлению связей между фигурами, их можно перечислять все. Особое внимание мы обращаем на свойства 4, которое нужно найти. Можно было бы сразу подчинить выделение всех свойств идее поиска  $\angle(c1c)$ , но это дело опыта и индивидуальных возможностей учащихся.

Подчеркнем еще раз, что установление указанных свойств является полезной деятельностью учащихся.



Итак, перед нами 13 свойств. Замечаем, что  $\angle(c1c)$  входит в свойство 9:  $\angle(c1c) = \angle 2 + \angle 3$ . Но из 12 и 13 свойств получаем, что  $\angle 2 + \angle 3 = \angle 1 + \angle 4$ . Из п. 8 мы видим, что  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ . Значит,  $\angle(c1c) = \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ : 2 = 90^\circ$ .

Все это можно записать так:

$$\angle 2 + \angle 3 = \angle 1 + \angle 4 = \angle(c1c);$$

$\angle(c1c) = \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ : 2 = 90^\circ$  (9, 14);

$$4. \angle(c1c) = 90^\circ (14, 15).$$

Как мы видим, это пример задачи средней трудности, в которой решение

складывается из анализа 13 свойств. При этом никаких дополнительных рассуждений (построений) вести не приходится. Однако здесь используется прием «анализ», который заключается в том, что мы анализируем полученные с помощью синтеза 13 свойств, исходя из нужного нам заключения задачи – нахождения  $\angle(c1c)$ .

Относительная легкость решения вытекает из того, что, располагая 13 свойствами и зная, что нужно найти, ученик может справиться с поставленной задачей. Заметим, что возможны и другие варианты преобразования свойств.

Построим структурный граф решения. Начнем с неизвестного элемента 4.

Приведенный граф дает полную информацию о решении задачи. Из рассмотрения графа видно, что свойства 5, 6, 7, 10, 11 формально не нужны для решения задачи.

На уроках в классе нет возможности строить указанные графы из-за отсутствия времени, но при углубленном изучении математики или и при выполнении домашних заданий эта деятельность очень полезна. Она позволяет ученику проконтролировать себя, оценить эффективность проделанной работы.

“Работа выполнена при поддержке РГНФ, проект №14-26-20004”

## МАТЕМАТИК НА ИСТОРИЧЕСКОМ РАЗЛОМЕ: К 150-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ В.А. СТЕКЛОВА

Демидов С.С.

*Институт истории естествознания и техники им.С.И. Вавилова РАН  
Москва, Россия, serd42@mail.ru*

Владимир Андреевич Стеклов родился 28 декабря 1863 по старому и 9 января 1864 года по новому стилю. Его творческая жизнь пришлась на сложную для России эпоху – время революционных бурь, Первой мировой войны, наконец, событий 1917 года, обозначивших крутой поворот в историческом развитии России. Эти события тяжело переживались страной, её народом, каждым её жителем, вовлечённым в их стремительный водоворот. А такой человек как Стеклов – эмоциональный, живо реагирующий на происходившее, с прочно выстроенными мировоззрением и убеждениями, с определённым отношением к человеку и обществу, несший, можно сказать, сильный социальный заряд – не был приспособлен к жизни кабинетного учёного, погруженного в мир идей. Жизнь вовлекала его в самую гущу событий и он с упоением в неё погружался.

**Детство и юность** Его отец Андрей Иванович – выходец из среды сельского духовенства, был преподавателем, а с 1868 года ректором Нижегородской духовной семинарии. Мать,

Екатерина Александровна, урождённая Добролюбова, происходила также из духовенства и приходилась родной сестрой знаменитому литературному критику, публицисту и революционному демократу Николаю Александровичу Добролюбову (1836 – 1861). В доме Стекловых царил культ дяди Коли, дух его идей, а также идей Н.Г. Чернышевского. Воспитываясь на идеях революционных демократов, Владимир Андреевич «своим умом» дошёл до отрицания Бога и религии. Здесь проявляется одно из важнейших противоречий российской интеллектуальной жизни 60-ых годов XIX века. Атеизм и антицерковность проистекали в том числе, а может даже прежде всего, из среды духовенства. Из неё вышли Добролюбов, Чернышевский и наш герой. Самостоятельно открыв, что Бога не существует, Стеклов направил все свои помыслы на физику, химию и математику.

Разумеется, в доме, где царила подобная идеология, детям старались дать светское образование. Володю отдали учиться в Нижегородский Александровский дворянский институт, обучение в котором осуществлялось по программам гимназии. В шестом классе он увлёкся математикой и физикой и ко времени окончания школы совершенно определился с выбором дальнейшего пути – в 1882 году, закончив курс с серебряной медалью, он поступил на Физико-математический факультет Московского университета.

Оказавшись вдали от дома, предоставленный самому себе, молодой человек погрузился в беспорядочный мир студенческой жизни – весёлые сборища, пирушки и пр. Человек необычайной привлекательности, музыкальный и превосходно певший (у него был замечательный баритон и он даже одно время подумывал о карьере оперного певца), влюбчивый (постоянно возникавшие романы составляли существенную часть его юношеской биографии), он быстро оказался центром весёлой студенческой компании. И учёба отошла на второй план. В итоге он провалил экзамены и должен был остаться на второй год. Для его самолюбия это казалось нестерпимым. Он решил покинуть факультет и перевестись на медицинский, но там мест не оказалось и после ряда безуспешных попыток определиться на медицинский факультет в другие российские университеты он вновь оказался на физико-математическом, но уже в Харьковском университете. Думается, что переход Стеклова-студента из Москвы в Харьков сыграл положительную роль в его творческой биографии: сама атмосфера Московской школы с её философскими пристрастиями, с отчётливым православным и даже монархистским креном была ему противопоказана, а последующая встреча с А.М. Ляпуновым, человеком близким ему по духу, определила его славную научную будущность.

В Харькове он всерьёз занялся учением – Москва преподала ему хороший урок – и быстро занял положение одного из лучших студентов. Особенно он увлёкся физикой «и два первых года ею преимущественно занимался» [1, с. 247]. При этом он продолжал выстраивать своё мировоззрение [2, с. 43]: «Математические и физические познания руководили мной, и я создал понятие о мире, как о стройной машине, работающей по определённому плану согласно с законами физической необходимости. Остановился на теории непрерывности материи, заполняющей всё мировое пространство и сочинил особую молекулярную теорию ... Развивая свою теорию, я открыл закон Авогадро-Жерара. Мне показалось это необычайной новостью, восторгу моему не было конца ... Неисключая затем человека из общей природы, я пришёл к заключению, что мысль человека есть также особого рода колебания особой материи». Всё говорило о том, что полем будущих занятий студента станет физика. Однако, появление в Харькове нового профессора – А.М. Ляпунова – кардинально изменили его планы.

Основными направлениями занятий молодого учёного становятся механика и математическая физика. Их успешность стала для Ляпунова основанием при окончании Стекловым курса в 1887 для рекомендации его в аспирантуру или, как говорили тогда, для «оставления при университете для приготовления к профессорскому званию». Утверждение Стеклова в новой должности состоялось летом 1888 года.

**Начало научной и преподавательской карьеры.** В качестве темы магистерской диссертации были избраны вопросы движения твёрдого тела в жидкости. Работал он



увлечённо и напряжённо. Для занятия наукой им были избраны ночные часы – с 8 вечера до 5 – 6 часов утра. Сну он отводил утреннее время, а также послеобеденные часы. В оставшееся время занимался прочими делами. Никаких особенных развлечений (кроме ежемесячного посещения оперы, которую он страстно любил) распорядком не предусматривалось. Такой режим, которого он старался придерживаться на протяжении всей жизни, предполагал наличие превосходного здоровья, которым он действительно обладал.

Первая его печатная работа вышла в 1889 году, следом появились его исследования по проблемам движения твёрдого тела в жидкости, теории упругости, окорнях алгебраических уравнений. (Все эти работы появились в Сообщениях Харьковского математического общества. Точные библиографические сведения см. [1, с. 333 – 337; 3, с. 84 – 92].) В 1893 он защитил магистерскую диссертацию [4]. Некоторые из своих результатов он включил в работу, опубликованную в том же году на немецком языке в *Mathematische Annalen* – этой практики публикации основных результатов также на том или ином западноевропейском языке он придерживался и в последующие годы.

Уже в этих первых работах Стеклова проявились качества, воспитанные у него Ляпуновым и характерные для всего его математического творчества – широкая постановка рассматриваемых вопросов и строгая математическая их обработка. Задачи механики продолжали занимать его и в последующие годы – последнее его работ в этом направлении датируется 1909 годом. Обзор соответствующих работ и их оценку можно найти в [4]. Однако, уже с середины 90-ых годов его внимание начинает сосредотачиваться на проблемах математической физики.

Осенью 1890 года Владимир Андреевич успешно сдал магистерский экзамен и с 1 января следующего года был утверждён приват-доцентом Харьковского университета. Это было для него тем более важно, что к тому времени он был уже женат, а в 1891 у него родилась дочь. Первым курсом, прочитанным Стекловым в университете, стала теория упругости. А с осени 1893 он был приглашён преподавателем теоретической механики в Харьковский технологический институт. А после защиты в том же году магистерской диссертации он в 1896 был утверждён исполняющим обязанности экстраординарного профессора по кафедре теоретической механики университета. Превосходный лектор и блестящий педагог, Стеклов стал любимцем студентов. Уже в Харькове вместо практиковавшихся при обучении студентов «репетиций» (так называли промежуточные экзамены по отдельным частям читаемого курса; полученные на них оценки влияли на отметку на итоговом экзамене) Стеклов ввёл практические занятия, ставшие впоследствии нормой при обучении математике в российской высшей школе.

В 1902 он защитил докторскую диссертацию «Общие методы решения основных задач математической физики» и в том же году был избран ординарным профессором Харьковского университета, председателем Харьковского математического общества, наконец, в 1903 – членом-корреспондентом Академии наук. Так в сравнительно короткое время он превратился в одного из влиятельных членов российского математического сообщества. К тому моменту имя его стало хорошо известно не только в России, но и далеко за её пределами. Его результаты публиковались ведущими европейскими журналами, по его переписке с К. Жорданом, А. Пуанкаре, Э. Пикаром, В. Вольтерра, Д. Гильбертом, А. Кнезером, С. Зарембой, Ж. Адамаром, А. Корном, Т. Леви-Чивитой, Э. Ландау и др., можно изучать развитие ряда направлений в математике конца XIX – первой трети XX века.

Приближалась первая русская революция. Одним из индикаторов начинающихся беспорядков в России (да и не только) всегда была университетская жизнь. Подходил «август 1904 г., а затем 1905 г. с его восстанием, предверием настоящей революции», – вспоминал Стеклов [1, с. 259]. Будучи человеком с обострённым социальным чувством, он не мог оставаться в стороне от совершающихся событий. «В этот бурный период университетской жизни мне пришлось сократить свою учёную деятельность, что я считал неизбежным злом и сознательно шёл на это ...». В 1904 он согласился быть избранным деканом Физико-математического факультета и в 1905 в период студенческих волнений в

Харьковском университете, благодаря своей антиправительственной позиции будучи популярным в студенческой среде, сумел предотвратить кровопролитие. Когда ситуация в университете наладилась и я, пишет он [1, с. 263], «убедился, что мне в качестве университетского администратора делать нечего, и решил оставить “пост” декана». Как раз в это время в Петербургском университете оказалась вакантной кафедра чистой математики (её покинул удалившийся в отставку А.А. Марков) и Стеклов получил предложение занять её, что он и не преминул сделать. Так что в июне 1906 г. он с женой оказался в северной столице.

**Расцвет творчества Стеклова** Именно в Петербурге произошёл расцвет его педагогической деятельности. Его лекции, прежде всего по обыкновенным дифференциальным уравнениям и уравнениям с частными производными, пользовались неизменной популярностью у студентов. По примеру Харькова он ввёл регулярные практические занятия и начал активно поддерживать студенческие инициативы. Здесь он создал свою, получившую международное признание, школу в области математической физики: М.Ф. Петелин, Я.А. Шохат, А.Ф. Гаврилов, В.И. Смирнов, В.В. Булыгин, Я.Д. Тамаркин, А.А. Фридман и др.

Петербургский дореволюционный период стал и вершиной его математического творчества. Сама атмосфера математического Петербурга – близость друга и учителя, Ляпунова, необычайное по творческой силе окружение (Марков, Н.М. Гюнтер и др.), замечательные ученики – всё это способствовало расцвету его дарования. Сложившийся математик с определившимися направлениями исследований и намеченными их целями, с уже разработанным арсеналом методов, Стеклов работал на пределе своих творческих возможностей. Об их размахе можно судить по его публикациям этого периода (список его работ см. в [1, с. 333 – 337; 3, с. 84 – 92]): на это время приходятся главные работы по его знаменитой теории замкнутости, по квадратурным формулам, по асимптотическим методам. Признанием научных заслуг Стеклова становится его избрание в 1910 году адъюнктом, а в 1912 – ординарным членом Императорской Академии наук.

**В.А. Стеклов и борьба за Российскую академию наук** Будучи, как мы уже говорили, человеком левых убеждений, Стеклов, в отличие от большинства своих коллег, принял Октябрьскую революцию 1917 года. Стеклов сразу принял для себя решение сотрудничать с новой властью, стараясь, по возможности, минимизировать последствия от «множества нелепостей, ошибок, даже глупостей», возникающих в процессе восстановления нормальной жизни общества. Главными объектами его усилий стали наука и образование, прежде всего Российская академия наук. Именно этими чувствами руководствовался он, когда «сознательно взял на себя нелёгкую обязанность вице-президента Российской Академии наук. В революционные моменты считаю себя не вправе отказываться от организаторской деятельности, от которой в обычное время также сознательно и решительно уклонялся» [1, с. 259].

Академия после революции оказалась в сложном положении. И хотя в 1917 году она сменила название – вместо Императорской Академии наук она стала именоваться Российской Академией наук – и во главе её встал избранный президент, учёный-геолог с мировым именем А.П. Карпинский, новые власти с большим подозрением смотрели на это учреждение. Некоторые из большевистских лидеров вообще считали её идеологическим институтом рухнувшей Империи, место которого на свалке истории. В 1918 появилась новая Академия, вскоре получившая название Социалистической (с 1924 – Коммунистическая Академия), долженствовавшая, по мысли некоторых из новых идеологов, занять в новом социалистическом государстве место Российской. Такое решение вопроса облегчалось настроениями, доминировавшими в самой Российской Академии. Большинство её членов были настроены, мягко говоря, не по-советски, а лучше сказать антисоветски. В такой ситуации закрытие Академии советскими властями выглядело актом логичным, а потому вполне вероятным. Исходя из этого, можно сказать, что факт избрания в 1919 году Стеклова вице-президентом и председателем её Правления, говорит о том что в академической среде

возобладало чувство самосохранения. Кто как не Стеклов мог разговаривать с новыми властями? Человек по своим взглядам и настроениям наиболее подходящий для интеллигентской верхушки новых Советов.

26 января 1921 года В.И. Ленин принял М. Горького вместе со Стекловым, непременным секретарём Академии С.Ф. Ольденбургом и начальником Военно-медицинской академии профессором В.Н. Тонковым. Обсуждались проблемы реорганизации научных и учебных заведений Петрограда. Стеклов произвёл на Ленина сильное впечатление (см. [3]). Стеклов также был в восторге от Ленина (см. [1]). Такая взаимная приязнь создала условия благоприятствования для деятельности Стеклова в качестве вице-президента и председателя Правления Академии, который сполна использовал эти условия для укрепления роли Академии в жизни нового государства. Если то или иное важное для Академии предприятие наталкивалось на непредвиденные барьеры, которые воздвигали влиятельные недруги, всегда оставалась возможность обратиться к Ленину напрямую. Обсуждение такого рода возможностей – нередкая тема в переписке Стеклова. Зачастую он обращался к А.В. Луначарскому, с которым у него также сложились хорошие отношения. Действуя целенаправленно и настойчиво, используя всё своё обаяние и силу хорошо продуманных аргументов, а также умение играть на психологических слабостях оппонента, он умел достигать результата в делах казалось бы заранее обречённых на неуспех. Ему удалось вывести Академию из системы Наркомата просвещения и подчинить её напрямую Совнаркому, что, в частности, укрепило её статус и финансовое положение. Он стал инициатором Особого Временного Комитета науки при Совнаркоме СССР, через посредство которого удалось подготовить целый ряд правительственных постановлений, направленных на развитие Академии и других советских научных учреждений. Академия наук должна занять в государстве положение организации, определяющей научную политику государства и ответственной за реализацию важнейших научных и научно-технических предприятий – такой видел перспективу её развития Стеклов и все свои усилия на посту её вице-президента Академии направлял на утверждение такой позиции в политике государства. Этому служила и организация и проведение в сентябре 1925 года в Ленинграде и Москве празднования 200-летнего юбилея Академии, прошедшего на государственном уровне и с большим размахом. В торжествах участвовали делегации ведущих академий наук Европы. На торжественном заседании 6 сентября в зале Филармонии с приветствиями выступили председатель ЦИК СССР М.И. Калинин и нарком просвещения А.В. Луначарский. Подготовленный под руководством Стеклова новый устав Академии был «с весьма немногими поправками» утверждён советским правительством и принят в 1927 году. Этот устав закрепил за Академией наук положение «высшего учёного учреждения Союза ССР, состоящего при Совете Народных Комиссаров Союза ССР», что стало реализацией намеченного Стекловым плана.

Говоря о выдающейся роли Стеклова в сохранении научного и образовательного потенциала страны в трудные послереволюционные годы, нельзя обойти молчанием и некоторые негативные проявления его деятельности, проистекавшие из его «революционно-демократических убеждений», унаследованных от «дяди Коли». Его антирелигиозность стала основанием для отрицательного отношения к наукам, имеющим отношение к религии и церкви. Его сугубый прагматизм проявлялся и в его отношении к некоторым гуманитарным наукам. Вот о чём мечтал вице-президент Академии наук СССР [1, с. 298]: «Давно уже имею мысль об уничтожении ненужного и отнюдь не научного Подделения (отдел русского языка и словесности). Здесь почти нет науки, а одна беллетристика и часто белибердистика!»

**В.А. Стеклов и организация математических исследований в СССР** Концентрируя свои усилия на восстановление и развитие Академии наук, Стеклов оставался математиком. Он продолжал исследовательскую работу (статьи по теории замкнутости, квадратурным формулам, асимптотическим методам и др.), написал и издал первую (1922) и вторую (1923)

части книги «Основные задачи математической физики» [5], а также свои историко-философские размышления о математике и её значении в развитии общества.

В 1919 году вместе с А.А. Марковым и А.Н. Крыловым он выступил с предложением об организации в рамках Академии наук Математического кабинета им. П.Л. Чебышева и А.М. Ляпунова. Кабинет был учреждён и его руководителем назначен В.А. Стеклов. И уже в 1921 году, желая придать исследованиям в области физико-математических наук новые организационные формы, он на основании этого кабинета, а также Физической лаборатории РАН и существовавших в Академии сейсмологических учреждений организовал Физико-математический институт РАН, директором которого он стал. После его смерти в 1926 году Институт получил его имя. Уже в 1934 Физико-математический институт им. В.А. Стеклова был разделён на два – Математический институт им. В.А. Стеклова под руководством И.М. Виноградова и Физический институт, названный именем П.К. Лебедева. Таким образом история одного из самых славных современных математических институтов мира – Математического института им. В.А. Стеклова – восходит к его инициативе 1919 года.

Стеклов прилагал большие усилия по восстановлению разрушенных Первой мировой войной и революцией международных связей отечественных математиков. Именно в этой связи следует рассматривать его деятельность (изыскание средств, работа в соответствующей комиссии) по продолжению совместного со Швейцарией издания собрания сочинений Л. Эйлера, организацию делегации СССР на прошедший в августе 1924 года Международный конгресс математиков в Торонто – первый после окончания Первой мировой войны действительно международный математический конгресс, способствовавший восстановлению нормального хода международной математической жизни, предпринятую им в июне – октябре 1925 года командировку в Германию, Италию и Австрию.

**Последние годы жизни** Деловая активность Стеклова в последний период его жизни поражает. Ему удавалось «успеть всё»<sup>1</sup>. Удавалось, благодаря особому режиму, усвоенному им ещё в студенческие времена – утро от 10 до 17 или 18 часов он посвящал административно-хозяйственной деятельности в академии, затем обедал и около 19 часов ложился спать до 21 – 22 часов. Затем пил чай и забывал [1, с. 299] «совершенно о всяких ... служебных делах и спокойно, ничем не отвлекаемый», садился за научную работу, которую заканчивал в 4 – 5 часов утра, и второй раз ложился спать до 9.30. Втаком изнурительном ритме он продолжал жить, не делая себе никаких поблажек. А жизнь в постреволюционном Петрограде была более чем суровой – отсутствовало самое необходимое, не хватало продовольствия и дров для отопления. Многие из математиков (А.С. Безикович, И.М. Виноградов, ученики Стеклова – Я.Д. Тамаркин и А.А. Фридман) спасались в Перми, где в 1916 году был открыто отделение Петроградского университета. Стеклов оставался на своём посту – делал всё возможное, чтобы спасти Академию наук, обеспечить продолжение в исследований, в том числе математических.

В 1918 году трагически ушли из жизни учитель и друг Стеклова Ляпунов и его супруга. А в 1920 его поразило другое страшное несчастье – умерла его жена. Её ослабленный организм не выдержал суровости тогдашней жизни. В 1922 не стало А. А. Маркова, а в 1925 безвременно скончался один из самых одарённых его учеников А.А. Фридман. Стеклов стал более замкнутым и суровым. Конечно, он обладал богатырским здоровьем, но и оно оказалось не беспредельным. В сентябре 1925 года в дни празднования 200-летия Академии в Москве он с группой участников торжеств отправился осматривать Кремль. День был дождливый и Стеклов промок до нитки и вместо того, чтобы уехать и переодеться, продолжал заниматься делами, связанными с празднованием, так что одежда

---

<sup>1</sup>К уже указанным нами предприятиям, в которые был вовлечён Стеклов, добавим руководство теоретической и вычислительной частью экспедиции по изучению Курской магнитной аномалии (в апреле 1923 г. за эту работу Совет Труда и Оборона СССР объявил ему благодарность), работу в Комитете по делам Главной астрономической обсерватории, в Комитете по делам Российского гидрологического института, в Строительной комиссии Академии наук, в Издательской комиссии Академии, Постоянной комиссии Академии по изучению тропических стран. И всё равно список его занятий будет далеко не полным.

высохла на его теле. В результате он серьёзно простудился, но предпочёл перенести болезнь на ногах. Это и стало началом его конца. По собственному признанию, с сентября 1925 года он постоянно чувствовал себя больным. Тем не менее вскоре после академических торжеств от отправился в командировку в Италию, из которой вернулся в декабре в плохом состоянии. В феврале 1926 года в Казани проходили торжества по случаю 100-летия открытия Н.И. Лобачевским неевклидовой геометрии. Стеклов, почитавший гений Лобачевского, посчитал для себя невозможным не принять в них участия. Возвращался он в нетопленном вагоне и приехал в Москву с температурой под 40°. Но как только температура спала отправился в различные советские организации улаживать академические дела. На уговоры сестёр побережись он, как обычно, отвечал: «Не могу же я бросить дела». В итоге состояние его здоровья стало критическим и врачи настояли на необходимости прервать работу и уехать в Крым. Стеклов вынужденно согласился. Однако, вернуться с юга живым ему было уже не суждено: 30 мая 1926 года В.А. Стеклов скончался в Гаспре от сердечного приступа. 6 июня он был похоронен в Ленинграде на Литераторских мостках Волкова кладбища, как раз позади могилы своего «дяди Коли»—Н.А. Добролюбова, покоящегося рядом с неистовым Виссарионом – В.Г. Белинским. Так закончилась жизнь выдающегося математика.

Стеклов же был уважаем и почитаем властями. На его кончину отозвалась советская печать. Один из некрологов написал А.В. Луначарский («Наша газета», 1926, 1 июня). Сразу после смерти его имя было присвоено созданному им Физико-математическому институту. То, что у кормила Академии наук в столь сложный период, которым стали для нашей истории 20-е годы XX столетия, оказался именно Стеклов, видится большой удачей как для Академии, так и для всей советской науки. Именно Стеклов, как основной автор Устава академии 1927 года, закрепил за Академией то место в жизни страны, которое она сохраняла до недавнего времени. Его убеждённости в исключительной важности для развития страны высоко развитых образования и науки в сочетании с выдающимися организаторскими способностями, с поразительным умением убеждать в своей правоте и ладить с людьми разных взглядов и убеждений, с одной стороны, и его взгляды, позволившие ему со всей искренностью принять советскую власть, с другой, такое удачное сочетание позволило Стеклову сыграть выдающуюся роль в становлении отечественной науки. То выдающееся место, которое заняла наука в СССР, а также то особое положение, которое в её структуре заняла Академия наук, обеспечившие нашей науке лидирующие позиции в мировой науке второй половины XX века, есть и заслуга Владимира Андреевича – выдающегося учёного и патриота своей страны.

Из созданного им Физико-математического института в 1934 г. выделился, как мы уже говорили, Математический институт его имени. Переведённый в том же году в Москву этот Институт, усиленный математиками из Научно-исследовательского института математики и механики Московского университета, вместе с Механико-математическим факультетом этого университета и Московским математическим обществом, образовал тот фундамент, на котором в достаточно короткое время выросла Советская математическая школа – одна из ведущих в мировой математике второй половины XX века. Это замечательное достижение – плод усилий многих замечательных математиков, почётное место среди которых принадлежит Владимиру Андреевичу.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Стеклов В.А. Переписка с отечественными учёными. Воспоминания. Отв. редактор В.С. Владимиров / Научнонаследство. Т. 17. Ленинград: Наука. 1991. С. 235 – 299.
2. Игначиус Г.И. Владимир Андреевич Стеклов. М.: Наука. 1967.
3. Владимиров В.С., Маркуш И.И. Владимир Андреевич Стеклов – учёный и организатор науки. М.: Наука.
4. Стеклов В.А. О движении твёрдого тела в жидкости. Диссертация на степень магистра прикладной математики. Харьков. 1893.
5. Стеклов В.А. Основные задачи математической физики. Ч. I – II. Петроград. 1922 - 23.

---

## НОВЫЙ ЗАКОН РФ ОБ ОБРАЗОВАНИИ: ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ

Зими́на О.В., Кири́лов А.И.

*Московский Энергетический Институт (Технический Университет), Российский Фонд Фундаментальных Исследований, E-mail: AcademiaXXI@mail.ru, E-mail: AcademiaXXI@mail.ru*

## NEW RUSSIAN LAW ON EDUCATION: PEDAGOGICAL ASPECTS:

Zimina O.V., Kirillov A.I.

*Moscow Institute of Power Engineering, Moscow, Russia, Russian Foundation for Basic Research, E-mail: AcademiaXXI@mail.ru, E-mail: AcademiaXXI@mail.ru*

We sketch the novelties of the law that can change the educational processes in Russia. Those novelties concern the following topics.

1. Definitions of the basic notions relevant to education.
2. Principles of the State educational politics
3. The levels of education and principles of formation of their contents.
4. Content of education.
5. Education and scientific researches.
6. Statuses of people involved in education.

We focus on the first four topics in this report. We try to foresee their significance for pedagogical theory and practice. We are interested in their role in the development of society.

### Введение

В 2012 году в России был принят новый закон об образовании (далее — Закон 2012 г.) [1]. Он сменил тот, который был принят в 1992 году и до сих пор считался одним из лучших в мире (далее — Закон 1992 г.) [2]. Мы выбрали для обсуждения положения нескольких статей этих законов, относящихся к общему образованию. Наше внимание в первую очередь привлекли

- 1) положения, имеющие значимые различия;
- 2) положения, представляющие практический интерес субъектов образовательного процесса (учителей, преподавателей вузов, учащихся и их родителей).

Такие положения можно отнести к следующим группам:

1. Определения основных понятий, относящихся к образованию.
2. Принципы государственной политики в сфере образования.
3. Уровни образования и принципы формирования их содержания..
4. Содержание образования.
5. Связь образования и науки.
6. Статус педагогических работников.

Ниже идет речь о первых четырех пунктах. Мы хотим выявить то значение, которое эти части Закона имеют для педагогической теории и практики. Нас интересует также их роль в развитии общества.

Мы не затрагиваем важную тему взаимосвязи государственных политик в области образования и науки, поскольку с введением Закона 2012 г. утрачивает силу Федеральный закон от 22 августа 1996 года № 125-ФЗ "О высшем и послевузовском профессиональном образовании". Нам представляется, что положения Закона 2012 г., относящиеся к науке и высшему образованию, нуждаются в специальном анализе и обсуждении.

Мы не касаемся изменений статусов педагогических работников, поскольку это представляет интерес только для российских граждан.

### *I. Определения основных понятий, относящихся к образованию*

В Законе 1992 г. из основных понятий, относящихся к образованию, разъяснено только одно: "Под образованием в настоящем Законе понимается целенаправленный процесс воспитания и обучения в интересах человека, общества, государства, сопровождающийся констатацией достижения гражданином (обучающимся) установленных государством образовательных уровней (образовательных цензов)".

В Законе 2012 г. (ст. 2) приведены определения понятий "образование", "воспитание", "обучение" и др., всего 34 дефиниции. Создается впечатление, что некоторая часть педагогического сообщества получила возможность навязать с помощью Закона свое понимание базовых понятий педагогики и максимально эту возможность использовала. А понимание это не только не бесспорно, но в ряде случаев противоречит классическим положениям педагогической науки. Об определениях Закона 2012 г. обязательно нужно написать несколько статей. Здесь мы можем только кратко обсудить определения 1 – 3. Они таковы:

1) *образование* – единый целенаправленный процесс воспитания и обучения, являющийся общественно значимым благом и осуществляемый в интересах человека, семьи, общества и государства, а также совокупность приобретаемых знаний, умений, навыков, ценностных установок, опыта деятельности и компетенции определенных объема и сложности в целях интеллектуального, духовно-нравственного, творческого, физического и (или) профессионального развития человека, удовлетворения его образовательных потребностей и интересов;

2) *воспитание* — деятельность, направленная на развитие личности, создание условий для самоопределения и социализации обучающегося на основе социокультурных, духовно-нравственных ценностей и принятых в обществе правил и норм поведения в интересах человека, семьи, общества и государства;

3) *обучение* — целенаправленный процесс организации деятельности обучающихся по овладению знаниями, умениями, навыками и компетенцией, приобретению опыта деятельности, развитию способностей, приобретению опыта применения знаний в повседневной жизни и формированию у обучающихся мотивации получения образования в течение всей жизни.

Очевидно, что в Законе 2012 г. дано более полное определение образования — не только как процесса, но и как результата, и как общественного блага. Прискорбно, что не во всех аспектах образование трактуется как общественное благо: общественным благом признается "процесс воспитания и обучения", но не "совокупность приобретаемых знаний, умений, навыков, ценностных установок..." В определении образования имеется, как минимум, стилистическая погрешность: "образование — целенаправленный процесс воспитания и обучения" и обучение тоже "целенаправленный процесс...". Получается, что образование — это "процесс процессов"?

Воспитание трактуется только как процесс (деятельность). Воспитание как результат представлено только в определении образования в виде ценностных установок, чего явно недостаточно.

Вызывает недоумение формулировка понятия "обучения как целенаправленного процесса **организации деятельности обучающихся**". Это противоречит не только тому, что в педагогике понимается под обучением, но и другим положениям Закона. Например,

согласно п. 21 ст. 2 “педагогический работник — физическое лицо, которое ... выполняет обязанности по обучению, воспитанию обучающихся и (или) организации образовательной деятельности”. Здесь обучение, воспитание и организация разделены, т.е. термин “обучение” не поглощает организацию образовательной деятельности и не сводится к ней. Кроме того, в ст. 47 (п. 6) утверждается, что “В рабочее время педагогических работников в зависимости от занимаемой должности включается учебная (преподавательская), воспитательная работа, индивидуальная работа с обучающимися, научная, творческая и исследовательская работа, а также другая педагогическая работа...” В этом мы тоже видим противоречие с определением обучения только как процесса организации деятельности обучающихся. Напомним, что со времен Коменского обучение трактуется как целенаправленное **двустороннее** общение, в ходе которого осуществляется передача учащимся и усвоение ими определенных знаний, умений и навыков.

## *2. Принципы государственной политики в сфере образования*

Статья 3 (ч. 1) Закона 2012 г. содержит 12 принципов государственной политики и правового регулирования отношений в сфере образования” (было 6). Обсудим некоторые из них.

Принцип 1: “признание приоритетности образования”.

Здесь смысловое отличие от Закона 1992 г. (ст. 1): “Российская Федерация **провозглашает** область образования приоритетной”. Это звучит не только гордо и торжественно. Существенно, что признание приоритетности образования провозглашается от имени страны, от имени всех ее граждан. А в Законе 2012 г. “признание приоритетности” провозглашается только от имени государства.

Принцип 4: “единство образовательного пространства на территории Российской Федерации, защита и развитие этнокультурных особенностей и традиций народов Российской Федерации в условиях многонационального государства;

Этот принцип почти дословно совпадает с тем, который провозглашался в ст. 2, ч. 1, п. 2 Закона 1992 г. С тех пор не было должным образом осознано и устранено противоречие между принципом единства федерального образовательного пространства и вариативностью учебных планов, программ и учебников. По нашему мнению необходимым условием единства образовательного пространства является наличие Единой образовательно-научной информационной среды (ЕОНИС) [3]. Видимо, в требованиях к учебникам должно присутствовать не только соответствие содержания ГОСам, но единая последовательность изучения материала и единое время на изучение каждого раздела, а это влечет ограничение вариативности.

Надо учитывать, что нарушение единства федерального образовательного пространства препятствует мобильности населения. В советской школе можно было перевезти ученика в любой город или республику даже в середине учебного года. На новом месте он учился по тем же программам и учебникам, встречался с теми же требованиями к его ЗУН и т.п. Сейчас это исключено, поскольку вариативность воспринята механистически.

Каким образом федеральные государственные стандарты будут обеспечивать единство образовательного пространства? Как будет обеспечена мобильность родителей школьников хотя бы в границах города, не говоря уже о регионе или всей России? Создается впечатление, что разработчики Закона об образовании и ФГОСов вообще не учитывали проблему мобильности тридцати-сорокалетних — самой активной и высокопрофессиональной возрастной группы.

Возвращаясь к принципам государственной политики в сфере образования, заметим, что в новом Законе отсутствует принцип: “свобода и плюрализм в образовании” (Закон 1992 г., ст.2, ч. 1, п. 5) Нам думается, что это хорошо, поскольку свобода и плюрализм часто вступают в противоречие с научностью.. В педагогической практике последних двух десятилетий было много случаев, когда под флагом плюрализма в содержание учебных



дисциплин вводились замшелые представления, и когда плюрализм подменялся релятивизмом

Другие принципы, провозглашенные Законом 1992 г., сохранены дословно или расширены. Например, сохранен “светский характер образования в государственных, муниципальных организациях, осуществляющих образовательную деятельность”. Вместе с тем, в Законе 2012 г. появилась статья 87 “Особенности изучения основ духовно-нравственной культуры народов Российской Федерации. Особенности получения теологического и религиозного образования”. В п. 1 этой статьи сказано, что “В целях формирования и развития личности в соответствии с семейными и общественными духовно-нравственными и социокультурными ценностями в основные образовательные программы **могут быть включены**, в том числе на основании требований соответствующих федеральных государственных образовательных стандартов, учебные предметы, курсы, дисциплины (модули), направленные на получение обучающимися знаний об основах духовно-нравственной культуры народов Российской Федерации, о нравственных принципах, об исторических и культурных традициях мировой религии (мировых религий), или альтернативные им учебные предметы, курсы, дисциплины (модули)”.

Соседство в одной статье Закона 2012 г. изучения основ духовно-нравственной культуры с теологическим и религиозным образованием настораживает и указывает на риск, что изучение духовно-нравственной культуры может превратиться в религиозную пропаганду. Этот риск отнюдь не мал по следующим причинам.

Во-первых, нет общепризнанного понимания того, что такое основы духовно-нравственной культуры народа, как они формируются, где хранятся, как передаются от поколения к поколению.

Во-вторых, нет общепризнанного понимания того, что такое “исторические и культурные традиции мировой религии (мировых религий)”.

В третьих, неизвестно, какие учебные предметы являются **альтернативными** предметам, дающим знания об основах духовно-нравственной культуры народов Российской Федерации или о нравственных принципах, об исторических и культурных традициях мировой религии (мировых религий).

Наконец, непонятно, почему “Примерные основные образовательные программы в части учебных предметов, ... направленных на получение обучающимися знаний об основах духовно-нравственной культуры народов Российской Федерации..., проходят экспертизу **в централизованной религиозной организации** на предмет соответствия их содержания вероучению, историческим и культурным традициям этой организации в соответствии с ее внутренними установлениями...” (п. 3 ст. 87).

Очень нужно, чтобы Конституционный Суд РФ дал заключение о соответствии положений статьи 87 Закона 2012 г. статье 14 Конституции РФ. В ней сказано:

1. Российская Федерация - светское государство. Никакая религия не может устанавливаться в качестве государственной или обязательной.

2. Религиозные объединения отделены от государства и равны перед законом.

### *3. Уровни образования и принципы формирования их содержания.*

В п. 3 ст. 5 Закона 2012 г. утверждается, что “В Российской Федерации гарантируются общедоступность и бесплатность в соответствии с федеральными государственными образовательными стандартами дошкольного, начального общего, основного общего и среднего общего образования, среднего профессионального образования, а также на конкурсной основе бесплатность высшего образования, если образование данного уровня гражданин получает впервые”.

В Законе 1992 общедоступным и бесплатным было начальное профессиональное образование (в новом законе его нет совсем), а среднее профессиональное образование было бесплатным лишь на конкурсной основе. На наш взгляд, общедоступность и бесплатность среднего профессионального образования, гарантированные Законом 2012 г. — очень

важное нововведение. Оно расширяет возможности для создания новых организаций среднего профессионального образования (гуманитарных колледжей и др.) для получения специальностей филологического, исторического и др. профиля для корректоров, архивных работников, работников в сфере туристического и гостиничного бизнеса. Соответственно, общеобразовательная школа должна давать среднее **общее** образование. А если выпускник 9-го класса хочет получить **специальность**, то он будет поступать в техникум или колледж.

Отметим, что согласно п. 5 ст. 5 Закона 2012 г., начальное общее образование, основное общее образование и среднее общее образование являются обязательными уровнями образования. Как формулируются их цели?

В Законе 1992 г. (п. 2 ст. 9) говорилось, что “Основные общеобразовательные программы направлены на решение задач формирования общей культуры личности, адаптации личности к жизни в обществе, на создание основы для осознанного выбора и освоения профессиональных образовательных программ”. Вместе с тем, согласно п. 6 ст. 9 “Основные общеобразовательные программы начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования обеспечивают реализацию ФГОСа с учетом типа и вида образовательного учреждения, **образовательных потребностей и запросов обучающихся**, воспитанников, региональных, национальных и этнокультурных особенностей...”

В п. 4 ст. 66 Закона 2012 г. сказано, что “Организация образовательной деятельности по образовательным программам начального общего, основного общего и среднего общего образования может быть основана на **дифференциации содержания с учетом образовательных потребностей и интересов обучающихся**, обеспечивающих углубленное изучение отдельных учебных предметов, предметных областей соответствующей образовательной программы (профильное обучение)”

Новое здесь — профильное обучение и средство его реализации — дифференциация содержания. Закон 2012 г. дает основания опасаться, что эта дифференциация может быть очень резкой. Тем более, что она допускается на любой ступени общего образования, даже на начальной! Что означают в последнем случае “образовательные потребности и интересы обучающихся”? Кто, в какие часы и за чей счет будет “обеспечивать углубленное изучение отдельных учебных предметов, предметных областей соответствующей образовательной программы”? Кто будет отвечать, если при этом уменьшится количество часов и (или) снизится качество преподавания других учебных предметов? Отметим также, что в ст. 2 отсутствует определение “профильного обучения”, поэтому под него можно подверстывать все, что угодно. И это делается уже в самом Законе 2012 г. Например, в п. 3 статьи 66 профилизация подменяется профессиональной ориентацией. Там сказано, что “Среднее общее образование направлено на дальнейшее становление и формирование личности обучающегося, развитие интереса к познанию и творческих способностей обучающегося, формирование навыков самостоятельной учебной деятельности на основе индивидуализации и **профессиональной ориентации содержания среднего общего образования**, подготовку обучающегося к жизни в обществе, самостоятельному жизненному выбору, продолжению образования и началу профессиональной деятельности”.

Заметим, что

1. Достижение некоторых из указанных в Законе целей обучения не может быть диагностировано при существующей системе итоговой аттестации. Например, как проверить, сформировались ли “навыки самостоятельной учебной деятельности” в условиях запрета на использование во время проведения ЕГЭ любых внешних источников информации (книг, Интернета и др.).

2. Не упоминается о каких-либо “знаниях, умениях, навыках, ценностных установках, опыте деятельности и компетенции”, о которых идет речь в определении термина “образование”.

3. Предполагается, что общеобразовательная школа готовит и к вузу, и к профессиональной деятельности, и к жизни. Это пока не удавалось. А возможно ли это? А

нужно ли это? Вспомним попытки политехнизации средней школы, которые неоднократно предпринимались в СССР ( последняя относится к 1980-м гг.). Все они успеха не имели.

#### *4. Содержание образования.*

В Законе 2012 г. требования к содержанию образования сформулированы в ст 12. “Образовательные программы” (п. 1):

“Образовательные программы определяют содержание образования. Содержание образования должно содействовать взаимопониманию и сотрудничеству между людьми, народами независимо от расовой, национальной, этнической, религиозной и социальной принадлежности, учитывать разнообразие мировоззренческих подходов, способствовать реализации права обучающихся на свободный выбор мнений и убеждений, обеспечивать развитие способностей каждого человека, формирование и развитие его личности в соответствии с принятыми в семье и обществе духовно-нравственными и социокультурными ценностями. Содержание профессионального образования и профессионального обучения должно обеспечивать получение квалификации”.

В Законе 1992 г. содержанию образования посвящена отдельная ст. 14 “Общие требования к содержанию образования”, состоящая из пяти пунктов. Из них только п. 4 сохранился в новом законе. Цитируем очень важные пункты 1 и 2 Закона 1992 г., отсутствующие в Законе 2012 г.:

1. Содержание образования является одним из факторов экономического и социального прогресса общества и должно быть ориентировано на:

- обеспечение самообразования личности, создание условий для ее самореализации;
- развитие общества;
- укрепление и совершенствование правового государства.

2. Содержание образования должно обеспечивать:

- адекватный мировому уровень общей и профессиональной культуры общества;
- формирование у обучающегося адекватный современному уровню знаний и уровню образовательной программы (ступени обучения) картины мира;
- интеграцию личности в национальную и мировую культуру;
- формирование человека и гражданина, интегрированного в современное ему общество и нацеленного на совершенствование этого общества;
- формирование духовно-нравственной личности.

Очень важно понять и разъяснить обществу, почему наше государство теперь не признает этих положений.

#### *Заключение*

Сопоставление двух законов об образовании показывает, сколько замечательных возможностей, представлявшихся Законом 1992 г. мы упустили, сколько идей извратили. Мы имеем в виду прежде всего организацию такого образования, которое давало бы путевку в жизнь настоящим гражданам страны, образованным и воспитанным в духе, отвечающем запросам времени. Идея вариативности на практике предстала в виде издания массы учебных пособий сомнительного методического и научного уровня. Идея плюрализма чаще всего выступает как релятивизм. Идея двухступенчатого высшего образования реализовалась в виде сокращения продолжительности высшего профессионального образования до четырех лет, причем сокращение затронуло именно фундаментальных дисциплин.

Закон 2012 г. тоже содержит положения, реализация которых может оказаться очень вредной для нашей системы образования. Мы выделяем три таких положения.

1. Общедоступность среднего специального образования (СПО), провозглашенная Законом 2012 г., может стать основой построения в нашей стране подлинно общего образования и действительно профессионального. Имеется возможность покончить, наконец, с теми многочисленными учреждениями псевдопрофессионального образования,

выпускники которых практически в профессии не работают по тем “специальностям”, по которым их обучали. Одновременно есть возможность изменить нынешнюю ситуацию, когда на многих местах работают люди без достаточной квалификации. Но как совместить подготовку квалифицированных специалистов с достаточно высоким уровнем общего образования?

2. Предусмотренные статьей 87 учебные предметы, направленные на получение обучающимися знаний об основах духовно-нравственной культуры народов РФ и о нравственных принципах, об исторических и культурных традициях мировой религии (мировых религий) конкурируют за часы учебного времени. Все наши Церкви имеют большой опыт преподавания своих учений, а содержание курса об основах духовно-нравственной культуры народов РФ и методика его преподавания еще подлежит разработке. Поэтому нужно приложить много усилий, чтобы статья 87 не была реализована как повсеместное внедрение в наши школы уроков Закона Божьего.

3. Закон 2012 г. допускает профильное обучение, которое вполне может реализоваться в виде сокращения часов тех дисциплин, изучение которых не отвечает “образовательным потребностям и интересам обучающихся”.

В Законе сказано, что организация образовательной деятельности *может быть* основана на дифференциации содержания. Следовательно, можно обойтись и без дифференциации. Кроме того, дифференциацию можно обеспечить и так, чтобы углубленное изучение одних предметов не происходило в ущерб другим. Для этого достаточно принять во внимание, что школьник, обладающий особыми способностями в какой-то области общего образования, может быстрее других выполнять стандартные задания и у него будет оставаться время для выполнения дополнительных заданий, в том числе, индивидуальных. Нужно, конечно, чтобы у учителя было время составлять такие дополнительные задания. Возможно, что ими заинтересуется и кто-то другой в классе. Очень полезно при написании учебных пособий выделять в отдельные разделы весь материал для углубленного или/и расширенного изучения.

Подчеркнем, что такая дифференциация основана на использовании повышенных способностей учащихся и предполагает, что стандартные разделы программы изучаются ими в полном объеме. Мы не только не имеем ничего против такого профильного обучения, но и приветствуем его. Но мы знаем также, что профильное обучение может быть организовано путем создания профильных школ с углубленным изучением одних предметов в ущерб другим. Поскольку такое образование организовать и получить легче, чем цельное и разностороннее, и поскольку в наших традициях всегда идти по пути наименьшего сопротивления, мы уверены, что к великой радости лентяев-учеников и лентяев-преподавателей, подавляющее большинство наших школ преобразуется в “профильные” с **пониженным** уровнем изучения предметов, не отвечающих “образовательным потребностям и интересам обучающихся”.

“Профилизация” уже коснулась пятых — девятых классов, причем это обстоятельство является предметом гордости некоторых педагогов. Так, по инициативе МИРЭА и РНЦ “Курчатовский институт” несколько московских школ проводили эксперимент по профилированию школ в области нанотехнологий. Подводя итоги годичного эксперимента в школе 1103, авторы статьи [4] пишут: “Начиная с пятого (!) класса, стартует работа по профилированию, заключающаяся в дифференциации учеников по направлениям естественнонаучном и гуманитарном”. Такое разделение школьников едва ли не самый вредный для общества результат “профилизации”, поскольку она затрудняет диалог естественнонаучной и гуманитарной культур — важнейший социальный инструмент развития общественного сознания (подробнее см. [5]).

Историк В.О. Ключевский писал: “По школе всегда можно узнать, обладает ли общество установившимся взглядом на задачи образования. Не редко приходится слышать, будто школа должна учить тому, что пригодится в жизни. Где такое мнение получает господство, там, значит, взгляд на цели образования еще не установился; ведь такое мнение

подчиняет школу вкусам, господствующим в данную минуту, делает учащегося слугой или жертвой временных потребностей взрослого общества..., лишает школу всякой устойчивости, делая ее игрушкой случайных общественных поветрий. ”. Закон 2012 г. почти не содержит положений, которые бы подчиняли школу вкусам, господствующим в данную минуту. Но он, к сожалению, не ограждает школу от всевозможных попыток диктовать ей чему и как она должна учить. Поэтому, чтобы наша школа заняла подобающее положение в обществе, и в обществе установилось правильное понимание целей образования, необходима большая научно-методическая и публицистическая деятельность педагогов. Мы попытались выявить важнейшие направления и задачи такой деятельности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Закон РФ от 10.07.1992 № 3266-1 "Об образовании" (последняя редакция от 12.11.2012)
2. Федеральный закон от 29.12.2012 N 273-ФЗ "Об образовании в Российской Федерации" (ред. от 25.11.2013)
3. Зимина О.В. Печатные и электронные учебные издания в современном высшем образовании: Теория, методика, практика. М.: Изд-во МЭИ, 2003.
4. Орленко И.И., Левшин А.М., Евдокимов А.А. Сквозное обучение нанотехнологиям. Опыт проведения занятий со школьниками // Труды Российской школы-конференции "Математика, информатика, их приложения и роль в образовании". М.: Изд-во РУДН, 2010. С. 597–601.
5. Зимина О.В., Кириллов А.И. Профильное обучение и диалог культур/ /Материалы XIX межд. конф. "Математика. Образование", Чебоксары 27 мая — 2 июня 2013. Чебоксары: Изд-во Чувашского университета, 2013. С. 88 – 97

---

## ПРОГРАММА ПОВЫШЕНИЯ КОНКУРЕНТОСПОСОБНОСТИ РОССИЙСКИХ ВУЗОВ

Кожевников Н.М.

*Санкт-Петербургский государственный политехнический университет  
Россия, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.  
nkozhevnik@mail.ru*

**Abstract.** Ambitious program "5-100-2020" directed on Russian universities competitive ability increase is discussed. The goals of the program and the list of universities chosen are enumerated. Start positions of the participants are described together with the forecast of their places in the QS rating in the near future. The objective factors conditioning the program are analyzed.

### **Введение**

Летом 2013 года стартовала амбициозная программа с рабочим названием «5-100-2020». Эта программа, инициированная правительством России, предусматривает, что к 2020 году в сотню ведущих мировых университетов должны войти не менее 5 российских вузов. Для выполнения этой программы Министерством образования и науки России был объявлен конкурс на право получения субсидии для повышения конкурентоспособности и продвижения в международных рейтингах. В июле 2013 года созданный правительством России Международный совет заслушал персональные доклады ректоров 36 вузов и определил 15 вузов-победителей, которым будет предоставлена значительная материальная

и финансовая поддержка для того, чтобы занять достойное место в международном рейтинге QS, на основании которого и определяется место учебного заведения в мировой образовательной системе. В число этих вузов-победителей попал и Санкт-Петербургский государственный политехнический университет (СПбГПУ), которому уделим особое внимание в этой статье ([www.spbstu.ru](http://www.spbstu.ru)). С этого момента вся жизнь участников программы «5-100-2020» планируется, выстраивается, оценивается через призму показателей программы.

Сразу оказались забытыми бурные дискуссии о плюсах и минусах вхождения российского образования в Болонскую систему, о переходе на непонятную многим компетентностную модель образовательных стандартов 3-го поколения, о других инновационных образовательных технологиях – все сейчас подчинено выполнению Указа Президента России «О мерах по реализации государственной политики в области образования и науки», куда входит и проект «5-100-2020» ([www.kremlin.ru](http://www.kremlin.ru)). Иногда кажется, что основное назначение вузов – подготовка высококвалифицированных специалистов для науки и промышленности – отодвинулось на второй план, а приоритетом стала настоящая спортивная гонка с выбыванием.

### **Цели и участники программы «5-100-2020»**

По замыслу организаторов проекта вузовские программы повышения конкурентоспособности должны обеспечить:

- формирование кадрового резерва руководящего состава вузов и привлечение на руководящие должности специалистов, имеющих опыт работы в ведущих иностранных и российских университетах и научных организациях;
- привлечение в вузы молодых ученых, имеющих опыт работы в ведущих иностранных и российских университетах и научных организациях;
- интенсификацию международной и внутрироссийской академической мобильности научно-педагогических работников;
- совершенствование деятельности аспирантуры и докторантуры;
- внедрение образовательных программ, реализуемых совместно с ведущими иностранными и российскими университетами;
- привлечение студентов ведущих иностранных университетов для обучения в российских вузах, в том числе путем реализации партнерских образовательных программ с иностранными университетами и ассоциациями университетов;
- проведение научно-исследовательских работ по программе фундаментальных научных исследований в Российской Федерации, в том числе с привлечением к их руководству ведущих иностранных и российских ученых;
- выполнение прикладных научно-исследовательских и опытно-конструкторских проектов совместно с российскими и международными высокотехнологичными организациями и создание при необходимости специализированных структурных подразделений в вузах.

В число участников проекта «5-100-2020», как уже было сказано, вошли 15 университетов. Вот из названия:

1. Дальневосточный федеральный университет.
2. Казанский (Приволжский) федеральный университет.
3. Московский физико-технический институт.
4. Национальный исследовательский технический университет «МИСиС».
5. Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики».
6. Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ».
7. Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского.
8. Новосибирский государственный университет.
9. Самарский государственный аэротехнический университет им. С.П.Королева.

10. Санкт-Петербургский государственный политехнический университет.
11. Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина).
12. Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики.
13. Томский государственный университет.
14. Томский политехнический университет.
15. Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н.Ельцина.

Московский (МГУ) и Санкт-Петербургский (СПбГУ) государственные университеты в этот список не вошли, так как «автоматически» рассматриваются участниками борьбы за вхождение в сотню лучших вузов мира.

Посмотрим теперь, как выглядят сейчас наши университеты в мировых рейтингах.

### **Стартовые позиции российских университетов**

Существует несколько авторитетных мировых рейтингов университетов. Для программы «5-100-2020» взят рейтинг, который формирует мировой аналитик высшего образования и трудоустройства - британская компания QS (Quacquarelli Symonds) ([www.topuniversities.com](http://www.topuniversities.com)). Эта компания выбирает лучшие вузы по шести критериям: репутация в академической среде (40 % - процентный вклад в рейтинг), цитируемость публикаций сотрудников вуза (20 %), соотношение числа преподавателей и студентов (20 %), репутация среди работодателей (10 %), относительная численность иностранных преподавателей (5 %) и студентов (5 %).

Если применить QS-рейтинг к российским университетам, то сейчас на первое место следует поставить МГУ (120 место в QS-2013). Далее идут СПбГУ (240 место), МГТУ (334), Новосибирский ГУ (352), МГИМО (386), МФТИ (441 – 450). На седьмом месте СПбПУ (451-460 место в QS-2013).

Чтобы сравнить наши и ведущие мировые университеты, достаточно взять хотя бы один показатель – публикационную активность. Сейчас у СПбПУ в базе Scopus представлено 9411 статей. Это почти в два раза превышает начальные требования к вузу-участнику конкурса «5-100-2020». Правда, большинство научно-педагогических работников вуза за год не опубликовало ни одной статьи, которую индексируют международные базы. А вот сотый вуз в QS-рейтинге – University of California, Davis – имеет 107000 публикаций в базе Scopus, что превышает показатели СПбПУ более чем в 11 раз. Здесь, конечно, нужны какие-то радикальные программы исправления ситуации. Например, регистрация вузовских изданий, индексируемых в Scopus и Web of Science.

### **Прогноз конкурентоспособности на ближайшие годы**

Какие же показатели, характеризующие деятельность вуза, будут приниматься во внимание при подведении итогов выполнения программы «5-100-2020»? Рассмотрим эти показатели на примере СПбПУ.

Основные показатели

		2012	2020
1	Количество статей, опубликованных в СПбПУ и индексируемых в Scopus и WoS на одного научно-педагогического работника	0,09	0,2
2	Средний показатель цитируемости	12.5	20
3	Доля зарубежных профессоров, преподавателей и исследователей в численности СПбПУ	1 %	5 %

4	Доля иностранных студентов	10 %	15 %
5	Средний балл ЕГЭ студентов СПбГПУ, принятых в 2012 (2019) году	74	78
6	Доля доходов от внебюджетных источников в структуре доходов СПбГПУ	45 %	60 %

#### Дополнительные показатели

		2012	2020
7	Годовой объем НИОКР на одного научно-педагогического работника	350 тыс. руб	1000 тыс. руб
8	Доля молодых научно-педагогических работников (без уч/ст до 30 лет, к/н до 35 лет, д/н до 40 лет)	19 %	25 %
9	Количество международных научно-образовательных центров	14	24

### **Объективные факторы, определяющие необходимость повышения конкурентоспособности университетов**

Стремительное изменение процессов создания новых знаний, технологий, продуктов оказывает существенное влияние на развитие высшего образования. Тенденции, складывающиеся в мире, диктуют необходимость серьезных качественных изменений в системе российского образования, которая заметно запаздывает в сравнении с динамикой процессов мировой образовательной системы. Существует опасность, что если российская высшая школа не займет активной позиции, она будет поглощена в мировой образовательный рынок в качестве периферии. Чтобы этого не произошло, ведущим российским вузам необходимо кардинально пересмотреть приоритеты направлений деятельности и определить наиболее перспективные из них, способные дать результат в ближайшей перспективе.

Среди существенных внешних факторов, оказывающих воздействие на конкурентоспособность российских университетов, можно выделить следующие.

1. Переход от экономики товаров к экономике знаний. Государственные и частные расходы на образование в странах Организации экономического сотрудничества и развития составляет 6,1 % ВВП, а в России всего лишь 4,7 %. Процент инвестиций в науку и технологии в нашей стране отстает от зарубежных стран и составляет не более 1 %, в то время как в США и странах Западной Европы эта цифра составляет 2 – 3 %. Ведущие российские университеты занимают 11-е место в мире по привлечению денег от крупного бизнеса. В расчете на одного ученого этот показатель составляет около 36,5 тыс. долларов.

2. Старение населения. В России в 2013 году население старше 65 лет составляло 13 % при средней продолжительности жизни 66 лет. По прогнозам к 2030 году это значение увеличится до 19 %. Численность молодого населения сокращается. Ожидается, что к 2016 году численность людей, вступающих в трудоспособный возраст сократится вдвое (1,3 млн). Аналогичная тенденция имеет место во всем мире. Доля «старого» населения в Японии, Сингапуре, Франции менее 8 %. Все это ведет к изменениям в структуре потенциальных потребителей услуг университетов. Растет спрос на дополнительное образование (непрерывное образование в течение жизни), а также сокращается набор на образовательные услуги программ бакалавриата.



3. Качество и стоимость жизни в стране. Качество жизни является важной составляющей учебного процесса, выступает в роли одного из основных критериев выбора того или иного учебного заведения и влияет на продуктивность образовательного процесса. Важной составляющей является внешний имидж и международная репутация страны.

4. Применение современных технологий в образовании. Использование инновационных технологий существенно повышает эффективность образовательных программ. Развивается рынок дистанционного обучения, при которой снижается нагрузка на преподавателя. Появляются интерактивные образовательные игры (проект MIT и Microsoft “Games-to-Teach”), онлайн-обучение на основе Massive Open Online Courses (МООС). Основой большинства МООС являются видеолекции на основе специальных технологических платформ, позволяющих упаковать знания максимально эффективным образом. Данные платформы создают специальные компании-провайдеры образовательного контента, специализирующиеся на предоставлении подобных услуг (например, Coursera, Udacity и др.). В свою очередь, адаптированная для пользователя платформа позволяет разрабатывать каждый отдельный МООС как уникальный продукт.

5. Создание и развитие системы стандартизации образовательных программ на международном и национальном уровне. Интеграция российских университетов в единое образовательное пространство требует пересмотра имеющихся образовательных программ с учетом международной системы стандартизации и сертификации. Подобная кооперация вузов способствует более эффективному реагированию на запросы мирового сообщества к уровню и содержанию образовательных услуг.

6. Форсированное развитие исследований и разработок в университетах. Определение приоритетных направлений в исследованиях и формирование центров технологических компетенций является крайне важным для продвижения российских университетов на глобальных рынках.

Все вышеуказанные факторы оказывают существенное влияние на конкурентоспособность российских университетов на международных рынках образования. Чтобы закрепить и постоянно улучшать свои позиции, вузу необходимо овладеть новыми функциями, присущими научно-исследовательским центрам, создающим инновационные решения в научно-технологической и образовательной сферах деятельности.

### **Заключение**

Таким образом, можно констатировать, что российское образование фактически перешло к активной интеграции в мировую образовательную систему, имея амбициозные и в чем-то даже «агрессивные» планы и задачи. Не копирование – а создание новых образовательных технологий, учитывающих специфику страны и ее ближайшие и долгосрочные стратегические задачи. Для вузов, участвующих в программе «5-100-2020» наступило трудное, но очень интересное время, сменившее апатию и равнодушие на активный поиск новых нетривиальных решений. Ближайшее время должно показать, насколько гибкими и профессиональными будут решения руководителей этих вузов и Министерства образования и науки России, чтобы «утечка мозгов» поменяла направление на обратное.

## **О ПРОБЛЕМЕ ПОВЫШЕНИЯ МОТИВАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ В СОВРЕМЕННОМ ОБЩЕСТВЕ**

---

Розанова С.А.

Rozanova S.A.

Moscow state university of radio engineering, electronics and automatics, Moscow, Russia  
*srozanova@mail.ru*

The following global problem is under consideration: how to develop motivation to study mathematics in the modern world. The problem is urgent due to: the increasing role of mathematics in the natural sciences, computer sciences and humanities, loss of interest in obtaining mathematical knowledge among young people in Russia, Armenia and other countries.

Fundamental level of this problem, like mathematics itself, is a top priority of existence and prosperity of the state and society, as well as scientific and technological progress.

The scientific novelty of the proposed integrated approach is determined to solve this problem.

**Актуальность** проблемы обусловлена: возрастанием роли математики в естествознании, компьютерных и гуманитарных науках; падением интереса к получению математических знаний в молодежной среде России, Армении и др. странах. Уровень фундаментальности обусловлен тем, что эта проблема, как и сама математика, является важнейшим приоритетом существования и процветания государства и общества, а также научно-технического прогресса.

**Научная новизна** определяется предлагаемым комплексным подходом к решению поставленной задачи:

- формулирование концептуальных положений развития мотивации к изучению математики и создание методик их реализации, направленных на приоритетное отношение общества и государства к математике;
- рассмотрение развития мотивации к изучению математики школьников и студентов вузов различных профилей;
- рассмотрение проблемы для общества в целом (государственные структуры, средства массовой информации, бизнес, семья и пр.).

**Практическая значимость:** Полученные результаты могут быть использованы школами, вузами и обществом в целом (государство, СМИ, бизнес, семья)

Необходимость исследования вызвана сложившимся в последнее время негативным отношением к математике в нашем современном обществе (в выступлениях некоторых ученых, педагогов, писателей в СМИ, в том числе и на канале «Культура»).

Среди ряда разнообразных причин возникновения такой тенденции следует отметить:

1. недостаточное понимание сути и роли математического образования в современном обществе, его социальной значимости;
2. сложность математики как учебного предмета и трудность ее усвоения массовым школьником и студентом (красиво подчеркнул это качество математики Б.Рассел: «Математика владеет не только истиной, но и высшей красотой – красотой холодной и суровой, подобной красоте скульптуры, возвышенно чистая, способная к такому строгому совершенству, которое доступно только величайшему искусству»);
3. не всегда удовлетворительным качеством преподавания математики в школах и вузах;
4. предметное содержание учебного материала бывает неадекватно сложившимся социальным реалиям;

5. качество подготовки учителей и преподавателей нуждается в совершенствовании.

Проблема негативного отношения к математике является проблемой не только российского общества, но и многих других стран. Так, например, краковские школьники обратились к члену государственного совета с просьбой посодействовать отмене преподавания в школах математики, поскольку по их мнению, она ни для чего не нужна.

#### **Возникает дилемма:**

- Либо уступить негативным требованиям общества и сократить число часов на математику или вообще ее отменить.
- Либо «поступить так, как учит природа, которая разбрасывает тысячи зерен, хотя лишь несколько из них упадут на плодородную почву. И из этих нескольких зерен позже вырастут Паскаль, Гаусс и Больяи...» (Г.Штейнгауз, «Математика – посредник между духом и материей»).

Все это вызывает острую необходимость решения обозначенной проблемы.

В настоящий момент существует некоторое количество исследований как российских, так и зарубежных исследователей педагогов и психологов по проблемам развития мотивации к изучению математики. Но в педагогических работах (диссертациях, статьях) они носят характер исследований для конкретных категорий обучаемых (и далеко не для всех), например, «Развитие мотивации к изучению математики учащихся классов лингвистической направленности» (Вельмисова С.Л.), «Формирование мотиваций к изучению математики как технология эффективности обучения учащихся» (Плехова Л.М.) и др. Другая группа исследований направлена на поиск всевозможных игровых ситуаций для повышения интереса учащихся, увлечение которыми выхолащивает фундаментальность самой математики.

Этого, конечно, недостаточно, возникает необходимость в поисках совершенствования подходов к преподаванию математики, выделение тех базовых идей и методов в математике, овладеть которыми необходимо каждому образованному человеку (концептуальные положения), создание соответствующих примерных программ; создание инновационных пособий по математике, обеспечивающих наглядность математических идей и их приложений, содержащих исторические факты, задачи практического характера, занимательные задачи и т. п., повышающие мотивацию.

#### **Некоторые пути решения проблемы:**

Одним из важнейших способов улучшения общественного мнения о математике – активное продвижение и распространение сведений о ней, дополняющих школьные учебники.

##### **1. Поддержка решения проблемы на государственном уровне.**

В ряде развитых стран за последние годы значительно увеличился интерес к изучению математики, благодаря определенной, часто жесткой, политике государств, понимающих важность развития фундаментальных наук для своих стран. Например, в Европейском союзе, который является одним из богатых регионов в мире, поддержка науки и образования, в том числе и математического, осуществляется через важнейшие инструменты региональной политики – структурные фонды (Европейский фонд регионального развития, Европейский социальный фонд и др.). Европейский социальный фонд разработал оперативную программу «Человеческий капитал». В этой программе выделены 9 приоритетов, из которых важное место занимают высокое качество системы образования, высшее образование и наука.

В США еще при Буше-младшем по результатам работы экспертной комиссии принята программа приоритетных направлений, в которой важнейшее место занимает повышение

качества математического образования. Такие меры на государственном уровне дают мощный импульс для развития научных и психолого-педагогических исследований.

Другим примером может служить выставка Гете-Института «Ощути математику», которая проходила в феврале 2013 г. в Политехническом музее Москвы под девизом «Делай сам и думай сам».

Президент России В.В. Путин 7 мая 2012 года подписал Указ «О мерах по реализации государственной политики в области образования и науки», в котором, в частности, поручается Правительству Российской Федерации разработать и утвердить в декабре 2013 г. Концепцию математического образования в Российской Федерации на основе аналитических данных о состоянии математического образования на различных уровнях образования.

Московский Департамент образования в 2012 г. в Доме Учителя г. Москвы под руководством министра образования г. Москвы, начальника Московского Департамента образования И.И. Калины провел совещание о проблемах математического образования, в работе которого приняли участие представители Научно-методического совета по математике Министерства образования и науки РФ (НМС), директора ряда физматшкол, директор ЦНМО И.В. Яценко и др. В результате 2-х часовой беседы и обмена мнениями участники совещания пришли к выводу о необходимости разработки ряда предложений и мер по повышению мотивации к изучению математики в современном обществе.

Весь мир ищет пути, формы и методы развития мотивации к изучению математики в быстро меняющихся условиях существования человечества.

## **2. Роль государственно-общественной организации «Научно-методический совет по математике Министерства образования и науки» (НМС) в решении проблемы.**

НМС ставит перед собой **цель** по разработке и внедрению научно-учебно-методического комплекса, организационных и научно-практических мероприятий, обеспечивающих повышение качества математического образования учащихся средней школы, НПО, СПО и студентов ВПО нематематических специальностей.

НМС сформулировал предварительный план работ и некоторые направления работ по повышению мотивации к изучению математики учащимися и студентами.

1). Создание научно-учебно-методического комплекса по математике (НУМКМ), направленного на повышение мотивации к изучению математики.

Обобщение опыта преподавания курса «Математика и информатика» студентам гуманитарных специальностей и экспертиза существующих ГОС последнего поколения и на этой основе

- выделение тех базовых идей и методов математики, овладеть которыми необходимо всем (концептуальные положения);
- создание соответствующих примерных программ;
- создание инновационных пособий по математике, в том числе и электронных, обеспечивающих наглядность математических идей и их приложений, содержащих исторические факты, задачи практического содержания, занимательные задачи и т.п. и повышающих мотивацию;
- разработка методических материалов для повышения научного уровня учебников, учебных пособий и методических рекомендаций учителям математики[1].

2). Разработка и апробация организационных и научно-практических мероприятий по внедрению НУМКМ:

- проведение творческих семинаров для преподавателей средних школ, НПО, СПО и ВПО на базе НМС (МИРЭА и РУДН);
- создание лектория для родителей, школьников и студентов для формирования правильных представлений о сути математики, её роли в обычной жизни, её значения при выборе будущей профессии. С этой целью использовать средства массовой информации, в том числе и телепрограмму «Академия» на канале «Культура», и привлекать членов НМС для достижения этой цели;
- привлечение преподавателей математики и талантливых учеников физматшкол (и, возможно, других школ) к участию в школах молодых учёных, российских и международных конференциях, ежегодно проводимых НМС, с публикацией научных и научно-методических результатов;
- приглашение ведущих учителей математики школ к участию в работе секции средних школ, секции средних технических учебных заведений, секции компьютерной поддержки математического образования;
- проведение соревновательных мероприятий по математике для массового участия школьников и студентов с целью воспитания их успешности (пилотный проект на инновационных площадках НМС) [2].

### **3.Необходимость объединения усилий научно-педагогической общественности на мировом уровне для проведения психолого-педагогических исследований по проблеме «Развитие мотивации к изучению математики в условиях реформирования образования: школы, вузы, общество».**

В итоге для реализации этих планов необходимо:

- провести сравнительный анализ состояния развития мотивации к изучению математики и методики их реализации для школ, вузов (педагогических, технических, экономических);
- разработать концептуальные положения развития мотивации к изучению математики и методики их реализации для школ, вузов (педагогических, технических, экономических, гуманитарных);
- структурно рассмотреть в определении мотивации ее профессиональную и общекультурную составляющие;
- сформулировать концептуальные положения, направленные на изменение отношения к математическому образованию в социуме (государство, СМИ, бизнес);
- на основе этих концептуальных положений разработать психолого-педагогическую концепцию состояния развития мотивации к изучению математики и методики их реализации для школ, вузов различного профиля;
- разработать методики использования информационных технологий как эффективного механизма повышения мотивации к изучению математики в школах;
- организовывать и проводить международные конференции, симпозиумы, семинары серии «Образование, наука, экономика в вузах. Интеграция в международное образовательное пространство», математические школы для молодых ученых и одаренных школьников, рассматривая их как эффективный механизм повышения мотивации к изучению математики.

“Работа выполнена при поддержке РГНФ, проект №14-26-20004”

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Розанова С.А. математическая культура студентов технических университетов. М. Физматлит, 2003, с. 1-176.

2. Розанова С.А. О необходимости повышения мотивации к изучению математики в современном обществе. Тезисы Четвертой международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения члена-корреспондента РАН, академика Европейской академии наук Л.Д. Кудрявцева. Москва, РУДН, 25-29 марта 2013, с.593-595

“Работа выполнена при поддержке РГНФ, проект №14-26-20004”

---

## КОМПЕТЕНТНОСТНЫЙ ПОДХОД В ВЫСШЕМ ОБРАЗОВАНИИ: МИФ ИЛИ РЕАЛЬНОСТЬ

Сенашенко В.С.

*Российский университет дружбы народов,  
Россия, 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Макля, д. 6  
e-mail - vsenashenko@mail.ru*

Аннотация. В работе анализируются объективные трудности, которые возникают при переходе высшей школы к подготовке выпускников на основе компетентностной модели. Отмечается неконструктивный характер «компетентностного подхода» к решению дидактических проблем отечественного высшего образования.

**Abstract.** In work are analyzed objective difficulties, which appear when transition the high school on new educational standards, in base which prescribed competence model of training the specialist. Inconstrutional nature «competence of the approach" is emphasized to decision of the didactic problems of the fatherland higher education

Проблемы совершенствования системы образования начали обсуждать ещё в советское время, поскольку имели место признаки её недостаточной эффективности. К ним, как правило, относили: дисциплинарное построение образовательных программ и отсутствие в образовательных программах по специальностям высшего образования научно обоснованных механизмов формирования междисциплинарных связей, слабо выраженную самостоятельность обучающихся в учебном процессе, недостаточный опыт применения полученных знаний для решения выпускниками вузов практических задач.

Со временем, уже в постсоветское время все эти очень разные проблемы были объединены в одну – как неумение отечественной высшей школы формировать у студентов «компетенции» и, прежде всего – «профессиональные компетенции». Так появился «компетентностный подход» как предполагаемый инструмент устранения недостатков, обнаруженных в российском образовании. Следует, однако, подчеркнуть, что в действительности, особенно в нынешних условиях, проблема несоответствия образования выпускников высшей школы требованиям рынка труда гораздо сложнее и её решение во многом находится за пределами сферы образования

В значительной степени от ощущения безысходности и непонимания того, почему же происходит обрушение столь мощной системы образования, отчетливо проявилась тенденция, не только в России, но и во всех постсоветских республиках, к заимствованию зарубежного опыта. На первом плане оказалась образовательная система страны с самой мощной экономикой – США, высшая школа которой и стала объектом для копирования. Однако структура советской, а затем российской высшей школы коренным образом отличалась от систем образования западных стран, в том числе и США. Образовательная

система каждой страны это зеркало её культурной, социальной и экономической жизни, существенная составляющая складывавшейся столетиями среды обитания её населения.

Стратегической целью реформы высшей школы, зафиксированной во всех официальных документах, принято считать повышение качества высшего образования. Всем понятны и хорошо известны необходимые условия для достижения поставленной цели. Это наличие квалифицированного и мотивированного вузовского преподавателя, подготовленного абитуриента, современного материально-технического оснащения образовательного процесса. Поэтому не следует полагать, что столь масштабную задачу можно решить, опираясь на компетентностную модель выпускника вуза[1], наращивая в деятельности высшей школы экономическую составляющую рыночной направленности с последующей её редукцией в «сферу услуг»[2].

В настоящее время среди множества проблем, возникающих в ходе реформирования высшей школы России, «компетентностный подход» к формированию образовательных стандартов и образовательных программ высшего образования уходит на второй план. Внимание научно-педагогической общественности привлечено к новому федеральному закону «Об образовании в Российской Федерации» и его применению на практике, аспирантуре как образовательная программа высшего образования третьего уровня, созданию прикладного бакалавриата, «реальной» модели выпускника высшей школы, формированию новой правовой и нормативной базы дополнительного профессионального образования, сопряжению основных программ высшего образования и дополнительных профессиональных образовательных программ, реструктуризация сети высших учебных заведений, реформе системы аттестации научных и научно-педагогических кадров. Всё еще в стороне остаются проблемы закрепления квалификация как профессиональной характеристики выпускника высшей школы, подготовка научных и научно-педагогических кадров высшей квалификации в условиях, когда аспирантура (адъюнктура) становится программой высшего образования третьего уровня.

Однако обсуждение «компетентностного подхода» и связанных с ним проблем всё же продолжается, скорее, быть может, по инерции. А возможно ещё и потому, что осознаваемый значительной частью научно-педагогической общественности деструктивный характер трансформации дидактических основ отечественного высшего образования, содержание которой составляет «компетентностный подход», превзошел все мыслимые масштабы. Но уже совершенно очевидно, что обращение при разработке ФГОС ВПО к компетентностной модели как несущей конструкции образовательных программ отечественного высшего образования было ошибочным шагом на пути решения ключевых проблем высшей школы и прежде всего проблемы повышения качества высшего образования.

Многочисленные неувязки, возникающие при попытке выстроить текущую образовательную практику, опираясь на государственные образовательные стандарты третьего поколения, в основу которых положена компетентностная модель выпускника высшей школы, носят системный характер и говорят о её методологической несостоятельности. «Компетентностный подход» это некий фантом, появившийся по причине низкого уровня образовательной культуры, а точнее «педагогического невежества» инициаторов его внедрения в отечественное высшее образование.

В результате ФГОС ВПО нуждаются в серьезной корректировке с тем, чтобы привести их в соответствие в части понимания «компетенции» в Трудовом кодексе РФ и Законе «Об образовании в РФ». По крайней мере, в нормативных документах Минтруда России — [федерального министерства](#), осуществляющего функции по выработке государственной политики и [нормативно-правового регулирования](#) в сфере [труда](#), да впрочем и в Законе об образовании в РФ, «компетентностная модель» выпускника высшей школы в том виде, в котором она закладывалась в ФГОС ВПО, не нашла подтверждения. Сегодня становится очевидным, что «компетентностная модель» выпускника высшей школы с самого начала была и фактически остается внутриведомственным изобретением.

Следует, однако, заметить, что и ведомство (Минобрнауки РФ) уходит от «компетентностной модели», первоначально вложенной в ФГОС ВПО. Так, в Приказе Министерства образования и науки Российской Федерации от 1 июля 2013 г. № 499 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным профессиональным программам» фактически поставлен знак равенства между компетенцией и квалификацией: «...получение новой **компетенции (квалификации)**, заявленных в программе». Правда, компетенция, как следует из Закона «Об образовании в РФ» и об этом более подробно будет сказано ниже всего лишь одна из составляющих квалификации. Но в данном случае это не столь важно, поскольку с другой стороны знания, умения, навыки это составляющие одновременно и квалификации, и компетенции. Неоднозначности толкования можно было избежать, если бы Законодатель, дал четкое определение понятия «компетенция», используя его в Федеральном Законе одновременно и как составляющую образования, и как составляющую квалификации. Главное, однако, в том, что на уровне Минобрнауки РФ происходит осознание абсурдности ситуации, сложившейся с ФГОС ВПО, разработанных на основе «компетентностного подхода».

Обратимся к Приказу Минтруда России №148н от 12 апреля 2013 г. «Об утверждении уровней квалификации в целях разработки проектов профессиональных стандартов» (далее Приказ). Согласно этому Приказу полномочия и ответственность работника определяется на основе тарифно-квалификационной характеристики (ТКХ). В качестве показателей уровня квалификации принимается характер знаний и умений работника. Определение уровня квалификации включает также описание основных путей его достижения.

Так, например, 6-й уровень квалификации, который согласно ТКХ определяет полномочия и уровень ответственности работника следующим образом: «Самостоятельная деятельность, предполагающая определение задач собственной работы и/или подчиненных по достижению цели. Обеспечение взаимодействия сотрудников и смежных подразделений. Ответственность за результат выполнения работ на уровне подразделения или организации». При этом умения должны обеспечить разработку, внедрение, контроль, оценку и корректировку направлений профессиональной деятельности, технологических или методических решений, а характер знаний - применение профессиональных знаний технологического или методического характера, в том числе, инновационных, самостоятельный поиск, анализ и оценку профессиональной информации. И, наконец, в качестве основных путей достижения требуемого уровня квалификации предлагается освоение образовательных программ высшего образования на уровне бакалавриата или образовательных программ среднего профессионального образования - программ подготовки специалистов среднего звена. Кроме того, при необходимости рекомендуется освоение дополнительных профессиональных программ и приобретение практического опыта.

В принятом определении уровня квалификации обращает на себя внимание два момента. Во-первых, в числе основных путей достижения требуемого уровня квалификации рекомендуется освоение дополнительных профессиональных программ и приобретение практического опыта, что может рассматриваться как неотъемлемая часть процедуры профессиональной сертификации выпускника высшей школы. И, во-вторых, образовательные программы бакалавриата и среднего профессионального образования Минтруд России относит к одному и тому же квалификационному уровню, что, по меньшей мере, должно явиться предметом дискуссии.

Представляют также интерес появившиеся в последние годы определения квалификации. Так, Трудовой кодекс Российской Федерации, начиная с 15.12.2012 года (статья 195.1) квалификацию работника определяет следующим образом: «Квалификация работника - уровень знаний, умений, профессиональных навыков и опыта работы работника». Более того, Закон «Об образовании в РФ», который вступил в силу с 01.09.2013, согласно п. 5 ст. 2 гласит, что «квалификация - уровень знаний, умений, навыков и



компетенции, характеризующий подготовленность к выполнению определенного вида профессиональной деятельности». В этой формулировке, как видно, речь не идет о множестве компетенций, фигурирующих в текстах ФГОС ВПО по специальностям и направлениям высшего образования. Если же понятие «компетенция», используемое в Законе «Об образовании в РФ» рассматривать как полномочия и ответственность работника, которые определяются на основе тарифно-квалификационной характеристики, то определения квалификации в Трудовом кодексе РФ и в Законе об образовании в РФ становятся практически идентичными. При этом «компетенция», наряду со знаниями, умениями и навыками представляет собой одну из составляющих квалификации.

Очевидно, для профессиональной среды понятие «компетенция» имеет «родовой» статус и отражает существенные свойства того или иного вида профессиональной деятельности, по своей природе практически всегда имеющей междисциплинарный характер. В прошлом в качестве инструмента оценки соответствия профессиональных и личностных качеств специалиста использовалась квалификационная характеристика, выступая, по сути, как нормативный документ, интегрирующий необходимую для успешной профессиональной деятельности совокупность умений и навыков в их современной трактовке. Одновременно с квалификационной характеристикой использовалось понятие «компетенция», чтобы очертить круг обязанностей специалиста, занимавшего ту или иную должность, которую он мог профессионально исполнять, опираясь на полученное им образование и накопленный опыт практической работы[3-7].

Поэтому при рассмотрении проблемы внедрения «компетентного подхода» в образовательный контекст отечественной высшей школы с самого начала следует разграничить область применения понятия «компетенция»: «компетенция в образовании» и компетенция в профессиональной деятельности – «профессиональная компетенция».

Трудности перехода высшей школы к работе на основе новых образовательных стандартов различными представителями образовательного сообщества видятся по-разному. Для тех, кто погружен в компетентностную модель они носят характер технологический. Их заботит, какое количество компетенций в том или ином образовательном стандарте. Почему их количество различно для родственных направлений, относящихся к одной и той же укрупненной группе направлений и т.п. А для тех, кто не принимает компетентностную образовательную модель и её механическую имплантацию в отечественное образование из другого образовательного пространства, имеющего свою историю, свои традиции, все эти сложности становятся вторичными по отношению к целесообразности её использования и воспринимаются как методологические.

Внедрение компетенций по западному или «квазизападному» образцу ставит под сомнение дееспособность отечественной системы образования в плане обеспечения качества подготовки квалифицированных специалистов, её готовность к самосовершенствованию. Следует, очевидно, напомнить, что в прошлом ответственность за формирование профессиональной компетенции у выпускников вузов в значительной степени ложилась на работодателя. Именно с этой целью в начале своей профессиональной деятельности выпускник вуза на несколько лет получал статус молодого специалиста.

Перед высшей школой никогда не ставилась задача обучить жизни своих выпускников в полном объеме и на все случаи. А вот дать качественное образование и научить пользоваться им в жизни это задача для высшей школы первостепенная.

При внимательном рассмотрении отличия между традиционной знаниевой моделью и компетентностной моделью специалиста, якобы использовавшейся при разработке ФГОС ВПО, имеют исключительно организационно-технологический характер. Тем более, что фактически была предложена и использована некая «новая» - «эkleктическая модель», которую ни знаниевой, ни компетентностной моделью специалиста не назовешь. И не зачем огород городить, выдавая это новшество за компетентностный подход[9], поставив тем самым «на уши» всю систему отечественного высшего образования, "заморачиваться" по

этому поводу. Если уж говорить о «ноу-хау», то это та самая эклектика смешения различных образовательных моделей.

Наблюдаемое в жизни неумение выпускников высшей школы использовать полученные знания на практике из-за отсутствия необходимых для этого навыков, может быть компенсировано путем обучения недостающим для успешной социальной практики умениям и навыкам, которые выражаются, как правило, в виде определенных социальных действий[8], после появления ФГОС ВПО называемых компетенциями.

Более сложной проблемой является часто встречающееся недостаточное понимание обучающимися результатов обучения, более того, отсутствие понимания итогов повседневной практической работы, их осознания. Порой для этого не хватает просто времени. Но в целом это серьезная дидактическая проблема, решение которой должно начинаться на школьной скамье, уделяя особое внимание формированию первичных умений оценивать результаты собственных действий уже в школьные годы с последующим превращением их в устойчивые навыки.

После перехода высшей школы на уровневую структуру образовательных программ и, в частности, появления «академического бакалавриата» взаимодействие высшей школы с рынком труда должно становиться всё более предметным. В этом случае работодатель берет ответственность за формирование у принимаемого на работу специалиста необходимых ему компетенций для эффективного исполнения определенных служебных обязанностей на себя. И это звено западных экономик успешно работает. Но в России не так давно появился новый тип работодателя совсем не тот, который олицетворял государство, и с которым высшая школа успешно взаимодействовала в решении образовательных проблем, а совершенно иной, представляющий рыночную экономику и свойственные ей отношения. Здесь то и возникают основные проблемы выстраивания конструктивного взаимодействия высшей школы с рынком интеллектуального труда.

Вместо выявления и понимания истинного смысла понятия «компетенция» в контексте отечественной системы высшего профессионального образования, всё ещё происходит его мистификация, поиск чего-то такого, что заведомо находится за пределами системы образования. Новый Закон «Об образовании в РФ», как уже говорилось выше, уточняет расстановку акцентов, определяя образование как «...совокупность приобретаемых знаний, умений, навыков, ценностных установок, опыта деятельности и компетенции определенных объема и сложности...». Из этого определения без какой-либо мистификации следует, что объем и сложность компетенции выпускника высшей школы должны соответствовать, накопленному им опыту учебной деятельности к моменту окончания вуза.

Складывается ложное представление о том, что позиционирование компетенций в качестве образовательного результата освоения основных образовательных программ высшей школы в контексте ФГОС способствует выстраиванию диалога между работодателем как заказчиком и вузом как поставщиком образовательного результата, делая его более продуктивным.

На самом деле, как показано выше, имеются явные признаки того, что компетенции, которые определены в ФГОС ВПО по отношению к современной образовательной среде высшей школы выступают в качестве если не инородной, то уж, по крайней мере, несовершенной, а возможно и более того - избыточной конструкции.

Сегодня работодатель, согласуя свои действия с высшей школой, должен в результате совместных усилий найти применительно к новым социальным и экономическим условиям современное решение этой проблемы, тем самым взяв на себя обеспечение молодого специалиста недостающими для его успешной профессиональной деятельности умениями. Варианты могут быть самые разные: то ли это будет происходить на рабочем месте под началом опытного специалиста-наставника, как это было раньше, то ли путем освоения одной или нескольких дополнительных профессиональных программ, необходимых для прохождения процедуры профессиональной сертификации, то ли как-то иначе. Главное

заключается в том, что во всех этих случаях решение принимает работодатель, как лицо, заинтересованное в получении специалиста требуемой квалификации.

Попытки приспособить положенный в основу ФГОС ВПО «компетентностный подход» для решения образовательных проблем высшей школы, проблема не единственная. Тем более, во многом непродуманная, а скорее представляющая собой аварийный отклик органов управления высшей школой на неожиданно появившееся многообразие рыночных механизмов формирования сферы труда. Опасность заключается в том, что в сложившейся ситуации вузы будут пытаться наращивать, не свойственные им виды деятельности, в ущерб решению своей главной задачи – подготовки специалиста с добротным университетским образованием, осознавшего необходимость профессионального маневра в своей будущей деятельности.

Следует ещё раз подчеркнуть, что сложность проблемы заключается, прежде всего, в распределенном характере реализации компетентностного подхода, когда на студенческой скамье реализуется образовательная составляющая модели специалиста. Тем самым, при нынешней организации учебного процесса и состоянии его ресурсного обеспечения высшая школа может быть ответственна за реализацию таких образовательных программ, которые полностью соответствуют знаниевой модели специалиста. «Профессиональная доводка» выпускника высшей школы является существенной частью компетентностного подхода и в значительной степени находится в поле интересов и профессиональной ответственности работодателя.

На самом деле пропасть, образовавшаяся в последние десятилетия между образовательной и профессиональной средой, имеет совершенно иную природу, корнями своими уходящую в рыночный характер экономических отношений. Поэтому и механизмы её заполнения должны, очевидно, иметь рыночную основу. Но какие последствия это будет иметь для системы образования, характера отношений между различными субъектами образовательной деятельности? Эта проблема заслуживает особого внимания и нуждается в исчерпывающем анализе.

В результате введения ФГОС ВПО на основе «компетентностного подхода», а точнее некоторой «эклектической модели» специалиста, высшая школа погружается в режим имитации весьма странной околообразовательной деятельности. С обманом в таких масштабах система отечественного высшего образования ещё не сталкивалась. Преподаватели, следуя ФГОС ВПО, вынуждены делать вид, что они гарантируют приобретение учащимися требуемых компетенций в виде способностей, Рособрудзор РФ делает вид, что владеет инструментарием оценки этих компетенций и выносит вердикт об эффективности теперь уже образовательных организаций высшего образования. А в итоге на уровне системы образования формируется некий «образовательный фантом» с непредсказуемыми последствиями для качества выпускаемых высшей школой специалистов.

Многообразие определений понятия «компетенция» свидетельствует ещё и том, что возможны различные уровни реализации «компетентностного подхода. Следует помнить, однако, что компетентностный подход в его «всеобъемлющей» формулировке (неплохо было бы его разработать) вряд ли станет доступен для практической реализации на нынешней ресурсной базе системы образования. Не случайно многие исследователи фиксируют его сложный характер, как в определении, так и в оценке практической значимости.

Особую тревогу вызывает тотальное распространение так называемого «компетентностного подхода», когда он становится практически составной частью образовательной политики. [Смена](#) образовательной парадигмы представляет собой научную революцию в образовании. Но имеются ли для этого основания? То, что происходит в высшем образовании в настоящее время, делается с оглядкой на Запад. Но, как известно, динамика развития западных образовательных систем совершенно иная, чем отечественной системы образования, с другими, как говорят математики, начальными условиями.

И если учесть, наконец, что основой компетентностного подхода является ориентированность на решение выпускником практических задач, хотелось бы понять будет

ли «универсально образованный выпускник», на подготовку которого ориентированы ФГОС ВПО, обладать реальной способностью решать поставленные перед ним конкретные прикладные задачи?

Было бы более конструктивно, если сосредоточиться на квалификационных требованиях к выпускнику высшей школы, добиваться их выполнения и искать ресурсы для повышения качества образования, совершенствуя формы учебной деятельности, обновляя перечень и содержание учебных курсов, улучшая номенклатуру направлений и специальностей, применяя новые методы подачи учебного материала и организации учебных занятий. Этот алгоритм образовательной деятельности понятный и студентам и преподавателям. При этом главной задачей становится формирование и у студентов и у преподавателей мотивированного отношения к качественной образовательной деятельности.

Таким образом, внедряемая без надлежащего научного анализа «компетентностная модель» выпускника высшей школы в систему образования России оказалась неэффективной как инструмент конструктивного решения проблем совершенствования учебного процесса и повышения качества отечественного высшего образования.

Основная проблема заключается в том, что формулированная в ФГОС ВПО цель – формирование компетенций студентов - не может быть достигнута в рамках традиционного образовательного процесса. И не только потому, что не получила соответствующего содержательно-технологического обеспечения[1]. Традиционная форма организации учебного процесса, конституируемая ФГОС ВПО, не соответствует цели поставленной этими же образовательными стандартами. Более того, Интернет-тестирование студентов, как составная часть процедуры аккредитации реализуемых вузом образовательных программ проверяет знания у студентов, а ни как не их компетенции. Это означает, что органы управления сферой высшего образования с одной стороны, продолжая работать в рамках традиционной образовательной модели, а с другой, – не отвергая всё ещё продолжающуюся риторику вокруг «компетенций», «компетентностного подхода», «компетентностной модели» выпускника и пр., наращивают тем самым эклектическую составляющую в понимании дидактических проблем высшей школы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Серякова С.Б., Красинская Л.Ф. Реформа высшего образования глазами преподавателяб результаты исследования. Высшее образование в России. 2013, № 11. С. 22-29.
2. Сенашенко В.С., Ткач Г.Ф. О некоторых тенденциях реформирования российской высшей школы. Высшее образование в России. №10. 2010, с. 29-42.
3. Сенашенко В.С. О компетентностном подходе в высшем образовании. Высшее образование в России. 2009, №4. С. 18-24.
4. Сенашенко В.С., Кузнецова В.А., Кузнецов В.С. О компетенциях, квалификации и компетентности. Высшее образование в России. 2010, № 6. С.18-23.
5. Сенашенко В. С., О концептуальных основах нового поколения ГОС ВПО. Alma Mater (Вестник высшей школы). 2008, № 9 С. 11-22
6. Сенашенко В.С., Кузнецова В.А., Кузнецов В.С. О некоторых проблемах функционирования и развития высшей школы России. Alma Mater (Вестник высшей школы). 2011, № 3. С. 14-21.
7. Сенашенко В.С. О переходе высшей школы на новые образовательные стандарты. Alma mater (Вестник высшей школы) 2013, № 8. С. 6-14.
8. Боровских А.В., Попов Л.В., Розов Н.Х.. Стандарт на вырост. Сборник докладов участников XVIII Академических чтений Международной академии наук высшей школы «Модернизация образования в России и государствах-участниках СНГ: достижения и потери». Россия, г. Звенигород Московской области 17-19 октября 2012 г. с. 3-26.

9. Lyle M. Spencer, JR., PhD Signe M. Spencer. Competence at work. Models for Superior Performance. John Wiley & Sons, Inc. (Лайл М. Спенсер-мл. и PhD Сайн М. Спенсер. Компетенции at work. Модели максимальной эффективности работы). Пер. с англ. М: НРРО, 2005.- 384 с.

---

## **РОЛЬ МОТИВАЦИЙ В ПРОФЕССИОНАЛЬНОМ СТАНОВЛЕНИИ ПЕДАГОГА**

Смирнов Е.И.

*Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского, 150000, Россия, Ярославль, Республиканская, 108, тел.: +74852726235, e.smirnov@yspu.org*

**Abstract.** In this paper we discuss the new methodology of teacher training under the competence based education. We present the conception of development of student's motivation area in teaching mathematics using technologies founding and visual modeling.

**I.** Компетентностная модель образовательной программы профессионального педагогического образования основана на том, что конечной целью и итоговым показателем эффективности реализации программы должна выступать выработка у обучающихся профессиональных компетенций и мотиваций, которые в своей совокупности обеспечивают сформированность их профессиональной культуры и способность к реализации системы педагогических знаний в своей профессиональной деятельности. Профессиональная компетентность педагога включает не только представление о квалификации (профессиональные навыки как опыт деятельности, умения и знания), но также освоенные социокультурные и индивидуальные способности, обеспечивающие эффективность профессиональной деятельности. Это понятие нельзя свести ни к педагогическим способностям, ни к осмысленности педагога в сфере педагогики и психологии, ни к ансамблю личностных черт и т.п. Профессиональная компетентность педагога определяется единством его, специальной и психолого-педагогической подготовки, методологической сформированностью определенных компетенций, т.к. именно компетенции позволяют достигать лично значимых для него целей. Компетенция – это параметр социальной роли, который в личностном плане проявляется как компетентность, соответствие лица занимаемому месту, «времени»; это способность осуществлять деятельность в соответствии с социальными требованиями и ожиданиями. Компетенцию можно рассматривать как возможность установления связи между знанием и ситуацией или, в более широком смысле, как способность найти, обнаружить процедуру (знание, действие), подходящую для решения проблемы. Готовность специалиста к профессиональной деятельности заключается в усвоении им полного состава социальных знаний, профессиональных действий и социальных отношений, в сформированности и зрелости профессионально значимых качеств личности. В первую очередь она связана с освоением ключевых компетенций. Под ключевыми компетенциями понимаются качества личности, которые «эксплуатируются» в ряде смежных профессий, либо в большой группе разнопрофильных профессий. Эти качества личности входят в подструктуру профессионально важных, они определяют продуктивность (производительность, качество, результативность) не только в рамках конкретной профессии, а гораздо шире – во многих профессиях. Эти качества важны при выполнении любой деятельности, и не только профессиональной. Они многофункциональны – позволяют решать многие проблемы и задачи в повседневной жизни, в различных ситуациях; надпредметны и междисциплинарны – применяются на работе, в семье, в

образовательном учреждении, в общественно-политической, экономической сфере и т.д.; многомерны – включают разные интеллектуальные умения (аналитические, критические, коммуникативные и др.); требуют значительного интеллектуального развития: абстрактного и критического мышления, саморефлексии, определения собственной позиции, самооценки и т.д. Однако помимо ключевых компетенций молодому будущему педагогу – необходимо овладеть профессиональными компетенциями. Основными критериями их сформированности является готовность к совершенствованию своего методического мастерства и внесению позитивных изменений в образовательный процесс; к проектированию результатов учебно-воспитательного процесса в зависимости от используемых технологий обучения; к оцениванию своей педагогической деятельности и деятельности обучающихся на основании полученных результатов.

Компетентностный подход не приравнивается к знаниево-ориентированному компоненту, а предполагает целостный опыт решения жизненных проблем, выполнения профессиональных и ключевых (т.е. относящихся ко многим социальным сферам) функций, социальных ролей, компетенций (Е.Я.Коган, В.В.Лаптев, О.Е.Лебедев, Е.А.Ленская, А.А.Пинский, И.Д.Фрумин, Б.Д.Эльконин и др.). Он предполагает отказ от бессмысленного запоминания в пользу практичности знаний (владение информацией не есть умение ее вдумчиво и целесообразно использовать в практической деятельности, речь идет о «живом знании» – функциональной ценности человека, имеющей жизненный и личностный смысл). Таким образом, компетентностный подход – это подход, акцентирующий внимание на результате образования, причем в качестве результата рассматривается не сумма усвоенной информации, а способность человека действовать в различных проблемных ситуациях, его компетентность. При этом результаты образования признаются значимыми за пределами самой системы. Реализация компетентностного подхода в педагогическом образовании означает, что каждому преподавателю предстоит решать задачи не только по формированию системы знаний, умений и навыков студентов по конкретному предмету, но и компетентности личности. Поэтому особенно актуальным с современным периодом развития российского образования представляется углубление принципа фундаментализации (теоретического обобщения) для определения содержания и структуры математического образования будущих педагогов. Отметим, что данный принцип неоднократно использовался в педагогических исследованиях проблем высшей школы. Этот вопрос обсуждался в докторских диссертациях А.Г.Мордковича, В.А.Оганесяна, Г.Л.Луканкина, Г.Г.Хамова, Е.И.Смирнова и других.

Так, М.И.Шабунин (1994 г.) определяет содержание этого принципа требованием, чтобы:

а) математические понятия и методы решения задач имели достаточную степень обобщения, чтобы обеспечить широкие возможности их применения;

б) используемые математические понятия содержали точные определения, основные утверждения должны быть доказаны;

в) изложение материала было логически строгим, а последовательность его изучения согласована с потребностями смежных дисциплин;

г) курс математики заложил основы творческого применения полученных знаний для решения прикладных задач.

Однако, большинство рассматриваемых выше подходов реализуют линейную схему моделирования теоретического знания (в соответствии с известным тезисом: от простого – к сложному, от знания неполного, неточного – к более полному, к более точному), тогда как содержание математического образования должно рассматриваться, в частности, как целостная система знаний, умений, навыков, методов, представляющих собой профессионально необходимое расширение школьного математического содержания. Основным результатом эффективной модернизации и реализации образовательной программы профессионального педагогического образования является оптимизация

профессионально-предметной подготовки будущих специалистов, формирование новых моделей профессиональной ( в том числе, математической) деятельности на основе концепции фундирования [1] и наглядного моделирования[2]. Процессу актуализации этих ресурсов может способствовать развертывание «фундирующих модусов» (например, предметного опыта, рефлексивного и исследовательского поведения, развития мотивационной сферы, формирование индивидуального стиля педагогической деятельности) профессионального развития на основе наглядного моделирования . Фундирующие модусы позволяют создать «скелет» профессиональной готовности , вырастить студента до высокого уровня сформированности профессиональных компетентностей на основе начального их состояния и «наглядного видения» их идеального и обобщенного состояния . Фундирование – это есть поэтапное и направленное углубление теоретических и практических знаний и деятельности , направленные на развитие и дальнейшее совершенствование актуализированного опыта и профессиональных качеств педагога исходя из требований к школьному образованию. Основу фундирования образует теоретическое обобщение на основе развертывания наглядных моделей , ориентированное на поэтапное («спираль или кластер фундирования») движение к познанию сущности математических объектов, процессов и деятельности на основе актуализации личностных смыслов, а значит и развития мотивационной сферы обучаемых. Благодаря такой поэтапной и развернутой реализации образовательной программы высшего педагогического образования формируется устойчивая система профессионально-предметной деятельности в области построения фундированной надстройки школьного образования.

Актуальность рассмотрения вопросов, связанных с выявлением закономерностей педагогического образования на основе концепции фундирования, подтверждается динамикой мировых тенденций в свете Болонского процесса, анализом результатов профессиональной подготовки и деятельности в области педагогического образования. Более того, ГОС общего образования (второго поколения) определяют универсальный характер, общекультурную и фундаментальную направленность общего образования, ориентирует на овладение знанием о сущности и особенностях объектов и явлений действительности (природных, технических и пр.), понимание причинно-следственных, функциональных и иных связей и взаимозависимостей предметов, обобщенных способов деятельности. Достижение этих целей невозможно без глубокого овладения дисциплинами математического и естественнонаучного профиля. Также в ФГОС третьего поколения по направлению подготовки 050100 «Педагогическое образование» рекомендовано наличие математического и естественнонаучного цикла дисциплин для разных профилей профессиональной подготовки. К тому же иерархичность и структурность естественнонаучных знаний, обобщенность средств моделирования дают право рассматривать естественнонаучное направление как универсальную модель проектирования требований и результатов освоения основных образовательных программ (ООП) и новых стандартов высшего профессионального образования (ВПО), в том числе в области педагогического образования. Ведущая роль при таком рассмотрении принадлежит математическому образованию, а также ведущим положением математики как среди фундаментальных так и среди прикладных наук ( что проявляется в их интенсивной математизации) и объективной сложностью усвоения естественнонаучного содержания , обусловленного прежде всего многоступенчатым характером математических абстракций и отсутствием в большинстве случаев адекватных наглядных образов.

Более того, в последнее время усиливается также роль математики и естествознания как средства *гуманизации и социализации личности* в современном обществе как необходимого атрибута образовательной парадигмы XXI века. Другими словами, математика как образовательный предмет и составная часть естественнонаучной подготовки все больше рассматривается как гуманитарная ( общекультурная), а не только естественнонаучная дисциплина. Продуктивность мышления и восприятия, развитие предметной речи, логическая полноценность аргументации, развитие умственных способностей могут быть

реальным результатом математического образования при условии его разумной организации. Для студентов при изучении математики, особенно на начальных этапах усвоения учебного материала, структура изучаемых математических объектов и их существенные связи не всегда выступают за знаками и символами, выраженными в буквенно-цифровой и графической форме. Даже при наличии развитого фиксированного алфавита в использовании знаково-символических средств, правил обращения с ним, оперирования и перевода процесс в другие знаковые системы обучения математике объективно может привести к формализму в овладении знаниями. Преодоление формализма в усвоении содержания математических объектов представляет серьезную и далеко не решенную проблему в дидактике математики, особенно в подготовке учителя, когда формирование когнитивных актов и академического опыта с самого начала профессиональной подготовки должно осуществляться в контексте педагогической деятельности [3].

В то же время математический аппарат в естествознании эффективен для описания целостных систем, функционирующих в реальном мире, что позволяет исследовать их структуру и динамику, статику и интегральные характеристики. Глубокие взаимосвязи, выражающиеся в математических и естественнонаучных моделях целого, описываются функциональным анализом и теорией автоматов, алгеброй и теорией случайных процессов, статистическими и вероятностными методами исследования. Поэтому математические и естественнонаучные понятия, процессы и явления, теоремы и алгоритмы, доказательства и т.п., будучи объектами педагогического процесса обучения математике и естествознанию, должны приобретать свойства и характеристики целостности как основы сохранения и переноса информации новому поколению в будущей профессиональной деятельности учителя. *Исследования целостности* на разных уровнях: глобальной структуры (дидактический процесс, учебные планы, учебные программы, дидактические модули и т.д.) , локальной модельности (модели и схемы функционирования математических понятий, кодирование знаково-символической деятельности, заместители педагогических процессов и т.п.), организации и управления познавательной деятельностью обучаемых, повышение ее результативности – являются одной из важнейших проблем дидактики высшей школы, проектирования и построения образовательного процесса.

**II.** Какие же *базовые образовательные и профессиональные ценности* определяются на основе профессионального стандарта педагогической деятельности В.Д.Шадрикова [3] , ФГОС по направлению «Педагогическое образование» третьего поколения и инновационными идеями концепции фундирования и наглядного моделирования в рамках данного исследования?

- Приоритет в образовательном процессе развитию и саморазвитию личности ученика, его личностных качеств и особенностей (мотивационных, когнитивных, коммуникативных, метакогнитивных, творческих, эмоционально-волевых) на фоне расширения субъективного опыта предметной деятельности;
- Овладение приемами научного познания, интеграция науки и образования, обогащение содержания математической деятельности современными достижениями науки ( математики, физики, биологии и т.д.) во взаимодействии с учебными задачами и реальными жизненными ситуациями;
- Вариативность образования как структурообразующая парадигма и широкое внедрение информационно-коммуникационных технологий как необходимый атрибут образовательного процесса (дистанционное обучение, элементы компьютерной алгебры и динамической геометрии, е-обучение, малые средства информатизации и т.д.) на фоне актуализации личностных смыслов и опыта;
- Компетентностный и практико-ориентированный подходы, поддержка самоактуализации и самореализации личности, решение задач формирования и развития универсальных учебных действий и интеллектуальных операций как студента, так и ученика, освоение и развертывание широкого спектра диагностических процедур;

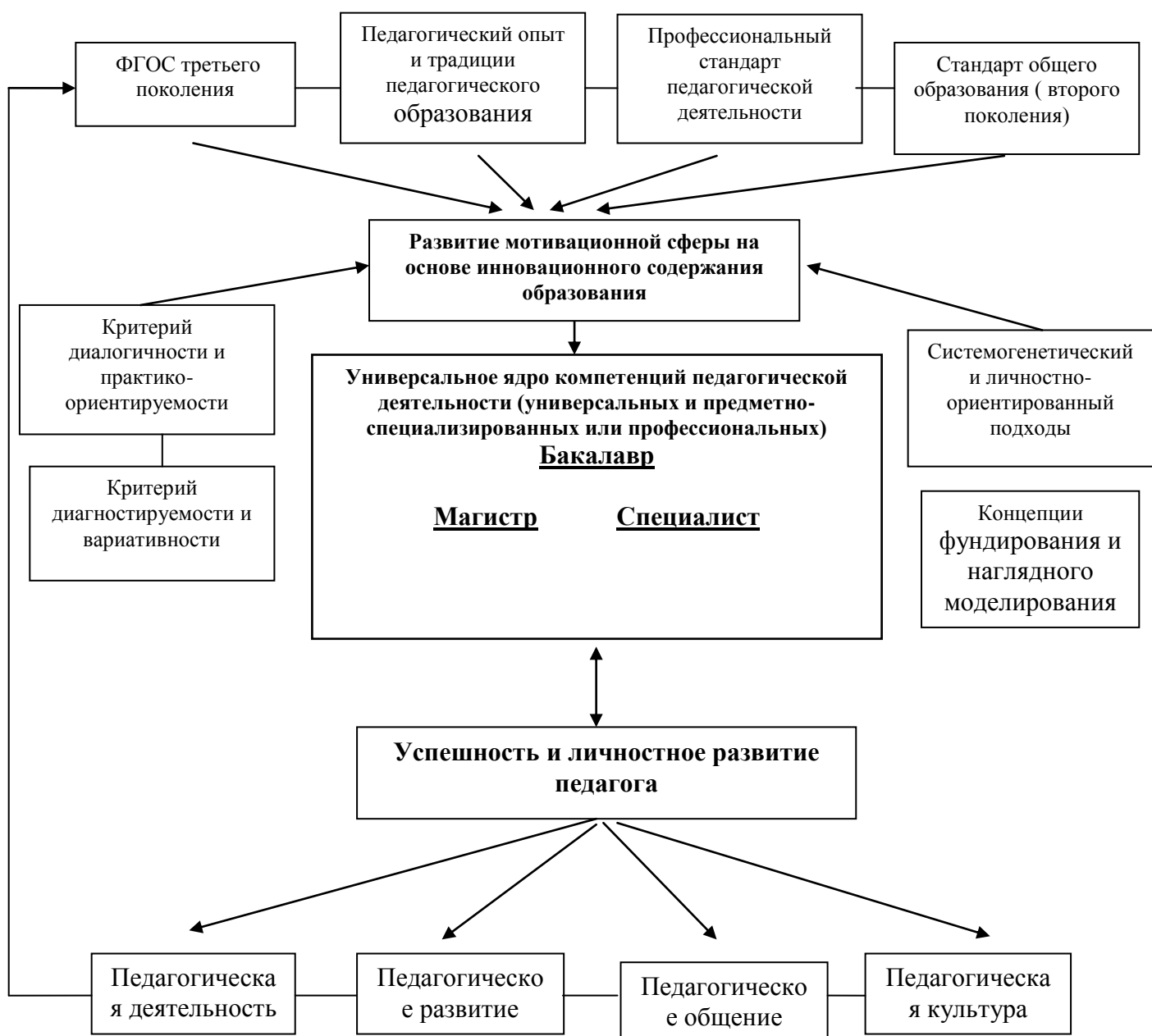


- Актуализация и развитие профессиональной мотивации, индивидуального стиля и диагностической активности в инновационной деятельности учителя;
- Становление и развитие познавательной самостоятельности и мотивационной сферы обучаемых на основе проектирования дидактического диалога, интерактивных взаимодействий, межпредметной интеграции, вариативности заданий и ситуаций, интеллектуальных и деловых игр, обобщенных способов приемов и действий.

Для реализации компетентного подхода в вузе может быть разработана система оценки качества подготовки специалистов, позволяющая выявить у будущих педагогов уровень сформированности ведущих компетенций по следующим критериям и показателям:

- *мотивационный* (профессиональные ценности, профессиональное мировоззрение, выполнение этических норм профессии, профессиональные мотивы (внешние и внутренние), профессиональные цели, профессиональная рефлексия, готовность к гибкой переориентации в рамках профессии и вне ее и др.);
- *операциональный* (способности к осуществлению педагогической деятельности, результативность деятельности, профессиональные умения, навыки, владение современными технологиями профессионально-личностного роста, индивидуальный стиль профессиональной деятельности и др.);
- *социальной активности* (умение вступать в продуктивное взаимодействие, показывать значимость своего труда, преимущество своих методов и форм работы, искать внутренние резервы в профессии и др.).

Анализ действующих образовательных программ, передового опыта и результатов профессионально-педагогической деятельности учителей и педагогов, учет факторов содержания общего образования (второго поколения), положений Профессионального стандарта педагогической деятельности, разработанного нами приводит к выводам, что *требования к результатам освоения основных образовательных программ подготовки в области профессионального педагогического образования должны иметь универсальное ядро компетенций (универсальных и предметно-специализированных или профессиональных), необходимое и достаточное, для соответствия ФГОС и успешности педагогической деятельности.*



**Рис.1. Успешность личного развития и профессиональной деятельности педагога**

В ФГОС третьего поколения по направлению «Педагогическое образование» блок «Б.3 Профессиональный цикл» содержит базовую (общепрофессиональную) и вариативную части. На базовую часть определено 45-60 зачетных единиц, на вариативную часть – 167-170 зачетных единиц. Это означает, что вуз должен выработать обоснованные критерии отбора содержания профессиональной подготовки и определить перечень, структуру и объемы содержания дисциплин, условия и образовательные технологии, наиболее эффективно ведущие к результатам обучения в форме матрицы компетенций, заявленной в ООП. Опыт однако показывает, что указанная деятельность выполняется вузами формально, без должной методологической проработки, с опорой на традиции предыдущих Стандартов и, как правило, с учетом сиюминутных интересов кафедр. При этом автоматически сохраняются противоречия, кризисы и проблемы профессионального становления будущего учителя, о которых шла речь ранее. Наслаиваясь на проблемы профессионального отбора,

демографическую ситуацию и состояние школьной предметной подготовки это дает двойной негативный эффект уже на первых курсах обучения в вузе (до 50% отчислений и переводов уже по окончании первого года обучения). Немаловажно напомнить, что психологи давно отмечали прямую корреляционную связь между профессиональной идентичностью, успешностью и ранней профессионализацией. Более того, проведенные опросы, например, учителей математики Ярославской области с высшей профессиональной категорией показали, что 90% учителей имели ранний интерес к профессии учителя.

*Поэтому концепция развития мотивационной сферы на основе фундирования и наглядного моделирования* предполагает развертывание в процессе профессиональной подготовки будущего учителя математики следующих компонентов и требований:

1. Целостное исследование *требований инновационного образовательного стандарта* высшего профессионального образования (профиль «математическое образование», специальность «математика») на предмет дифференциации базовых учебных элементов и конструирования структурно-логических схем. Выявление методологических, теоретических и технологических основ отбора содержания и структурно-интегрированных связей дидактического поля учебных элементов.

2. *Готовность личности* будущего учителя математики к осуществлению интеграции профессиональных знаний на основе инновационного содержания определяется:

- актуализацией *личностного смысла учебной деятельности* по объективации и структуризации объединения различных блоков профессиональных знаний;

- наличием достаточного уровня математической (предметной) психолого-педагогической *компетентности* и широты освоения математической деятельности в знаниевом поле образовательного стандарта;

- умением *моделировать*, выдвигать гипотезы, выявлять проблемные места в алгоритме решения, унифицировать и оптимизировать данные (символы, знаки, параметры), осуществлять взаимопереходы знаковых систем;

- знанием *уровней и видов интеграции* знаний, умением осуществлять и реализовывать конкретные механизмы и методы интеграции знаний (проектирование, системогенез, фундирование, наглядное моделирование и др.);

- владение приемами различных *видов деятельности*, ориентированных на профессию учителя: педагогической, организационно-методической, проектировочной, рефлексивной, творческой, познавательной;

3. Процесс интеграции знаний основывается на следующих принципах: личностно-ориентированного обучения, деятельностного подхода, наглядного моделирования, вариативности технологических решений, оптимизации алгоритмов и процедур интеграции знаний, целостности интегрированных конструкторов;

4. Развитие процессов самоактуализации личности будущего учителя математики в направлении значимости и целостности профессиональных знаний, самостоятельности в выборе стратегии действий и принятии решения, выбора путей и средств решения учебных и профессиональных задач; реализации рефлексивной деятельности;

5. Разработка личностно-ориентированной, дидактической модели интеграции профессиональных знаний предполагает наличие следующих компонентов:

- определение и качественный анализ целей, исходных данных, условий и связей средства интеграции знаний естественнонаучных (дидактических) задач, учебных элементов, компонент образовательного процесса, мотивация и целеполагание, проблемность и значимость, семантическая модель и ее адекватность, актуализация остаточных требований, антиципации математических образов;

- проектирование процедуры выполнения технологических действий: анализ и выбор вариантов технологических процедур, выявление потребности в интеграции знаний, отбор и логико-структурный анализ информационных банков средства интеграции знаний, конструирование и визуализация структуры связей информационных банков знаний и

построений интегративной модели реализации технологических процедур, прогнозировании будущего результата;

- формирование адекватной когнитивной схемы учебной деятельности: диагностируемое целеполагание, выбор форм, средств, методов и уровней интеграции знаний, оценка и планирование технологических процедур, наглядное моделирование информационных банков знаний, прогнозирование и принятие решений по конструированию и реализации интегративной модели технологических процедур;

- определение сущности, состава и структуры творческой активности студентов в процессе интеграции математических знаний;

- презентация результатов и коррекция образовательных процедур.

6. Определение содержания и инновационной структуры дидактических модулей учебных предметов (математический анализ, стохастика и др.) на основе технологии интеграции профессиональных знаний и наглядного моделирования учебных элементов. Системообразующая роль интегрированных конструкторов профессионально-важных знаний (ИНКОП) в структуризации профессиональных компетенций будущего учителя математики.

7. Разработка требований, критериев, параметров и показателей оценки учебно-методических материалов нового поколения для обеспечения предметной подготовки учителя на основе процессов интеграции профессионально важных знаний и наглядного моделирования учебных элементов. Разработка экспертных таблиц и оценочных показателей требований к учебно-методическим материалам нового поколения.

8. Выявление психологических закономерностей профессионального развития студентов-математиков на основе исследования и диагностики процессов интеграции профессионально-важных знаний. Разработка пакета психолого-диагностического метода выявления психологической системы учебной деятельности студентов-математиков на основе реализации интегративных связей в профессиональной подготовке.

*Таким образом, подготовку педагога (в том числе, учителя математического и естественнонаучного профиля) в системе высшего педагогического образования на основе инновационных образовательных программ развертывания фундирующих модусов развития необходимо выделить в отдельную проблему не только в практическом и теоретическом, но и в методологическом планах, обращая особое внимание на возможность максимальной эффективности обучения для формирования и развития нового качества профессиональных компетенций, мотивационной сферы и личностного развития студентов.*

“Работа выполнена при поддержке РГНФ, проект №14-26-20004”

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Смирнов Е.И. Дидактическая система математического образования студентов педагогических вузов. Дисс. на соискание ученой степени доктора пед. наук. Ярославль, 1998.-380 с
- [2] Смирнов Е.И. Технология наглядно-модельного обучения математике. Монография. Изд-во ЯГПУ.- 1997.- 323 с
- [3] Профессиональный стандарт педагогической деятельности // Под ред. Я.И. Кузьминова, В.Л.Матросова, В.Д. Шадрикова, Вестник образования, 7(2007).- С.20-34

# МАТЕМАТИКА И ЦЕЛИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Тихомиров В. М.

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова  
vmtikh@gmail.com*

2013 год был отмечен обсуждениями концепции математического образования и восьмидесятилетием реформы образования в СССР, в частности, мехмата МГУ. Это побуждает и оглянуться назад и подумать о будущем. Сначала попробуем ответить на вопросы

Кого, как и чему учили в разные времена. Оглянемся назад и поведём счёт от Н. Н. Лузина, который родился 130 лет тому назад. В этот период уместилось пять поколений, которые прошли и проходят перед моими глазами: прауродители, родители, моё поколение, дети и внуки. За это время сменились три исторические эпохи: царская Россия, советский период и вот наступило постсоветское время. Назову некоторые знаковые фигуры первых трёх из названных мною пяти поколений. Из поколения прауродителей, получивших образование до 1917 года, П. С. Александров, И. М. Виноградов, В. В. Голубев, Н. Н. Лузин, Д. Е. Меншов; из следующего поколения, получившего начальное образование до революции, а высшее в начальный советский период, Л. В. Канторович, М. В. Келдыш, А. Н. Колмогоров, С. П. Королёв, И. В. Курчатов; из своего поколения, получившего образование в постреформенную эпоху советского образования, В. М. Алексеев, В. И. Арнольд, Ф. А. Березин, С. П. Новиков, Л. Д. Фаддеев.

Сделаем краткий обзор, кого и как учили в разные времена. До революции подавляющее большинство населения в царской России было неграмотным. Представители низших сословий получали высшее образование фактически лишь в виде исключения.

Из первого поколения лузинских учеников, лишь Суслин был из крестьян, остальные из названных мной выше, представляли дворянство (Меншов), духовенство (Виноградов и Голубев), купечество (Лузин) и интеллигенцию (Александров). Образование имело три формы: начальное (церковно-приходские училища) три года, школьное (двух видов - гимназии и реальные училища) восемь лет и высшее инженерное и университетское (четыре-пять лет). Обучение было раздельным, причём женщины получали только гимназическое образование. Программы школ были едиными. Едиными были и учебники. Виноградов имел реальное образование, остальные в моём списке - гимназическое. Уровень школьного образования был очень высок. То же можно сказать про высшее инженерное и университетское образование. После окончания университета некоторых особо отличившихся студентов оставляли для подготовки к профессорскому званию. Люди, получившие образование до революции, сыграли выдающуюся роль в последующей истории нашей страны и как творцы науки и как учителя.

Первый советский образовательный период, длившийся пятнадцать лет, был периодом экспериментов. Школьное образование стало всеобщим, и в стране была ликвидирована неграмотность. Делалась попытка изменить социальный состав студентов вузов и университетов: вводились ограничения не только для бывших привилегированных сословий, но и для детей интеллигенции. Предпочтение оказывалось представителям рабочего класса и крестьянства. В те первые послереволюционные годы старались изменить и методы высшего образования, в частности, стали практиковаться коллективные формы и получения знаний и отчётности (вводился Дальтон-план, проводились различные виды интеллектуального тестирования, сдавало одно лицо за всю группу и т. п.). Родители мои и люди моего поколения получали образование в этот период. Им довелось пережить Первую мировую войну, две революции, Гражданскую войну, неустойчивость двадцатых годов, коллективизацию, индустриализацию, периоды репрессий, Вторую мировую войну,

тяжёлые послевоенные годы. Именно это поколение освоило секреты атома и вывело человека в космос. В 1932-33 годах была проведена реформа образования. Моё поколение училось в реформированной школе и получало реформированное высшее образование. Образование в существенном вернулось к старым дореволюционным схемам, но изменение строя вносило свои корректуры. Начальное школьное образование было обязательным для всех, а далее оно имело два ответвления: была возможность после начальной школы пойти в ремесленное училище и освоить рабочую профессию, а после семилетки можно было пойти в техникум и получить начальное специальное образование. Общее школьное образование было единым и длилось десять лет. После этого часть закончивших школу поступала в вузы и университеты. Была введена система приёмных экзаменов. Отличные аттестаты, а затем медали давали определённые привилегии. Была возможность продолжить образование в аспирантуре.

В те годы, когда я учился, целью жизни объявлялось служение нашей стране. Это регулировалось государством. По окончании высшего учебного заведения студентов ждало распределение. И вместе с тем учёным, творчество которых было направлено на усиление государства, был предоставлен высокий жизненный уровень, физика и математика были в большом почёте. Этим можно объяснить энтузиазм, с которым наши старшие братья, студенты довоенного призыва, учились на мехмате (увы, судьба была к ним немилостивой). С большим энтузиазмом училось и моё поколение в пятидесятые-шестидесятые годы. Пятидесятые и шестидесятые годы были золотым периодом мехмата. Нынешнее состояние образования, в частности, математического, у каждого из нас перед глазами. Не знаю людей, которых оно бы удовлетворяло.

Но не будем иронизировать или проклинать. Попробуем осмыслить настоящее и подумаем о будущем. Не нужно идеализировать или проклинать прошлое, не стоит априори осуждать то, что предлагается изменить в будущем, нужно то и другое анализировать и пытаться предложить приемлемые для всех выходы. Но прежде чем переходить к обсуждению этих проблем, дадим ответы на следующие вопросы: Зачем нужно обучать математике? Кому она нужна? Летом 1956 года в Женеве состоялась XIX международная конференция по народному просвещению. Проводилась эта конференция Организацией Объединённых наций по просвещению, науке и культуре (ЮНЕСКО) совместно с Международным бюро по просвещению. Конференция приняла Рекомендацию Министерством народного просвещения, относящуюся к преподаванию математики в средних школах. Это (с моей точки зрения) замечательный документ, и я хочу процитировать первую фразу из этой Рекомендации. Первая фраза такая: «Математическое образование есть благо, на которое имеет право каждое человеческое существо, каковы бы ни были его национальность, пол, положение и деятельность». Но это благо, для кого оно предназначено? Человек в этом мире принадлежит многим «сферам». Назову лишь три. Первая из них – это он сам, «дитё человеческое», сфера, совпадающая со своим центром; вторая – это страна, где человек родился, научился говорить на родном языке и сформировался, как личность. Перед своей страной каждый должен нести свою долю ответственности, не так ли? Наконец, у каждого из нас есть и долг перед всем человечеством. Ввиду того, что законы природы формулируются на языке математики, математика уже только из-за этого является благом для всего человечества. И человечество, создавая международные конгрессы, конференции, воркшопы, международные математические центры и т. п. делает это во благо самой математики. Страна управляется людьми, находящимися на государственной службе. Они должны понимать, что без математики невозможно развитие техники, экономики, управления различными процессами. Страна, которая лишится квалифицированных учёных, развивающих естественные науки, инженеров, экономистов, людей, управляющих энергетикой, ресурсами, войсками и т. п., обречена. Взглянем ещё раз на математиков, упомянутых мною выше. Математики старшего поколения служили человечеству своим научным творчеством, а нашей стране, создавая научные школы и педагогические кадры; во второй группе А. Н. Колмогоров развивал не только математику и естествознание, но и

создал выдающуюся научную школу, Л. В. Канторович был не только выдающимся математиком, но разработал принципы математической экономики. М. В. Келдыш был и замечательным математиком и главным теоретиком, под руководством которого были разработаны теоретические основы космической и атомной программы. Осуществление этих программ было реализовано под руководством С. П. Королёва и И. В. Курчатова, получивших замечательное инженерное и естественнонаучное образование, в котором математика играла весьма большую роль.

Все названные выше представители моего поколения внесли вклад и в теоретические и в естественнонаучные отрасли математики. Все они были создателями научных школ, которые потом рассеялись по всему миру. Перед тем, как переходить к будущему, нужно осознать, что возвращение к старому, каким бы оно не представлялось благостным, невозможно. В мире за последние четверть века произошли большие перемены. Что же это за изменения? Я бы указал на три, с моей точки зрения, важнейших: изменился государственный строй, изменилась ментальность молодежи и произошел неслыханной силы информационный взрыв. При новом строе нет системы государственного трудоустройства, распределения выпускников, планирования профессиональной занятости. За последние десятилетия изменилась ментальность молодежи: упал престиж научного творчества, очень ослаблен уровень школьной подготовки и заинтересованности в знаниях. Я много беседовал с разными людьми, с учителями и преподавателями технических и экономических вузов. Большинство моих собеседников старалась уверить меня в том, что нынешнюю молодежь за редким исключением ничему обучить нельзя. Это, скорее всего, преувеличение, но не считаться с нынешним положением дел в школах и вузах невозможно. С другой стороны, как я понял наших государственных деятелей, не обучать всех тоже нельзя: выпустить из-под хоть какого-то контроля юношей и девушек на улицу, не имея возможности целесообразно трудоустроить их или хоть чем-то занять, крайне опасно.

Так что же делать? Кого, почему, как и зачем надо учить математике? То, что осуществлялось в советское время, когда учили в школе всех и одинаково, по отношению к нашему предмету - математике, в наши дни не реализуемо. Чему-то надо стараться учить всех. Как показал советский опыт, всех можно кое-чему научить.

В мои годы, скажем, все знали таблицу умножения. Заведомо всех можно обучить, учитывая информационный взрыв, владению компьютерами, в частности, для решения простейших математических задач. Конечно, желательно, чтобы каждый человек имел некоторое представление об алгоритме (скажем, мог толково объяснить другому, как найти его дом, когда того зовут в гости), чтобы каждый мог понимать значения слов килограмм, литр, километр квадратный метр, словом, мог ориентироваться в числовых понятиях окружающего мира.

Весьма полезен на все времена оказался опыт первой школы в Европе, где была предпринята попытка не только обучить чему-то, но научить думать. Первая школа, где была выработана определенная концепция математического образования, была создана чуть более 1200 лет тому назад (в 795 году). Это произошло при Карле Великом. Он повелел открыть в городе Аахене школу и пригласил для организации ее монаха из Британии по фамилии Алкуин. Алкуин выполнил поручение и написал первую Средневековой Европе учебную книгу по математике, озаглавленную "Задачи для изоощрения ума".

Задачей под номером 18 в этой книге была следующая. "Человеку надо перевезти волка, козу и капусту через реку. Но лодка не позволяет перевезти сразу всех троих, можно взять только двух. И нельзя оставлять вместе на берегу без присмотра волка и козу, козу и капусту. Как следует поступить?" С тех пор и поныне эта задача кочует из одной занимательной книги по математике в другую. Решить её с помощью компьютера, мне почему-то кажется, труднее, чем просто подумав.

Способствовать изоощрению ума каждого человека - безусловная цель математического просвещения и образования любого уровня. Здесь в нашей стране имеется богатый опыт

кружков, олимпиад, математических боёв, популярной литературы, заочной математической школы. Эти традиции должны сохраняться.

Ещё одной важнейшей задачей математического образования для всех является воспитание в человеке способности понимать смысл поставленной перед ним задачи, вникать в суть дела, в частности, находить средства для осуществления поставленной цели. Для этого надо уметь правильно, логично рассуждать и этому следует стараться обучить всех.

Раньше обучение пониманию сути дела происходило на уроках геометрии, когда можно было дать ученику лист белой бумаги с нарисованными прямой линией и точкой вне неё и поставить цель – опустить перпендикуляр, посредством циркуля и линейки.

О важности математики хорошо сказал в 1267 году знаменитый английский философ Роджер Бекон: «Кто не знает математики, не может узнать никакой другой науки и даже не может обнаружить своего невежества. Сказанное относится не только к людям, занимающимся естествознанием, к инженерам и экономистам, но и к врачам, юристам, лингвистам, к государственным деятелям, в частности, к тем кому ещё пред-стоит дорабатывать концепцию математического образования.

В том, что сказано выше, проявляется забота об интересах любой личности, и осуществление такой заботы должно взять на себя наше сообщество учителей, преподавателей вузов и университетов, а также тех, кто является профессиональным математиком, не связанным с преподаванием. И всё это при понимании и поддержке государства. Приведу слова из того решения женеvской конференции, с которыми я солидарен: «Преподаватель математики должен пользоваться в современном обществе уважением и положением, на которое ему дают право научное образование и миссия воспитателя».

Но для существования государства, как было объяснено, необходима некоторая доля всех, кто владеет математикой достаточно глубоко. Какова доля тех, кто в наше время обучаем математике на серьёзном уровне, можно установить экспериментально с помощью теста, подобного ЕГЭ, проведённого честно. Мне кажется, что по крайней мере десять процентов всех учащихся в настоящее время можно заинтересовать наукой и настроить на научное творчество. Конечно, государство должно своими средствами добиться повышения престижа научного работника и преподавателя высокой квалификации.

Однажды в Москве в одном из районов дали контрольную для выпускников школы. Одна из задач в той контрольной была такая : «Имеются два цилиндрических стакана, радиусы основания которых пять и десять сантиметров. В первый стакан налили воды, высоты двадцать сантиметров. Какова будет высота воды во втором сосуде, если туда перелить её из первого?» Решили эту задачу около десяти процентов учащихся. Другие подобные эксперименты, известные мне, приводили к сходным результатам.

Итак, кратко подведём резюме. Кого учить? Важным, насущным вещам, умению понимать, изошрению ума надо учить всех. Но разумно выделять и пестовать тех, кто не боится мыслить, тех кто готов к интеллектуальному творчеству. И их учить глубоким и важным вещам в математике. Иначе говоря, разумно, с моей точки зрения, придерживаться концепции гуманитарного и научно-технического образования в достойных для нашего общества пропорциях.

Почему надо учить математике? О многих причинах уже было сказано. Две вещи добавлю. Математика даёт личности ни с чем несравнимый дар духовной свободы. Математика нельзя ни в чём убедить, если ему не представлены доказательства. И ещё раз обращаюсь к уже дважды цитировавшейся мной женеvской резолюции. Там сказано: «обучение математике должно приводить учащихся к пониманию роли, которую математика играет в научной и философской концепции современного мира».

Для современного состояния образования характерна двухэтапность с выделением базовой и вариативной частей. На первом этапе оказывается возможным выделить тех, кто проявил особый интерес к наукам и кого на втором этапе можно обучать действительно глубоким и современным вещам. Таким студентам необходима (как это делается во многих странах) материальная поддержка государства.



К тому же важно, чтобы каждая личность с ранних пор научилась планировать свою будущность. Если нет распределения, человеку самому следует с ранних студенческих пор задумываться о своей линии жизни и планировать её. При переходе от первого этапа ко второму возможно внедрять синтетические курсы нового типа, подобные колмогоровскому курсу Анализ III, который объединял в себе начала теории множеств, теорию действительных чисел, начала общей топологии, теорию функций, функциональный анализ, теорию меры, теорию интеграла, теорию интегральных уравнений, вариационное исчисление. Чуть позже, уже по инициативе Юрия Ивановича Манина и Сергея Петровича Новикова появились синтетические курсы по линейной алгебре и геометрии и по дифференциальной геометрии и топологии. Такие курсы подчёркивают единство нашей науки и дают мотивировку математике как структуре, объединяющей важнейшие научные направления в физике, химии, механике, теории управления и в других направлениях, где необходимы точные знания (лингвистике, медицине, юриспруденции, экономике и других). И ещё. Сейчас в вузах и университетах работают многие представители старших поколений, о которых тоже нужно помнить и заботиться о них. Им трудно переучиваться, но можно оставить за ними преподавание на первом этапе, в том стиле, как они привыкли и как всё происходит ныне, где основными методами преподавания являются лекции и семинары. Ко второму этапу надо привлекать молодых, активных, творчески ориентированных людей, которые смогут создавать новые курсы, где отражались бы современные проблемы, возникающие в математике и её приложениях. При этом можно искать новые формы обучения. В частности, индивидуальные курсовые работы можно заменять коллективными проектами, когда ставится перед несколькими студентами прикладная задача и труд по её решению распределяется перед участниками. Открывшиеся перед нами новые информативные средства предоставляют новые возможности отчётности и взаимодействия преподаватель–студент. Конечно, желательно профессиональное объединение математиков - преподавателей и научных работников, чтобы были возможности обсуждений, конференций по типу Женевской 1956 года; был журнал, где обсуждались бы общие проблемы науки и преподавания, где давался бы объективный анализ состояния преподавания математики и перспективы его в будущем.

---

## КАК РЕШАТЬ НЕКОРРЕКТНЫЕ ЗАДАЧИ

Ягола А.Г.

*Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова*

*Тел. +7-4959391033*

*E-mail: yagola@physics.msu.ru*

**ABSTRACT.** In this presentation basics of the theory of ill-posed problems will be explained. It will be shown how use a priori information for constructing regularizing algorithms.

### **1.1. Корректно и некорректно поставленные задачи**

Ниже будут изложены основные понятия теории так называемых некорректных (или некорректно поставленных) задач и численные методы их решения при наличии различной априорной информации. Для простоты будут рассмотрены сначала только линейные уравнения в нормированных пространствах, хотя, разумеется, все аналогичные определения

могут быть введены и для нелинейных задач в более общих метрических (и даже топологических) пространствах.

В качестве основного объекта рассматривается операторное уравнение:

$$Az = u,$$

где  $A$  - линейный оператор, действующий из гильбертова пространства  $Z$  в гильбертово пространство  $U$ . Требуется найти решение операторного уравнения  $z$ , соответствующее заданной неоднородности (или правой части уравнения)  $u$ .

Такое уравнение является типичной математической моделью для многих физических, так называемых обратных, задач, если предполагать, что искомые физические характеристики  $z$  не могут быть непосредственно измерены, а в результате эксперимента могут быть получены только данные  $u$ , связанные с  $z$  с помощью оператора  $A$ .

Французским математиком Ж. Адамаром были сформулированы следующие условия корректности постановки математических задач, которые мы рассмотрим на примере записанного операторного уравнения. Задача решения операторного уравнения называется корректно поставленной (по Адамару), если выполнены следующие три условия:

- 1) решение существует  $\forall u \in U$ ;
- 2) решение единственно;
- 3) если  $u_n \rightarrow u$ ,  $Az_n = u_n$ ,  $Az = u$ , то  $z_n \rightarrow z$ .

Условие 2) обеспечивается тогда и только тогда, когда оператор  $A$  является взаимно однозначным (инъективным). Условия 1) и 2) означают, что существует обратный оператор  $A^{-1}$ , причем его область определения  $D(A^{-1})$  (или множество значений оператора  $A$ ,  $R(A)$ ) совпадает с  $U$ . Условие 3) означает, что обратный оператор  $A^{-1}$  является непрерывным, т.е. “малым” изменениям правой части  $u$  соответствуют “малые” изменения решения  $z$ . Более того, Ж. Адамар считал, что только корректные задачи должны рассматриваться при решении практических задач. Однако хорошо известны примеры некорректно поставленных задач, к изучению и численному решению которых приходится прибегать при рассмотрении многочисленных прикладных задач. Нужно отметить, что устойчивость и неустойчивость решения связаны с тем, как определяется пространство решений  $Z$ . Выбор пространства решений (в том числе и нормы в нем) обычно определяется требованиями прикладной задачи. Задачи могут быть некорректно поставленными при одном выборе нормы и корректно поставленными при другом.

Многочисленные обратные (в том числе и некорректные) задачи можно найти в различных областях физики. Так, астрофизик не может активно воздействовать на процессы, происходящие на далеких звездах и галактиках, ему приходится делать заключения о физических характеристиках весьма удаленных объектов по их косвенным проявлениям, доступным измерениям на Земле или вблизи Земли (на космических станциях). Прекрасные примеры некорректных задач можно найти в медицине, прежде всего, нужно отметить вычислительную (или компьютерную) томографию. Хорошо известны приложения некорректных задач в геофизике (на самом деле, легче и дешевле судить о том, что делается под поверхностью Земли, решая обратные задачи, чем заниматься бурением глубоких скважин), радиоастрономии, спектроскопии, ядерной физике и т.д., и т.п.

Хорошо известным примером некорректно поставленной задачи является интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода при условии, что интегральный оператор действует в общепринятых пространствах. Другой простейший пример – отыскание нормального псевдорешения системы линейных алгебраических уравнений в случае, если матрица системы задана с погрешностью.

## 1.2. Понятие регуляризирующего алгоритма

Пусть дано операторное уравнение:

$$Az = u,$$

где  $A$  - линейный оператор, действующий из нормированного пространства  $Z$  в нормированное пространство  $U$ . В 1963 г. А.Н.Тихонов дал знаменитое определение регуляризирующего алгоритма (РА), которое лежит в основе современной теории некорректно поставленных задач.

Определение. Регуляризирующим алгоритмом (регуляризирующим оператором)  $R(\delta, u_\delta) \equiv R_\delta(u_\delta)$  называется оператор, обладающий двумя следующими свойствами:

- 1)  $R_\delta(u_\delta)$  определен для любых  $\delta > 0$ ,  $u_\delta \in U$ , и отображает  $(0, +\infty) \times U$  в  $Z$ ;
- 2) для любого  $z \in Z$  и для любого  $u_\delta \in U$  такого, что  $Az = u$ ,  $\|u - u_\delta\| \leq \delta$ ,  $\delta > 0$   
 $z_\delta = R_\delta(u_\delta) \xrightarrow{\delta \rightarrow 0} z$ .

Задача решения уравнения первого рода называется регуляризуемой, если существует хотя бы один регуляризирующий алгоритм. Непосредственно из определения следует, что если существует хотя бы один РА, то их существует бесконечно много.

В настоящее время все математические задачи можно разделить на следующие классы:

- 1) корректно поставленные задачи;
- 2) некорректно поставленные регуляризуемые задачи;
- 3) некорректно поставленные нерегуляризуемые задачи.

Понятно, что корректно поставленные задачи являются регуляризуемыми, поскольку можно положить  $R_\delta(u_\delta) = A^{-1}$ . Отметим, что знание  $\delta > 0$  в этом случае необязательно.

Можно дать эквивалентное определение регуляризирующего алгоритма и регуляризуемости операторного уравнения. Пусть задан оператор (отображение)  $R_\delta(u_\delta)$ , причем  $R_\delta(u_\delta)$  определен для любых  $\delta > 0$ ,  $u_\delta \in U$ , и отображает  $(0, +\infty) \times U$  в  $Z$ . Погрешность решения операторного уравнения в точке  $z \in Z$  с помощью оператора  $R_\delta(u_\delta)$  при условии, что правая часть  $u$  задана с погрешностью  $\delta > 0$ , определяется как

$$\Delta(R_\delta, \delta, z) = \sup_{u_\delta \in U: \|u_\delta - u\| \leq \delta, Az = u} \|R_\delta u_\delta - z\|.$$

Оператор  $R_\delta(u_\delta)$  называется

регуляризирующим оператором, если для любого  $z \in Z$   $\Delta(R_\delta, \delta, z) \xrightarrow{\delta \rightarrow 0} 0$ . Легко видеть, что данное определение эквивалентно данному выше.

Аналогично можно дать определение регуляризирующего алгоритма для задачи вычисления значений оператора (см. конец предыдущего параграфа), т.е. для задачи вычисления значений отображения  $G: D(G) \rightarrow Y$ ,  $D(G) \subseteq X$  при условии, что аргумент задан с погрешностью ( $X, Y$  – метрические или нормированные пространства). Разумеется, задача решения операторного уравнения при условии, что  $A$  – инъективный оператор, может рассматриваться как задача вычисления значений оператора  $A^{-1}$ .

Огромное значение имеет ответ на следующий очень важный вопрос, можно ли решить некорректную задачу, т.е. построить регуляризирующий алгоритм, не зная погрешность  $\delta$ .

Если задача корректна, то устойчивый метод, очевидно, можно построить и без знания  $\delta$ . Так, в случае решения операторного уравнения  $z_\delta = A^{-1}u_\delta \rightarrow z = A^{-1}u$  при  $\delta \rightarrow 0$ . В случае некорректных задач это невозможно. Приведенная ниже теорема принадлежит А.Б.Бакушинскому и была им доказана для задачи вычисления значений оператора. Аналогичная теорема имеет место и для решения операторного уравнения.

Теорема. Если для вычислений значений оператора  $G$  на множестве  $D(G) \subseteq X$  существует регуляризирующий оператор, не зависящий от  $\delta$  (явно), то существует продолжение  $G$  на  $X$ , которое непрерывно на  $D(G) \subseteq X$ .

Итак, построение регуляризирующих алгоритмов, не зависящих явно от погрешности, возможно только для задач, корректных на своей области определения.

Следующим свойством некорректно поставленных задач является невозможность оценить погрешность решения, даже если известна погрешность задания правой части операторного уравнения или погрешность задания аргумента в задаче вычисления значений оператора. Этот принципиально важный результат был также впервые доказан А.Б.Бакушинским для решения операторного уравнения.

Теорема. Пусть  $\Delta(R_\delta, \delta, z) = \sup_{u_\delta \in U: \|u_\delta - u\| \leq \delta, Az = u} \|R_\delta u_\delta - z\| \leq \varepsilon(\delta) \rightarrow 0$  для любого  $\delta \rightarrow 0$

$z \in D \subseteq Z$ . Тогда сужение обратного оператора на множество  $AD: A^{-1}|_{AD \subseteq U}$  непрерывно на  $AD$ .

Таким образом, равномерная по  $z$  оценка погрешности решения операторного уравнения на множестве  $D \subseteq Z$  возможна только в том случае, когда обратный оператор непрерывен на  $AD$ . Данная теорема справедлива и для нелинейных операторных уравнений, причем в метрических пространствах.

В заключение параграфа приведем определение регуляризирующего алгоритма в случае, если и оператор может быть задан с ошибкой, т.е. вместо оператора  $A$  дан линейный ограниченный оператор  $A_h: A_h: Z \rightarrow U$ , такой, что  $\|A_h - A\| \leq h, h \geq 0$ . Для краткости пара погрешностей  $\delta, h$  записывается как  $\eta = (\delta, h)$ .

Определение. Регуляризирующим алгоритмом (регуляризирующим оператором)  $R(\eta, u_\delta, A_h) \equiv R_\eta(u_\delta, A_h)$  называется оператор, обладающий двумя следующими свойствами:

1)  $R_\eta(u_\delta, A_h)$  определен для любых  $\delta > 0, h \geq 0, u_\delta \in U, A_h \in L(Z, U)$ , и отображает  $(0, +\infty) \times [0, +\infty) \times U \times L(Z, U)$  в  $Z$ ;

2) для любого  $z \in Z$ , для любого  $u_\delta \in U$  такого, что  $Az = u, \|u - u_\delta\| \leq \delta, \delta > 0$  и для любого  $A_h \in L(Z, U)$  такого, что  $\|A_h - A\| \leq h, h \geq 0, z_\eta = R_\eta(u_\delta, A_h) \xrightarrow{\eta \rightarrow 0} z$ .

Здесь  $L(Z, U)$  - пространство линейных ограниченных операторов, действующих из  $Z$  в  $U$ , с нормой, определяемой обычным образом.

Аналогично можно дать определение регуляризирующего алгоритма в случае, когда операторное уравнение рассматривается только на множестве  $D \subseteq Z$ , т.е. имеется априорная информация о том, что точное решение  $z \in D \subseteq Z$ .

Невозможность построения регуляризирующих алгоритмов, не зависящих явно от  $h$ , для решения некорректно поставленных СЛАУ с приближенно заданной матрицей была впервые отмечена А.Н.Тихоновым.

### 1.3. Некорректные задачи на компактах

Пусть дано операторное уравнение:

$$Az = u,$$

где  $A$  - линейный инъективный оператор, действующий из нормированного пространства  $Z$  в нормированное пространство  $U$ . Пусть  $\bar{z}$  - точное решение операторного уравнения,  $A\bar{z} = \bar{u}$ ,  $\bar{u}$  - точная правая часть и задана приближенная правая часть  $u_\delta$  такая, что  $\|\bar{u} - u_\delta\| \leq \delta, \delta > 0$ .

Множество  $Z_\delta = \{z_\delta: \|Az_\delta - u_\delta\| \leq \delta\}$  является множеством приближенных решений операторного уравнения. Для линейных некорректных задач  $\text{diam } Z_\delta = \sup\{\|z_1 - z_2\|: z_1, z_2 \in Z_\delta\} = \infty$  для любого  $\delta > 0$ , поскольку обратный оператор  $A^{-1}$  не ограничен.

Возникает вопрос: нельзя ли использовать дополнительную априорную информацию для того, чтобы сузить множество приближенных решений, а еще лучше получить

корректную задачу. А.Н.Тихонову принадлежит следующая идея: если известно, что множество решений является компактом, то задача решения операторного уравнения корректна при условии, что приближенная правая часть операторного уравнения также принадлежит образу компакта. Для доказательства этого утверждения А.Н.Тихонов применил следующую теорему.

Теорема. Пусть инъективный непрерывный оператор  $A$  действует:  $D \in Z \rightarrow AD \in U$ , где  $Z, U$ - нормированные пространства,  $D$ - компакт. Тогда обратный оператор  $A^{-1}$  непрерывен на  $AD$ .

Теорема верна и для нелинейных операторов. Таким образом, решение операторного уравнения на компакте является корректной задачей при условии, что приближенная правая часть принадлежит  $AD$ . Эта идея позволила М.М.Лаврентьеву ввести понятие задачи, корректной по Тихонову (предполагается существование множества корректности, на котором задача становится корректной), а В.К.Иванову дать определение квазирешения некорректной задачи.

Приведенная выше теорема неприменима, если  $u_\delta \notin R(A)$ . Поэтому необходимо ее обобщить.

Определение. Элемент  $z_\delta \in D$  такой, что  $z_\delta = \arg \min_{z \in D} \|Az - u_\delta\|$ , называется квазирешением операторного уравнения на компакте  $D$  ( $z_\delta = \arg \min_{z \in D} \|Az - u_\delta\|$  означает, что

$$\|Az_\delta - u_\delta\| = \min\{\|Az - u_\delta\| : z \in D\}.$$

Квазирешение существует, но возможно не единственно. Тем не менее, для любого квазирешения имеет место сходимость к точному решению:  $z_\delta \rightarrow \bar{z}$  при  $\delta \rightarrow 0$ . При этом знание  $\delta$  не обязательно. Если же погрешность  $\delta$  известна, то

1) в качестве приближенного решения может быть взят любой элемент  $z_\delta \in D$ , удовлетворяющий неравенству:  $\|Az_\delta - u_\delta\| \leq \delta$  ( $\delta$ -квазирешение);

2) можно найти погрешность приближенного решения, решив экстремальную задачу: найти  $\max \|z - z_\delta\|$  по всем  $z \in D$ , удовлетворяющим неравенству:  $\|Az - u_\delta\| \leq \delta$  (очевидно, что точное решение удовлетворяет данному неравенству).

Таким образом, задача отыскания квазирешения практически не отличается от корректной. Не выполняется, вообще говоря, только условие единственности квазирешения.

Если же и оператор  $A$  задан с погрешностью, то понятие квазирешения вводится, как и выше, заменой оператора  $A$  на оператор  $A_h$ .

Определение. Элемент  $z_\eta \in D$  такой, что  $z_\eta = \arg \min_{z \in D} \|A_h z - u_\delta\|$ , называется квазирешением операторного уравнения на компакте  $D$ .

В качестве же приближенного решения может быть выбран любой элемент  $z_\eta \in D$ , удовлетворяющий неравенству:  $\|Az_\eta - u_\delta\| \leq \delta + h \|z_\eta\|$  ( $\eta$ -квазирешение).

#### 1.4. Некорректные задачи в случае истокорпредставимости решения

Пусть линейный оператор  $A$  инъективный, непрерывный и отображает  $Z \rightarrow U$ ;  $Z, U$  - нормированные пространства. Пусть также имеется следующая априорная информация, которая встречается при решении многих физических задач. Известно, что точное решение  $\bar{z}$  для уравнения  $\bar{u} = A\bar{z}$  представимо в виде  $B\bar{v} = \bar{z}$ ,  $\bar{v} \in V$ ;  $B: V \rightarrow Z$ ;  $B$  - инъективный, вполне непрерывный оператор;  $V$  - гильбертово пространство. Предполагается, что известны  $u_\delta$  - неточная правая часть такая, что  $\|\bar{u} - u_\delta\| \leq \delta$ , и ее погрешность  $\delta > 0$ .

Ниже рассматривается метод расширяющихся компактов, идея и обоснование которого принадлежит В.К.Иванову и И.Н.Домбровской.

Сначала номер итерации полагается  $n=1$  и определяется замкнутый шар в пространстве  $V$ :  $\overline{S}_n(0) = \{v: \|v\| \leq n\}$ . Его образ при действии оператора  $B$   $Z_n = B\overline{S}_n(0)$  является компактом, поскольку  $B$  - вполне непрерывный оператор, а  $V$  - гильбертово пространство. Далее отыскивается  $\min_{z \in B(\overline{S}_n(0))} \|Az - u_\delta\|$ , где  $u_\delta$  - заданная неточная правая часть  $\|\bar{u} - u_\delta\| \leq \delta, \delta > 0$ . Существование минимума гарантируется постановкой задачи - компактностью  $Z_n$  и непрерывностью  $A$ . Если  $\min_{z \in B(\overline{S}_n(0))} \|Az - u_\delta\| \leq \delta$ , тогда процесс прекращается, полагается  $n(\delta) = n$ , а в качестве приближенного решения выбирается любой элемент  $z_{n(\delta)}: z_{n(\delta)} \in B(\overline{S}_{n(\delta)}(0))$  и  $\|Az_{n(\delta)} - u_\delta\| \leq \delta$ . Если же  $\min_{z \in B(\overline{S}_n(0))} \|Az - u_\delta\| > \delta$ , то нужно расширить компакт, для чего  $n$  увеличивается на единицу, процесс повторяется.

**Теорема.** Описанный выше процесс сходится:  $n(\delta) < +\infty$ . Существует  $\delta_0 > 0$  (которое, вообще говоря, зависит от  $\bar{z}$ ) такое, что  $n(\delta) = n(\delta_0) \quad \forall \delta \in (0, \delta_0]$ . Приближенное решение  $z_{n(\delta)}$  сходится к точному решению  $\bar{z}$  при  $\delta \rightarrow 0$ .

Из сказанного выше понятно название метода. Оказывается, этот метод допускает возможность построения так называемой апостериорной оценки погрешности, т.е. существует функция  $\chi(u_\delta, \delta)$  такая, что  $\chi(u_\delta, \delta) \rightarrow 0$  при  $\delta \rightarrow 0$ , и  $\chi(u_\delta, \delta) \geq \|z_{n(\delta)} - \bar{z}\|$  по крайней мере, при достаточно малых  $\delta > 0$ . В качестве апостериорной оценки погрешности можно взять  $\chi(u_\delta, \delta) = \max\{\|z_{n(\delta)} - z\|: z \in Z_{n(\delta)}, \|Az - u_\delta\| \leq \delta\}$ .

Апостериорная оценка погрешности не является оценкой погрешности в полном смысле слова, построение оценки погрешности решений некорректно поставленных задач невозможно. Однако при достаточно малых  $\delta > 0$  (а именно  $\forall \delta \in (0, \delta_0]$ ) апостериорная оценка погрешности является оценкой погрешности решения некорректной задачи при наличии априорной информации об истокорпредставимости.

Данный подход легко обобщается на случаи, когда операторы  $A$  и  $B$  заданы с погрешностями, а также на нелинейные некорректные задачи с условием истокорпредставимости.

### 1.5. Вариационный подход к построению регуляризирующих алгоритмов

Вариационный подход к построению регуляризирующих алгоритмов был впервые предложен А.Н.Тихоновым. Ниже будет описан регуляризирующий алгоритм Тихонова, основанный на минимизации сглаживающего функционала (или функционала Тихонова).

Пусть дано операторное уравнение:

$$Az = u,$$

где  $A$  - линейный ограниченный инъективный оператор, действующий из гильбертова пространства  $Z$  в гильбертово пространство  $U$ . Предполагается, что точное решение  $\bar{z} \in D \subseteq Z$ , где  $D$  - замкнутое выпуклое множество такое, что  $0 \in D$ . Множество  $D$  определяется известными априорными ограничениями; если ограничений нет, то  $D=Z$ . В этом параграфе ограничения могут быть не столь сильными, как в предыдущих разделах, и применение метода квазирешений или метода расширяющихся компактов, вообще говоря, невозможно. Тем не менее, рекомендуется при решении практических задач включать все известные ограничения в постановку обратной задачи. К таким ограничениям относятся типичные для очень многих физических задач условия неотрицательности, ограниченности сверху и снизу заданными константами и многие другие.

Пусть точное значение правой части уравнения  $A\bar{z} = \bar{u}$  неизвестно, но задано ее приближение  $u_\delta$  такое, что  $\|\bar{u} - u_\delta\| \leq \delta$ , и погрешность  $\delta > 0$ . Пусть оператор  $A$  также задан с ошибкой, т.е. задан линейный ограниченный оператор  $A_h : Z \rightarrow U$ ;  $\|A_h - A\| \leq h$ ; и погрешность  $h \geq 0$ . Для краткости пара погрешностей обозначается  $\eta = (\delta, h)$ . Задача построения регуляризирующего алгоритма состоит в следующем: требуется по набору данных  $\{u_\delta, A_h, \eta\}$  построить приближенное решение  $z_\eta \in D$  такое, что  $z_\eta \rightarrow \bar{z}$  при  $\eta \rightarrow 0$ , или  $z_\eta = R_\eta(u_\delta, A_h) \in D$ ,  $z_\eta \rightarrow \bar{z}$  при  $\eta \rightarrow 0$ , где  $R_\eta(u_\delta, A_h)$  - регуляризирующий алгоритм.

А.Н.Тихонов предложил следующий подход к построению регуляризирующих алгоритмов. Вводится функционал (функционал Тихонова):  $M^\alpha[z] = \|A_h z - u_\delta\|^2 + \alpha \cdot \|z\|^2$ ,  $\alpha > 0$  - параметр регуляризации, и ставится экстремальная задача: найти  $\min_{z \in D} M^\alpha[z]$ . При условиях, сформулированных в начале параграфа, существует единственный элемент  $z_\eta^\alpha = \arg \min_{z \in D} M^\alpha[z]$ .

Численные методы отыскания элемента, на котором функционал Тихонова достигает минимального значения при фиксированном значении параметра регуляризации, основаны, в основном, на двух следующих подходах: 1) Если ограничений нет ( $D=Z$ ), то необходимым и достаточным условием минимума является обращение в нуль градиента. Таким образом, получается уравнение Эйлера для функционала Тихонова:  $(M^\alpha[z])' = 0$ . После перехода к конечно-разностной аппроксимации полученная СЛАУ решается на компьютере. Для ряда задач специального вида возможно применение различных преобразований, упрощающих решение полученной СЛАУ. Так, для уравнений типа свертки (задача, часто встречающаяся при обработке изображений), в том числе и многомерных, успешно применяется быстрое дискретное преобразование Фурье. 2) При наличии ограничений и при их отсутствии могут применяться прямые методы минимизации функционала Тихонова (метод сопряженных градиентов с ограничениями или без, метод Ньютона и др.).

Если ограничения отсутствуют, то задача отыскания экстремали функционала Тихонова сводится к решению уравнения  $A_h^* A_h z + \alpha z = A_h^* u_\delta$ . В случае положительно определенного самосопряженного оператора  $A$  и равенства  $Z=U$  регуляризованное приближение может находиться из уравнения  $Az + \alpha z = u_\delta$  (метод М.М.Лаврентьева).

Для построения РА необходимо определить способ выбора параметра регуляризации  $\alpha$ . Параметр регуляризации при решении некорректно поставленных задач должен явно зависеть от погрешностей. В противном случае, в соответствии с теоремами А.Б.Бакушинского и А.Н.Тихонова, могут решаться только корректные задачи. Как показывают простые примеры, известные методы выбора параметра регуляризации “L-кривой” и “generalized cross-validation” (GCV) (обобщенной перекрестной проверки), в которых параметр регуляризации не зависит явно от погрешностей задания правой части и оператора, не только не могут быть применены для решения некорректно поставленных задач, но и дают неверные результаты при решении простейших корректных задач.

Методы выбора параметра регуляризации условно подразделяются на априорные и апостериорные. Первый априорный способ выбора был предложен А.Н.Тихоновым. Некоторое обобщение приведено ниже. Пусть задана скорость убывания параметра

регуляризации: а)  $\alpha(\eta) \rightarrow 0$ ; б)  $\frac{(\delta + h)^2}{\alpha(\eta)} \rightarrow 0$ , то есть  $\alpha(\eta) \rightarrow 0$  медленнее, чем  $(\delta + h)^2$ . В

этом случае можно доказать, что  $z_\eta^{\alpha(\eta)} \rightarrow \bar{z}$ . Если оператор  $A$  не является инъективным, то имеет место сходимость к решению с минимальной нормой (нормальному решению).

Практическое применение априорных способов выбора параметра регуляризации вызывает большие затруднения, поскольку при решении прикладных задач необходимо найти приближенное решение при фиксированном уровне погрешностей. В качестве примера апостериорного способа ниже описан обобщенный принцип невязки (ОПН), предложенный и обоснованный А.В.Гончарским, А.С.Леоновым, А.Г.Яголой. ОПН является обобщением принципа невязки В.А.Морозова, разработанного для случая точного заданного оператора ( $h=0$ ).

Определение. Мерой несовместности операторного уравнения с приближенными данными на множестве  $D \subset Z$  называется

$$\mu_\eta(u_\delta, A_h) = \inf_{z \in D} \|A_h z - u_\delta\|$$

Очевидно, что  $\mu_\eta = 0$ , если  $u_\delta \in \overline{A_h D}$ .

Лемма. Если  $\|u_\delta - \bar{u}\| \leq \delta$ ,  $\bar{u} = A\bar{z}$ ,  $\bar{z} \in D$ ,  $\|A - A_h\| \leq h$ , то  $\mu_\eta(u_\delta, A_h) \xrightarrow{\eta \rightarrow 0} 0$ .

Если мера несовместности вычисляется с погрешностью  $k \geq 0$ , согласованной с погрешностями  $h$ , то вместо  $\mu_\eta(u_\delta, A_h)$  известно  $\mu_\eta^k(u_\delta, A_h)$ , удовлетворяющее неравенствам:

$$\mu_\eta(u_\delta, A_h) \leq \mu_\eta^k(u_\delta, A_h) \leq \mu_\eta(u_\delta, A_h) + k; \quad \kappa = \kappa(\eta) \rightarrow 0 \text{ при } \eta \rightarrow 0.$$

Определение. Функция параметра регуляризации  $\alpha > 0$ :

$$\rho_\eta^k(\alpha) = \|A_h z_\eta^\alpha - u_\delta\|^2 - (\delta + h \|z_\eta^\alpha\|)^2 - (\mu_\eta^k(u_\delta, A_h))^2$$

называется обобщенной невязкой.

Следующий способ выбора параметра регуляризации называется обобщенным принципом невязки. Пусть условие  $\|u_\delta\|^2 > \delta^2 + (\mu_\eta^k(u_\delta, A_h))^2$  не выполнено; тогда в качестве приближенного решения выберем  $z_\eta = 0$ . В противном случае обобщенная невязка имеет положительный корень  $\alpha^* > 0$ , то есть  $\rho_\eta^k(\alpha^*) = 0$ , или

$$\|A_h z_\eta^{\alpha^*} - u_\delta\|^2 = (\delta + h \|z_\eta^{\alpha^*}\|)^2 + (\mu_\eta^k(u_\delta, A_h))^2.$$

В этом случае приближенное решение  $z_\eta = z_\eta^{\alpha^*}$  определяется единственным образом. Можно доказать, что  $z_\eta \xrightarrow{\eta \rightarrow 0} \bar{z}$ . Если оператор  $A$  не является инъективным, то имеет место сходимость к решению с минимальной нормой (нормальному решению).

Для отыскания корня обобщенной невязки необходимо знать следующие ее свойства:

1.  $\rho_\eta^k(\alpha)$  непрерывна и монотонно не убывает при  $\alpha > 0$ .
2.  $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} \rho_\eta^k(\alpha) = \|u_\delta\|^2 - \delta^2 - (\mu_\eta^k(u_\delta, A_h))^2$  при  $\alpha \rightarrow +\infty$ .
3.  $\lim_{\alpha \rightarrow 0+0} \rho_\eta^k(\alpha) \leq -\delta^2$  при  $\alpha \rightarrow 0+0$ .

Из условий 1)-3) в случае, если  $\|u_\delta\|^2 > \delta^2 + (\mu_\eta^k(u_\delta, A_h))^2$ , сразу же следует существование корня обобщенной невязки, который может быть найден с использованием известных численных методов отыскания корней монотонных непрерывных функций (например, метод секущих).

Для того чтобы выяснить, какое же решение выбирается в соответствии с ОПН, необходимо рассмотреть следующую экстремальную задачу, которая называется обобщенным методом невязки (ОМН):

$$\text{Найти } \inf \|z\|, z \in \left\{ z : z \in D, \|A_h z - u_\delta\|^2 \leq (\delta + h \|z\|)^2 + (\mu_\eta^k(u_\delta, A_h))^2 \right\}.$$



**Теорема.** Пусть  $A, A_h$  – линейные ограниченные операторы из  $Z$  в  $U$ ;  $D$  – замкнутое выпуклое множество, содержащее точку  $0$ ,  $D \subseteq Z$ ;  $\|A - A_h\| \leq h, \|u_\delta - \bar{u}\| \leq \delta, \bar{u} = A\bar{z}, \bar{z} \in D$ . Тогда обобщенный принцип невязки и обобщенный метод невязки эквивалентны, т.е. решение операторного уравнения, выбранное в соответствии с ОПН, и решение экстремальной задачи ОМН совпадают.

Если рассматривать множество  $\{z : z \in D, \|A_h z - u_\delta\|^2 \leq (\delta + h\|z\|)^2 + (\mu_\eta^k(u_\delta, A_h))^2\}$  как множество приближенных решений операторного уравнения с приближенными данными (точное решение  $\bar{z}$  является элементом этого множества в силу условий теоремы), то в соответствии с ОПН выбирается приближенное решение с минимальной нормой. В частности, если в качестве пространства  $Z$  рассматривается пространство  $W_2^1[a, b]$  (норма в этом пространстве определяется  $\|z\| = \left\{ \int_a^b z^2(s) ds + \int_a^b (z'(s))^2 ds \right\}^{1/2}$ , в определение нормы входит производная), то говорят, что выбирается наиболее гладкое решение.

В случае наличия априорной информации о близости решения к заданному элементу  $z_0$  легко адаптировать ОПН на случай отыскания приближенного решения, ближайшего (по норме) к  $z_0$ . Для этого достаточно заменить искомое решение на  $z - z_0$ , преобразовав соответствующим образом правую часть уравнения.

Работа автора поддержана грантом РФФИ 14-01-00182.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Алифанов О.М., Артюхин Е.А., Румянцев С.В. Экстремальные методы решения некорректных задач. - М.: Наука, 1988.
2. Бакушинский А.Б., Гончарский А.В. Итеративные методы решения некорректных задач. - М.: Наука, 1989.
3. Бакушинский А.Б., Гончарский А.В. Некорректные задачи. Численные методы и приложения. - М.: Изд-во МГУ, 1989.
4. Вайникко Г.М., Веретенников А.Ю. Итерационные процедуры в некорректных задачах. - М.: Наука, 1986.
5. Васин В.В., Агеев А.Л. Некорректные задачи с априорной информацией. - Екатеринбург, Наука, 1993.
6. Васин В.В., Еремин И.И. Операторы и итерационные процессы фейеровского типа. Теория и приложения. - Екатеринбург, УрО РАН, 2005.
7. Денисов А.М. Введение в теорию обратных задач. - М.: Изд-во МГУ, 1994.
8. Иванов В.К., Васин В.В., Танана В.П. Теория линейных некорректных задач и ее приложения. - М.: Наука, 1978.
9. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. - Новосибирск, Сибирское научное издательство, 2008.
10. Лаврентьев М.М. О некоторых некорректных задачах математической физики. - Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1962.
11. Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П. Некорректные задачи математической физики и анализа. - М.: Наука, 1980.
12. Лаврентьев М.М., Савельев Л.Я. Линейные операторы и некорректные задачи. - М.: Наука, 1991.
13. Морозов В.А. Регулярные методы решения некорректно поставленных задач. - М.: Наука, 1987.
14. Осипов Ю.С., Васильев Ф.П., Потапов М.М. Основы метода динамической регуляризации. - М.: Изд-во МГУ, 1999.

15. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. - М.: Наука, 1979.
  16. Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. - М.: Наука, 1983.
  17. Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г. Численные методы решения некорректных задач. - М.: Наука, 1990.
  18. Тихонов А.Н., Леонов А.С., Ягола А.Г. Нелинейные некорректные задачи. - М.: Наука, 1995.
  19. Федотов А.М. Некорректные задачи со случайными ошибками в данных. - Новосибирск: Наука, 1990.
  20. А.Г.Ягола, И.Э.Степанова, В.Н.Титаренко, Я.Ван. Обратные задачи и методы их решения. Приложения к геофизике. – Москва, Бином, 2013, с. 1-216, ISBN 978-5-9963-0813-2.
-

## СЕКЦИЯ 1.

### НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИКИ В ВУЗАХ

---

#### НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ВУЗАХ ЧЕЧЕНСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

Асхабов С.Н.

*Чеченский государственный университет, 364907, г. Грозный, ул. Шерипова, 32. Факультет математики и компьютерных технологий, тел.: 89287828637, e-mail: askhabov@yandex.ru*

This article provides information on research activities, current situation and perspectives of mathematical education development in Chechen Republic. It describes specific process of the republic institutions' integration into the world system of higher education.

1 ноября 2011 года Министерство образования и науки Российской Федерации (Минобрнауки РФ) объявило конкурс с целью поддержки программ стратегического развития государственных образовательных учреждений высшего профессионального образования за счёт средств федерального бюджета. В конкурсе приняли участие программы стратегического развития 248 вузов, подведомственных Минобрнауки РФ. Одним из 55 победителей этого конкурса стал Чеченский государственный университет (ЧГУ), представивший обширную программу развития экологической направленности. Планируется, что ЧГУ станет центром экологических исследований в Северо-Кавказском регионе. Важная роль в реализации данной программы отводится научным исследованиям в области математики, а также развитию математического образования в Чеченской Республике (ЧР). Известно, что математика – это стратегический ресурс, от которого зависит развитие экономики любой страны. Изучение математики играет системообразующую роль в образовании и поэтому развивать математическое образование необходимо во взаимосвязи с физикой, химией, биологией и другими предметами. С целью реализации программы стратегического развития в декабре 2011 года при ЧГУ был открыт Научно-исследовательский институт математической физики и сейсмодинамики (НИИ МФС) на базе научно-исследовательской лаборатории «Математики и математической физики». Заявленными целями создания НИИ МФС являются «Организация научно-исследовательских работ в области сейсмодинамики и сейсмостойкости сооружений, интенсификация и повышение уровня научно-исследовательской активности в сфере физико-математических наук, подготовка научно-педагогических кадров высшего профессионального образования на основе интеграции научных достижений и образовательной практики». К деятельности НИИ МФС привлечены ученые из крупных научных центров России (РАН, МГУ), США (Тихоокеанский центр по сейсмоинженерии Калифорнийского университета в Беркли), Узбекистана (Институт механики и сейсмостойкости сооружений АН РУз). По ряду научных направлений предполагается проведение совместных научных исследований с ведущими российскими и зарубежными научными учреждениями, а также организация при Институте полигона по сейсмозрывным исследованиям (искусственным землетрясениям).

Основными направлениями научных исследований НИИ МФС являются:

Сейсмодинамика протяженных подземных сооружений (непрерывных и сегментных трубопроводов и туннелей);

Сейсмодинамика и сейсмостойкость зданий и наземных конструкций;

Геомеханика и динамика грунтов;  
Рассеяние и дифракция волн применительно к проблемам сейсмозащиты, звукоизоляции и неразрушающей дефектоскопии;

Потеря устойчивости и опрокидывание тел при землетрясениях;

Гашение колебаний в механических системах со связями высокого порядка: новые подходы и решения методами неголономной механики. Гашение сейсмических колебаний высотных зданий;

Исследование постановок и решение краевых задач для нелинейных дифференциальных, интегральных, интегро-дифференциальных и дискретных уравнений с разностными ядрами. Приложения к задачам геомеханики и сейсмодинамики;

Быстросходящиеся приближенные методы решения нелинейных сингулярных интегральных уравнений и уравнений типа свертки;

Модели и процессы анизотропной фильтрации. Решение задач фильтрации методами теории полугрупп операторов;

Теория линейных операторов в весовых гранд - пространствах.

В составе НИИ МФС успешно функционируют три отдела: «Отдел сейсмодинамики и дифракции», «Отдел нелинейного анализа и математического моделирования» и «Отдел прикладной математики и механики», возглавляемые штатными сотрудниками ЧГУ, известными специалистами, докторами физико-математических наук по соответствующим специальностям. К основным достижениям НИИ МФС в указанных выше направлениях относятся (см., например, [1]-[5]):

1. В сейсмодинамике протяженных подземных сооружений предложен новый подход, позволяющий рассматривать соответствующие задачи в связанной постановке как задачи о совместном движении грунта и сооружения и приводящий к более точному определению сейсмических сил. Этот подход дает конечные аналитические выражения для характеристик, определяющих сейсмопрочность сооружения, что позволяет ставить и решать задачи оптимизации в сейсмодинамике подземных сооружений (т.е. задачи оптимального выбора материалов и геометрических размеров трубопровода, а также глубины и траектории его пролегания). Развита также новая методика в исследовании сейсмических колебаний сегментных трубопроводов и протяженных сооружений. Подход реализован в практически важном случае сейсмических колебаний двухкомпонентных периодических конструкций. Предложена аналогия "линейной цепочки атомов" для исследования сейсмических колебаний протяженных подземных сооружений. Практическая значимость аналогии состоит в том, что она позволяет учесть неупругие или нелинейные свойства грунта через решение одномерной задачи о сдвиговых колебаниях цилиндрического слоя, а также учесть неупругие свойства стыков. Получены первые результаты по распространению теории Кирхгофа (оптики) на векторные задачи дифракции упругих волн. Рассматриваются задачи дифракции при приближенных и разнотипных граничных условиях и предложены простые методы их решения. Указаны приложения полученных результатов к теории звуковых барьеров. Дан анализ определяющих соотношений тензорно нелинейных сред применительно к геоматериалам и предложены установочные эксперименты для определения материальных функций, входящих в эти соотношения. Получены аналитические решения важных прикладных задач, возникающих при исследовании геомеханических процессов, сопровождающих землетрясения и другие природные катаклизмы (диффузии разрыва вглубь грунтового пласта, задачи о течении тонкого слоя между жесткими плитами и других). Исправлено неверное решение К. Токи и Ш. Такада задачи, связанной с сейсмическими колебаниями протяженной цилиндрической конструкции в неограниченной упругой среде, приводящее к физически некорректным результатам и парадоксам. Исправленное решение лишено этих недостатков. Метод решения существенно упрощен, используя современные достижения динамической теории упругости (результаты этого пункта принадлежат директору НИИ МФС, доктору физико-математических наук, профессору М.Ш. Исраилову).

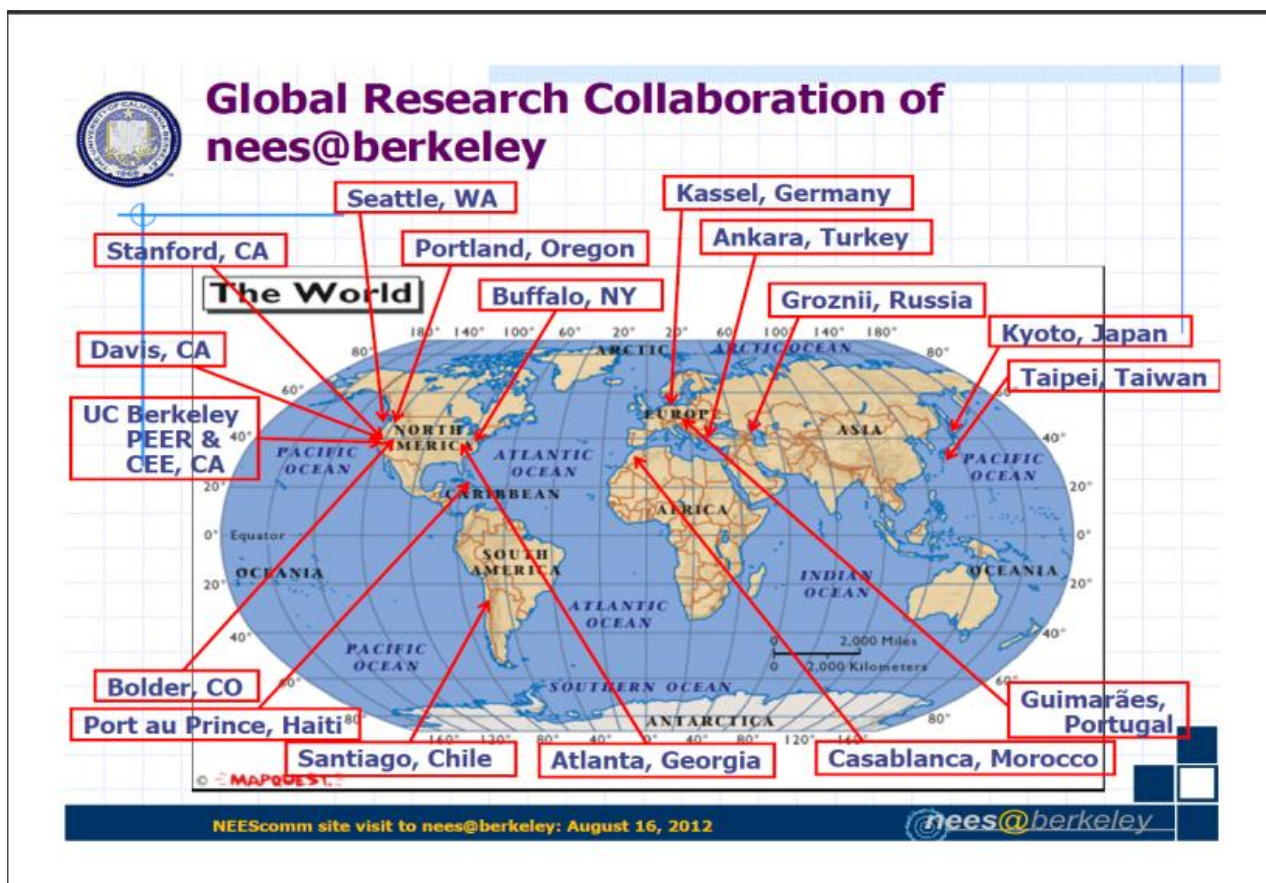
2. Показано что математический аппарат и методы, развитые для исследования неавтономных систем со связями высокого порядка, в частности, обобщенный принцип Гаусса, могут быть с успехом применены для решения некоторых задач управления движением, а также задач гашения колебаний в механических системах. Решена задача о горизонтальных движениях тяжелого прямоугольного тела на плоскости в условиях скольжения. Задача моделирует реакцию (колебания) здания, построенного на скальных грунтах, при землетрясениях (Ш.Х. Солтаханов).

3. Используя современные методы нелинейного функционального анализа, такие как метод монотонных (по Браудеру-Минти) операторов, метод Белецкого и их модификации, установлены глобальные теоремы о существовании, единственности и способах нахождения решений для различных классов нелинейных сингулярных интегральных и дискретных уравнений с разностными ядрами, возникающих в аэро- и гидродинамике, теории упругости и тесно связанных с нелинейными краевыми задачами теории аналитических функций. Без ограничений на абсолютную величину параметров и область существования решений показано, что приближенные решения таких уравнений могут быть найдены как методом наискорейшего спуска, так и методом последовательных приближений пикаровского типа, при этом получены оценки скорости их сходимости (С.Н. Асхабов).

4. Предложены новые модели (на основе модельного представления Баренблатта–Желтова–Кочиной) в анизотропных пластах и исследованы соответствующие уравнения процессов фильтрации в полупространстве при наличии преобладающего направления проницаемости, горизонтального или вертикального. Даны явные решения смешанных задач и задач Коши для уравнений нестационарной фильтрации с использованием методов теории полугрупп операторов (Х.Г. Умаров).

5. Изучены свойства обобщенных гранд-пространств Лебега и обобщенных гранд-пространств Морри. Исследованы условия ограниченности классических операторов гармонического анализа в этих пространствах. В частности, доказаны теоремы об ограниченности оператора Кальдерона-Зигмунда и максимального оператора Харди-Литлвуда из обобщенного гранд-пространства Лебега в обобщенное гранд-пространство Морри (С.М. Умархаджиев).

Важно отметить, что НИИ ФМС включен Тихоокеанским центром по сейсмостойкому строительству Калифорнийского университета в Беркли (PEER & CEE of University of California at Berkeley) в число своих партнеров по международному сотрудничеству и Карту глобального (международного) научного сотрудничества под названием Groznii, Russia:



В последние годы в вузах ЧР сложились плодотворно работающие в области математики и естественных наук научные коллективы. Эти коллективы состоят, в основном, из представителей старшего поколения. Поэтому большое внимание в ЧР уделяется подготовке подрастающего поколения. С 2008 года успешно осуществляется Программа Главы и Правительства ЧР по подготовке молодых специалистов по математике, компьютерным наукам и информационным технологиям, физике и химии, биологии и медицине, географии и геоэкологии, архитектуре и строительству, агрономическим наукам и другим за рубежом. После предварительного изучения успешного опыта работы Татарстана в этом направлении и с учетом национальных особенностей и потребностей ЧР была составлена «Республиканская целевая программа подготовки молодых кадров за рубежом», предусматривающая отбор и отправку студентов вузов ЧР на обучение в Великобританию и Германию ежегодно в течение 5 лет. На конкурсной основе были определены зарубежные партнеры по реализации Программы, с которыми Министерство образования и науки ЧР заключило договоры на оказание услуг в сфере образования. Ими стали международные образовательные центры STUDY GROUP (Великобритания), INTO (Великобритания) и DAAD (Германия). В этой связи при ЧГУ был создан отдел международного сотрудничества, задачей которого является организация и проведение отборочных мероприятий, ведение учета, координация совместных действий с международными образовательными центрами и вузами ЧР, поддержание контактов с зарубежными партнерами, а также контроль осуществления Программы.

В мае 2008 года был проведен первый отбор студентов трех государственных образовательных учреждений высшего профессионального образования ЧР для обучения за рубежом. В результате 89 студентов, прошедших отбор и рекомендованных для обучения в вузах Великобритании и Германии, выехали к месту учебы в декабре 2008 – январе 2009 гг.

Всего за пять лет (2009 – 2013 гг.) было отобрано и направлено на обучение за рубеж 317 студентов вузов ЧР, из них (по состоянию на январь 2014 года) 226 студентов-стипендиантов продолжают учебу в известных вузах Великобритании (130 стипендиантов) и

Германии (96 стипендиантов). При этом, в образовательных центрах STUDY GROUP, INTO и DAAD обучается, соответственно, 60, 70 и 96 стипендиантов. В настоящее время подготовка молодых специалистов для Чеченской республики осуществляется, в основном, в следующих зарубежных вузах.

#### ВЕЛИКОБРИТАНИЯ

- Queen Mary, University of London;
- Glasgow Caledonian University, Glasgow;
- Northumbria University, Newcastle;
- University East Anglia, London;
- Keele University, Staffordshire;
- University of Sussex, Brighton;
- Oxford Brookes University, Oxford;
- University of Huddersfield, West Yorkshire;
- University of Brighton, Brighton;
- Liverpool John Moores University, Liverpool;
- Anglia Ruskin University, Cambridge;
- The University of Manchester, Manchester;
- Nottingham Trent University, Nottingham;
- Lincoln University, Lincoln;
- Heriot-Watt University, Edinburgh;
- Queen's University Belfast, Belfast;
- Imperial College London. London.

#### ГЕРМАНИЯ

- Technische Universität Berlin, Berlin;
- Universitaet Passau, Passau;
- Universitaet Leipzig, Leipzig;
- Medizinische Hochschule Hannover, Hannover;
- Universitaet Koeln, Koeln;
- Technische Universität Dresden, Dresden;
- Technische Universitaet Dortmund, Dortmund;
- Brandenburgische Technische Universitaet Cottbus, Cottbus;
- Otto von Guericke Universität Magdeburg, Magdeburg;
- FH Bingen, University of Applied Sciences, Bingen;
- Technische Universitaet Ilmenau, Ilmenau;
- Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universitaet Bonn, Bonn;
- Hochschule Mittweida, Mittweida;
- Eberhard Karls Universität Tübingen, Tübingen;
- Universitaet Trier, Birkenfeld;
- Technische Universität Braunschweig, Braunschweig;
- Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, Heidelberg.

В Великобритании и Германии по специальности «Математика» обучается 13 студентов (3 в Германии и 10 в Великобритании), а по специальности «Компьютерные науки и информационные технологии» – 50 студентов (10 в Германии и 40 в Великобритании).

Кроме того, заключены договора об академическом и научном взаимодействии и с другими ведущими российскими и зарубежными вузами. В частности, в марте 2012 года такой договор заключен между факультетом математики и компьютерных технологий ЧГУ и факультетом математики и физических наук университета города Лидс (The University of Leeds, Faculty of Mathematics and Physical Sciences, Leeds, LS2 9JT, United Kingdom).

В соответствии с Указом Президента РФ от 7 мая 2012 года № 599 «О мерах по реализации государственной политики в области образования и науки», постановляющим, в частности, Правительству РФ обеспечить разработку и утверждение в декабре 2013 года Концепции развития математического образования в РФ (утверждена решением Правительства РФ от 24 декабря 2013 г. № 2506-р), в вузах Чеченской Республики проделана следующая работа в этом направлении.

В октябре 2013 года при ЧГУ была открыта математическая школа для одаренных учащихся (МШОУ) 9-11 классов Чеченской Республики. Цель этой школы состоит в том, чтобы каждый талантливый ребенок в Чеченской Республике, независимо от социального положения и места жительства, имел возможность получить дополнительную бесплатную подготовку в области математики и естественных наук. Предполагается, что МШОУ позволит в условиях малого региона, в котором нет крупных научных и исследовательских центров, изменить всю систему математической подготовки одаренных школьников, открыв многим из них дорогу к качественному высшему образованию в ведущих российских и зарубежных университетах. Акцент на занятиях в МШОУ делается на обучение не фактам, а методам их получения.

В начале 2013 года в Грозненском государственном нефтяном техническом университете имени академика М.Д. Миллионщикова был создан Совет по физико-математическому образованию, который призван заниматься повышением качества образования в вузе по предметам, входящим в естественно-математический цикл. При этом кафедры естественно-математического цикла ГГНТУ выведены из состава факультетов в прямое подчинение ректору, пересмотрены учебные планы, увеличено количество часов, отводимых на изучение математики.

При Чеченском государственном педагогическом институте планируется открытие в 2014 – 2015 учебном году лицея с физико-математическим уклоном (10 – 11 классы). Руководство института намерено оказывать материальную поддержку студентам физико-математического факультета за счет внебюджетных средств.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Асхабов С.Н. Нелинейные сингулярные интегральные уравнения в пространствах Лебега (Монография: ISBN 978-5-91127-086-5). – Грозный: изд-во ЧГУ, 2013. – 135 с.
  2. Israilov M.Sh. Diffraction of acoustic and elastic waves on a half-plane for boundary conditions of various types. // *Mechanics of Solids*. 2013, Vol. 48, No 3. P. 337-347.
  3. Солтаханов Ш.Х. О геометрической интерпретации идеальности управления при связях высокого порядка в смешанной задаче динамики // *Международная конференция «VIII Окуневские чтения»*. Санкт-Петербург, 2013. С. 45-48.
  4. Умаров Х.Г. Явный вид решения смешанной задачи в анизотропном полупространстве для уравнения Баренблатта–Желтова–Кочиной // *Владикавказ. матем. журн.* – 2013. – 15, № 1. — С. 51–64.
  5. Umarchadzhiev S.M. Riesz-Thorin-Stein-Weiss Interpolation Theorem in a Lebesgue-Morrey Setting // *Advances in Harmonic Analysis and Operator Theory. Operator Theory: Advances and Applications*, Birkhäuser, Basel. 2013. Vol. 229. P. 387-392
-



# Рост целых функций с нулями на лучах или в угле<sup>1</sup>

Г. Г. Брайчев

Московский педагогический государственный университет,  
Россия, Москва, ул. М. Пироговская, 1, тел. 8-499-264-25-56,  
e-mail: braichev@mail.ru

**Abstract.** *The exact lower bounds for the type of an entire function with zeros on the rays or angle by the classic characteristics of the distribution of zeros are given.*

В комплексном анализе и его приложениях важное значение имеет проблема зависимости роста целой функции от геометрических особенностей и плотностных характеристик ее нулей. В докладе обсуждаются некоторые результаты последнего времени, полученные в этом направлении.

Пусть  $f(z)$  — целая функция с последовательностью (всех) нулей  $\Lambda = \Lambda_f = \{\lambda_n\}_{n=1}^{\infty}$ . Тип  $f(z)$  при порядке  $\rho > 0$  задается формулой

$$\sigma_{\rho}(f) = \overline{\lim}_{r \rightarrow +\infty} r^{-\rho} \ln \max_{|z|=r} |f(z)|.$$

Приведем оценки снизу этой величины через верхнюю и нижнюю плотности (усредненные плотности) последовательности  $\Lambda$ , а также ее шаг и индекс лакуарности. Определим перечисленные характеристики. Пусть  $n_{\Lambda}(r) = \sum_{|\lambda_n| \leq r} 1$  — считающая функция нулей  $f(z)$ .

Верхней и нижней  $\rho$ -плотностями последовательности  $\Lambda = \{\lambda_n\}$  называются величины

$$\overline{\Delta}_{\rho}(\Lambda) = \overline{\lim}_{r \rightarrow +\infty} \frac{n_{\Lambda}(r)}{r^{\rho}}, \quad \underline{\Delta}_{\rho}(\Lambda) = \underline{\lim}_{r \rightarrow +\infty} \frac{n_{\Lambda}(r)}{r^{\rho}}.$$

Усредненные  $\rho$ -плотности последовательности  $\Lambda$  задаются аналогичными формулами, в которых считающая функция  $n_{\Lambda}(r)$  заменена на усредненную считающую функцию  $N_{\Lambda}(r) = \int_0^r \frac{n_{\Lambda}(t)}{t} dt$ , т. е.

$$\overline{\Delta}_{\rho}^*(\Lambda) = \overline{\lim}_{r \rightarrow +\infty} \frac{N_{\Lambda}(r)}{r^{\rho}}, \quad \underline{\Delta}_{\rho}^*(\Lambda) = \underline{\lim}_{r \rightarrow +\infty} \frac{N_{\Lambda}(r)}{r^{\rho}}.$$

Индексом лакуарности и  $\rho$ -шагом последовательности  $\Lambda = \{\lambda_n\}$  называют величины

$$l(\Lambda) = \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{|\lambda_{n+1}|}{|\lambda_n|}, \quad h_{\rho}(\Lambda) = \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} (|\lambda_{n+1}|^{\rho} - |\lambda_n|^{\rho})$$

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 13-01-00281).

соответственно. Хорошо известно установленное в начале прошлого века Ж. Валироном [1] для любого  $\rho > 0$  и  $\Lambda \subset \mathbb{C}$  неравенство

$$\sigma_\rho(f) \geq \frac{1}{\rho e} \overline{\Delta}_\rho(\Lambda), \quad (1)$$

точность которого доказал в 50-х годах Б. Я. Левин [2]. Примерно в то же время в своей книге [3] Р. Ф. Боас приводит оценку типа целой функции  $f(z)$  в случае, когда известна не только верхняя, но и нижняя  $\rho$ -плотность последовательности ее нулей  $\Lambda = \Lambda_f$ , именно

$$\sigma_\rho(f) \geq \exp \left\{ \frac{\underline{\Delta}_\rho(\Lambda)}{\overline{\Delta}_\rho(\Lambda)} \right\} \frac{1}{\rho e} \overline{\Delta}_\rho(\Lambda). \quad (2)$$

Точность этой оценки лишь недавно установлена А. Ю. Поповым в [4]. Привлечение верхней усредненной  $\rho$ -плотности позволяет получить неравенство

$$\sigma_\rho(f) \geq \overline{\Delta}_\rho^*(\Lambda), \quad (3)$$

которое также точно и, в отличие от ситуации с обычными плотностями, не может быть улучшено при дополнительном учете нижней усредненной  $\rho$ -плотности (см. [4]).

Приведенные „классические“ оценки полностью описывают общий случай расположения нулей на плоскости. Однако, для многих естественных классов целых функций, нули которых принадлежат фиксированному множеству, означенные оценки перестают быть наилучшими возможными. Так, для целых функций порядка  $\rho \in (0, 1)$  с нулями, расположенными на одном луче, А. Ю. Попов в 2005 году вывел неулучшаемое неравенство [5] (ср. (1)):

$$\sigma_\rho(f) \geq C(\rho) \overline{\Delta}_\rho(\Lambda), \quad \text{где} \quad C(\rho) = \max_{a>0} \frac{\ln(1+a)}{a^\rho} > \frac{1}{\rho e}. \quad (4)$$

В этом же классе функций, но с учетом нижней  $\rho$ -плотности нулей, т. е. при  $\overline{\Delta}_\rho(\Lambda) = \beta$ ,  $\underline{\Delta}_\rho(\Lambda) \geq \alpha$ , в 2009 году В. Б. Шерстюков (см., например, [6]) получил следующий точный результат (ср. (2)):

$$\sigma_\rho(f) \geq C(k, \rho) \beta, \quad \text{где} \quad k = \frac{\alpha}{\beta} \quad \text{и}$$

$$C(k, \rho) = \frac{\pi k}{\sin \pi \rho} + \max_{a>0} \int_{ak^{1/\rho}}^a \frac{a^{-\rho} - k t^{-\rho}}{t+1} dt > \frac{e^{k-1}}{\rho}.$$

В рассматриваемом классе целых функций порядка  $\rho \in (0, 1)$  с нулями на луче плотностей  $\overline{\Delta}_\rho(\Lambda) = \beta$ ,  $\underline{\Delta}_\rho(\Lambda) \geq \alpha$ , при дополнительной информации о  $\rho$ -шаге  $h_\rho(\Lambda) \geq h$  с естественным ограничением

$h \in [0, \beta^{-1}]$ , О. В. Шерстюкова в 2012 году доказала точную оценку

$$\sigma_\rho(f) \geq C(k, \rho, h) \beta, \quad \text{где}$$

$$C(k, \rho, h) = \frac{\pi k}{\sin \pi \rho} + \sup_{a>0} \left\{ \int_{ak^{1/\rho}}^{a\mu^{1/\rho}} \frac{a^{-\rho} - kt^{-\rho}}{t+1} dt + \frac{1}{h} \int_a^{a\mu^{1/\rho}} \frac{t^{-\rho} - a^{-\rho}}{t+1} dt \right\}$$

с параметрами  $k = \frac{\alpha}{\beta}$  и  $\mu = \frac{1 - \alpha h}{1 - \beta h}$  (см. [7]).

Приведем еще один точный результат, полученный в [8] для целых функций с дискретно измеримыми нулями  $\Lambda = \{\lambda_n\}$ , характеризуемых условием существования предела  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N(|\lambda_n|)}{|\lambda_n|^\rho}$ . Как показано в работе [9], класс таких функций достаточно широк: для произвольных чисел  $\beta > 0$  и  $\alpha \in [0, \beta]$  существуют дискретно измеримые последовательности  $\Lambda$  с плотностями  $\bar{\Delta}_\rho(\Lambda) = \beta$  и  $\underline{\Delta}_\rho(\Lambda) = \alpha$ . При  $\rho \in (0, 1)$  тип любой функции из этого класса с положительными нулями  $\Lambda$ , имеющими заданные индекс лакуарности  $l(\Lambda) = l$  и верхнюю  $\rho$ -плотность  $\bar{\Delta}_\rho(\Lambda) = \beta$ , удовлетворяет неравенству

$$\sigma_\rho(f) \geq \beta L \left\{ \frac{\pi}{\sin \pi \rho} + \sup_{a>0} \int_{at^{-1}}^a \frac{L^{-1}a^{-\rho} - t^{-\rho}}{t+1} dt \right\}, \quad \text{где } L = \frac{\ln l^\rho}{l^\rho - 1}.$$

Обратимся теперь к случаю, когда нули целой функции порядка  $\rho \in (0, 1)$  лежат не на луче, а в угле раствора  $2\theta \leq \pi$ . Здесь точные результаты получены А. Ю. Поповым в 2013 году [4]:

$$\sigma_\rho(f) \geq \frac{\beta}{2} \max_{a>0} \frac{\ln(1 + 2a \cos \theta + a^2)}{a^\rho}$$

и В. Б. Шерстюковым в 2014 году [10]:

$$\sigma_\rho(f) \geq C_\theta(k, \rho) \beta, \quad \text{где } k = \frac{\alpha}{\beta} \text{ и}$$

$$C_\theta(k, \rho) = \frac{\pi k}{\sin \pi \rho} \cos \rho \theta + \max_{a>0} \int_{ak^{1/\rho}}^a \frac{(a^{-\rho} - kt^{-\rho})(t + \cos \theta)}{t^2 + 2t \cos \theta + 1} dt.$$

Рассмотрим далее ситуацию, когда нули  $\Lambda$  целой функции  $f(z)$  расположены на  $m$  лучах, исходящих из начала координат и разбивающих комплексную плоскость на равные углы, причем  $\bar{\Delta}_\rho(\Lambda) = \beta$ ,

$\underline{\Delta}_\rho(\Lambda) \geq \alpha$ . Тогда для  $\rho \in (0, m)$  справедлив следующий точный результат, полученный недавно автором:

$$\sigma_\rho(f) \geq \frac{\beta}{m} C\left(k, \frac{\rho}{m}\right) = \frac{\beta}{m} \left[ \frac{\pi k}{\sin \frac{\pi \rho}{m}} + \max_{a>0} \int_{ak^{1/\rho}}^a \frac{a^{-\frac{\rho}{m}} - kt^{-\frac{\rho}{m}}}{t+1} dt \right]. \quad (5)$$

В важном частном случае целой функции экспоненциального типа с чисто мнимыми (или вещественными) нулями имеем точную оценку

$$\sigma(f) \geq \frac{\pi \alpha}{2} + \max_{a>0} \left\{ \frac{\beta}{\sqrt{a}} \ln \frac{1+a}{1+ak^2} - 2 \operatorname{arctg} \frac{1-k\sqrt{a}}{1+ak} \right\}, \quad k = \frac{\alpha}{\beta},$$

полученную прямым подсчетом интеграла в (5) при  $\rho = 1$ ,  $m = 2$ .

Оценка снизу типа целой функции через усредненные  $\rho$ -плотности  $\overline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) = \beta^*$ ,  $\underline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) \geq \alpha^*$ , аналогичная (5), имеет чуть более сложный вид:

$$\sigma_\rho(f) \geq \frac{\rho}{m} \left( \frac{\pi \alpha^*}{\sin \frac{\pi \rho}{m}} + \max_{a>0} \int_{aa_1^{m/\rho}}^{aa_2^{m/\rho}} \frac{\beta^* a^{-\frac{\rho}{m}} - \alpha^* t^{-\frac{\rho}{m}}}{t+1} dt \right), \quad (6)$$

где  $a_1, a_2$  являются корнями уравнения

$$a \ln \frac{e}{a} = \frac{\alpha^*}{\beta^*} \quad (0 \leq a_1 \leq 1 \leq a_2 \leq e). \quad (7)$$

При  $m = 1$  результат изложен в [11], [12], а при  $m \geq 2$  — в [13]. В частности, для  $\Lambda \subset \mathbb{R}_+$  и  $\alpha^* = 0$  из (6) получаем неулучшаемое неравенство  $\sigma_\rho(f) \geq \rho e C(\rho) \beta^* > \beta^*$ , где величина  $C(\rho)$  определена в (4); ср. с оценкой (3) для  $\Lambda \subset \mathbb{C}$ .

Наконец, тип целой функции порядка  $\rho \in (0, 1)$ , все нули которой  $\Lambda$  лежат в угле раствора  $2\theta \leq \pi$  и имеют заданные усредненные  $\rho$ -плотности  $\overline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) = \beta^*$ ,  $\underline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) \geq \alpha^* \in [0, \beta^*]$ , удовлетворяет достижимым неравенствам ( $a_1, a_2$  — корни уравнения (7)):

$$\sigma_\rho(f) \geq \frac{\alpha^* \pi \rho}{\sin \pi \rho} \cos \rho \theta + \rho \max_{a>0} \int_{aa_1^{1/\rho}}^{aa_2^{1/\rho}} \frac{(\beta^* a^{-\rho} - \alpha^* t^{-\rho})(t + \cos \theta)}{t^2 + 2t \cos \theta + 1} dt,$$

$$\sigma_\rho(f) \geq \frac{\beta^* \rho e}{2} \max_{a>0} \frac{\ln(1 + 2a \cos \theta + a^2)}{a^\rho}.$$

- [1] Valiron G. *Sur les fonctions entieres d'ordre nul et d'ordre fini et en particulier des fonctions a correspondance regulier* // Annales de la fac. de l'univ. Toulouse. V. 5. 1914. P. 117–257.
- [2] Левин Б. Я. *Распределение корней целых функций*. ГИТТЛ. М. 1956.
- [3] Boas R. Ph. *Entire functions*. Acad. Press. New-York. 1954.
- [4] Попов А. Ю. *Развитие теоремы Валирона-Левина о наименьшем возможном типе целой функции с заданной верхней  $\rho$ -плотностью корней* // СМФН. 2013. Т. 49. С. 132–164.
- [5] Попов А. Ю. *Наименьший возможный тип при порядке  $\rho < 1$  канонических произведений с положительными нулями заданной верхней  $\rho$ -плотности* // Вестник Моск. ун-та. Сер.1. Математика. Механика. №1. 2005. С. 31–36.
- [6] Брайчев Г. Г., Шерстюков В. Б. *О наименьшем возможном типе целых функций порядка  $\rho \in (0, 1)$  с положительными нулями* // Изв. РАН. Сер. матем. Т. 75. №1. 2011. С. 3–28.
- [7] Шерстюкова О. В. *Об экстремальном типе целой функции порядка меньше единицы с нулями фиксированных плотностей и шага* // Уфимск. матем. журн. Т. 4, вып. 1. 2012. С. 161–165.
- [8] Брайчев Г. Г. *Точные оценки типов целой функции порядка  $\rho \in (0, 1)$  с нулями на луче* // Уфимск. матем. журн. Т. 4, вып. 1. 2012. С. 29–37.
- [9] Брайчев Г. Г., Шерстюков В. Б. *О росте целых функций с дискретно измеримыми нулями* // Матем. заметки. Т. 91. вып. 5. 2012. С. 674–690.
- [10] Шерстюков В. Б. *Минимальное значение типа целой функции порядка меньше единицы с нулями заданных плотностей, лежащими в угле* // Материалы 17-й международной Саратовской зимней школы „Современные проблемы теории функций и их приложения“. Саратов. 2014. С. 309–310.
- [11] Брайчев Г. Г. *Наименьший тип целой функции порядка  $\rho \in (0, 1)$  с положительными корнями заданных усредненных плотностей* // Матем. сб. Т. 203. № 7. 2012. С. 31–56.
- [12] Брайчев Г. Г. *Точные оценки типа целой функции порядка меньше единицы с нулями на луче заданных усредненных плотностей* // Доклады РАН Т. 445. № 6. 2012. С. 615–617.
- [13] Брайчев Г. Г. *Наименьший рост целых функций с нулями на лучах или в угле фиксированных усредненных плотностей* // Материалы 17-й международной Саратовской зимней школы „Современные проблемы теории функций и их приложения“. Саратов. 2014. С. 47–49.

# РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА В СРЕДЕ С КЕРРОВСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

Герасимчук В.С.

*Национальный технический университет Украины "КПИ", Киев, Украина  
victor.gera@gmail.com*

Герасимчук И.В.

*Институт магнетизма НАН Украины и МОН Украины, Киев, Украина  
igor.gera@gmail.com*

Проведено исследование структуры и характера локализации нелинейных стационарных волн вблизи ангармонического точечного дефекта, при линейном и/или нелинейном характере этого дефекта. Найдены точные решения и выяснен характер локализации нелинейных стационарных волн при:

- взаимном притяжении элементарных возбуждений;
- взаимном отталкивании элементарных возбуждений;
- притяжении элементарных возбуждений к дефекту (ангармонизму);
- отталкивании элементарных возбуждений от дефекта (ангармонизму).

A study of the structure and nature of nonlinear stationary waves localization near anharmonic point defect with a linear and / or nonlinear property of the defect was done. Exact solutions were found and the property of localization of nonlinear stationary waves was clarified with the following conditions:

- mutual attraction of elementary excitations;
- mutual repulsion of elementary excitations;
- attraction of elementary excitations of the defect (anharmonicity);
- repulsion of elementary excitations of the defect (anharmonicity).

Сформулирована задача исследования характера локализации нелинейных стационарных волн в среде, обладающей линейными и/или нелинейными свойствами в условиях керровской нелинейности. Такая ситуация реализуется, например, в том случае, когда среда проявляет нелинейные свойства или может рассматриваться в линейном приближении, но из-за локализации волны в плоском волноводе или локализации колебания на дефекте, в нем проявляются нелинейные свойства.

Ищутся решения нелинейного уравнения Шредингера в указанной модельной системе с учетом непрерывности волновой функции и скачка ее первой производной.

## 1. Уравнение движения

В исследовании солитонных возбуждений, эффективный размер которых в зависимости от частоты солитона может меняться в широких пределах, точечным (или локальным) дефектом будем считать возмущение характеристик нелинейной среды, сосредоточенное на расстояниях, много меньших ширины солитона.

Запишем плотность функции Лагранжа для полевой переменной  $u(z, t)$  в среде с керровской нелинейностью, при наличии точечного дефекта, обладающего линейными  $\kappa$  и нелинейными  $q$  свойствами:

$$L = \frac{i}{2} \left( u^* \frac{\partial u}{\partial t} - u \frac{\partial u^*}{\partial t} \right) - \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right|^2 + \sigma \cdot |u|^4 + \lambda \cdot \delta(z) \cdot \left[ \kappa + q|u|^2 \right] |u|^2. \quad (1)$$

где  $\sigma = \pm 1$  характеризует взаимодействие элементарных возбуждений ( $\sigma = +1$  соответствует их взаимному притяжению,  $\sigma = -1$  – отталкиванию) и  $\lambda$  – характеристика “мощности” дефекта. При  $\lambda < 0$  элементарные возбуждения “отталкиваются” от дефекта, а при  $\lambda > 0$  – эффективно притягиваются к нему.

Предельному случаю  $q = 0$  и  $\kappa = 1$  соответствует точечный дефект, обладающий линейными свойствами [1], а случаю  $q = 0$  и  $\kappa = 1$  – точечный дефект с нелинейными свойствами [2].

Уравнение движения, соответствующее плотности лагранжиана (1) есть одномерное нелинейное уравнение Шредингера (НУШ)

$$i \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + 2\sigma |u|^2 u = -\lambda \delta(z) \left[ \kappa + q|u|^2 \right] u, \quad (2)$$

В среде без дефектов ( $\lambda = 0$ ) в линейном пределе ( $\sigma = 0$ ) закон дисперсии линейных волн  $u(z, t) \sim \exp(ikz - i\omega t)$  имеет вид  $\omega = k^2$ , и спектр линейных возбуждений занимает полосу  $\omega \geq 0$ .

В линейном пределе при  $\lambda > 0$  в системе существуют локализованные на дефекте колебания. Их частота равна  $\omega_l = -\lambda^2/4$  и лежит под нижней границей сплошного спектра. При  $\lambda < 0$  локальные колебания отсутствуют.

Решение уравнения (2) ищем в виде плоской волны

$$u(z, t) = u(z) \cdot \exp(-i\omega t),$$

где  $u(z) \rightarrow 0$  при  $z \rightarrow \pm\infty$ . Тогда из уравнения (2) получаем стационарное НУШ

$$u''(z) - \varepsilon^2 u(z) + 2\sigma u^3(z) = -\lambda \delta(z) \left[ \kappa + qu^2(z) \right] u(z), \quad (3)$$

исследование которого сводится к решению соответствующего однородного уравнения

$$u''(z) - \varepsilon^2 u(z) + 2\sigma u^3(z) = 0, \quad (4)$$

в областях  $z > 0$  и  $z < 0$  при выполнении в точке  $z = 0$  граничных условий

$$u \Big|_{+0} = u \Big|_{-0}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{+0} - \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{-0} = -\lambda \left[ \kappa + qu^2 \right] u \Big|_0. \quad (6)$$

В случае  $\sigma = +1$  решение уравнения (4), удовлетворяющее граничным условиям (5)-(6) имеет вид:

$$u(z) = \frac{\varepsilon}{\operatorname{ch}[\varepsilon(|z| - z_0)]}, \quad (7)$$

где параметр  $\varepsilon \equiv \sqrt{-\omega}$  характеризует амплитуду решения, область его локализации и частоту возбуждения. При этом параметры  $\varepsilon$  и  $z_0$  связаны соотношением, следующим из граничного условия (7):

$$\operatorname{th}(\varepsilon z_0) = \frac{1}{\lambda q \varepsilon} \left( 1 - \sqrt{1 + (\lambda q \varepsilon)^2 + \lambda^2 \kappa q} \right). \quad (8)$$

Из (8) видно, что  $\operatorname{sgn}(z_0) = -\operatorname{sgn}(\lambda)$ , и максимально возможная частота решения при любом знаке  $\lambda$  совпадает с частотой локальных колебаний в соответствующей линейной системе:  $\omega_l = -\frac{\lambda^2 \kappa}{4}$ , а интервал допустимых частот неограничен снизу.

В случае  $\sigma = -1$  решение уравнения (4), удовлетворяющее граничным условиям (5)-(7) принимает вид:

$$u(z) = \frac{\varepsilon}{\operatorname{sh}[\varepsilon(|z| - z_0)]}, \quad (9)$$

причем  $z_0$  может принимать только отрицательные значения, а связь между параметрами  $\varepsilon$  и  $z_0$  описывается соотношением:

$$\operatorname{cth}(\varepsilon z_0) = -\frac{1}{\lambda q \varepsilon} \left( 1 + \sqrt{1 + (\lambda q \varepsilon)^2 - \lambda^2 \kappa q} \right). \quad (10)$$

Таким образом, при  $\sigma = -1$  величина  $\lambda$  может быть только положительной, т.е. локализованное состояние реализуется лишь в случае притягивающего дефекта.

## 2. Квазиклассическое квантование

Уравнение (1) описывает динамику консервативной системы и поэтому обладает очевидным интегралом движения – полной энергией

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right|^2 - \sigma |u|^4 - \lambda \delta(z) \left( \kappa |u|^2 + \frac{q}{2} |u|^4 \right) \right\} dz \quad (11)$$

и дополнительным интегралом движения – полным числом элементарных возбуждений или квантов поля [3]

$$N = \int_{-\infty}^{+\infty} n(z) \cdot dz = \int_{-\infty}^{+\infty} |u|^2 \cdot dz, \quad (12)$$

где  $n(z)$  – плотность квазичастиц.

Рассмотрим сначала случай  $\sigma = +1$ . Выразим интегралы движения  $E$  и  $N$  через частоту (или связанный с ней параметр  $\varepsilon$ ). Используя явный вид решения (7) и зависимость  $z_0(\varepsilon)$  (формула (8)), получаем



$$E(\varepsilon) = \varepsilon^2 \left[ -\frac{2}{3}\varepsilon - 2\varepsilon p + \frac{4}{3}\varepsilon p^3 - \lambda \left( \kappa + \frac{1}{2}\varepsilon^2 q \right) + \lambda p^2 (\kappa + \varepsilon^2 q) - \frac{1}{2}\lambda \varepsilon^2 q p^4 \right], \quad (13)$$

$$N(\varepsilon) = 2\varepsilon(1 + \text{th}(\varepsilon z_0)) = 2\varepsilon(1 + p). \quad (14)$$

где

$$p = \text{th}(\varepsilon z_0) = \frac{1 - \sqrt{1 + (\lambda q \varepsilon)^2 + \lambda^2 \kappa q}}{\lambda q \varepsilon}. \quad (15)$$

До сих пор мы характеризовали локализованное решение его частотой  $\omega$ . Для понимания квантовомеханической природы солитона удобно перейти от частоты как его динамической характеристики к числу связанных в нем возбуждений  $N$ . Выделим в формуле (14) обратную зависимость  $\varepsilon = \varepsilon(N, \lambda)$ :

$$\varepsilon = \frac{N(4 - N\lambda q) + 4\lambda \kappa}{4(2 - N\lambda q)},$$

так, что

$$\omega(N) = - \left[ \frac{N(4 - N\lambda q) + 4\lambda \kappa}{4(2 - N\lambda q)} \right]^2. \quad (16)$$

Тогда исключая параметр  $\varepsilon$  в выражении (13), найдем связь полной энергии с числом связанных возбуждений:

$$E(N) = \frac{N^2 \lambda \kappa}{4} + \frac{N^3}{6} - \frac{N^4 \lambda q}{32} - \frac{N \left[ N(4 - N\lambda q) + 4\lambda \kappa \right]^2}{32(2 - N\lambda q)}. \quad (17)$$

Приведем соответствующие интегралы движения для случая  $\sigma = -1$ :

$$E(\varepsilon) = \varepsilon^2 \left[ \frac{2}{3}\varepsilon + 2\varepsilon p - \frac{4}{3}\varepsilon p^3 + \lambda \left( \kappa - \frac{1}{2}\varepsilon^2 q \right) - \lambda p^2 (\kappa - \varepsilon^2 q) - \frac{1}{2}\lambda \varepsilon^2 q p^4 \right] \quad (18)$$

$$N(\varepsilon) = -2\varepsilon(1 + \text{cth}(\varepsilon z_0)) = -2\varepsilon(1 + \rho). \quad (19)$$

где

$$\rho = \text{cth}(\varepsilon z_0) = - \frac{1 + \sqrt{1 + (\lambda q \varepsilon)^2 - \lambda^2 \kappa q}}{\lambda q \varepsilon}. \quad (20)$$

Обратная зависимость  $\varepsilon = \varepsilon(N, \lambda)$  имеет вид

$$\varepsilon = - \frac{N(4 - N\lambda q) - 4\lambda \kappa}{4(2 - N\lambda q)}, \quad (21)$$

при этом

$$\omega(N) = - \left[ \frac{-N(4 - N\lambda q) + 4\lambda\kappa}{4(2 - N\lambda q)} \right]^2. \quad (22)$$

Соответственно, полная энергия связана с числом связанных возбуждений в этом случае зависимостью:

$$E(N) = -\frac{N^2\lambda\kappa}{4} + \frac{N^3}{6} - \frac{N^4\lambda q}{32} - \frac{N[N(4 - N\lambda q) - 4\lambda\kappa]^2}{32(2 - N\lambda q)}, \quad (23)$$

### 3. Результаты

Сначала представим основные результаты вне зависимости от характера взаимодействия элементарных возбуждений. Для этого удобно записать их с произвольным  $\sigma$ . Интегралы движения принимают вид:

$$E(N) = \sigma \frac{N^2\lambda\kappa}{4} + \frac{N^3}{6} - \frac{N^4\lambda q}{32} - \frac{N[N(4 - N\lambda q) + \sigma 4\lambda\kappa]^2}{32(2 - N\lambda q)}, \quad (24)$$

$$N(\varepsilon) = 2\varepsilon \left( \sigma + \frac{1 - \sigma \sqrt{1 + (\lambda q \varepsilon)^2 + \lambda^2 \kappa q \sigma}}{\lambda q \varepsilon} \right) \quad (25)$$

При этом

$$\omega(N) = - \left[ \frac{\sigma N(4 - N\lambda q) + 4\lambda\kappa}{4(2 - N\lambda q)} \right]^2 \quad (26)$$

и при  $\lambda = 0$  совпадает с зависимостью  $\omega = \omega(N)$  для солитона в однородной среде.

Из положительности интеграла движения  $N(\varepsilon)$  при  $\sigma = +1$  находим область существования решения  $\varepsilon > \frac{\lambda\kappa}{2}$ . Более жесткое ограничение  $\varepsilon > \frac{|\lambda|\kappa}{2}$  вытекает из условия (8).

Разделив выражение (24) на  $N$  найдем энергию, приходящуюся в локальном состоянии на одно элементарное возбуждение

$$\frac{E(N)}{N} = \sigma \frac{N\lambda\kappa}{4} + \frac{N^2}{6} - \frac{N^3\lambda q}{32} - \frac{[N(4 - N\lambda q) + \sigma 4\lambda\kappa]^2}{32(2 - N\lambda q)}. \quad (27)$$

Отсюда легко установить, что во всей области существования нелинейных локализованных состояний энергия одного элементарного возбуждения меньше энергии свободной квазичастицы

$$\frac{E(N)}{N} < 0.$$

В свою очередь, дифференцируя полную энергию (24) по  $N$  с учетом (26) получаем обычное для одночастотных солитонов соотношение

$$\frac{\partial E}{\partial N} = \omega,$$

характерное для консервативных нелинейных систем, обладающих интегралом движения  $N$ . Отсюда следует, что частота нелинейного локального колебания играет роль химического потенциала для связанных в нем элементарных возбуждений.

Как известно [3], условие

$$\frac{\partial^2 E(N)}{\partial N^2} = \frac{\partial \omega}{\partial N} < 0$$

определяет область устойчивости солитонных решений. В данном случае оно сводится к выражению:

$$\frac{\partial^2 E(N)}{\partial N^2} = \frac{\partial \omega}{\partial N} = \frac{2\omega\lambda q}{2 - N\lambda q} - \sigma\sqrt{-\omega}. \quad (28)$$

В пространственно-однородных нелинейных системах в случае отрицательного знака производной  $\partial\omega/\partial N$  динамические солитоны модуляционно устойчивы, а при положительном знаке – неустойчивы [3,4].

Представлен детальный анализ модуляционной устойчивости нелинейных локализованных состояний при произвольном знаке  $\lambda$  в зависимости от характера взаимодействия ( $\sigma = \pm 1$ ) элементарных возбуждений.

[1] Богдан М.М., Герасимчук И.В, Ковалев А.С. ФНТ, 1997, Т.23, №2, С.197-207.

[2] Герасимчук И.В. УФЖ, 2012, Т.57, №6, С.680-685.

[3] Косевич А.М., Ковалев А.С. Введение в нелинейную физическую механику. – К.: Наукова думка, 1989. – 302 с.

[4] Вахитов Н.Г., Колоколов А.А. Изв. ВУЗ. Радиофизика, 1973, Т.XVI, №7, С.1020-1028.

## СИНГУЛЯРНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ОБОБЩЕННЫМ ЯДРОМ КОШИ

*Мерлин А.В.*

*ФГБОУ ВПО «Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова», Россия, 428015, Чебоксары, Московский проспект, 15, факультет прикладной математики, физики и информационных технологий, e-mail: merlina@cbx.ru*

Abstract. A singular integral equation is considered. The common decision with use of the Lagrange's interpolated polynomial is under construction.

На действительной оси  $R$  рассматривается сингулярное интегральное уравнение вида [1]

$$a(x)\varphi(x) + \frac{b(x)}{\pi \cdot i} \int_R \frac{x - z_0}{\tau - z_0} \frac{\varphi(\tau) d\tau}{\tau - x} = f(x), \quad R = (-\infty, +\infty), \quad x_1, x_2, \dots, x_n \in R, \quad (1)$$

где  $a(x), b(x)$ - коэффициенты уравнения (1), удовлетворяющие условию Гельдера всюду на  $R$  в следующем смысле: на любом конечном отрезке это условие имеет классический вид [1], а в окрестности бесконечно удаленной точки условие Гельдера видоизменяется, известным образом

$$|a(x) - a(\infty)| < \frac{A}{|x|^\mu}, \quad |b(x) - b(\infty)| < \frac{A}{|x|^\mu},$$

$A > 0, \mu > 0$ , и при этом  $a^2(x) - b^2(x) = 1$   $f(x)$  - заданная правая часть уравнения, представляемая в виде

$$f(x) = \frac{f_1(x)}{\Omega(x)}, \quad f_1(x) \in H^\lambda(R), \quad \Omega(x) = \prod_{j=1}^n (x - x_j), \quad f(+\infty) = f(-\infty). \quad (2)$$

$x_1, x_2, \dots, x_n$  - попарно различные произвольно фиксированные точки действительной оси,  $z_0$  - произвольно фиксированная точка комплексной плоскости  $C$ , не принадлежащая действительной оси.

Решение  $\varphi(x)$  уравнения (1) ищется в классе функций (2), ограниченных на бесконечности, и таких, что  $\varphi(+\infty) = \varphi(-\infty)$ .

Применим к плоскости  $C$  дробно-линейное преобразование

$$w = \frac{z - z_0}{z - \bar{z}_0},$$

которое отображает действительную ось на единичную окружность  $L$  с центром

в начале координат, и отображает точки  $x_1, x_2, \dots, x_n$  в попарно различные точки  $t_1, t_2, \dots, t_n$  указанной окружности  $L$ , где в силу взаимно однозначного характера отображения  $w = w(z)$  ни одна из точек  $t_i$  не совпадает с образом точки  $x = \infty$ .

При этом уравнение (1) принимает форму

$$a(t)\varphi(t) + \frac{b(t)}{\pi \cdot i} \int_L \frac{t}{\tau} \cdot \frac{\varphi(\tau)}{\tau - t} d\tau = f(t). \quad (3)$$

Уравнение, подобное сингулярному интегральному уравнению (3), исследовалось автором в ряде работ.

Для решения уравнения (3) сделаем в нём замену искомой функции на дробь следующего вида  $\varphi(t) = \frac{\psi(t)}{\Omega_1(t)}$ , где  $\psi(t) \in H^\lambda(L)$ ,  $\Omega_1(t) = \prod_{j=0}^n (t - t_j)$ . Здесь из соображений удобства положено  $t_0 = 0$ . Преобразованное уравнение (3) имеет вид

$$a(t)\psi(t) + b(t) \left( \frac{1}{\pi \cdot i} \int_L \frac{\psi(\tau)}{\tau - t} d\tau - L_n(t, S\psi, \Delta \cup \{t_0\}) \right) = F(t), \quad (4)$$

где  $F(t) = f(t)\Omega_1(t)$ , и  $L_n(t, g, \Delta \cup \{t_0\})$  -- интерполяционный многочлен Лагранжа степени  $n$

$$L_n(t, g, \Delta \cup \{t_0\}) = \sum_{j=0}^n g(t_j) \omega_j(t), \quad \omega_j(t) = \prod_{i=0, i \neq j}^n \frac{t - t_i}{t_j - t_i}, \quad (5)$$

построенный для интеграла типа Коши

$$g(t) \equiv S\psi(t) = \frac{1}{\pi \cdot i} \int_L \frac{\psi(\tau)}{\tau - t} d\tau$$

по узлам  $\Delta = \{t_1, t_2, \dots, t_n\} \cup \{t_0\}$ .

Для решения с.и.у. (4) вводим кусочно-аналитическую функцию в виде

$$\Psi(z) = \frac{1}{2\pi \cdot i} \int_L \frac{\psi(\tau) d\tau}{\tau - z} - \frac{1}{2} L_n(z, S\psi, \Delta \cup \{t_0\}) \quad (6)$$

Тогда с. и.у. (4) сводится к эквивалентной краевой задаче Римана [1]

$$\Psi^+(t) = \frac{a(t) - b(t)}{a(t) + b(t)} \Psi^-(t) + \frac{F(t)}{a(t) + b(t)} \quad (7)$$

относительно функции  $\Psi(z)$  в классе кусочно - аналитических функций в комплексной плоскости  $\mathbb{C}$  с полюсом на бесконечности порядка  $n$  и с дополнительными условиями в узлах  $\Delta$ :

$$\Psi^+(t_j) + \Psi^-(t_j) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad \Psi(t_0) = 0 \quad (8)$$

## 2. Решение задачи (7)-(8).

Поскольку коэффициенты с.и.у. являются гельдеровскими функциями, и уравнение (4) имеет нормальный тип, то построение канонической функции  $\chi(z)$  однородной задачи, ассоциированной с неоднородной задачей (7), проводится по известной схеме [1].

Сформулируем результат.

$$\chi(z) = (z - t_{n+1})^{-\kappa} \cdot \exp \Gamma(z) \quad (11)$$

где  $t_{n+1}$  - произвольная точка окружности  $L: |z|=1$ , взятая за начало обхода этой окружности и, вообще говоря, не совпадающая ни с одной из точек  $t_j$ , являющихся узлами интерполяционного многочлена Лагранжа (5). Функция  $\Gamma(z)$  является интегралом типа Коши вида

$$\Gamma(z) = \frac{1}{2\pi \cdot i} \int_L \frac{\ln \frac{a(\tau) - b(\tau)}{a(\tau) + b(\tau)}}{\tau - z} d\tau.$$

Показатель степени в формуле (11) является целым числом, называемым индексом краевой задачи Римана. В данной задаче индекс краевой задачи Римана совпадает с индексом функции

$$\kappa = \text{ind} \frac{a(\tau) - b(\tau)}{a(\tau) + b(\tau)}$$

на контуре  $L$ . Функция  $\chi(z)$  является кусочно - аналитической функцией с линией скачков  $L$ , непрерывно продолжаемой в любую точку окружности  $L$ , не обращающейся в нуль на  $L$ :  $\chi^\pm(t) \Big|_L \neq 0$ , удовлетворяющей краевому условию

$$\frac{\chi^+(t)}{\chi^-(t)} = \frac{a(t) - b(t)}{a(t) + b(t)}. \quad (12)$$

Поведение канонической функции в бесконечно удаленной точке  $z = \infty$  определяется величиной индекса краевой задачи Римана. Если индекс  $\kappa > 0$ , то каноническая функция имеет в бесконечно удаленной точке нуль порядка  $\kappa$ . Если индекс равен нулю, то  $\chi(\infty) = 1$ . Если же индекс отрицателен, то каноническая функция имеет в точке  $z = \infty$  полюс порядка  $-\kappa$ .

Опираясь на равенство (12), преобразуем краевое условие задачи (7) к виду

$$\frac{\Psi^+(t)}{\chi^+(t)} = \frac{\Psi^-(t)}{\chi^-(t)} + \frac{F(t)}{(a(t) + b(t)) \cdot \chi^+(t)} \quad (13)$$

Будем рассматривать равенство (13) как краевое условие задачи Римана о скачке для функции  $\frac{\Psi(z)}{\chi(z)}$ .

Тогда в соответствии с формулой (10) эта функция может иметь полюс порядка  $\kappa+n$  в бесконечно удаленной точке. Тогда общее решение задачи (13) имеет вид

$$\frac{\Psi(z)}{\chi(z)} = \frac{1}{2\pi \cdot i} \int_L \frac{F(\tau)d\tau}{Z(\tau) \cdot (\tau - z)} + P_{\kappa+n}(z), \quad Z(t) = (a(t) + b(t))\chi^+(t). \quad (14)$$

Одну из постоянных  $C_j$  можно определить сразу с помощью условия (8), положив в равенстве (14)  $z=0$ . Тогда

$$\frac{1}{2\pi \cdot i} \int_L \frac{F(\tau)d\tau}{Z(\tau)} \cdot \frac{d\tau}{\tau} = C_0, \quad (15)$$

и, следовательно, общее решение задачи Римана (7) имеет вид

$$\Psi(z) = \chi(z) \left( \frac{1}{2\pi \cdot i} \int_L \frac{F(\tau)}{Z(\tau)} \cdot \frac{z d\tau}{(\tau - z)\tau} + \sum_{j=1}^{n+\kappa} C_j z^j \right), \quad n + \kappa \geq 1. \quad (16)$$

Если  $n + \kappa = 0$ , то задача (7) имеет единственное решение, и это решение даётся формулой

$$\Psi(z) = \chi(z) \left( \frac{1}{2\pi \cdot i} \int_L \frac{F(\tau)}{Z(\tau)} \cdot \frac{z d\tau}{(\tau - z)\tau} \right). \quad (17)$$

Если  $n + \kappa < 0$ , то задача Римана (7) не имеет решений, вообще говоря. Но при выполнении интегральных условий

$$\int_L t^{l-2} \frac{F(t)}{Z(t)} dt = 0, \quad l = 1, 2, \dots, -n - \kappa, \quad (18)$$

задача Римана имеет решение и при этом единственное. Такое решение даётся формулой (17).

Как обычно [1], договоримся полагать символ  $\sum_{j=1}^{n+\kappa} C_j z^j \equiv 0$  при  $n + \kappa < 1$ .

Теперь необходимо функцию (16) подчинить остальным условиям (8). Непосредственным счётом получаем следующую систему уравнений, связывающую постоянные величины  $C_1, C_2, \dots, C_n$ ,

$$a(t_l)Z(t_l) \sum_{j=1}^{n+\kappa} C_j t_l^j = (QF)(t_l), \quad l = 1, 2, \dots, n + \kappa, \quad n + \kappa \geq 1, \quad (19)$$

где  $Q$  – линейный интегральный сингулярный оператор вида

$$(QF)(t) = b(t)F(t) - a(t) \frac{1}{\pi \cdot i} \int_L \frac{t \cdot Z(t)}{\tau \cdot Z(\tau)} \cdot \frac{d\tau}{\tau - t}. \quad (20)$$

Таким образом, построено общее решение задачи (7)- (8) и записаны условия её разрешимости.

### 3. Решение сингулярного интегрального уравнения (1).

Сначала построим общее решение с.и.у. (4), вычислив скачок функции (16) по формулам Сохоцкого [1]. Получим

$$\psi(t) = RF(t) + \sum_{j=1}^{n+\kappa} C_j t^j, \quad (21)$$

где  $R$  – линейный сингулярный интегральный оператор вида

$$RF(t) = a(t)F(t) - b(t) \frac{1}{\pi \cdot i} \int_L F(\tau) \frac{t \cdot Z(t)}{\tau \cdot Z(\tau)} \frac{d\tau}{\tau - t}. \quad (22)$$

Теперь, чтобы получить общее решение уравнения (1), сделаем в формулах (18) - (22), обратную замену для возвращения в исходную комплексную плоскость, на действительной оси которой задано уравнение (1).

### 4. Картина разрешимости .

Традиционно картина разрешимости линейной задачи (уравнения) состоит в подсчете числа линейно – независимых решений ассоциированной однородной задачи (уравнения) и подсчете числа условий разрешимости соответствующей неоднородной задачи (уравнения).

Подробное исследование показывает, что если коэффициент  $a(x)$  не обращается в нуль ни в одном из узлов интерполяции, то теория разрешимости с.и.у. (1) полностью совпадает с таковой теорией для обычного характеристического с.и.у. на составном замкнутом контуре. Если же коэффициент  $a(x)$  таков, что  $a(x_1) = 0, a(x_2) = 0, \dots, a(x_r) = 0, a(x_{r+1}) \neq 0, \dots, a(x_n) \neq 0$ , то число произвольных постоянных в общем решении увеличивается на  $r$  единиц, и соответственно число условий разрешимости тоже увеличивается на то же самое число.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. М.: Наука. 1977. 640 с.

# СОЗДАНИЕ ИНДЕКСНЫХ АЛГОРИТМОВ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА КОЛЬЦЕВОЙ ФАКТОРИЗАЦИИ

Минаев В.А. д.т.н., профессор, ведущий научный сотрудник МГТУ им. Н.Э. Баумана,  
Никонов С.А. аспирант Российского нового университета,  
Никеров Д.В. аспирант Российского нового университета

## CREATION OF INDEX ALGORITHMS FOR COMPUTING THE PRIME NUMBERS USING THE METHOD OF WHEEL FACTORIZATION

Minaev V.A. Doctor of Technical Sciences, Professor and Leading Researcher at Moscow State Technical University named after N.E. Bauman,  
Nikonov S.A. Graduate of the Russian New University,  
Nikerov D.V. Graduate of the Russian New University

**Аннотация.** Рассмотрены индексные алгоритмы вычисления простых чисел в сочетании с методом кольцевой факторизации для предварительного отбора составных чисел. Даются определения порядка индексного алгоритма и паттерна размещения составных чисел. Производится сравнение индексных алгоритмов различного порядка.

**Ключевые слова:** простые числа, составные числа, кольцевая факторизация, индексный алгоритм.

**Abstract.** The Primes index calculation algorithms in combination with the method of wheel factorization for pre-selection of composite numbers are considered. The definitions of the index algorithm order and pattern layouts of composite numbers are given. Comparison of different order index algorithms is made.

**Keywords:** Primes, composite numbers, wheel factorization, index algorithm.

### Введение

При решении задачи нахождения полного множества простых чисел на определенном отрезке натурального ряда для предварительного отбора составных чисел применяется метод кольцевой факторизации.

Метод кольцевой факторизации позволяет отсеять значительную часть составных чисел [1,2], а именно: для примориала  $3\#$  отсеивается 66,66...% всех составных чисел, для примориала  $7\#$  — больше 77%, а для  $251\#$  — около 90%.

На следующем этапе для исключения оставшихся составных чисел применяют различные алгоритмы. В частности, традиционные решета Эратосфена, Аткина и другие. Появились и более современные алгоритмы [3,4].



### Индексные алгоритмы с использованием кольцевой факторизации

Развитие положений работы [3] связано с реализацией *индексного принципа* нахождения составных чисел, заключающегося в вычислении не самих чисел, а массива соответствующих им индексов. Такой подход способен значительно увеличить производительность алгоритмов вычисления простых чисел. В работе [4] реализован и исследован *индексный алгоритм*, построенный с использованием метода кольцевой факторизации для  $3\# = 6$ .

Целью настоящей работы является обоснование, разработка и исследование индексных алгоритмов, построенных с применением кольцевой факторизации для примориалов, превышающих значение 6.

Для удобства изложения введем такое понятие, как *порядок индексного алгоритма*, под которым подразумевается количество первых простых чисел, использованных при соответствующей кольцевой факторизации. Например, для  $3\# = 2 \times 3 = 6$  порядок индексного алгоритма равен 2, а для  $5\# = 2 \times 3 \times 5 = 30$  — порядок равен 3.

По аналогии можно также определить индексные алгоритмы первого и нулевого порядка. А именно, индексный алгоритм первого порядка есть отсев составных чисел из множества вида  $\{2k + 1\}$ , а нулевого — из чисел вида  $\{1 \cdot k + 1\}$ , где  $k = 0, 1, 2, \dots$ . Очевидно, что эти индексные алгоритмы являются решетками Эратосфена для нечетных натуральных чисел в первом случае и для всех натуральных чисел — во втором.

Сформируем индексный алгоритм произвольного порядка  $n$  для нахождения простых чисел в заданном отрезке  $[N_{\min}; N_{\max}]$ .

Применим кольцевую факторизацию для  $p_n\#$  к отрезку  $[1; N_{\max}]$ , *примем обозначения*  $q_{p_n\#k}^{+1} = p_n\# \cdot k + 1$ ,  $q_{p_n\#k}^{+p_{n+1}} = p_n\# \cdot k + p_{n+1}$ ,  $\dots$ ,  $q_{p_n\#k}^{+p_{n+s}} = p_n\# \cdot k + p_{n+s}$ , где  $k = 0, 1, 2, \dots, k_{\max}$  (для максимально возможного  $k = k_{\max}$  должно быть выполнено условие  $q_{p_n\#k_{\max}}^{+1} \leq N_{\max}$ ), и занесем эти данные в таблицу 1:

Таблица 1

Результаты кольцевой факторизации для  $p_n\#$  в табличном виде

Индекс	$q_{p_n\#k}^{+1}$	$q_{p_n\#k}^{+p_{n+1}}$	$\dots$	$q_{p_n\#k}^{+p_{n+r}}$	$\dots$	$q_{p_n\#k}^{+p_{n+s}}$
0	1	$p_{n+1}$	$\dots$	$p_{n+r}$	$\dots$	$p_{n+s}$
1	$p_n\# \cdot 1 + 1$	$p_n\# \cdot 1 + p_{n+1}$	$\dots$	$p_n\# \cdot 1 + p_{n+r}$	$\dots$	$p_n\# \cdot 1 + p_{n+s}$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$k_{\max}$	$p_n\# \cdot k_{\max} + 1$	$p_n\# \cdot k_{\max} + p_{n+1}$	$\dots$	$p_n\# \cdot k_{\max} + p_{n+r}$	$\dots$	$p_n\# \cdot k_{\max} + p_{n+s}$

В левом столбце таблицы приведена последовательность индексов  $0, 1, 2, \dots, k_{\max}$ , в двух других столбцах — отображения этой последовательности в множества вида  $\{p_n\# \cdot k + 1\}$ ,  $\{p_n\# \cdot k + p_{n+1}\}$ ,  $\dots$ ,  $\{p_n\# \cdot k + p_{n+r}\}$ ,  $\dots$ ,  $\{p_n\# \cdot k + p_{n+s}\}$ , содержащие как простые, так и составные числа, а также единицу. Используемые обозначения:  $p_1 = 2$ ,  $p_2 = 3$ ,  $\dots$ ,  $p_n$  — записанные по возрастанию простые числа;  $p_n\#$  — примориал (произведение всех простых чисел, меньших либо равных  $p_n$ );  $p_{n+1}$ ,  $\dots$ ,  $p_{n+r}$ ,  $\dots$ ,  $p_{n+s}$  — записанные по возрастанию числа из интервала  $(p_n; p_n\#)$ , являющиеся простыми или всевозможными произведениями простых чисел из этого же интервала;  $s$  — количество простых чисел и их произведений на интервале  $(p_n; p_n\#)$ ;  $r = 1, 2, 3, \dots, s$ .

Перейдем к следующему этапу — отсеvu оставшихся после кольцевой факторизации составных чисел из множеств  $\{q_{p_n\#k}^{+1}\}$ ,  $\{q_{p_n\#k}^{+p_{n+1}}\}$ ,  $\dots$ ,  $\{q_{p_n\#k}^{+p_{n+r}}\}$ ,  $\dots$ ,  $\{q_{p_n\#k}^{+p_{n+s}}\}$ , где  $k = 0, 1, 2, \dots, k_{\max}$ . Кратные числу  $q$  составные числа можно исключить, вычислив их индексы. При этом  $q \in \{Q\} = \{p_n\# \cdot i + 1\} \cup \{p_n\# \cdot i + p_{n+1}\} \cup \dots \cup \{p_n\# \cdot i + p_{n+r}\} \cup \dots \cup \{p_n\# \cdot i + p_{n+s}\}$ , где  $i = 0, 1, 2, \dots, i_{\max}$  (для максимально возможного  $i = i_{\max}$  должно быть выполнено условие  $(q_{p_n\#i_{\max}}^{+1})^2 \leq N_{\max}$ ),  $r = 1, 2, 3, \dots, s$ . Чтобы вычислить эти индексы, введем для

фиксированного  $q \in \{Q\}$  числа  $t_q^j$ , где  $j = 1, 2, \dots (s + 1)$ . Числа  $t_q^j$  определяются в диапазоне  $[0; q - 1]$  и принимают значения из первого столбца таблицы 1 соответственно тому, на какой строке в  $(j + 1)$ -ом столбце находится кратное  $q$  число. Это означает, что для каждого  $q$  определяется свой *паттерн*

$$t_q^j, q \in \{Q\}, \quad (1)$$

под которым будем понимать схему размещения кратных  $q$  чисел в строках с индексами  $0, 1, \dots (q - 1)$  таблицы 1. Покажем, что этот паттерн повторяется в строках с индексами  $m \cdot q, \dots, (m + 1) \cdot q - 1$ , где  $m = 0, 1, 2, \dots$ . Число, стоящее в  $(j + 1)$ -ом столбце таблицы 1 на строке с индексом

$$m \cdot q + t_q^j, \quad (2)$$

при  $j > 1$  равно

$$p_n \# (m \cdot q + t_q^j) + p_{n+j-1} = p_n \# t_q^j + p_{n+j-1} + p_n \# m \cdot q, \quad (3)$$

или (при  $j = 1$ )

$$p_n \# (m \cdot q + t_q^j) + 1 = p_n \# t_q^j + 1 + p_n \# m \cdot q, \quad (4)$$

а значит, отличается от стоящего в  $(j + 1)$ -ом столбце таблицы 1 на  $t_q^j$ -й строке числа (при  $j > 1$  —  $p_n \# t_q^j + p_{n+j-1}$ , или при  $j = 1$  —  $p_n \# t_q^j + 1$  по определению кратного  $q$ ) на  $p_n \# m \cdot q$  и, следовательно, делится на  $q$ . Очевидно, что для определенного отрезка  $[N_{\min}; N_{\max}]$  из последовательностей (2) нужно выбирать те их члены, которые индексируют числа, содержащиеся внутри этого отрезка в таблице 1.

Рассмотрим в качестве примера отсеивание кратных  $q = q_{30.0}^{+7} = 7$  чисел при выполнении индексного алгоритма третьего порядка. Третий порядок индексного алгоритма означает, что нужно взять 3 первых простых числа и перемножить их:  $2 \times 3 \times 5 = 30$ , после чего составить таблицу кольцевой факторизации, содержащую все простые числа и состоящую из членов прогрессий  $\{30k + 1\}$ ,  $\{30k + 7\}$ ,  $\{30k + 11\}$ ,  $\{30k + 13\}$ ,  $\{30k + 17\}$ ,  $\{30k + 19\}$ ,  $\{30k + 23\}$ ,  $\{30k + 29\}$ . Для того чтобы отсеять все кратные 7 числа, нужно в диапазоне индексов  $[0; 6]$  определить паттерн (1) для числа 7:

$$t_q^j = \{3, 0, 5, 4, 2, 1, 6, 3\}, \text{ для } j = 1, \dots, 8, q = 7. \quad (5)$$

Далее следует в множестве диапазонов индексов  $\{[7; 13], [14; 20], \dots\}$  исключить соответственно паттерну (5) кратные 7 числа, которые будут находиться по формуле (2) на тех же местах, что и в диапазоне  $[0; 6]$ . Описанный процесс показан в таблице 2, полученной из таблицы 1 при  $n = 3$ .

Таким образом, если в заданном отрезке  $[N_{\min}; N_{\max}]$  с помощью соответствующих паттернов (1) отсеять составные числа (3) и (4), кратные всем подходящим  $q$  (1), то в нем останутся только простые числа. Отметим, что количество паттернов равно количеству элементов множества  $\{Q\}$ , которое зависит от значения  $N_{\max}$ . Следовательно, на отрезках равного размера с различным  $N_{\max}$  количество паттернов будет больше у отрезка с большим  $N_{\max}$ . Перейдем к исследованию полученного алгоритма.

## Результаты

Изложенный алгоритм реализован на языке программирования C++ с использованием библиотеки GMP для работы с большими числами и проверен на совпадение результатов генерации с первыми 50 миллионами простых чисел [5]. Индексные алгоритмы второго,

третьего и четвертого порядков исследовались на время работы при различных отрезках и различных нижних границах на компьютере с процессором Intel Core i3 2,93 ГГц.

На рис. 1 – 4 представлены результаты сравнения работы алгоритмов для различных отрезков, указанных в подписях. Из рис. 1 видно, что для миллионного отрезка индексный алгоритм второго порядка работает быстрее остальных, а четвертого — сильно отстает. Однако, уже на отрезке  $5 \cdot 10^7$  (рис. 2) видно, что индексный алгоритм третьего порядка по времени работы практически сравнялся по скорости с алгоритмом второго, а на больших отрезках — стал быстрее. Аналогичная ситуация повторяется на отрезке  $10^9$  (рис. 3): индексный алгоритм четвертого порядка по времени работы сравнялся с индексным алгоритмом третьего порядка, а на отрезке  $4 \cdot 10^9$  (рис. 4) — стал быстрее

Таблица 2

**Пример адресации составных чисел при  $q = q_{30.0}^{+7} = 7$**

$k$	$30k + 1$	$30k + 7$	$30k + 11$	$30k + 13$	$30k + 17$	$30k + 19$	$30k + 23$	$30k + 29$
0	1	7	11	13	17	19	23	29
1	31	37	41	43	47	49	53	59
2	61	67	71	73	77	79	83	89
3	91	97	101	103	107	109	113	119
4	121	127	131	133	137	139	143	149
5	151	157	161	163	167	169	173	179
6	181	187	191	193	197	199	203	209
7	211	217	221	223	227	229	233	239
8	241	247	251	253	257	259	263	269
9	271	277	281	283	287	289	293	299
10	301	307	311	313	317	319	323	329
11	331	337	341	343	347	349	353	359
12	361	367	371	373	377	379	383	389
13	391	397	401	403	407	409	413	419
14	421	427	431	433	437	439	443	449
15	451	457	461	463	467	469	473	479
16	481	487	491	493	497	499	503	509
17	511	517	521	523	527	529	533	539
18	541	547	551	553	557	559	563	569
19	571	577	581	583	587	589	593	599
20	601	607	611	613	617	619	623	629
...	...	...	...	...	...	...	...	...

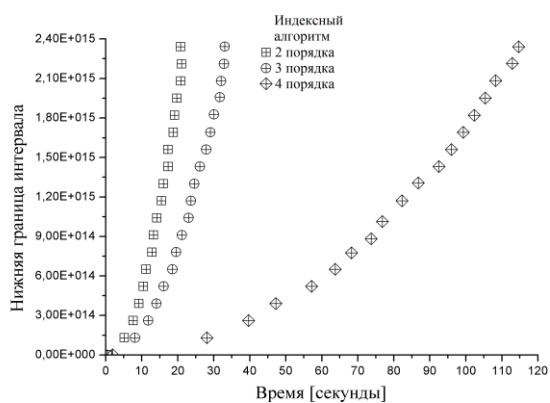


Рис. 1. Сравнение на отрезке размером  $10^6$

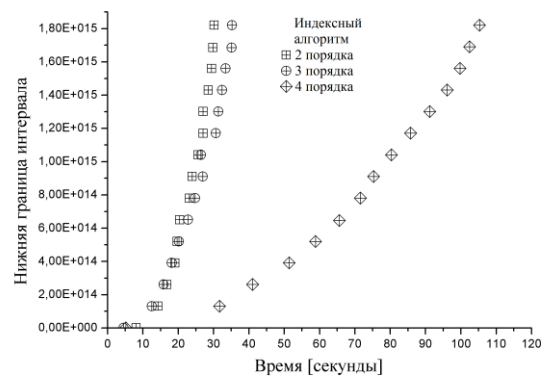


Рис. 2. Сравнение на отрезке размером  $5 \cdot 10^7$

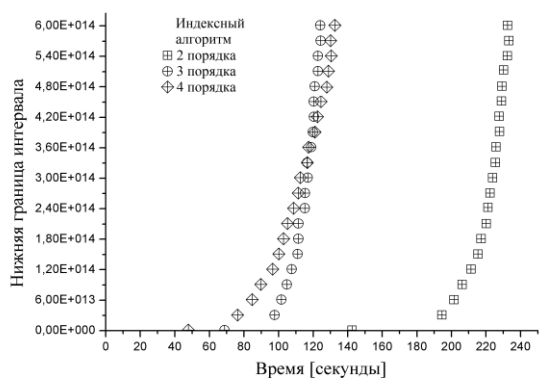


Рис. 3. Сравнение на отрезке размером  $10^9$

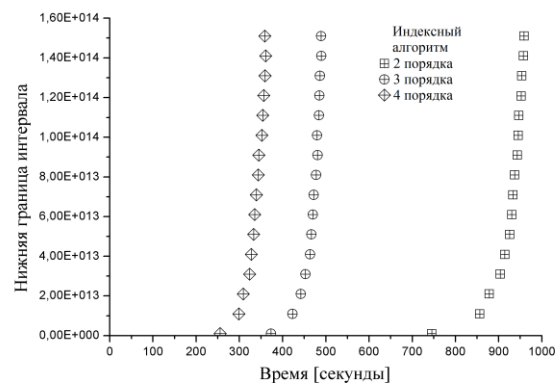


Рис. 4. Сравнение на отрезке размером  $4 \cdot 10^9$

Таким образом, для бóльших отрезков индексные алгоритмы генерации простых чисел бóльшего порядка работают лучше, чем для меньших. Напротив, для меньших отрезков индексные алгоритмы генерации простых чисел меньшего порядка работают лучше, чем для бóльших. Происходит это потому, что для бóльшего отрезка возрастает время определения соответствующих ему паттернов, согласно которым отсеиваются составные числа. Для меньшего отрезка наблюдается обратная ситуация — быстрее находят меньшие паттерны.

### Выводы

Индексный алгоритм в его текущей реализации представляет принципиально новый подход к поиску простых чисел. Однако требуется его оптимизация применительно к объему кэш-памяти используемого процессора. В то же время, индексный алгоритм с использованием кольцевой факторизации не требователен к вычислительным ресурсам, поскольку он оперирует с булевым массивом. Благодаря своей многозадачной структуре алгоритм легко модифицируется как многопоточный с реализацией на GPU.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Wheel factorization – [Электронный ресурс]. URL: <http://primes.utm.edu/glossary/xpage/WheelFactorization.html>. (Дата обращения: 13.06.2013).
2. Wheel factorization – [Электронный ресурс]. URL: <http://en.wikipedia.org/wiki/Wheelfactorization>. (Дата обращения: 18.06.2013).
3. Минаев, В.А. Простые числа: новый взгляд на закономерности формирования. – М.: Логос, 2011. – 80 с.

4. Минаев, В.А., Васильев, Н.П., Лукьянов, В.В., Никонов, С.А., Никеров, Д.В. Высокопроизводительный алгоритм генерации простых чисел в произвольном диапазоне с применением кольцевой факторизации //Спецтехника и связь, N 5/сентябрь – октябрь 2013. С. 49-57.

5. The first fifty million primes – [Электронный ресурс]. URL: <http://primes.utm.edu/lists/small/millions/> (Дата обращения: 10.06.2013).

## О МЕТОДЕ ПУАССОНА-АБЕЛЯ ДЛЯ РЯДОВ ФУРЬЕ ПО МНОГОЧЛЕНАМ, ОРТОГОНАЛЬНЫМ В ДИСКРЕТНОМ ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА

Осilenкер Б.П.

*Московский государственный национально-исследовательский строительный университет, Москва 129333,  
Ярославское шоссе 26,  
Тел.8-499-18330-39(раб.), 8-499-46199-71(дом.), b\_osilenker@mail.ru*

**Abstract.** Let  $\{\hat{q}_n(x) \equiv \hat{q}_n(x, A_1, B_1, A_2, B_2)\} (n = 0, 1, \dots; x \in (-1, 1))$  be a orthonormal polynomial system of degree  $n$ :  $\langle \hat{q}_n, \hat{q}_m \rangle = \int_{-1}^1 \hat{q}_n(x) \hat{q}_m(x) w(x) dx + A_1 \hat{q}_n(1) \hat{q}_m(1) + B_1 \hat{q}_n(-1) \hat{q}_m(-1) + A_2 \hat{q}'_n(1) \hat{q}'_m(1) + B_2 \hat{q}'_n(-1) \hat{q}'_m(-1) = \delta_{m,n} (m, n = 0, 1, 2, \dots)$ , where  $w(x)$  is a weight function on the interval  $(-1, 1)$ , constants  $A_1 > 0, B_1 > 0, A_2 > 0, B_2 > 0$ ; and  $\delta_{m,n}$  is Kronecker's symbol. For every function  $f \in L^1_w[-1, 1]$ , we consider the Poisson-Abel mean for Fourier-Sobolev series

$$U_t(f; x) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-kt} c_k(f) \hat{q}_k(x), \quad c_k(f) = \langle f, \hat{q}_k \rangle \quad (k = 0, 1, 2, \dots); t > 0.$$

The result about the problem of  $A$ -summability

$$\lim_{t \rightarrow 0} U_t(f; x) = f(x)$$

almost everywhere is given.

Пусть  $\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_l - (l + 1)$  - положительные конечные борелевские меры с носителем на промежутке  $I = [a, b]$ . Рассмотрим линейное пространство вещественных функций  $f: I \rightarrow \mathbb{R}$  в  $C^{l-1}(I)$ . Предположим, что  $f^{(l)}$  существует почти всюду и принадлежит  $L^2_{\mu_l}(I)$ . Обозначим через  $\mathcal{P}_n$  линейное пространство многочленов с вещественными коэффициентами степени меньшей либо равной  $n$ . Положим

$$\|f\|^2 = \int_I |f(x)|^2 d\mu_0(x) + \sum_{k=1}^l \int_I |D^k f(x)|^2 d\mu_k(x)$$

Пополнение полученного нормированного пространства называется пространством Соболева  $H^2_{\mu}(I)$ . Скалярное произведение в этом пространстве имеет вид

$$\langle f, g \rangle = \int_I f(x)g(x) d\mu_0(x) + \sum_{k=1}^l \int_I D^k f(x) D^k g(x) d\mu_k(x).$$

С помощью процесса ортогонализации Грама – Шмидта построим последовательность ортонормированных многочленов  $\{B_n(x)\} (n = 0, 1, 2, \dots; x \in I)$ :

$$\langle B_m, B_n \rangle = \delta_{m,n} \quad (m, n = 0, 1, 2, \dots)$$

(их называют ортонормированными многочленами Соболева).

Многочлены  $B_n(x)$  привлекают внимание многих исследователей в связи с задачами теории функций, функционального анализа, математической физики, теории вероятностей, квантовой механики и вычислительной математики [1]-[6]

В прикладных задачах они имеют прямое отношение к важным и часто решаемым на практике типам инженерных задач с характерным сочетанием многообразий различной размерности. Многочлены  $B_n(x)$  обладают рядом необычных свойств: не удовлетворяют трехчленному рекуррентному соотношению, нули их могут не принадлежать промежутку ортогональности и т.д.

Исследование рядов Фурье –Соболева проведено о многих работах (см., напр., [7]-[12]).

Нашей целью является изучение суммирования методом Пуассона-Абеля рядов Фурье по многочленам, ортонормированным относительно скалярного произведения

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x)w(x)dx + A_1f(1)g(1) + B_1f(-1)g(-1) + A_2f'(1)g'(1) + B_2f'(-1)g'(-1), \quad (1)$$

где  $w(x)$  положительная почти всюду на  $[-1,1]$  весовая функция,  $A_1, A_2, B_1, B_2$  - положительные числа. Пространство Соболева со скалярным произведением (1) называется дискретным пространством Соболева.

Обозначим через  $q_n(x) \equiv q_n(x; A_1, A_2, B_1, B_2)$  ( $n = 0, 1, 2, \dots; x \in [-1, 1]$ ) систему многочленов  $n$ -ой степени с положительным старшим коэффициентом, ортонормированных по отношению к скалярному произведению (1):

$$\begin{aligned} \langle q_n, q_m \rangle &= \int_{-1}^1 q_n(x)q_m(x)w(x)dx + A_1q_n(1)q_m(1) + B_1q_n(-1)q_m(-1) \\ &+ A_2q'_n(1)q'_m(1) + B_2q'_n(-1)q'_m(-1) = \delta_{n,m} \quad (n, m = 0, 1, \dots), \end{aligned}$$

где  $w(x)$  - положительная почти всюду весовая функция на промежутке  $[-1, 1]$  и  $A_1 > 0, A_2 > 0, B_1 > 0, B_2 > 0$ .

**Лемма** Ортонормированные многочлены  $q_n(x)$  для всех  $x \in [-1, 1], n = 0, 1, 2, \dots$  удовлетворяют рекуррентному соотношению

$$\begin{aligned} (x^3 - 3x)q_n(x) &= \alpha_{n+3}q_{n+3}(x) + \beta_{n+2}q_{n+2}(x) + \gamma_{n+1}q_{n+1}(x) + \delta_nq_n(x) + \gamma_nq_{n-1}(x) \\ &+ \beta_nq_{n-2}(x) + \alpha_nq_{n-3}(x) \quad (q_{-3}(x) \equiv 0, q_{-2}(x) \equiv 0, q_{-1}(x) \equiv 0), \quad (2) \end{aligned}$$

при этом

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = \frac{1}{8}, \lim_{n \rightarrow \infty} \beta_n = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} \gamma_n = -\frac{9}{8}, \lim_{n \rightarrow \infty} \delta_n = 0.$$

Обозначим через  $\mathfrak{R}$  множество функций, определенных на промежутке  $[-1, 1]$ :  $\mathfrak{R} = \{f, \int_{-1}^1 |f(x)|w(x)dx < \infty; f(\pm 1), f'(\pm 1) \text{ существуют}\}$ .

Каждой функции  $f \in \mathfrak{R}$  по ее ряду Фурье – Соболева

$$f(x) \sim \sum_{k=0}^{\infty} c_k(f)q_k(x), \quad c_k(f) = \int_{-1}^1 f(t)q_k(t)w(t)dt + A_1f(1)q_k(1) + B_1f(-1)q_k(-1) + A_2f'(1)q'_k(1) + B_2f'(-1)q'_k(-1) \quad (k = 0, 1, \dots)$$

ставим в соответствие последовательность средних Пуассона – Абеля

$$U_t(f; x) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-kt} c_k(f)q_k(x) \quad (0 < t < \infty)$$

и рассмотрим вопрос о поведении  $U_t(f; x)$  при  $t \rightarrow 0$ .

Точка  $x \in (a, b) \subset \mathbb{R}$  называется точкой Лебега функции  $f$ , если выполняется соотношение

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{2h} \int_{x-h}^{x+h} |f(t) - f(x)|w(t)dt = 0.$$

Как известно, точки Лебега суммируемой функции расположены почти всюду в (a,b).

Пусть  $[c, d]$  из  $(-1, 1)$  произвольный промежуток и  $E = (-1, 1) \setminus [c, d]$

**Теорема** Пусть ортонормированная полиномиальная система  $\{q_n\}_{n=0}^{\infty}$  равномерно ограничена на отрезке  $[c, d]$  и для рекуррентных коэффициентов (см. (2)) выполняется

$$\sum_{k=0}^n (|\alpha_k - \alpha_{k+1}| + |\beta_k - \beta_{k+1}| + |\gamma_k - \gamma_{k+1}| + |\delta_k - \delta_{k+1}|) \leq C$$

$$(n = 0, 1, 2, \dots)$$

Тогда для каждой функции

$$f \in L_w^2(E), \quad f \in L_w^1[c, d]$$

в произвольной точке Лебега  $x \in (c, d)$  выполняется соотношение

$$\lim_{t \rightarrow 0} U_t(f, x) = f(x)$$

Кроме того,

$$\lim_{t \rightarrow 0} \sum_{k=0}^{\infty} e^{-kt} c_k(f) q_k(\pm 1) = f(\pm 1).$$

Пример. Рассмотрим гильбертово пространство со скалярным произведением

$$\langle f, g \rangle_{\alpha} = \int_{-1}^1 f(x)g(x)w_{\alpha}(x)dx + M[f(1)g(1) + f(-1)g(-1)] +$$

$$N[f'(1)g'(1) + f'(-1)g'(-1)] \quad (M \geq 0, N \geq 0)$$

где

$$w_{\alpha}(x) = \frac{\Gamma(2\alpha+2)}{2^{2\alpha+1}\Gamma^2(\alpha+1)} (1-x^2)^{\alpha} \quad (\alpha > -1).$$

Пусть  $\{\hat{B}_n^{(\alpha)}(x) \equiv \hat{B}_n^{(\alpha)}(x; M, N)\} (n = 0, 1, 2, \dots; x \in [-1, 1])$  система симметричных ортонормированных многочленов Гегенбауэра – Соболева

$$\int_{-1}^1 \hat{B}_n^{(\alpha)}(x)\hat{B}_m^{(\alpha)}(x)w_{\alpha}(x)dx + M[\hat{B}_n^{(\alpha)}(1)\hat{B}_m^{(\alpha)}(1) + \hat{B}_n^{(\alpha)}(-1)\hat{B}_m^{(\alpha)}(-1)] +$$

$$N\left[\{\hat{B}_n^{(\alpha)}\}'(1)\{\hat{B}_m^{(\alpha)}\}'(1) + \{\hat{B}_n^{(\alpha)}\}'(-1)\{\hat{B}_m^{(\alpha)}\}'(-1)\right] = \delta_{n,m}.$$

Многочлены  $\hat{B}_n^{(\alpha)}(x; M, N)$  при  $M \geq 0, N \geq 0$  равномерно ограничены на любом компакте из  $(-1, 1)$  и справедливо рекуррентное соотношение

$$(x^3 - 3x)\hat{B}_n^{(\alpha)}(x) = a_{n+3}\hat{B}_{n+3}^{(\alpha)}(x) + b_{n+1}\hat{B}_{n+1}^{(\alpha)}(x) + b_n\hat{B}_{n-1}^{(\alpha)}(x) + a_n\hat{B}_{n-3}^{(\alpha)}(x)$$

где

$$a_n = \frac{1}{8} + \frac{C_1}{n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right), \quad b_n = -\frac{9}{8} + \frac{C_2}{n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right).$$

Поэтому для многочленов  $\hat{B}_n^{(\alpha)}(x; M, N)$  при  $M \geq 0, N \geq 0$  выполняются условия теоремы.

1. Алиев С.З. Базисные свойства корневых функций одной спектральной задачи со спектральным параметром в граничных условиях // Доклады РАН, 2010, т.433, №5, 583-586.

2. Винокуров В.А., Садовничий В.А. Асимптотика собственных значений и собственных функций и формула следа для потенциала, содержащего  $\delta$ -функцию // Дифф. уравнения. 2002. №7, с. 735-751.

3. Ильин В.А. Смешанная задача, описывающая процесс успокоения колебаний стержня, состоящего из двух участков разной плотности и упругости, при условии совпадения времени прохождения волны по каждому из этих участков // Труды Математического ин-та им. В.А. Стеклова. 2010. Т.269, с.133-142.

4. Капустин Ю.М., Моисеев Е.И. К проблеме сходимости спектральных разложений для одной классической задачи со спектральным параметром в граничном условии // Дифф. уравнения. 2001. №2, с.1599-1604.

5. Костенко А.С., Маламуд М.М. Об одномерном операторе Шредингера с  $\delta$ -взаимодействием // Функциональный анализ и его приложения. 2010. №2, с.87-91.

6. Мирзоев К.А., Шкаликов. А.А. Двучленные дифференциальные операторы с сингулярными коэффициентами // International Conference «Differential Equations and Related Topics», Book of Abstracts. Moscow. 2011. p.274-275.

7. Осиленкер Б.П. О рядах Фурье по симметричным ортогональным полиномам Гегенбауэра-Соболева // Вестник МГСУ. 2011. № 4, с.74-79.

8. Осиленкер Б.П. О рядах Фурье по собственным функциям задачи Штурма-Лиувилля с дельта-потенциалом // Тезисы международной конференции «Образование, наука и экономика в вузах. Интеграция в международное образовательное пространство». Ереван. 2011. с. 69-70.

9. Fejzullahu Buhar Xh. Asymptotics properties and Fourier expansions of orthogonal polynomials with a non-discrete Gegenbauer-Sobolev inner product//J. Approx.Theory. 1990. V.162, p.397-406.

10. Osilenker B.P. On Fourier series of Sobolev-type orthogonal polynomials, 8-th International Society for Analysis, its Applications and Computation Congress, Abstracts. Moscow, 2011. p. 416.

11 Осиленкер Б.П.Сходимость и суммируемость рядов Фурье-Соболева.Вестник МГСУ.2012.№5.с.34-39.

*Key words: Orthogonal polynomials, Fourier-Sobolev series, Sobolev space,, Poisson-Abel-summability Fourier series ,Gegenbauer-Sobolev polynomials, Fourier-Gegenbauer-Sobolev series*

Секция 1 «Научные исследования в области математики в вузах»

---

## МЕТОДЫ ФОРМАЛИЗАЦИИ ЛИНГВИСТИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Погосян К. С.

*Воронежский государственный университет; 394006, Россия, г. Воронеж, Университетская площадь, 1; 8(920)-437-67-76; pogosyan\_k\_s@mail.ru*

This article considers methods of formalizing linguistic uncertainty, which operate on the fuzzy information within strict framework of classical mathematics.

Обработка нечеткой информации является составляющей частью современных информационных технологий и служит средством для разработки интеллектуальных информационных систем и, в том числе, систем поддержки принятия решений. Данная технология является принципиально новым средством анализа слабоструктурированной, неполной, нечеткой информации, которая возникает вследствие неопределенности, являющаяся неотъемлемой частью процессов принятия решений, управления, прогнозирования. Уровень неопределенности обуславливает степень структурированности прикладной задачи. Интерпретация неопределенности может быть различной [1]. Лингвистическая неопределенность возникает в тех случаях, когда в процедуре оценивания участвуют эксперты, которые вынуждены оперировать конечным числом слов и составленных из них фраз определенной структуры для описания характеристик альтернатив.

Теория нечетких множеств предоставляет схему решения проблем, в которых субъективное суждение или оценка играют центральную и значимую роль при учете факторов неясности и нечеткости. Нечеткость информации имеет следующие проявления: нечеткость как следствие субъективности эксперта; нечеткость как неясность в процессах



мышления и умозаключения; нечеткость описания или представления на естественном языке или максимально приближенному к нему. Теория нечетких множеств – это по сути дела, шаг на пути к сближению точности классической математики и всепроникающей неточности реального мира, к сближению, порожденному непрекращающимся человеческим стремлением к лучшему пониманию процессов мышления и познания.

Наиболее перспективный подход к представлению и обработке экспертной информации связан с использованием лингвистических переменных, впервые введенных Л. Заде [2]. Т.к. стандартные статистические методы невозможно применять при обработке такой информации, то возникает необходимость создания специальных методов, учитывающих их особенности. Целью работы является разработка методов обработки лингвистической неопределенности.

Понятие нечеткого множества обеспечивает возможность математического представления качественных оценок, выражаемых людьми в форме лингвистических значений и нечетких чисел, в основе которого лежит понятие нечеткой переменной [1, 2, 3].

**Опр. 1.** *Нечеткая переменная* задается тройкой

$$\langle \alpha, U, A \rangle,$$

где  $\alpha$  – наименование нечеткой переменной;  $U$  – область определения;  $A$  – нечеткое множество на  $U$  с функцией принадлежности  $\mu_A(x)$  ( $\mu_A(x): U \rightarrow [0, 1]$  – определяет степень принадлежности элемента  $x$  к множеству  $A$ ), описывающее ограничения на возможные значения нечеткой переменной  $\alpha$  (её семантику) [1, 2, 3].

Обработка нечеткой информации в задачах принятия решений обеспечивается применением лингвистического подхода, в рамках которого базовым является понятие лингвистической переменной [1, 2, 3].

**Опр. 2.** *Лингвистическая переменная*  $\beta$  задается кортежем

$$\langle \beta, Term, U, G, M \rangle,$$

где  $\beta$  – название переменной;  $Term = \{t_k\}_{k=1, \overline{T}}$  – терм-множество или множество значений переменной  $\beta$ , причем каждое из таких значений является нечеткой переменной  $t_k$ , заданной на универсальном множестве  $U$  числовой или нечисловой природы;  $G$  – синтаксическое правило, порождающее новые названия значений лингвистической переменной  $\beta$ ;  $M$  – семантическое правило, которое ставит в соответствие каждой нечеткой переменной ее смысл, т.е. нечеткое подмножество универсального множества  $U$ .

**Опр. 3.** *Лингвистической шкалой*  $S$  называется конечное упорядоченное множество термов  $S = \{s_1, \dots, s_T\} = \{s_i\}_{i=1, \overline{T}}$ , удовлетворяющим следующим условиям:

- 1) если  $i < j$ , то  $s_i$  предшествует  $s_j$  ( $s_i \prec s_j$ );
- 2) отрицание терма определяется правилом  $Neg(s_i) = s_{T-i+1}$ ;
- 3) пусть  $s_i \prec s_j$ , тогда объединение (дизъюнкция, связка «или») термов определяется правилом  $s_i \vee s_j = \max\{s_i, s_j\} = s_j$ ;
- 4) пусть  $s_i \prec s_j$ , тогда пересечение (конъюнкция, связка «и») термов определяется правилом  $s_i \wedge s_j = \min\{s_i, s_j\} = s_i$ .

Так как термы лингвистической шкалы  $s_i \in S$  ( $i = 0, \dots, T$ ) являются нечеткими переменными, то, по сути, каждому терму ставится в соответствие функция принадлежности.

В рамках теории нечетких множеств были сформулированы следующие понятия.

**Опр. 4.** Термы  $s_i$  и  $s_j$  лингвистических шкал  $S^1$  и  $S^2$  называются *равнозначными*, обозначается символом  $s_i \cong s_j$ , если выполнено условие

$$\forall u \in U (\mu_{s_i}(u) = \mu_{s_j}(u)).$$

**Опр. 5.** Носителем термина шкалы  $s_i \in S$ , выраженное посредством нечетких переменных, называется четкое множество

$$Supp(s_i) = \{u \in R \mid \mu_{s_i}(u) > 0\}.$$

**Опр. 6.** Лингвистическое расстояние  $\rho_l : S \times S \rightarrow S$  между терминами лингвистической шкалы  $S = \{s_i\}_{i=1, \dots, T}$  находится по правилу

$$\forall i, j = \overline{1, T} (\rho_l(s_i, s_j) = s_k), \text{ где } k = |j - i|.$$

**Опр. 7.** Степенью нечеткости  $\xi(s_i)$  термина лингвистической шкалы  $s_i \in S$  называется величина

$$\xi(s_i) = \frac{\int_{Supp(s_i)} \min \left( \mu_i(u), \max_{\substack{j=1, T \\ j \neq i}} \mu_j(u) \right) du}{\int_{Supp(s_i)} \mu_i(u) du} \quad (1)$$

**Опр. 8.** Будем называть лингвистическим пространством совокупность лингвистических шкал

$$\mathbb{S} = \langle S^1, \dots, S^N \rangle,$$

где  $\forall j = \overline{1, N}$  ( $S^j = \{s_l^j\}_{l=1, n_j}$ ) – лингвистическая шкала, с мощностью  $|S^j| = n_j$ , при этом каждый терм лингвистической шкалы есть нечеткая переменная  $\langle s_i^j, \mu_{s_i^j}, U \rangle$ .

Лингвистическое пространство содержит набор лингвистических шкал, которые можно построить на универсальном множестве  $U$ . Заметим, что размерность такого пространства может быть произвольной, но, как правило, оно формируется из лингвистических шкал с нечетной мощностью.

Так как термины лингвистической шкалы  $s_i \in S$ ,  $i = \overline{1, T}$  являются нечеткими переменными, т.е. по сути, каждому терму ставится в соответствие функция принадлежности  $\mu_{s_i} : U \rightarrow [0, 1]$ , то для определения близости термов лингвистической шкалы можно использовать известные функции расстояния для соответствующих нечетких множеств [2, 3].

Введем понятие расстояния между лингвистическими шкалами, которое позволяет сформировать оптимальную лингвистическую шкалу, минимально рассогласованную с остальными индивидуальными шкалами, для описания экспертом реальных объектов в условиях неопределенности [4].

Имеют место следующие утверждения.

**Лемма 1.** Пусть  $S^i, S^j \in \mathbb{S}$ . Тогда

$$d(S^i, S^j) = \frac{\int_{u \in U} \left| \max_{p=1, n_i} \mu_p^i(u) - \max_{l=1, n_j} \mu_l^j(u) \right| du}{\int_{u \in U} \max_{k=1, N; g=1, n_k} \{\mu_g^k(u)\} du} \quad (2)$$

является метрикой в  $\mathbb{S}$ ,  $d : \mathbb{S} \times \mathbb{S} \rightarrow [0, 1]$ .

**Лемма 2.** Пусть  $S^i, S^j \in \mathbb{S}$ ,  $\rho : S \times S \rightarrow \square^+$  – расстояние между терминами лингвистической шкалы, тогда

$$d(S^i, S^j) = \frac{\sum_{k=1}^{n_{\beta_1}} \min_{l=1, n_{\beta_2}} \rho(s_k^{\beta_1}, s_l^{\beta_2})}{n_{\beta_1}}, \quad (3)$$

где  $\beta_1 = \min\{i, j\}$ ,  $\beta_2 = \max\{i, j\}$ , является метрикой в пространстве  $\mathbb{S}$ ,  $d : \mathbb{S} \times \mathbb{S} \rightarrow [0, 1]$ .

Формулы для определения расстояния  $\rho$  между терминами лингвистической шкалы и

доказательства данных лемм приведены в [5].

В работе [6] были предложены и подробно описаны *свойства* лингвистической шкалы, на основе которых для сравнения шкал сформулированы показатели, количественно характеризующие лингвистическую шкалу (табл. 1).

Таблица 1 – Характеристические параметры лингвистической шкалы

Показатель	Формула	Комментарии
Степень нечеткости шкалы	$\tilde{\xi}(S) = \frac{1}{ U } \int_U (1 - (\mu_i(u) - \mu_j(u))) du,$ <p>где <math>\mu_i(u) = \max_{l=1,T} \mu_l(u)</math>, <math>\mu_j(u) = \max_{\substack{\eta=1,T \\ \eta \neq i}} \mu_\eta(u)</math></p>	$0 \leq \tilde{\xi}(S) \leq 1$ , при возрастании $\tilde{\xi}(S)$ , также возрастает степень неопределенности шкалы
Коэффициент отделимости	$KO(S) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \xi(s_i)$ <p>где <math>\xi(s_i)</math> степень нечеткости термина и определяется по формуле (1)</p>	$0 \leq KO(S) \leq 1$ , если $KO(S) = 0$ , то термины шкалы являются изолированными
Коэффициент покрытия	$KП(S) = \frac{1}{T(T-1)} \sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^T a_{ij},$ <p>где <math>a_{ij} = \begin{cases} 1, &amp; \text{Supp}(s_i) \subseteq \text{Supp}(s_j) \\ 0, &amp; \text{иначе} \end{cases}</math> характеризует свойство покрытия одного термина другим</p>	$0 \leq KП(S) \leq 1$ , если $KП(S) = 0$ , то лингвистическая шкала состоит из терминов, носители которых не пересекаются

**Пример.** Необходимо вычислить расстояние между лингвистическими шкалами  $S^1, S^2, S^3$  и показатели для данных лингвистических шкал. Функции принадлежности терминов данных лингвистических шкал представлены в табл. 2 и на рис. 1.

Таблица 2 – Представление терминов лингвистических шкал

Лингвистическая шкала	Определение терминов шкалы
$S^1 = \{s_i^1\}_{i=1,5}$	$s_1^1 \rightarrow (l_1^1, a_1^1, r_1^1) = (0,0,0.25)$ $s_2^1 = (0,0.25,0.5)$ $s_3^1 = (0.25,0.5,0.75)$ $s_4^1 = (0.5,0.75,1)$ , $s_5^1 = (0.75,1,1)$
$S^2 = \{s_i^2\}_{i=1,5}$	$s_1^2 \rightarrow (0,0,0.3)$ $s_2^2 \rightarrow (0,0.3,0.5)$ $s_3^2 \rightarrow (0.3,0.5,0.8)$ $s_4^2 = (0.5,0.8,1)$ , $s_5^2 = (0.8,1,1)$
$S^3 = \{s_i^3\}_{i=1,4}$	$s_1^3 = (0,0,0.3)$ $s_2^3 = (0.1,0.4,0.7)$ $s_3^3 = (0.4,0.7,1)$ $s_4^3 = (0.7,1,1)$

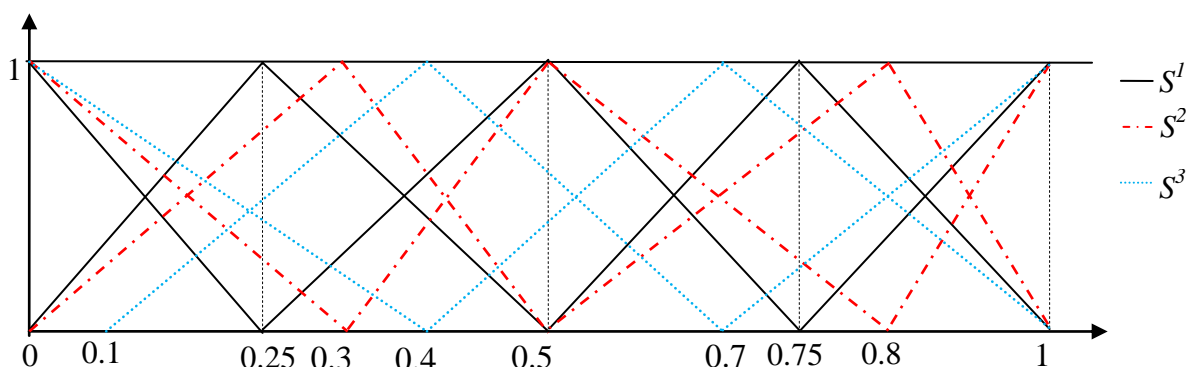


Рисунок 1 – Функции принадлежности терминов лингвистической шкалы  $S^1$

В табл. 3 приведены показатели лингвистических шкал. Результат вычислений расстояния между лингвистическими шкалами по формуле (3) с использованием, в качестве расстояния между термами шкалы, расстояния Хемминга представлен в табл. 4.

Таблица 3 – Характеристические параметры (показатели) лингвистической шкалы

Наименование показателя лингвистической шкалы	$S^1$	$S^2$	$S^3$
Степень нечеткости шкалы	0.5	0.5	0.47
Коэффициент отделимости	0.5	0.5	0.4
Коэффициент покрытия	0.35	0.35	0.42

Таблица 4 – Расстояние между лингвистическими шкалами

$d(S^i, S^j)$	$S^1$	$S^2$	$S^3$
$S^1$	-	0.038	0.114
$S^2$	0.038	-	0.129
$S^3$	0.114	0.129	-

Получили, что  $d(S^1, S^2) \leq d(S^1, S^3) \leq d(S^2, S^3)$ . Данные значения показывают, что лингвистическая шкала  $S^1$  “ближе” к шкале  $S^2$ , чем к шкале  $S^3$ , и  $S^3$  “ближе” к  $S^1$ . Следовательно, коэффициент рассогласованности лингвистической шкалы  $S^1$  минимальна [4].

В работе рассмотрены методы формализации лингвистической неопределенности. Предложены понятия, позволяющие обрабатывать нечеткую (лингвистическую) информацию и показатели, количественно характеризующие лингвистическую шкалу. Развиваемая теоретическая база и результаты, полученные на основе вычислительного эксперимента, создают основу для разработки экспертных систем, в частности, систем поддержки принятия решений, ориентированных на обработку экспертной информации, оценки которых формируются в индивидуальных лингвистических шкалах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Леденева Т.М. Обработка нечеткой информации / Т.М. Леденева – Воронеж: Воронежский государственный университет, 2006. – 233с.
2. Заде Л.А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Л.А. Заде – М.: Мир, 1976. – 168с.
3. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств: Пер. с франц. В.Б. Кузьмина / А. Кофман – Москва: Радио и связь, 1982. – 432с.
4. Погосян К.С. Задача формирования оптимальной лингвистической шкалы для группы экспертов / К.С. Погосян, Т.М. Леденева // Нечеткие системы и мягкие вычисления. – Тверь, 2011. – том 6, № 2 – с.113 – 122
5. Погосян К.С. Расстояние между лингвистическими шкалами / К.С. Погосян // Современные информационные технологии и ИТ-образование: Сб. трудов VII Международной конференции. – М.: ИНТУИТ. РУ, 2012. – с. 714-724.
6. Погосян К.С. Количественные характеристики лингвистической шкалы / К.С. Погосян // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: сборник трудов Международной конференции. – Воронеж, 2012 – Ч.2. – с. 223-228.

# Решение уравнения Пуассона с использованием быстрого дискретного преобразования Фурье и метода прогонки

Свистова Светлана Федоровна

Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (МГТУ МИРЭА)

121357 г. Москва, Можайское шоссе 3-26, 89031281891, svistova.s@mail.ru

## Аннотация

In this article it is shown how to solve Poisson's equation with a given right-side function using computational (numerical) methods, such as Furie method and others. Difference scheme is approximated and corresponding lineal system is solved.

### 1.1 Постановка задачи

Необходимо решить в единичном кубе уравнение Пуассона с произвольной функцией  $f$  и с нулевыми граничными условиями:

$$\begin{cases} -\Delta u = f \\ u|_{\partial\Omega} = 0. \end{cases}$$

Разностная схема данной задачи

$$\begin{cases} u_{\bar{x}_1 x_1, ijk} + u_{\bar{x}_2 x_2, ijk} + u_{\bar{x}_3 x_3, ijk} = -f_{ijk}, x_{ijk} \in \Omega_h \\ u_{ijk} = 0, x_{ijk} \in \partial\Omega_h, \end{cases}$$

где  $\Omega_h$  – множество внутренних узлов сетки (равномерной),  $\partial\Omega_h$  – множество граничных узлов сетки, а

$$u_{ijk} = u(x_{ijk}), \\ u_{\bar{x}x, ijk} = \frac{u_{i+1, jk} - 2u_{ijk} + u_{i-1, jk}}{h^2}.$$

В дальнейшем запись

$$u_{\bar{x}x, ij} = \frac{u_{i+1, j} - 2u_{ij} + u_{i-1, j}}{h^2}$$

будет означать, что третья координата фиксирована.

Разностная схема представляет собой систему большого числа линейных алгебраических уравнений, матрица которой является сильно разреженной, т.е. содержит значительно больше нулевых элементов, чем ненулевых. Решать такие системы уравнений с помощью численных методов, предназначенных для систем общего вида, нецелесообразно, а часто даже и невозможно из-за большого размера матрицы. Поэтому будем действовать способом, сочетающим одномерную прогонку с методом Фурье.

## 2.1 Описание метода Фурье для поставленной задачи

Построим решение разностной схемы в виде разложения по базису собственных функций оператора

$$(Au)_i = -u_{\bar{x}_1 x_1, i}$$

(сначала фиксируем две координаты). Этот оператор имеет полную ортонормированную систему собственных функций

$$\mu_k(x_i) = \sqrt{2} \sin \pi k x_i, \quad k = 1, 2, \dots, N-1, \quad hN = 1, \quad i = 1, 2, \dots, N-1.$$

Соответствующие собственные числа оператора  $A$  имеют вид

$$\lambda_k = \frac{4}{h^2} \sin^2 \frac{\pi k h}{2}.$$

В этом можно убедиться, рассмотрев одномерную задачу на собственные значения

$$\frac{\mu(j+1) - 2\mu(j) + \mu(j-1)}{h^2} - \lambda\mu(j) = 0, \quad j = 1, \dots, N-1.$$

Поэтому можно искать решение в виде

$$u_j = u(x_j) = \sum_{k=1}^{N-1} c_k \mu_k(x_j), \quad j = 1, 2, \dots, N-1,$$

где  $c_k$  – неизвестные пока коэффициенты.

Для двух координат (третья координата временно зафиксирована) получаем следующее:

$$\begin{aligned} \lambda_{mp} &= \frac{4}{h^2} \left( \sin^2 \frac{\pi m h}{2} + \sin^2 \frac{\pi p h}{2} \right), \\ \mu_{k_1 k_2}(i, j) &= 2 \left( \sin \frac{\pi k_1 i}{N} \sin \frac{\pi k_2 j}{N} \right), \\ u_{ijk} &= \sum_{k_2=1}^{N-1} \sum_{k_1=1}^{N-1} c_{k_1 k_2}(k) \mu_{k_1 k_2}(i, j). \end{aligned} \quad (1)$$

Разложим правую часть исходного уравнения в сумму Фурье, т.е. представим её в виде

$$f_{ijk} = \sum_{k_1=1}^{N-1} \sum_{k_2=1}^{N-1} \hat{f}_{k_1 k_2}(k) \mu_{k_1 k_2}(i, j),$$

где

$$\hat{f}_{k_1 k_2}(k) = \sum_i \sum_j h f_{ij} \mu_{k_1 k_2}(i, j). \quad (2)$$

Подставим теперь разложения (1), (2) в исходное уравнение, учитывая свойства собственных функций и собственных значений, и получим

$$\frac{c_{k_1 k_2}(z+1) - 2c_{k_1 k_2}(z) + c_{k_1 k_2}(z-1)}{h^2} - \lambda_{k_1 k_2} c_{k_1 k_2}(z) + \hat{f}_{k_1 k_2}(z) = 0, \quad z = 1, \dots, N-1$$

$$c_{k_1 k_2}(0) = c_{k_1 k_2}(N) = 0.$$

## 2.2 Быстрое дискретное преобразование Фурье

Наибольшее число действий в методе Фурье требуется для вычисления сумм

$$\hat{f}_{k_1 k_2}(k) = \sum_i \sum_j h f_{ij} \mu_{k_1 k_2}(i, j).$$

Для ускорения вычислений будем применять быстрое дискретное преобразование Фурье. Для дальнейшего существенным является условие  $N = 2^m$ . Рассмотрим БДПФ для одной координаты:

$$s_j = \sum_{k=1}^{N-1} z_k \sin \frac{\pi k j}{N}, \quad j = 1, 2, \dots, N-1,$$

где  $z_k$  – заданные числа.

Рассмотрим более общую задачу о вычислении суммы

$$v_j = \sum_{k=0}^{N-1} z_k w^{kj} \quad (3),$$

где  $w = e^{i\frac{2\pi}{N}}$  и  $i$  – мнимая единица.

Представим число  $k$  в виде  $k = k_0 + 2k_1 + 2^2 k_2 + \dots + 2^{m-1} k_{m-1}$ , где  $k_l$  – либо ноль, либо единица. Аналогично  $j = j_0 + 2j_1 + 2^2 j_2 + \dots + 2^{m-1} j_{m-1}$ . Далее обозначается

$$z_k = z(k_0, \dots, k_{m-1}).$$

Тогда сумму (3) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} v_j &= \sum_{k_0, \dots, k_{m-1}} z(k_0, \dots, k_{m-1}) w^{(k_0 + \dots + 2^{m-1} k_{m-1})j} = \\ &= \sum_{k_0=0}^1 w^{k_0 j} \left( \sum_{k_1=1}^1 w^{2k_1 j} \dots \sum_{k_{m-1}=0}^1 w^{2^{m-1} k_{m-1} j} z(k_0, \dots, k_{m-1}) \right) \quad (4). \end{aligned}$$

Преобразуем внутреннюю сумму

$$\sum_{k_{m-1}=0}^1 w^{2^{m-1}k_{m-1}j} z(k_0, \dots, k_{m-1}) \quad (5).$$

Подставляя выражение для  $j$ , имеем

$$w^{2^{m-1}k_{m-1}j} = (w^{2^{m-1}k_{m-1}j_0}) \dots (w^{2^{m-1}k_{m-1}j_{m-1}}).$$

В этом произведении все сомножители, начиная со второго, равны единице. Таким образом,

$$w^{2^{m-1}k_{m-1}j} = w^{2^{m-1}k_{m-1}j_0},$$

и сумму (5) можно записать в виде

$$\sum_{k_{m-1}=0}^1 w^{2^{m-1}k_{m-1}j_0} z(k_0, \dots, k_{m-1}) =: z_1(j_0, k_1, \dots, k_{m-2}),$$

далее запишем предпоследнюю сумму выражения (4) в виде

$$\sum_{k_{m-2}=0}^1 w^{2^{m-2}k_{m-2}j} z_1(j_0, k_1, \dots, k_{m-2}) \quad (6).$$

Представим число  $2^{m-2}k_{m-2}j$  в виде  $2^{m-2}k_{m-2}(j_0 + 2j_1) + 2^m k_{m-2}(j_2 + \dots + 2^{m-3}j_{m-1})$ , откуда получим  $w^{2^{m-2}k_{m-2}j} = w^{2^{m-2}k_{m-2}(j_0+2j_1)}$ . Следовательно, сумма (6) равна

$$z_2(j_0, j_1, k_1, \dots, k_{m-3}) = \sum_{k_{m-2}=0}^1 w^{2^{m-2}k_{m-2}(j_0+2j_1)} z_1(j_0, k_1, \dots, k_{m-2}).$$

Далее, аналогичный процесс последовательного вычисления сумм продолжается до тех пор, пока в (4) не исчерпаются все суммы. Последняя сумма имеет вид

$$v_j = \sum_{k_0=0}^1 w^{k_0 j} z_{m-1}(j_0, j_1, \dots, j_{m-2}, k_0).$$

Итак, будем действовать по следующему алгоритму— последовательно вычисляем суммы, состоящие каждая из двух слагаемых:

$$z_1(j_0, k_0, \dots, k_{m-2}) = \sum_{k_{m-1}=0}^1 w^{2^{m-1}k_{m-1}j_0} z(k_0, \dots, k_{m-1}),$$



$$\begin{aligned}
z_2(j_0, j_1, k_0, \dots, k_{m-3}) &= \sum_{k_{m-2}=0}^1 w^{2^{m-2}k_{m-2}(j_0+2j_1)} z_1(j_0, k_0, \dots, k_{m-2}), \\
&\dots\dots\dots \\
z_{m-1}(j_0, j_1, \dots, j_{m-2}, k_0) &= \sum_{k_1=0}^1 w^{2k_1(j_0+2j_1+\dots+2^{m-2}j_{m-2})} z_{m-2}(j_0, j_1, \dots, j_{m-2}, k_0, k_1), \\
v_j &= \sum_{k_0=0}^1 w^{k_0 j} z_{m-1}(j_0, j_1, \dots, j_{m-2}, k_0).
\end{aligned}$$

Для двух координат (третья фиксирована) будет:

$$v_{ij} = v(ih, jh) = \frac{4}{N^2} \sum_{k_2=1}^{N-1} v_{k_2}(ih) \sin \frac{\pi k_2 j}{N}, \quad 1 \leq i \leq N-1, \quad 1 \leq j \leq N-1$$

и так же применим быстрое дискретное преобразование Фурье.

### 2.3 Метод прогонки

Запишем полученные формулы при фиксированной третьей координате

$$\begin{aligned}
u_{ijz} &= \sum_{k_2=1}^{N-1} \sum_{k_1=1}^{N-1} c_{k_1 k_2}(z) \mu_{k_1 k_2}(i, j) \\
f_{ijz} &= \sum_{k_1=1}^{N-1} \sum_{k_2=1}^{N-1} \hat{f}_{k_1 k_2}(z) \mu_{k_1 k_2}(i, j),
\end{aligned}$$

Ранее была получена система разностных уравнений второго порядка

$$\frac{c_{k_1 k_2}(z+1) - 2c_{k_1 k_2}(z) + c_{k_1 k_2}(z-1)}{h^2} - \lambda_{k_1 k_2} c_{k_1 k_2}(z) + \hat{f}_{k_1 k_2}(z) = 0, \quad z = 1, \dots, N-1$$

$$c_{k_1 k_2}(0) = c_{k_1 k_2}(N) = 0.$$

Значения  $\hat{f}_{k_1 k_2}(z)$  вычисляются с помощью быстрого дискретного преобразования Фурье. Уравнение решается методом прогонки

$$\alpha_{z+1}^{k_1 k_2} = \frac{1}{2 + h^2 \lambda_{k_1 k_2} - \alpha_z^{k_1 k_2}},$$

$$\beta_{z+1}^{k_1 k_2} = \alpha_{z+1}^{k_1 k_2} (\beta_z^{k_1 k_2} + h^2 \hat{f}_{k_1 k_2}(z)),$$

где  $z = 1, \dots, N-1$ ,  $\alpha_1^{k_1 k_2} = \beta_1^{k_1 k_2} = 0$ .

Тогда получаем

$$c_{k_1 k_2}(z) = \alpha_{z+1}^{k_1 k_2} c_{k_1 k_2}(z+1) + \beta_{z+1},$$

где  $z = N-1, \dots, 1$ ,  $c_{k_1 k_2}(N) = 0$ .

Следовательно, зная коэффициенты Фурье, можем восстановить решение по формулам

$$u_{ijk} = \sum_{k_2=1}^{N-1} \sum_{k_1=1}^{N-1} c_{k_1 k_2}(k) \mu_{k_1 k_2}(i, j).$$

построены сечения искомой функции при фиксированных значения третьей координаты.

# ФОРМИРОВАНИЕ КРЕАТИВНОСТИ СТУДЕНТОВ ВУЗА ПРИ ИЗУЧЕНИИ ХАОТИЧЕСКИХ ОТОБРАЖЕНИЙ НА МНОЖЕСТВАХ КАНТОРА

Секованов В. С.

*Костромской государственной университет им. Н.А.Некрасова  
156961 г. Кострома, ул. 1 Мая, д. 14  
тел.: 89621825133, e-mail: sekovanovvs@yandex.ru*

*Резюме. В данной статье указан один из путей формирования креативности студентов при изучении хаотических отображений, определенных на множествах Кантора. С помощью решения нестандартных математических задач у студентов формируются гибкость, оригинальность мышления, интуиция и мотивация к математике, что позитивно влияет на развитие их креативности.*

*Abstract. This article indicates one of the ways of creativity of students in the study of chaotic maps defined on the Cantor set. By using the solution of nonstandard mathematical problems students formed flexibility, originality of thinking, intuition and motivation for mathematics, which positively affects the development of their creativity.*

Нелинейные отображения в настоящее время находят многочисленные применения и интенсивно изучаются. Нелинейной динамике посвящены монографии, статьи, учебные пособия (см. [1-5]). Изучение нелинейных динамических систем дает прекрасную возможность развивать у студентов креативность, повышает их мотивацию к изучению математики и информатики. Нелинейная динамика тесно связана с бурно развивающимися направлениями современной математики – фрактальной геометрией и теорией хаоса. Отметим, что достаточно часто нелинейные отображения хаотичны на фрактальных множествах.

Рассмотрим пример. Пусть  $n \geq 3$ . Определим множество Кантора  $K^n$  по следующей схеме. Пусть  $K_0^n$  – начальный отрезок единичной длины ( $K_0^n = [0;1]$ ). Разделим отрезок  $K_0^n$  на  $n$  частей и выбросим из отрезка  $n - 2$  интервалы  $\left(\frac{1}{n}; \frac{2}{n}\right), \dots, \left(\frac{n-2}{n}; \frac{n-1}{n}\right)$ . Оставшуюся часть обозначим через  $K_1^n$ :  $\left(K_1^n = \left[0; \frac{1}{n}\right] \cup \left[\frac{n-1}{n}; 1\right]\right)$ .

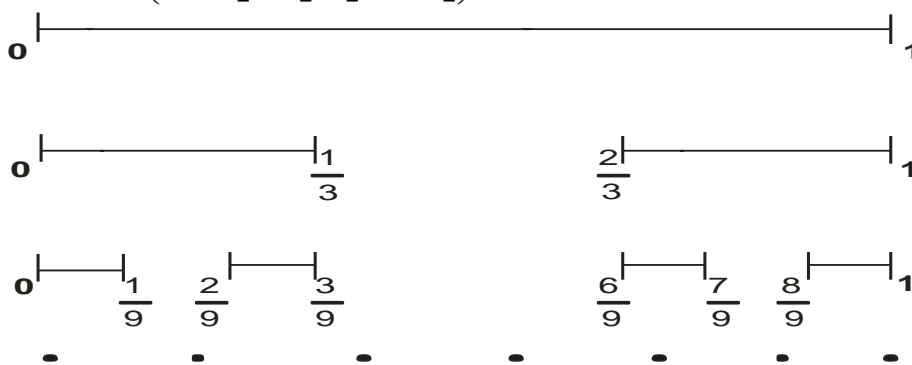


Рис. 1. Определение множества Кантора при  $n = 3$ .

Из оставшихся отрезков вновь удалим  $n-2$  интервала. Обозначим оставшуюся часть через множество  $K_2^n$ :  $\left( K_2^n = \left[ 0; \frac{1}{n^2} \right] \cup \left[ \frac{n-1}{n^2}; \frac{1}{n} \right] \cup \left[ \frac{n-1}{n}; \frac{n^2-n+1}{n^2} \right] \cup \left[ \frac{n^2-1}{n^2}; 1 \right] \right)$ . Повторим данную процедуру многократно, на каждом шаге выбрасывая  $n-2$  интервала из оставшихся отрезков. Обозначим через  $K^n$  пересечение множеств

$$K_0^n, K_1^n, K_2^n, \dots, K_i^n, \dots, \quad \text{то} \quad \text{есть} \quad K^n = \bigcap_{i=0}^{\infty} K_i^n. \quad \text{Точки}$$

$0, 1, \frac{1}{n^2}, \frac{n-1}{n^2}, \frac{1}{n}, \frac{n-1}{n}, \frac{n^2-n+1}{n^2}, \frac{n^2-1}{n^2}, \dots$  – концы выбрасываемых интервалов. ( $K^3$  совпадает с классическим множеством Кантора). Чтобы сделать запись  $n$ -х дробей из  $K_n$  (концы выбрасываемых интервалов), однозначной условимся использовать только числа 0 и  $n-1$ , исключив использование чисел:  $1, 2, 3, 4, \dots, n-2$ . Например, при  $n=5$  число  $\frac{101}{125} = 0,808_{(10)}$  следует считать в пятеричной системе счисления, записанными не в виде  $0,401_{(5)}$

$$\left( \frac{4}{5} + \frac{1}{125} = \frac{101}{125} \right), \text{ а в виде } 0,400(4)_{(5)} \left( \frac{4}{5} + \frac{625}{1-\frac{1}{5}} = \frac{101}{125} \right).$$

Нетрудно заметить, что все числа в открытых  $n-2$  интервалах  $\left( \frac{1}{n}; \frac{2}{n} \right) \dots \left( \frac{n-2}{n}; \frac{n-1}{n} \right)$  – это те числа, которые в  $n$ -ой системе счисления первым знаком после запятой имеют числа  $1 \vee 2 \vee \dots \vee n-2$  соответственно. Стирая их на пути к множеству  $K^n$ , мы оставляем нетронутыми числа,  $n$ -я запись которых начинается либо с  $0,0$ , либо с  $0, n-1$ . Аналогично вторым стиранием мы исключаем все числа, в которых числа  $1 \vee 2 \vee \dots \vee n-2$  стоят на втором месте после запятой (в  $n$ -й записи). После этого шага останутся нетронутыми числа,  $n$ -я запись которых начинается либо с  $0,00$ , либо с  $0,0n-1$ , либо  $0, n-10$ , либо  $0, n-1 n-1$ . Продолжая данную процедуру, мы получим множество  $K^n$ , в котором все  $n$ -ичные дроби не будут содержать ни одного из чисел  $1, 2, \dots, n-2$ .

Возникают следующие задачи: какова мощность множества  $K^n$ ; будет ли множество  $K^n$  совершенным; будет ли множество  $K^n$  всюду разрывным; найти размерность Минковского множества  $K^n$ ; найти меру Лебега множества  $K^n$ ; принадлежат ли множеству  $K^n$  точки  $\frac{1}{2}, \frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}$ ; будет ли линейная функция хаотичной на множестве  $K^n$ ; будет ли функция  $\varphi_n(x) = 0, x_2 x_3 x_4 \dots$  непрерывна на  $K^n$ ; будет ли функция  $\varphi_n(x) = 0, x_2 x_3 x_4 \dots$  хаотичной на отрезке  $[0; 1]$ ; найти  $K^n \oplus K^n$ . Самоподобно ли множество  $K^n$ . Данные задачи необычны для студентов и требуют при решении нестандартного подхода их решения, что позитивно влияет на развитие таких креативных качеств, как гибкость, оригинальность мышления и интуиция.

Пусть  $(X, \rho)$  – метрическое пространство и  $f: X \mapsto X$ . Будем говорить, что отображение  $f$  обладает существенной зависимостью от начальных условий если существует такое  $\varepsilon > 0$ , что для любого  $x \in X$  найдется точка  $y \in X$  сколь угодно близкая к  $x \in X$ , но  $\rho(f^{(n)}(x), f^{(n)}(y)) > \varepsilon$  для некоторого натурального числа  $n$ .

То есть, сколь угодно близкие точки разведятся некоторой итерацией на расстояние  $\varepsilon > 0$ , что указывает на непредсказуемость итераций точек на  $X$ .

Отображение  $f$  будем называть транзитивным, если для любой пары  $U, V$  открытых множеств существует такое  $n \geq 0$ , что пересечение  $f^{(n)}(U) \cap V$  не является пустым множеством.

Пусть  $M$  – множество периодических точек отображения  $f$  в метрическом пространстве  $X$ . Отображение  $f$  называется хаотическим по Девани, если оно: существенно зависимо от начальных условий, транзитивно, замыкание множества всех его периодических точек совпадает с множеством  $X$  (то есть  $\overline{M} = X$ ).

Пусть  $K^n = \bigcap_{i=0}^{\infty} K_i^n$  – множество Кантора. Для каждого числа, записанного в  $n$ -ичной системе счисления  $x = 0, x_1 x_2 x_3 \dots$  из множества  $K^n$  ( $x_i \in \{0; 1; 2; \dots; n-1\}$ ) определим функцию обратного сдвига  $\varphi_n(x) = 0, x_2 x_3 x_4 \dots$

Покажем, что функция  $\varphi_n(x) = 0, x_2 x_3 x_4 \dots$  хаотична на множестве  $K^n = \bigcap_{i=0}^{\infty} K_i^n$ .

Замечание. Нам неизвестен этот результат (отраженный в каких-либо учебных пособиях, монографиях или научных статьях).

Доказательство. Покажем, что  $\varphi_n(x) = 0, x_2 x_3 x_4 \dots$  обладает существенной зависимостью от начальных условий на множестве  $K^n = \bigcap_{i=0}^{\infty} K_i^n$ . Нам следует научиться строить числа, расстояние между которыми сколь угодно мало, а итерации их разводят на определенное число  $\varepsilon$ . Возьмем некоторое  $x \in K^n$  и произвольное число  $\delta > 0$ . Положим  $\varepsilon = \frac{1}{2}$ . Пусть  $x = 0, x_1 x_2 x_3 \dots x_n \dots$ , заданное в  $n$ -ичной системе счисления. Существует такое

натуральное число  $m$ , что  $\frac{1}{n^m} < \delta$ . Теперь построим вещественное число  $y_\delta \in K$  по следующей схеме: заменим в  $x = 0, x_1 x_2 x_3 \dots x_n \dots$   $x_{m+1}$  на  $n-1-x_{m+1}$ , а остальные  $n$ -ичные цифры оставим без изменения. То есть  $y_\delta = 0, x_1 x_2 x_3 \dots x_m n-1-x_{m+1} x_{m+2} \dots$ . Далее

имеем  $|x - y_\delta| = \frac{|n-1-2x_{m+1}|}{n^{m+1}} < \frac{n}{n^{m+1}} = \frac{1}{n^m} < \delta$ . Положив  $y = y_\delta$ , получим

$|\varphi_n^{(m)}(x) - \varphi_n^{(m)}(y)| = \frac{n-1}{n} > \frac{1}{2}$ . Поскольку  $\delta > 0$  произвольно мало, то отображение

$\varphi_n(x) = 0, x_2 x_3 x_4 \dots$  обладает существенной зависимостью от начальных условий. Здесь уместно поставить перед студентами следующие вопросы: 1) почему модуль разности

$|x - y_\delta|$  равен  $\frac{|n-1-2x_{m+1}|}{n^{m+1}}$ ; 2) почему модуль разности  $|\varphi_n^{(m)}(x) - \varphi_n^{(m)}(y)| = \frac{n-1}{n}$ ;

3) принадлежат ли числа  $\varphi_n^{(m)}(x), \varphi_n^{(m)}(y_\delta)$  множеству  $K^n = \bigcap_{i=0}^{\infty} K_i^n$ .

Пусть  $U$  и  $V$  – открытые множества в  $K^n$ , которые без потери общности можно считать не имеющими общих элементов (почему?). Пусть  $x \in U$  и  $y \in V$ . Тогда в  $n$ -ичной системе счисления  $x$  и  $y$  можно представить в виде:  $x = 0, x_1 x_2 x_3 \dots$  и  $y = 0, y_1 y_2 y_3 \dots$

Выберем такое  $n_1$ , что для  $B\left(x, \frac{1}{n^{n_1}}\right) \subset U$ ,  $B\left(y, \frac{1}{n^{n_1}}\right) \subset V$  (в нашем случае

$B(x, \alpha) = \{y \in K^n : \rho(x, y) < \alpha\}$ ). Далее положим:  $z = 0, x_1 x_2 x_3 \dots x_{n_1} y_1 y_2 y_3 \dots y_{n_1} y_{n_1+1} \dots$

1. Найдем сначала разность:

$$|x - z| \leq \frac{|x_{n_1+1} - y_1|}{n^{n_2+1}} + \frac{|x_{n_1+2} - y_2|}{n^{n_2+2}} + \dots \leq \frac{n-1}{n^{n_1+1}} + \frac{n-1}{n^{n_1+2}} + \dots = \frac{n-1}{n^{n_1+1}} \left( 1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \dots \right) = \frac{1}{n^{n_1}}$$

2. Далее замечаем, что  $\varphi_n^{(n_1)}(z) = y \in V$ , указывающее на транзитивность отображения  $\varphi$ . Здесь студентов логично попросить подробно пояснить выполнение условия транзитивности отображения  $\varphi_n(x) = 0, x_2 x_3 x_4 \dots$  на множестве  $K^n = \bigcap_{i=0}^{\infty} K_i^n$ . Покажем, что множество всех периодических точек преобразования  $\varphi_n(x) = 0, x_2 x_3 x_4 \dots$  всюду плотно в  $K^n = \bigcap_{i=0}^{\infty} K_i^n$ . Заметим, что точка  $x^{(1)} = 0, x_1 x_1 x_1 \dots \in K^n$  имеет период 1 для функции  $\varphi_n$  ( $\varphi_n^{(1)}(x^{(1)}) = x^{(1)}$ ), точка  $x^{(2)} = 0, x_1 x_2 x_1 x_2 x_1 x_2 \dots \in K^n$  имеет период 2 для функции  $\varphi_n$  ( $\varphi_n^{(2)}(x^{(2)}) = x^{(2)}$ ). Продолжая рассуждения, придем к выводу, что точка  $x^{(m)} = 0, x_1 x_2 \dots x_m (x_1 x_2 \dots x_m) \in K^n$  будет иметь период  $m$  для функции  $\varphi_n$ : ( $\varphi_n^{(m)}(x^{(m)}) = x^{(m)}$ ). Если мы докажем, что последовательность  $\{x^{(m)}\}$  сходится к точке  $x$ , то задача будет решена. Для того чтобы доказать сходимость  $\{x^{(m)}\}$  к  $x$  надо доказать, что  $|x^{(m)} - x| < \varepsilon$  будет для всех  $m > N(\varepsilon)$ , где  $N(\varepsilon)$  – некоторое натуральное число.

$$\text{Поскольку } |x^{(m)} - x| \leq \frac{n-1}{n^{m+1}} + \frac{n-1}{n^{m+2}} + \dots = \frac{n-1}{1 - \frac{1}{n}} = \frac{1}{n^m} < \varepsilon, \text{ то } \lim_{m \rightarrow \infty} x^{(m)} = x.$$

Далее полезно предложить студентам более подробно обосновать вывод, что множество периодических точек функции  $\varphi_n(x) = 0, x_2 x_3 x_4 \dots$  всюду плотно в  $K^n = \bigcap_{i=0}^{\infty} K_i^n$ .

В заключительной части рассмотрения данного вопроса полезно сформулировать для самостоятельного решения следующие задачи: сравнить тентообразную функцию

$$f_n(x) = \begin{cases} n \cdot x, & x \leq \frac{1}{2} \\ n - n \cdot x, & x > \frac{1}{2} \end{cases} \text{ с функцией обратного сдвига } \varphi_n(x) = 0, x_2 x_3 x_4 \dots; \text{ доказать}$$

хаотичность тентообразной функции на множестве  $K^n = \bigcap_{i=0}^{\infty} K_i^n$ ; выяснить, как связано множество точек, орбиты которых для тентообразной функции  $f_n(x)$  ограничены, с множеством  $K^n = \bigcap_{i=0}^{\infty} K_i^n$ . Если решение двух последних задач вызовет у студентов затруднения, то целесообразно рекомендовать им познакомиться с решениями, приведенными в [5].

Таков план наших действий, нацеленный на мониторинг усвоения знаний студентами и развитие их креативности.

#### Литература

1. Гринченко В. Т., Мацибура В. Т., Снарский А. А. Введение в нелинейную динамику: Хаос и фракталы. Изд. 2-е. – М.: Изд-во ЛКИ, 2007. – 264 с.

2. Кроновер Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. – М.: Постмаркет, 2000. – 352 с.

3. Секованов В. С. О множествах Жюлиа некоторых рациональных функций. Вестник КГУ им. Н. А. Некрасова №2 2012 г. с. 23-28.
  4. Секованов В. С. "Отображение "Кошка Арнольда" и методика его изучения" Вестник КГУ им. Н. А. Некрасова. Т.19, №2. С. 143 - 149.
  5. Секованов В. С. "Элементы теории фрактальных множеств" Изд. 5-е, перераб. и доп. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013. –248 с.
-

# РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СОСТАВНЫХ И ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ. АЛГОРИТМ ЧИСЕЛ БЛИЗНЕЦОВ И ИХ БЕСКОНЕЧНОСТЬ

**SERGIOS IOANNIS TSERMIDIS**

Contact: Thessaloniki, Papanastasiou 18, Greece

Tel. +30. 2310. 816-544 , mob.+30 6947 823 897, e-mail: [sergios1234@mail.ru](mailto:sergios1234@mail.ru)

**ABSTRACT.** In this paper, based on the numbers of the form:  $\Theta = \{6n \pm 1/n \in \mathbb{N}\}$ . Is the method of defining and distribution of composite numbers (in continuation  $CN$ ) and prime numbers (in continuation  $PN$ ). The exact number of  $CN$  and  $PN$  in the interval  $(1 \div N)$ . The formulas determine the number of  $PN$  in the set  $DistributionPN$ . Algorithm for obtaining & infinite numbers of twin's.

**Метод определения простых чисел** Разобьем множество натуральных чисел на два непересекающихся множества  $A$  и  $B$ , т.е.  $\mathbb{N} = A \cup B$ ,  $A \cap B = \emptyset$ . Пусть  $A$  включает  $1$  и натуральные числа, которые при делении на  $6$  дают остатки  $0, 2, 3, 4$ . Множество  $A$  включает только два  $PN$ :  $2$  и  $3$ . Множество  $B$  включает натуральные числа, которые при делении на  $6$  дают остатки  $1$  или  $5$  т.е. числа вида  $\Theta = \{6n \pm 1/n \in \mathbb{N}\}$ , т.к.  $6k+5=6(k+1)-1$  при  $n=k+1$ , имеем случай  $6n-1$ . Очевидно, простые числа являются подмножеством множества  $\Theta$ , потому что  $6n, 6n+2, 6n+3, 6n+4$  - составные. Множество  $\Theta = \{6n \pm 1/n \in \mathbb{N}\}$  является полугруппой относительно умножения  $(\Theta, \circ)$ . Поскольку, множество натуральных чисел  $\mathbb{N}$  - полугруппа, то и любое его подмножество полугруппа относительно той же операции. Рассмотрим четыре базовых комбинаций умножения элементов в  $(\Theta, \circ)$ . Совершенно, очевидно, что для любого составного числа  $n \in (\Theta, \circ)$ , существует хотя бы одно из представлений:

$$\begin{aligned} 1. n &= (6x-1) \circ (6y-1) = 6 \circ (6xy - x - y) + 1 & 3. n &= (6x+1) \circ (6y-1) = 6 \circ (6xy - x + y) - 1 \\ 2. n &= (6x+1) \circ (6y+1) = 6 \circ (6xy + x + y) + 1 & 4. n &= (6x-1) \circ (6y+1) = 6 \circ (6xy + x - y) - 1 \end{aligned} \quad (1)$$

Нетрудно заметить из (1), что при умножение чисел  $(\Theta, \circ)$  форма сохраняется и  $(6k-1)$  меняет результат из одной формы в другую. Это значит, структура составных чисел в  $(\Theta, \circ)$  являются произведениями вида :  $(6k_1 \pm 1) \circ (6k_2 \pm 1) \circ (6k_3 \pm 1) \dots \circ (6k_n \pm 1)$ ,  $n, k_i \in \mathbb{N}$  (2)

Однако, существуют и элементы в  $(\Theta, \circ)$  непредставимые в виде (2), т.е. примитивные, что играют роль простых чисел в  $\mathbb{N}$ . Сделаем соответствующие подстановки в уравнениях (1), пусть  $\lambda_1 = (n-1)/6$ ,  $\lambda_2 = (n-1)/6$ ,  $\lambda_3 = (n+1)/6$ ,  $\lambda_4 = (n+1)/6$ , тогда  $\forall \lambda_\mu \in \mathbb{N}$ ,  $(\mu=1, 2, 3, 4)$  (3)

Имеем систему Диофантовых уравнений разделенные на две подкатегории по формам  $6z \pm 1$

$$\begin{aligned} 1. \lambda_1 &= f_{11}(x, y) = 6x_1y_1 - x_1 - y_1 = (6x_1-1)y_1 - x_1 > \text{соответствуют } CN \& PN \text{ к форме } 6z+1 \\ 2. \lambda_2 &= f_{12}(x, y) = 6x_2y_2 + x_2 + y_2 = (6x_2+1)y_2 + x_2 \\ 3. \lambda_3 &= f_{21}(x, y) = 6x_3y_3 - x_3 + y_3 = (6x_3+1)y_3 - x_3 > \text{соответствуют } CN \& PN \text{ к форме } 6z-1 \\ 4. \lambda_4 &= f_{22}(x, y) = 6x_4y_4 + x_4 - y_4 = (6x_4-1)y_4 + x_4 \end{aligned} \quad (4)$$

Следовательно, для любого  $CN$ ,  $n \in (\Theta, \circ)$  при соответствующем  $\lambda \in \mathbb{N}$ , проблема сводится к отысканию  $(x, y) \in \mathbb{N}$  соответственно по формам уравнений (4). Множество  $CN \in (\Theta, \circ)$  вида  $(6k+1)$  обозначим  $CN^+$  с генерирующими ее функциями:  $f_{11} = (6x-1)y - x$ ,  $\theta_1 = 6 \circ f_{11} + 1$ ,  $f_{12} = x + (6x+1)y$ ,  $\theta_2 = 6 \circ f_{12} + 1$ ,  $\theta_1, \theta_2 \in CN^+$ . Аналогично для  $(6k-1)$ ,  $CN^-$ :  $f_{21} = (6x+1)y - x$ ,  $\theta_3 = 6 \circ f_{21} - 1$ ,  $f_{22} = (6x-1)y + x$ ,  $\theta_4 = 6 \circ f_{22} - 1$ ,  $\theta_3, \theta_4 \in CN^-$ . Множество всех  $CN$  в  $(\Theta, \circ)$   $CN = CN^+ \cup CN^-$ . Если  $(x_\mu, y_\mu) \in \mathbb{N}$  есть решение одного из уравнений (4), то  $n = (6x_\mu \pm 1)(6y_\mu \pm 1)$ , т.к.  $\lambda_\mu$  определена одним из вариантов  $6xy \pm x \pm y$  из уравнений (4) и  $n = 6\lambda_\mu \pm 1$  из (3), тогда по (1)  $\rightarrow$  истинность предложения. Например,  $x_4=1, y_4=2$ , решение уравнения  $f_{22}(x, y)=11$  (форма  $6z-1$ )  $n=6 \circ 11-1=65$  и из (1)  $\rightarrow 65=(6 \circ 1-1)(6 \circ 2+1)$ , однако, для формы  $6z+1$  будет  $PN$ , т.к.  $f_{11}=11$  и  $f_{12}=11$  не имеют корней.

**Определение:** Число  $n \in \mathbb{N}$ , *составное*, если  $\dot{}$  (2 or 3) or представимо в виде  $6\lambda_\mu \pm 1$ , где  $\lambda_\mu$  определена в смысле (3) и существует решение  $(x_\mu, y_\mu) \in \mathbb{N}$  одного из форм уравнений (4).

**Теорема 1**  $\forall PN$  при соответствующем ему  $\lambda_\mu \in \mathbb{N}$  не  $\exists$  никакой пары  $(x_\mu, y_\mu) \in \mathbb{N}$ , чтобы оно было решением хотя бы одного из соответствующих форм Диофантовых уравнений (4)



**Доказательство.** Пусть  $\exists (x, y) \in \mathbb{N}$ , которое является решением одного из уравнений (4), то поскольку, любое  $PN$  представимо единственным образом:  $n=1 \cdot n$ , тогда  $n=(6^0 \cdot 0+1) (6^0 y_\mu+1)$ , где  $x_\mu=0 \notin \mathbb{N}$ ,  $y_\mu=(n \pm 1)/6 \in \mathbb{Q}$ , что противоречит к допущению, значит справедлива теорема.

**Распределение составных элементов  $(\Theta, \circ)$**  Итак, проблема отыскания решений Диофантовых уравнений (4) задача не легкая и нет уверенности в том, что будут все решения их, поэтому для полноты  $CN \in (\Theta, \circ)$  лучше зададим любые всевозможные сочетания значений  $(x, y)$  от 1 до  $n$ , где  $n \rightarrow \infty$ , по принципу как показано в Tab1 при  $n=8$ , найдем значения функций  $f_{11}$ ,  $f_{12}$  и  $f_{21}$ ,  $f_{22}$  в которых  $6 \cdot f_{11}+1$ ,  $6 \cdot f_{12}+1$  и  $6 \cdot f_{21}-1$ ,  $6 \cdot f_{22}-1$  явно будут  $CN \in (\Theta, \circ)$ , потому что значения  $x$  и  $y$  предопределенные решения Диофантовых уравнений (4).

$n \setminus 3$   $n \setminus 3$

$$\left[ \begin{array}{l} f_{11} = 6xy - x - y \leq n \\ f_{12} = 6xy + x + y \leq n \\ f_{21} = 6xy - x + y \leq n \\ f_{22} = 6xy + x - y \leq n \end{array} \right. \begin{array}{l} 6z+1 \\ 6z-1 \end{array}$$

( 5 )

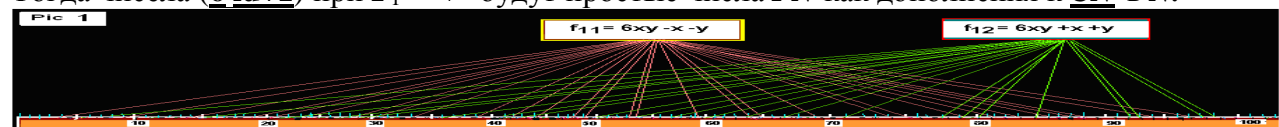
Пусть  $N=100$ , имеем:  
 $CN^+$ :  $6 \cdot 4+1=25$ ,  $6 \cdot 8+1=49$   
 $6 \cdot 9+1=55$ ,  $6 \cdot 15+1=91$ ,  $6 \cdot 14+1=85$ .  
 $CN^-$ :  $6 \cdot 6-1=35$ ,  $6 \cdot 11-1=65$ ,  
 $6 \cdot 13-1=77$ ,  $6 \cdot 16-1=95$ .

Очевидно, последовательность  $\{25, 35, 49, 55, 65, 77, 85, 91, 95\}$  из  $(\Theta, \circ)_{100}$  - полное.  
 Легко заметить, что при  $(x, y) \in \mathbb{N}$ , множество значений функций  $f_{11}$ ,  $f_{12}$ ,  $f_{21}$ ,  $f_{22}$  бесконечны. Докажем к примеру для  $f_{11}$ , пусть множество  $M_{xy} = \{6xy - x - y\}$ , при  $y=1$   
 $M_{x1} = \{5x-1\} \rightarrow \infty$ ,  $y=2$   $M_{x2} = \{11x-2\} \rightarrow \infty, \dots, M_{xn} = \{(6n-1)x - n\} \rightarrow \infty$ , следовательно, как объединение счетных множеств - счетно.  
 $M_{xy} = M_{x1} \cup M_{x2} \cup \dots \cup M_{xn}$  Точно также счетны множества  $\{f_{12}\}$ ,  $\{f_{21}\}$  и  $\{f_{22}\}$   
 $FN = \{f_{11}\} \cup \{f_{12}\} \cup \{f_{21}\} \cup \{f_{22}\}$  - счетно как объединение счетных множеств

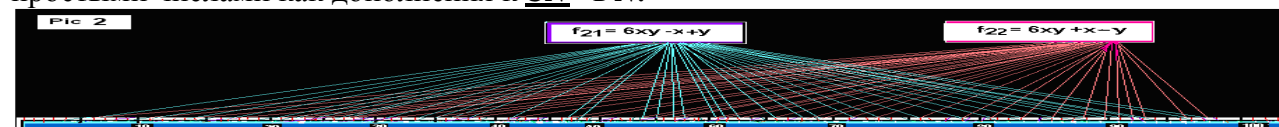
**Table generate of composite numbers in the set of  $(\Theta, \circ)$  Tab1**

x	y	$f_{11} = (6x-1)y-x$	$f_{12} = (6x+1)y+x$	$f_{21} = (6x+1)y-x$	$f_{22} = (6x-1)y+x$
1	1	4	8	6	6
1	2	9	15	13	11
1	3	14	22	20	16
1	4	19	29	27	21
1	5	24	36	34	26
1	6	29	43	41	31
1	7	34	50	48	36
1	8	39	57	55	41
2	2	20	28	24	24
2	3	31	41	37	35
2	4	42	54	50	46
2	5	53	67	63	57
2	6	64	80	76	68
2	7	75	93	89	79
2	8	86	106	102	90
3	3	48	60	54	54
3	4	65	79	73	71
3	5	82	98	92	88
3	6	99	117	111	105
3	7	116	136	130	122
3	8	133	155	149	139
4	4	88	104	96	96
4	5	111	129	121	119
4	6	134	154	146	142
4	7	157	179	171	165
4	8	180	204	196	188
5	5	140	160	150	150
5	6	169	191	181	179
5	7	198	222	212	208
5	8	227	253	243	237
6	6	204	228	216	216
6	7	239	265	253	251
6	8	274	302	290	286
7	7	280	308	294	294
7	8	321	351	337	335
8	8	368	400	384	384

**Алгоритм распределения простых чисел  $6k+1$**  Пусть задан интервал от 1 до  $n$  в файле  $DPN(id, F_1, F_2)$  (software module, ACCESS) (id-номер записи и число их должно быть  $\geq 6 \cdot n+1$ . Вначале  $F_1$  заполняется "+" от 1 до  $n/6$ , затем по значениям функций  $f_{11}=6xy-x-y = id$  и  $f_{12} = 6xy+x+y = id$ , вводим символ "-", где  $(x, y)=1, 2, 3, \dots$  пробегает по принципу Tab1. Тогда числа  $(6 \cdot id+1)$  при  $F_1="+"$  будут простые числа  $PN$  как дополнения к  $CN^+$  в  $N$ .



**Алгоритм распределения простых чисел  $6k-1$**  Вначале  $F_2$  заполняется "+" от 1 до  $n/6$ , затем по значениям функций  $f_{21}=6xy-x+y = id$  и  $f_{22}=6xy+x-y = id$ , вводим символ "-", где  $(x, y)=1, 2, 3, \dots$  пробегает по принципу Tab1. Тогда числа  $(6 \cdot id - 1)$  при  $F_2="+"$  являются простыми числами как дополнения к  $CN^-$  в  $N$ .



Для  $PN^+$  справедливо  $\Xi_1 = \{N \setminus f_{11}\}$ ,  $\Xi_1' = \{N \setminus f_{12}\}$ ,  $K_{+1} = \Xi_1 \cup \Xi_1'$ ,  $PN^+ = 6 \cdot K_{+1} + 1$ .  
 Для  $PN^-$  справедливо  $\Xi_2 = \{N \setminus f_{21}\}$ ,  $\Xi_2' = \{N \setminus f_{22}\}$ ,  $K_{-1} = \Xi_2 \cup \Xi_2'$ ,  $PN^- = 6 \cdot K_{-1} - 1$ .  
 Поскольку, множество  $PN = PN^+ \cup PN^-$  счетно, тогда  $K = K_{+1} \cup K_{-1}$  тоже счетно.

<pre> &lt;ChE&gt; Populates the fields F1, F2 symbol "+" Dim k, m1 As String  ωρρ1 = Time(), ωρρ2 = "" DoCmd.OpenForm "pr m n u b1", acNormal k = 1, m1 = Π5 \ 6 + 1 For i = k To m1 DoCmd.GoToRecord acDataForm, "prmnub1", acGoTo, i If IsNull(Forms![prmnub1]![id]) Then GoTo LL Forms![prmnub1]![F1] = "+" Forms![prmnub1]![F2] = "+" DoCmd.GoToRecord, "prmnub1", acNext Next i LL: DoCmd.Close acForm, "prmnub1", acSaveYes ωρρ2 = Time() Π4 = "The End" End Sub </pre>	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="12">id f1 f2 The table of distribution prime numbers</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>+</td><td>+</td><td>41</td><td>-</td><td>-</td><td>81</td><td>+</td><td>-</td><td>121</td><td>+</td><td>-</td><td>161</td><td>+</td><td>-</td></tr> <tr><td>2</td><td>+</td><td>+</td><td>42</td><td>-</td><td>+</td><td>82</td><td>-</td><td>+</td><td>122</td><td>+</td><td>-</td><td>162</td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr><td>3</td><td>+</td><td>+</td><td>43</td><td>-</td><td>+</td><td>83</td><td>+</td><td>-</td><td>123</td><td>+</td><td>-</td><td>163</td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr><td>4</td><td>-</td><td>+</td><td>44</td><td>-</td><td>+</td><td>84</td><td>-</td><td>+</td><td>124</td><td>-</td><td>+</td><td>164</td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr><td>5</td><td>+</td><td>+</td><td>45</td><td>+</td><td>+</td><td>85</td><td>-</td><td>+</td><td>125</td><td>+</td><td>-</td><td>165</td><td>+</td><td>-</td></tr> <tr><td>6</td><td>+</td><td>-</td><td>46</td><td>+</td><td>-</td><td>86</td><td>-</td><td>-</td><td>126</td><td>+</td><td>-</td><td>166</td><td>+</td><td>-</td></tr> <tr><td>7</td><td>+</td><td>+</td><td>47</td><td>+</td><td>+</td><td>87</td><td>+</td><td>+</td><td>127</td><td>-</td><td>+</td><td>167</td><td>-</td><td>-</td></tr> <tr><td>8</td><td>-</td><td>+</td><td>48</td><td>-</td><td>-</td><td>88</td><td>-</td><td>-</td><td>128</td><td>+</td><td>-</td><td>168</td><td>+</td><td>-</td></tr> <tr><td>9</td><td>-</td><td>+</td><td>49</td><td>-</td><td>+</td><td>89</td><td>-</td><td>-</td><td>129</td><td>-</td><td>+</td><td>169</td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr><td>10</td><td>+</td><td>+</td><td>50</td><td>-</td><td>-</td><td>90</td><td>+</td><td>-</td><td>130</td><td>-</td><td>-</td><td>170</td><td>+</td><td>+</td></tr> <tr><td>11</td><td>+</td><td>-</td><td>51</td><td>+</td><td>-</td><td>91</td><td>+</td><td>-</td><td>131</td><td>+</td><td>-</td><td>171</td><td>-</td><td>-</td></tr> <tr><td>12</td><td>+</td><td>+</td><td>52</td><td>+</td><td>+</td><td>92</td><td>-</td><td>-</td><td>132</td><td>-</td><td>-</td><td>172</td><td>+</td><td>+</td></tr> <tr><td>13</td><td>+</td><td>-</td><td>53</td><td>-</td><td>+</td><td>93</td><td>-</td><td>+</td><td>133</td><td>-</td><td>+</td><td>173</td><td>+</td><td>-</td></tr> <tr><td>14</td><td>-</td><td>+</td><td>54</td><td>-</td><td>-</td><td>94</td><td>-</td><td>+</td><td>134</td><td>-</td><td>-</td><td>174</td><td>-</td><td>-</td></tr> <tr><td>15</td><td>-</td><td>+</td><td>55</td><td>+</td><td>-</td><td>95</td><td>+</td><td>+</td><td>135</td><td>+</td><td>+</td><td>175</td><td>+</td><td>+</td></tr> <tr><td>16</td><td>+</td><td>-</td><td>56</td><td>+</td><td>-</td><td>96</td><td>+</td><td>-</td><td>136</td><td>-</td><td>-</td><td>176</td><td>-</td><td>-</td></tr> <tr><td>17</td><td>+</td><td>+</td><td>57</td><td>-</td><td>-</td><td>97</td><td>-</td><td>-</td><td>137</td><td>+</td><td>+</td><td>177</td><td>+</td><td>+</td></tr> <tr><td>18</td><td>+</td><td>+</td><td>58</td><td>+</td><td>+</td><td>98</td><td>-</td><td>+</td><td>138</td><td>+</td><td>+</td><td>178</td><td>+</td><td>-</td></tr> <tr><td>19</td><td>-</td><td>+</td><td>59</td><td>-</td><td>+</td><td>99</td><td>-</td><td>+</td><td>139</td><td>-</td><td>-</td><td>179</td><td>-</td><td>-</td></tr> <tr><td>20</td><td>-</td><td>-</td><td>60</td><td>-</td><td>+</td><td>100</td><td>+</td><td>+</td><td>140</td><td>-</td><td>+</td><td>180</td><td>-</td><td>-</td></tr> <tr><td>21</td><td>+</td><td>-</td><td>61</td><td>+</td><td>-</td><td>101</td><td>+</td><td>-</td><td>141</td><td>-</td><td>-</td><td>181</td><td>+</td><td>-</td></tr> <tr><td>22</td><td>-</td><td>+</td><td>62</td><td>+</td><td>-</td><td>102</td><td>+</td><td>-</td><td>142</td><td>+</td><td>-</td><td>182</td><td>+</td><td>+</td></tr> <tr><td>23</td><td>+</td><td>+</td><td>63</td><td>+</td><td>-</td><td>103</td><td>+</td><td>+</td><td>143</td><td>+</td><td>+</td><td>183</td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr><td>24</td><td>-</td><td>-</td><td>64</td><td>-</td><td>+</td><td>104</td><td>-</td><td>-</td><td>144</td><td>-</td><td>+</td><td>184</td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr><td>25</td><td>+</td><td>+</td><td>65</td><td>-</td><td>+</td><td>105</td><td>+</td><td>-</td><td>145</td><td>-</td><td>-</td><td>185</td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr><td>26</td><td>+</td><td>-</td><td>66</td><td>+</td><td>-</td><td>106</td><td>-</td><td>-</td><td>146</td><td>+</td><td>-</td><td>186</td><td>+</td><td>-</td></tr> <tr><td>27</td><td>+</td><td>-</td><td>67</td><td>-</td><td>+</td><td>107</td><td>+</td><td>+</td><td>147</td><td>+</td><td>+</td><td>187</td><td>+</td><td>-</td></tr> <tr><td>28</td><td>-</td><td>+</td><td>68</td><td>+</td><td>-</td><td>108</td><td>-</td><td>+</td><td>148</td><td>-</td><td>+</td><td>188</td><td>+</td><td>-</td></tr> <tr><td>29</td><td>-</td><td>+</td><td>69</td><td>-</td><td>-</td><td>109</td><td>-</td><td>+</td><td>149</td><td>-</td><td>-</td><td>189</td><td>-</td><td>-</td></tr> <tr><td>30</td><td>+</td><td>+</td><td>70</td><td>+</td><td>+</td><td>110</td><td>+</td><td>+</td><td>150</td><td>-</td><td>-</td><td>190</td><td>-</td><td>-</td></tr> <tr><td>31</td><td>-</td><td>-</td><td>71</td><td>-</td><td>-</td><td>111</td><td>-</td><td>-</td><td>151</td><td>+</td><td>-</td><td>191</td><td>-</td><td>-</td></tr> <tr><td>32</td><td>+</td><td>+</td><td>72</td><td>+</td><td>+</td><td>112</td><td>+</td><td>-</td><td>152</td><td>-</td><td>+</td><td>192</td><td>+</td><td>+</td></tr> <tr><td>33</td><td>+</td><td>+</td><td>73</td><td>+</td><td>-</td><td>113</td><td>-</td><td>+</td><td>153</td><td>+</td><td>-</td><td>193</td><td>-</td><td>-</td></tr> <tr><td>34</td><td>-</td><td>-</td><td>74</td><td>-</td><td>+</td><td>114</td><td>-</td><td>+</td><td>154</td><td>-</td><td>-</td><td>194</td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr><td>35</td><td>+</td><td>-</td><td>75</td><td>-</td><td>+</td><td>115</td><td>+</td><td>-</td><td>155</td><td>-</td><td>+</td><td>195</td><td>+</td><td>-</td></tr> <tr><td>36</td><td>-</td><td>-</td><td>76</td><td>+</td><td>-</td><td>116</td><td>-</td><td>-</td><td>156</td><td>+</td><td>-</td><td>196</td><td>-</td><td>-</td></tr> <tr><td>37</td><td>+</td><td>-</td><td>77</td><td>+</td><td>+</td><td>117</td><td>-</td><td>+</td><td>157</td><td>-</td><td>+</td><td>197</td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr><td>38</td><td>+</td><td>+</td><td>78</td><td>-</td><td>+</td><td>118</td><td>+</td><td>-</td><td>158</td><td>-</td><td>+</td><td>198</td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr><td>39</td><td>-</td><td>+</td><td>79</td><td>-</td><td>-</td><td>119</td><td>-</td><td>-</td><td>159</td><td>-</td><td>-</td><td>199</td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr><td>40</td><td>+</td><td>+</td><td>80</td><td>-</td><td>+</td><td>120</td><td>-</td><td>+</td><td>160</td><td>-</td><td>-</td><td>200</td><td>+</td><td>-</td></tr> </tbody> </table>	id f1 f2 The table of distribution prime numbers												1	+	+	41	-	-	81	+	-	121	+	-	161	+	-	2	+	+	42	-	+	82	-	+	122	+	-	162	-	+	3	+	+	43	-	+	83	+	-	123	+	-	163	-	+	4	-	+	44	-	+	84	-	+	124	-	+	164	-	+	5	+	+	45	+	+	85	-	+	125	+	-	165	+	-	6	+	-	46	+	-	86	-	-	126	+	-	166	+	-	7	+	+	47	+	+	87	+	+	127	-	+	167	-	-	8	-	+	48	-	-	88	-	-	128	+	-	168	+	-	9	-	+	49	-	+	89	-	-	129	-	+	169	-	+	10	+	+	50	-	-	90	+	-	130	-	-	170	+	+	11	+	-	51	+	-	91	+	-	131	+	-	171	-	-	12	+	+	52	+	+	92	-	-	132	-	-	172	+	+	13	+	-	53	-	+	93	-	+	133	-	+	173	+	-	14	-	+	54	-	-	94	-	+	134	-	-	174	-	-	15	-	+	55	+	-	95	+	+	135	+	+	175	+	+	16	+	-	56	+	-	96	+	-	136	-	-	176	-	-	17	+	+	57	-	-	97	-	-	137	+	+	177	+	+	18	+	+	58	+	+	98	-	+	138	+	+	178	+	-	19	-	+	59	-	+	99	-	+	139	-	-	179	-	-	20	-	-	60	-	+	100	+	+	140	-	+	180	-	-	21	+	-	61	+	-	101	+	-	141	-	-	181	+	-	22	-	+	62	+	-	102	+	-	142	+	-	182	+	+	23	+	+	63	+	-	103	+	+	143	+	+	183	-	+	24	-	-	64	-	+	104	-	-	144	-	+	184	-	+	25	+	+	65	-	+	105	+	-	145	-	-	185	-	+	26	+	-	66	+	-	106	-	-	146	+	-	186	+	-	27	+	-	67	-	+	107	+	+	147	+	+	187	+	-	28	-	+	68	+	-	108	-	+	148	-	+	188	+	-	29	-	+	69	-	-	109	-	+	149	-	-	189	-	-	30	+	+	70	+	+	110	+	+	150	-	-	190	-	-	31	-	-	71	-	-	111	-	-	151	+	-	191	-	-	32	+	+	72	+	+	112	+	-	152	-	+	192	+	+	33	+	+	73	+	-	113	-	+	153	+	-	193	-	-	34	-	-	74	-	+	114	-	+	154	-	-	194	-	+	35	+	-	75	-	+	115	+	-	155	-	+	195	+	-	36	-	-	76	+	-	116	-	-	156	+	-	196	-	-	37	+	-	77	+	+	117	-	+	157	-	+	197	-	+	38	+	+	78	-	+	118	+	-	158	-	+	198	-	+	39	-	+	79	-	-	119	-	-	159	-	-	199	-	+	40	+	+	80	-	+	120	-	+	160	-	-	200	+	-
id f1 f2 The table of distribution prime numbers																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																					
1	+	+	41	-	-	81	+	-	121	+	-	161	+	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
2	+	+	42	-	+	82	-	+	122	+	-	162	-	+																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
3	+	+	43	-	+	83	+	-	123	+	-	163	-	+																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
4	-	+	44	-	+	84	-	+	124	-	+	164	-	+																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
5	+	+	45	+	+	85	-	+	125	+	-	165	+	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
6	+	-	46	+	-	86	-	-	126	+	-	166	+	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
7	+	+	47	+	+	87	+	+	127	-	+	167	-	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
8	-	+	48	-	-	88	-	-	128	+	-	168	+	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
9	-	+	49	-	+	89	-	-	129	-	+	169	-	+																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
10	+	+	50	-	-	90	+	-	130	-	-	170	+	+																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
11	+	-	51	+	-	91	+	-	131	+	-	171	-	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
12	+	+	52	+	+	92	-	-	132	-	-	172	+	+																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
13	+	-	53	-	+	93	-	+	133	-	+	173	+	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
14	-	+	54	-	-	94	-	+	134	-	-	174	-	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
15	-	+	55	+	-	95	+	+	135	+	+	175	+	+																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
16	+	-	56	+	-	96	+	-	136	-	-	176	-	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
17	+	+	57	-	-	97	-	-	137	+	+	177	+	+																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
18	+	+	58	+	+	98	-	+	138	+	+	178	+	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
19	-	+	59	-	+	99	-	+	139	-	-	179	-	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
20	-	-	60	-	+	100	+	+	140	-	+	180	-	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
21	+	-	61	+	-	101	+	-	141	-	-	181	+	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
22	-	+	62	+	-	102	+	-	142	+	-	182	+	+																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
23	+	+	63	+	-	103	+	+	143	+	+	183	-	+																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
24	-	-	64	-	+	104	-	-	144	-	+	184	-	+																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
25	+	+	65	-	+	105	+	-	145	-	-	185	-	+																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
26	+	-	66	+	-	106	-	-	146	+	-	186	+	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
27	+	-	67	-	+	107	+	+	147	+	+	187	+	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
28	-	+	68	+	-	108	-	+	148	-	+	188	+	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
29	-	+	69	-	-	109	-	+	149	-	-	189	-	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
30	+	+	70	+	+	110	+	+	150	-	-	190	-	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
31	-	-	71	-	-	111	-	-	151	+	-	191	-	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
32	+	+	72	+	+	112	+	-	152	-	+	192	+	+																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
33	+	+	73	+	-	113	-	+	153	+	-	193	-	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
34	-	-	74	-	+	114	-	+	154	-	-	194	-	+																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
35	+	-	75	-	+	115	+	-	155	-	+	195	+	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
36	-	-	76	+	-	116	-	-	156	+	-	196	-	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
37	+	-	77	+	+	117	-	+	157	-	+	197	-	+																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
38	+	+	78	-	+	118	+	-	158	-	+	198	-	+																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
39	-	+	79	-	-	119	-	-	159	-	-	199	-	+																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
40	+	+	80	-	+	120	-	+	160	-	-	200	+	-																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
<pre> Distribution of prime numbers &lt;PrNb&gt; Dim k, k1, k2, m1, m2, m3, m4 As Double ωρρ1 = Time(), ωρρ2 = "" DoCmd.OpenForm "prmnub1", acNormal m4 = (0 + Π5) \ 6 m3 = (0 + Π5) \ 3 For k1 = 1 To m3 For k2 = k1 To m3 m1 = 6 * k1 * k2 k = m1 + k1 + k2 If k &gt; m4 Then GoTo L0 DoCmd.GoToRecord acDataForm, "prmnub1", acGoTo, k Forms![prmnub1]![f1] = "-" L0: k = m1 - k1 - k2 If k &gt; m4 Then GoTo L1 DoCmd.GoToRecord acDataForm, "prmnub1", acGoTo, k Forms![prmnub1]![f1] = "-" L1: k = m1 - k1 + k2 If k &gt; m4 Then GoTo L2 DoCmd.GoToRecord acDataForm, "prmnub1", acGoTo, k Forms![prmnub1]![f2] = "-" L2: k = m1 + k1 - k2 If k &gt; m4 Then GoTo L3 DoCmd.GoToRecord acDataForm, "prmnub1", acGoTo, k Forms![prmnub1]![f2] = "-" L3: Next k2 Next k1 DoCmd.Close acForm, "prmnub1", acSaveYes ωρρ2 = Time() Π4 = "The End" End Sub </pre>	<pre> The quantity PN in the interval (Π2-Π5) &lt;QPI&gt; Dim m1, m2, m3 As Double ωρρ1 = Time(), ωρρ2 = "" If IsNull(Π2) Or Π2 = "" Or Π2 = " " Then Π4 = "Place the number in the &lt;From&gt;" Else If IsNull(Π5) Or Π5 - Π2 &lt; 0 Or Π5 = " " Then Π4 = "Place the number &gt;= &lt;From&gt; in the &lt;To&gt;" Else DoCmd.OpenForm "prmnub1", acNormal DoCmd.GoToRecord, "prmnub1", acFirst m3 = (0 + Π5) \ 6, m1 = 0 </pre>																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
<p>Зная, теперь, распределение простых чисел зададимся проблемой нахождения <math>PN</math> в таблице простых чисел (<math>p \geq 5</math>) по его порядковому номеру и наоборот. <b>Формула простых чисел</b></p> $f(n) = \begin{cases} \psi(n)=1, 6 \circ \psi(n)+1, & \Phi(n) \text{ есть количество "+" от 1 до id} = n \setminus 6 \text{ в множестве } DPN, \text{ просчет "+"} \\ \psi(n)=2, 6 \circ \psi(n)-1, & \text{производится по направлению } F_1 \rightarrow F_2 \rightarrow F_1 \dots \Psi(n) \text{-индекс поля } F \psi(n) \\ & \text{на которой заканчивается счет, если в } F_1, \Psi(n) = 1, \text{ иначе } F_2: \Psi(n) = 2. \end{cases}$ <p><i>Например.</i> Пусть <math>n=100</math>, <math>\psi(n)=93</math>, <math>\Psi(n)=2</math> <math>f(100) = 6 \circ 93 - 1 = 557</math>.</p> <p><b>Определение <math>\pi(\gamma)</math> в интервале <math>(1=N)</math>.</b></p> <table border="1" data-bbox="207 1254 1037 1299"> <tr> <td><math>\pi(x) = 2 + \sum_{i=1}^{n/6} DPN, F_1 = "+", \pi(x) = \pi(x) + 1</math></td> <td rowspan="2">При <math>n=100, i=1 \div n \setminus 6 = 16, \pi(\gamma) = 2+23</math>.</td> </tr> <tr> <td><math>DPN, F_2 = "+", \pi(x) = \pi(x) + 1</math></td> </tr> </table>		$\pi(x) = 2 + \sum_{i=1}^{n/6} DPN, F_1 = "+", \pi(x) = \pi(x) + 1$	При $n=100, i=1 \div n \setminus 6 = 16, \pi(\gamma) = 2+23$ .	$DPN, F_2 = "+", \pi(x) = \pi(x) + 1$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																	
$\pi(x) = 2 + \sum_{i=1}^{n/6} DPN, F_1 = "+", \pi(x) = \pi(x) + 1$	При $n=100, i=1 \div n \setminus 6 = 16, \pi(\gamma) = 2+23$ .																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
$DPN, F_2 = "+", \pi(x) = \pi(x) + 1$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																					

**Алгоритм распределения чисел близнецы** Т.к. числа  $(p_1, p_2) \in PN$  и  $p_1 - p_2 = 2$ , то совершенно однозначно ясно, что при одном и том же  $m$  числа  $6m \pm 1$  должны быть  $p_1 \in PN^+$ ,  $p_2 \in PN^-$  и для того, чтобы достичь того, необходимо, чтобы были задействованы все функции  $f_{11}, f_{12}$ , и  $f_{21}, f_{22}$  одновременно. Если существуют натуральные числа, которые одновременно непредставимы в смысле (4), то они и будут базовыми для twin's. Легко заметить из Tab1, что при  $y \geq x$  разность  $f_{22} - f_{11} = 2x$ ,  $f_{21} - f_{22} = 2(y-x)$ ,  $f_{12} - f_{21} = 2x$ , всегда  $\geq 0$  это означает, что существуют числа, которые одновременно непредставимы в смысле (4). Рассмотрим схему алгоритма .

**а)** Заполнение натуральных чисел от 1 до  $n \setminus 6$  записей (программа N)

**б).** Вычеркивание натуральных чисел в соответствии со значениями функций (5), тогда остаются числа  $Ch = N \setminus FN$  и будут базовыми числами twin's (программа Twin's).

**γ).** Наконец,  $6 \circ Ch \pm 1$  (прогр. Distribution of twin's) ( см. ниже ).

**Теорема 2. Множество чисел близнецов бесконечно**

Рассмотрим распределение Tw в интервале  $1 \div 100$  из Tab1, имеем  $FN = \{4, 6, 8, 11, 13, 14, 15, 16, 19\}$  тогда  $Ch = N \setminus FN = \{1, 2, 3, 5, 7, 10, 12, 17\}$  Определим  $Tw = \{a_i = 6 \circ \xi_i \pm 1 / \xi_i \in Ch, i \in N\}$   
 $a_1 = (p_1 = 6 \circ 1 - 1 = 5, p_2 = 6 \circ 1 + 1 = 7)$ ,  $a_2 = (p_1 = 6 \circ 2 - 1 = 11, p_2 = 6 \circ 2 + 1 = 13)$ ,  $a_3 = (p_1 = 6 \circ 3 - 1 = 17, p_2 = 6 \circ 3 + 1 = 19)$ ,  
 $a_4 = (p_1 = 6 \circ 5 - 1 = 29, p_2 = 6 \circ 5 + 1 = 31)$ ,  $a_5 = (p_1 = 6 \circ 7 - 1 = 41, p_2 = 6 \circ 7 + 1 = 43)$ ,  $a_6 = (p_1 = 6 \circ 10 - 1 = 59, p_2 = 6 \circ 10 + 1 = 61)$ ,  
 $a_7 = (p_1 = 6 \circ 12 - 1 = 71, p_2 = 6 \circ 12 + 1 = 73)$ . Ранее уже отмечалось существование базовых чис

ел **Tw**, что они лежат в дополнении  $\mathbf{Ch} = \mathbf{N} \setminus \mathbf{FN}$ . Остается доказать их бесконечность.

Заглянем в Table1, найдем элементы **Ch** по **max** значениям  $\mathbf{f}_{12}$ , по строкам  $(x_m, y_n)$ .

1. (1,1),  $\mathbf{N} \leq 8$   $\{\mathbf{f}_{11}\}=\{4\}$ ,  $\{\mathbf{f}_{12}\}=\{8\}$ ,  $\{\mathbf{f}_{21}\}=\{6\}$ ,  $\{\mathbf{f}_{22}\}=\{6\}$ ,  $\mathbf{FN} = \{4, 6, 8\}$ ,  $\mathbf{Ch}=\{1, 2, 3, 5, 7\}$
2. (1,2),  $\mathbf{N} \leq 15$   $\{\mathbf{f}_{11}\}=\{4, 9\}$ ,  $\{\mathbf{f}_{12}\}=\{8, 15\}$ ,  $\{\mathbf{f}_{21}\}=\{6, 13\}$ ,  $\{\mathbf{f}_{22}\}=\{6, 11, 16\}$ ,  $\mathbf{FN}=\{4, 6, 8, 9, 11, 13, 15\}$ ,  
 $\mathbf{Ch} = \{1, 2, 3, 5, 7, 10, 12, 14\}$
- 3.(1,3),  $\mathbf{N} \leq 22$   $\{\mathbf{f}_{11}\}=\{4, 9, 14\}$ ,  $\{\mathbf{f}_{12}\}=\{8, 15, 22\}$ ,  $\{\mathbf{f}_{21}\}=\{6, 13, 20\}$ ,  $\{\mathbf{f}_{22}\}=\{6, 11, 16\}$ ,  $\mathbf{FN}=\{4, 6, 8, 9, 11, 13, 14, 15, 16, 19, 20, 21\}$   $\mathbf{Ch} = \{1, 2, 3, 5, 7, 10, 12, 17, 18\}$  ...
6. (1,6),  $\mathbf{N} \leq 29$   $\{\mathbf{f}_{11}\}=\{4, 9, 14, 19, 20, 24, 29\}$ ,  $\{\mathbf{f}_{12}\}=\{8, 15, 22, 28, 29\}$ ,  $\{\mathbf{f}_{21}\}=\{6, 13, 20, 24, 27\}$ ,  
 $\{\mathbf{f}_{22}\}=\{6, 11, 16, 21, 24, 26\}$   $\mathbf{FN}=\{4, 6, 8, 9, 11, 13, 14, 15, 16, 19, 20, 21, 22, 24, 26, 27, 29\}$ ,  $\mathbf{Ch} = \{1, 2, 3, 5, 7, 10, 12, 17, 18, 23, 25\}$  ...

Итак, по Tab1 построено биективное соответствие  $f: \mathbf{N} \rightarrow (x, y) \rightarrow \mathbf{Ch}$ . С возрастанием значений  $(x, y)$  возрастают и элементы **Ch**, что доказывает счетность **Ch**, а значит и чисел **Tw**.

<pre> &lt;N&gt; DIM i, j, k, m As Integer ora1 = Time() , ora2 = "" , POL = 1 If IsNull(D1) Or D1 = "" Then D1 = 1 If IsNull(D2) Or D2 = "" Then D2 = 1 DoCmd.OpenForm "prmmub2", acNormal If IsNull(Forms![prmmub2]![id]) Then GoTo LL k = D1 \ 6 , j = D2 \ 6 If k &lt; 1 Then k = 1 DoCmd.GoToRecord acDataForm, "prmmub2", acGoTo, k i = k </pre>	<pre> GoTo L1 L2: DoCmd.GoToRecord , "prmmub2", acNext L1: If IsNull(Forms![prmmub2]![id]) Or i &gt; j Then GoTo LL Forms![prmmub2]![prm] = i, Forms![prmmub2]![prm1] = "", Forms![prmmub2]![prm2] = "", Forms![prmmub2]![N] = 1, i = i + 1 GoTo L2 LL: DoCmd.Close acForm, "prmmub2", acSaveYes ora2 = Time() End Sub </pre>
<b>Definition of basic numbers for twin numbers produced with the program</b>	
<pre> Twin's&gt; Dim k, i, j, m1, m2, m3, m4, D3 As Double opa1 = Time() opa2 = "" If IsNull(II 2) Or II 2 = 0 Then II 4 = " Enter the number in the box &lt;FROM&gt;"" Else If IsNull(II 5) Or II 5 - II 2 &lt; 0 Then II 4 = " Insert of the number in the &lt;To&gt; Else more important than &lt;From &gt;"" DoCmd.OpenForm "prmmub1", acNormal m4 = (0 + II 5) m3 = m4 \ 3 For i = 1 To m3 For j = i To m3 m1 = 6 * i + j k = m1 + i + j If k &gt; m4 Then GoTo L1 DoCmd.GoToRecord acDataForm, "prmmub1", acGoTo, k Forms![prmmub1]![N] = Null </pre>	<pre> L1: k = m1 - i - j If k &gt; m4 Then GoTo L2 DoCmd.GoToRecord acDataForm, "prmmub1", acGoTo, k Forms![prmmub1]![N] = Null L2: k = m1 - i + j If k &gt; m4 Then GoTo L3 DoCmd.GoToRecord acDataForm, "prmmub1", acGoTo, k Forms![prmmub1]![N] = Null L3: k = m1 + i - i If k &gt; m4 Then GoTo L4 DoCmd.GoToRecord acDataForm, "prmmub1", acGoTo, k Forms![prmmub1]![N] = Null L4: Next j LL: Next i End If End If DoCmd.Close acForm, "prmmub1", acSaveYes opa2 = Time() II 4 = "The End" End Sub </pre>
<b>&lt;DISTRIBUTION OF TWIN'S&gt;</b>	
<pre> Dim a, D3, n1, m As Double Dim m1, m2 As String opa1 = Time() opa2 = "" BP = 0 POL = 3 a = II 2 \ 6 If a &lt; 6 Then a = 1 D3 = II \ 6 n1 = 0 DoCmd.OpenForm "prmmub1", acNormal If IsNull(Forms![prmmub1]![id]) Then GoTo LL DoCmd.GoToRecord acDataForm, "prmmub1", acGoTo, a m1: If IsNull(Forms![prmmub1]![N]) Then GoTo m2 </pre>	<pre> If Forms![prmmub1]![N] = "" Then GoTo m2 m = Forms![prmmub1]![N] Forms![prmmub1]![prm1] = 6 * m - 1 Forms![prmmub1]![prm2] = 6 * m + 1 BP = BP + 1 m2: DoCmd.GoToRecord , "prmmub1", acNext If Forms![prmmub1]![id] &gt; D3 Then GoTo LL GoTo m1 LL: opa2 = Time() II 4 = "Τέλος" DoCmd.Close acForm, "prmmub1", acSaveYes End Sub </pre>

Перечень базовых чисел twin's от 1 до 6100.  $\mathbf{Ch} = \{1, 2, 3, 5, 7, 10, 12, 17, 18, 23, 25, 30, 32, 33, 38, 40, 45, 47, 52, 58, 70, 72, 77, 87, 95, 100, 103, 107, 110, 135, 137, 138, 143, 147, 170, 172, 175, 177, 182, 192, 205, 213, 215, 217, 220, 238, 242, 247, 248, 268, 270, 278, 283, 287, 298, 312, 313, 322, 325, 333, 338, 347, 348, 352, 355, 357, 373, 378, 385, 390, 397, 425, 432, 443, 448, 452, 455, 465, 467, 495, 500, 520, 528, 542, 543, 550, 555, 560, 562, 565, 577, 578, 588, 590, 593, 597, 612, 628, 637, 642, 653, 655, 667, 670, 675, 682, 688, 693, 703, 705, 707, 710, 712, 723, 737, 747, 753, 758, 773, 775, 787, 798, 800, 822, 828, 835, 837, 850, 872, 880, 903, 907, 913, 917, 920, 940, 942, 943, 957, 975, 978, 980, 1015\}$

## Bibliography

1. Чермидов Сергей Иванович, "О факторизации натуральных чисел" Журн ДИАЛОГИ О НАУКЕ» N 2/ 2011, page.68
2. Чермидов Сергей Иванович, "Метод опрнделения простых чисел.Алгоритм распределения и бесконечность чисел близнецы" Журн«ДИАЛОГИ О НАУКЕ» N2/2011,с.54
3. Τσερμίδης Σέργιος Ιωάννης, "ΤΑ ΜΥΣΤΙΚΑ ΤΩΝ ΠΡΩΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ και μερικες μεθοδοι για λυσεις Διοφαντικων εξισωσεων", Εκδ. ΑΙΝΕΙΑΣ. Θεσ / νικη 2013, 150 page.

## СЕКЦИЯ 2.

### ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИКИ

---

## О СТАБИЛИЗАЦИИ ПРОГРАММНЫХ ДВИЖЕНИЙ ГОЛОНОМНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЕМ ПРИВОДАМИ<sup>2</sup>

Андреев А.С., Таджиев Д.А.

*Ульяновский государственный университет,  
кафедра информационной безопасности и теории управления, mtu@ulsu.ru*

For holonomic mechanical system controlled by actuators, substantiates management model, providing stabilization range of software for all permissible movements quick-response parameters. Solution is achieved by constructing a corresponding vector Lyapunov function.

Keywords: mechanical system, drive control, stabilization, program motion vector Lyapunov function.

Для голономной механической системы, управляемой посредством приводов, обосновывается модель управления, обеспечивающего стабилизацию спектра программных движений при всех допустимых малоинерционных параметрах. Решение достигается посредством построения соответствующей векторной функции Ляпунова.

Ключевые слова: механическая система, управление приводами, стабилизация, программное движение, векторная функция Ляпунова.

### 1. Введение

Разработка и конструирование новых моделей промышленных и бытовых манипуляторов, мобильных роботов при их усложнении и повышении требовательности к их эксплуатации стимулируют интенсивные исследования по математическому моделированию структуры управления этими робототехническими системами. Одной из актуальных задач в исследованиях является учет динамики приводов. Проводимые до сих пор исследования ограничивались решением упрощенных задач для конкретных механических систем. Упрощение состояло, как правило, в рассмотрении установившихся движений и в исследовании соответственно линейного приближения. В работах исследованы более общие задачи о стабилизации приводами программных движений основанные на приведении модельной системы к системе третьего порядка и в синтезе управления измеряемых ускорений, что представляется неэффективным. В данной работе предлагается более адекватная модель, не предусматривающая измерения ускорений.

### 2. Постановка задачи

Рассматривается управляемая механическая система, положение которой определяется  $n$  обобщенными координатами  $q_1, q_2, \dots, q_n$ , а движение описывается уравнениями Лагранжа и уравнениями для приводов.

---

<sup>2</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 12-01-33082).

$$(1) \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = Q + H, \quad \frac{dH}{dt} = U,$$

где  $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)' \in R^n$  есть вектор координат,  $T = 1/2 \dot{q}' A(q) \dot{q}$  - кинетическая энергия системы,  $A \in R^{n \times n}$  является положительно определенной и непрерывно дифференцируемой матрицей,  $H$  - силы и моменты, создаваемые приводом,  $Q = Q(t, q, \dot{q})$  - вектор обобщенных неуправляемых сил,  $U \in R^n$  - вектор управления. Здесь и далее  $(\bullet)'$  - операция транспонирования,  $\|q\|^2 = q_1^2 + q_2^2 + \dots + q_n^2$  - норма в  $R^n$ .

Уравнения (1) можно представить в виде

$$(2) \quad A(q) \ddot{q} = \dot{q}' C(q) \dot{q} + Q + H, \quad \frac{dH}{dt} = U,$$

где  $C = C(q)$  - вектор-столбец матриц,  $C = (C^{(1)}, C^{(2)}, \dots, C^{(n)})'$ ,  $C^{(k)} = (c_{ij}^{(k)})$ ,

$$c_{ij}^{(k)} = \partial a_{ij} / \partial q_k - \partial a_{ij} / \partial q_i$$

Пусть  $X = \{(q^{(0)}(t), \dot{q}^{(0)}(t)) : [t_0, +\infty] \rightarrow R^n\}$  есть заданное множество программных движений, ограниченных областью

$$G_0 = \{\|q\| \leq g_0 = const > 0, \|\dot{q}\| \leq g_1 = const > 0\}$$

Пусть  $(q^{(0)}, \dot{q}^{(0)}) \in X$  есть движение, задаваемое управлением  $U = U^{(0)}(t)$ , так что для существования этого движения выполнено равенство

$$(3) \quad A^{(0)}(t) \ddot{q}^{(0)}(t) = (\dot{q}^{(0)}(t))' C^{(0)}(t) \dot{q}^{(0)}(t) + Q^{(0)}(t) + H^{(0)}(t), \quad \frac{dH^{(0)}(t)}{dt} = U^{(0)}(t) + U^{(1)},$$

где  $A^{(0)}(t) = A(q^{(0)}(t))$ ,  $C^{(0)}(t) = C(q^{(0)}(t))$ ,  $Q^{(0)}(t) = Q(t, q^{(0)}(t))$ .

Введем возмущение  $x = q - q^{(0)}(t)$  управляющее воздействие  $U^{(1)} = U - U^{(0)}(t)$ .

Согласно (2) уравнения возмущенного движения могут быть записаны в виде

$$(4) \quad A^{(1)}(t, x) \ddot{x} = \dot{x}' C^{(1)}(t, x) \dot{x} + Q^{(1)}(t, x) + Q^{(2)}(t, x, \dot{x}) + H^{(1)}, \quad \frac{dH^{(1)}}{dt} = U^{(1)},$$

где  $A^{(1)}(t, x) = A(q^{(0)}(t) + x)$ ,  $C^{(1)}(t, x) = C(q^{(0)}(t) + x)$ ,  $Q^{(1)}(t, x) = (A^{(0)}(t) - A^{(1)}(t, x)) \ddot{q}^{(0)}(t) + (\dot{q}^{(0)}(t))' (C^{(1)}(t, x) - C^{(0)}(t)) \dot{q}^{(0)}(t) + Q(t, q^{(0)}(t) + x, \dot{q}^{(0)}(t)) - Q(t, q^{(0)}(t), \dot{q}^{(0)}(t))$ ,

$Q^{(2)}(t, x, \dot{x}) = Q(t, q^{(0)}(t) + x, \dot{q}^{(0)}(t) + \dot{x}) - Q(t, q^{(0)}(t) + x, \dot{q}^{(0)}(t)) + (\dot{q}^{(0)}(t))' C^{(1)}(t, x) \dot{x} + \dot{x} C^{(1)}(t, x) \dot{q}^{(0)}(t)$

Заметив, что  $Q^{(1)}(t, 0) \equiv 0$ ,  $Q^{(2)}(t, x, 0) \equiv 0$  допустим, что в соответствии с наложенными связями и действующими силами имеют место следующие представления.

$$(5) \quad Q^{(1)}(t, x) = F(t, x) p(t, x), \quad Q^{(2)}(t, x, \dot{x}) = D(t, x) \dot{x} + \dot{x}' S(t, x) \dot{x},$$

где  $F \in n \times n$ ,  $D \in R^{n \times n}$ ,  $S \in R^{n \times n^2}$ ,  $S = (S^{(1)}, S^{(2)}, \dots, S^{(n)})'$  есть совокупность некоторых матриц, вектор-функция  $p(t, x)$ , выражающая нелинейность системы такова, что  $\rho \in C^1$ ,  $p(t, 0) \equiv 0$ ,  $\|p(t, x)\| \geq p_0(x)$ ,  $p_0(x) = 0 \leftrightarrow x = 0$ .

Исследуется задача о стабилизации невозмущенного движения  $x = \dot{x} = 0$  системы (4) управляющим воздействием вида

$$(6) \quad U^{(1)}(t, x, \dot{x}, H) = B(t, x)(\dot{x} + p(t, x)) + WH,$$

где  $B, W \in R^{n \times n}$  есть матрицы коэффициентов усиления в структуре обратной связи, подлежащие определению.

### 3. Решение задачи стабилизации

Подбор матрицы  $B(t, x)$  проведем, используя для решения задачи векторную функцию Ляпунова

$$(7) \quad V = (V_1, V_2, V_3), \quad V_1 = \|\rho\|, \quad V_2 = \sqrt{(\dot{x} + p)' A^{(1)}(\dot{x} + p)}, \quad V_3 = HU^{(1)}H$$

Допустим, что величины, входящие в (4) и (5), ограничены в области

$$G = \{t \geq 0, \|x\| \leq 2g_0 + \varepsilon, \|\dot{x}\| \leq 2g_1 + \varepsilon, \varepsilon = \text{const} > 0\}$$

и в этой области выполнены следующие соотношения

$$(8) \quad p' \frac{\partial p}{\partial t} - p' \frac{\partial p}{\partial x} p \leq -\mu_1 \|p\|^2$$

$$p' \frac{\partial p}{\partial x} (x+p) \leq m_1 \|p\| \|x+p\|, \lambda_1 \|y\|^2 \leq y' Ay \leq \lambda_2 \|y\|^2,$$

$$(\dot{x}+p)'(p'(C^{(1)}+S)p + Fp - Dp) \leq \lambda(m_2 \|p\| + m_3 \|p\|^2) \|\dot{x}+p\|,$$

$$(\dot{x}+p)' \left( \frac{1}{2} (\dot{x}+p) \frac{\partial A^{(1)}}{\partial x} + A^{(1)} \frac{\partial p}{\partial x} (\dot{x}+p) + (\dot{x}+p)(C^{(1)}+S) \right) (\dot{x}+p) \leq m_4 \lambda_1 \|\dot{x}+p\|^3$$

$$(\dot{x}+p)' \left( A^{(1)} \left( \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial x} p \right) - \frac{1}{2} p' \frac{\partial A^{(1)}}{\partial x} - p'(C^{(1)}+S) \right) (\dot{x}+p) -$$

$$-(\dot{x}+p)'((\dot{x}+p)'C^{(1)}+S)p \leq \lambda_1 m_5 \|\dot{x}+p\|^2 \|p\|$$

$$(\dot{x}+p)' \left( B + D + \frac{1}{2} (\dot{q}^{(0)}(t))' \frac{\partial A^{(1)}}{\partial x} \right) (\dot{x}+p) \leq -\mu_2 \lambda_2 \|\dot{x}+p\|^2$$

$$(\dot{x}+p)' U^{(1)} \leq m_5 \|\dot{x}+p\| \|U^{(1)}\|$$

$$\|U^{(1)} W U^{(1)}\| \leq -\lambda_3 \|U^{(1)}\|^2,$$

где  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \mu_1, \mu_2, m$  некоторые положительные постоянные.

Для вектор-функции Ляпунова (7) будем иметь следующую систему сравнения

$$(9) \quad \dot{u}_1 = -\mu_1 u_1 + \frac{m_1}{\lambda_1} u_2, \dot{u}_2 = m_2 u_1 - \mu_2 u_2 + m_3 u_1^2 + m_4 u_2^2 + m_5 u_1 u_2, \dot{u}_3 \leq -\mu_3 u_3 + m_6 u_1 + m_7 u_2$$

Равномерная асимптотическая устойчивость в большой системе (9) влечет нелокальную стабилизацию выбранного программного движения системы (1).

Таким образом, управляющее воздействие вида (6) заведомо может быть подобрано универсальным по отношению к множеству программных движений  $X$ , грубым по отношению к параметрам системы и неуправляемым силам.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ СОСТОЯНИЯ ОРГАНИЗМА В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

Антонов В.И.

*Санкт-Петербургский Государственный политехнический университет  
Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29, тел. 552-67-50,  
antonovvi@mail.ru*

Abstract. This work is a generalization of research conducted at the Department of Mathematics, St. Petersburg State Polytechnical University. The aim of investigation is to find a universal characteristic of the state of the body. An important aspect of development is the ability to recognize in a real time mode the transition of an organism in a critical state. The resulting information helps physicians in making operational decisions.

*Введение.* Динамика энергетического обмена в живом организме характеризуется балансом между внутренней генерацией энтропии и ее обменом с окружающей средой. Это

явление носит нерегулярный характер и проявляет себя как изменчивость выделения и потребления энергии в процессе развития организма, патологических изменений и его полного разрушения. Физической характеристикой хаотичности процессов является энтропия

Сущность нерегулярности процессов обмена в организме связана с нелинейными и синергетическими эффектами, которые характеризуются динамическим хаосом. Можно констатировать, что хаос является жизненно важной частью нормальной активности организма. Хаотический ритм служит основой надежного функционирования внутренних органов, включая мозг и сердце.

Такие ритмы в фазовом пространстве характеризуются хаотическими траекториями (странными аттракторами), имеющими дробную размерность. Можно полагать, что биологические процессы можно характеризовать численно с помощью фрактальной размерности соответствующего аттрактора.

Увеличение фрактальной размерности может служить одним из ранних симптомов патологических изменений в организме. Надежность такой фрактальной диагностики выше, чем классические (включая статистические) методы определения функционального статуса организма.

В связи с тем, что определение физической энтропии связано с большими трудностями, в настоящей работе использовано исследование поведения информационной энтропии, обладающих целым рядом тех же свойств, что и термодинамическая энтропия.

$$S = k \ln \Gamma, \quad I = -\sum_{i=1}^n p_i \ln p_i, \quad \sum_{i=1}^n p_i = 1 \quad (1)$$

*Метод исследования.* Для реализации указанного подхода был разработан метод компьютерного исследования поведения информационной энтропии. Этот метод и программные средства базируются на фрактальном анализе электрокардиограммы как последовательности квазипериодических физиологических сигналов. В качестве носителя информации выбраны последовательности RR пиков сердечной деятельности.

Метод и соответствующие средства его реализации применены для оценки адекватности анестезии во время проведения операций под общим наркозом.

Одновременно он использован для проведения исследований возможности адаптации организма к внешним и внутренним воздействиям, включая переходы в критическое состояние.

Последовательность RR-интервалов представляется следующим образом:

$$R_T = \{r_i(t_i)\}_{i=1}^K, t_i = \sum_{j=1}^i r_j, T = t_K, \quad (2)$$

где  $r_i(t_i)$  – длина RR-интервала – временного интервала между двумя последовательными RR-пиками.

На рис.1 представлена последовательность RR пиков сердечной деятельности для организма в нормальном состоянии.

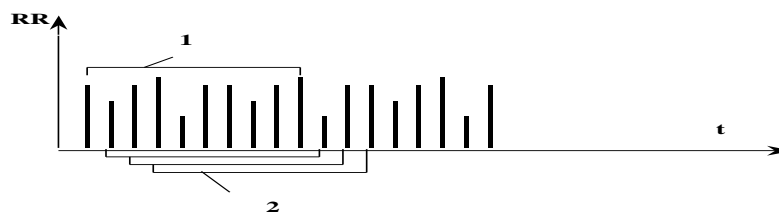


Рис.1. Последовательность RR пиков

Основная идея метода основывается на следующем предположении: критическое состояние человека характеризуется двумя полярными случаями вариабельности сердечного

ритма – абсолютно ригидным и абсолютно хаотичным. Ритм сердечных сокращений у здорового человека не является жестко стабилизированным, и интервалы RR на ЭКГ в оптимальном состоянии организма не совпадают между собой. Как критическое уменьшение, так и увеличение дисперсии RR-интервала — это признак и следствие того, что авторегуляторы высшего уровня (наиболее совершенные и чувствительные к патологическим отклонениям) не оказывают регуляторных воздействий на деятельность сердца. Поэтому «ригидный ритм» и «вариабельный ритм» сокращений сердца — весьма грозный патологический симптом.

Аккуратность и скорость анализа достигается путем использования энергетического спектра автокорреляционной функции сигнала. Это позволяет выявить скрытую периодичность спектральных свойств сигнала, а также решить проблему наличия добавочных шумов.

Скейлинг аттрактора энтропии как мера исследуемого сигнала, определенный с использованием вероятностных мультифрактальных размерностей, характеризует его метрические и статистические свойства.

Для вычислений использована дискретная размерность Реньи

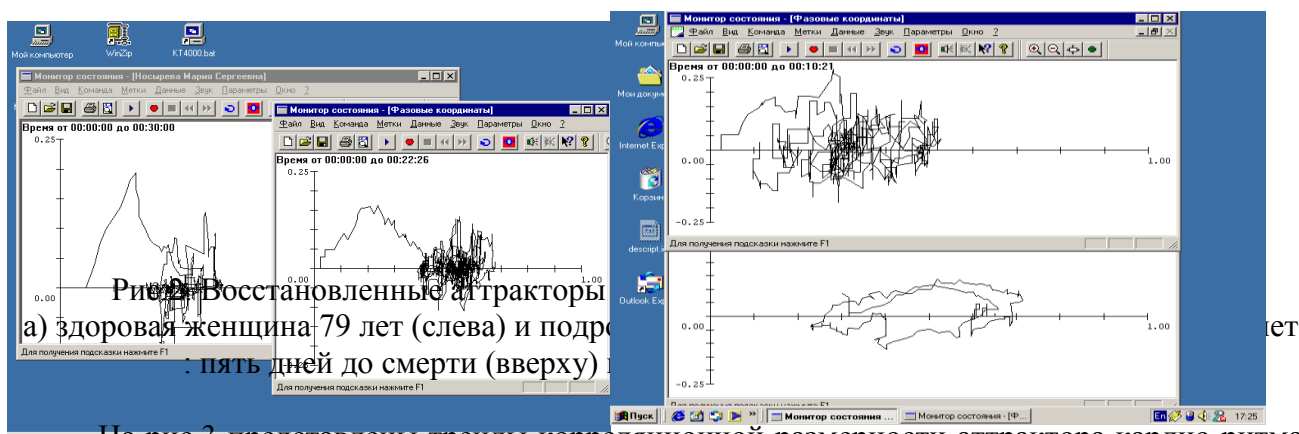
$$D_{Rq} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{m \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{1-q} \frac{\ln I_{Rq}(q, \varepsilon)}{\ln(1/\varepsilon)} \right] \quad (3)$$

Здесь  $I_{Rq}(q, \varepsilon) = \sum_{i=1}^{M(\varepsilon)} p_i^q(\varepsilon)$  - обобщенная энтропия Реньи порядка  $q$ ;  $M(\varepsilon)$  - минимальное количество кубов с ребром  $\varepsilon$ , покрывающих аттрактор в пространстве вложений размерности  $n$ ;  $p_i$  - вероятность посетить  $i$  - ый куб фазовой траектории;  $m$  - число точек, необходимое для оценки размерности.

*Результаты.* На основе вышеперечисленной концепции были разработаны метод и программные средства мобильной диагностики, мониторинга и оперативного прогноза функционального состояния и физиологической ритмики человеческого организма с помощью фрактального анализа генерации энтропии.

Анализ фрактальных компонент суточного мониторинга ЭКГ, полученных во время клинических испытаний комплекса показал высокую эффективность фрактально – энтропийных характеристик ЭКГ при патологических и возрастных изменениях, а также воздействии различных внешних и внутренних нагрузок.

На рис.2 представлены результаты компьютерного анализа энтропийного состояния здоровых и больных людей.



На рис.3 представлены тренды корреляционной размерности аттрактора кардио ритма в пространствах вложения различной размерности во время суточного мониторинга.



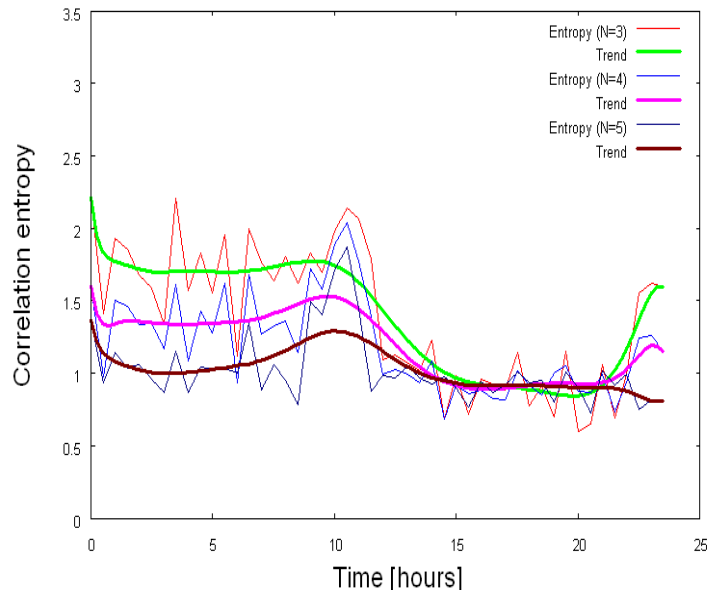


Рис.3. Тренд корреляционной размерности в течение суток. Женщина 79 лет  
 На рис. 4, 5, представлены тренды корреляционной размерности энтропийного аттрактора сердечного ритма у здоровых и больных людей во время Холтеровского мониторинга ЭКГ по восстановленным фазовым траекториям

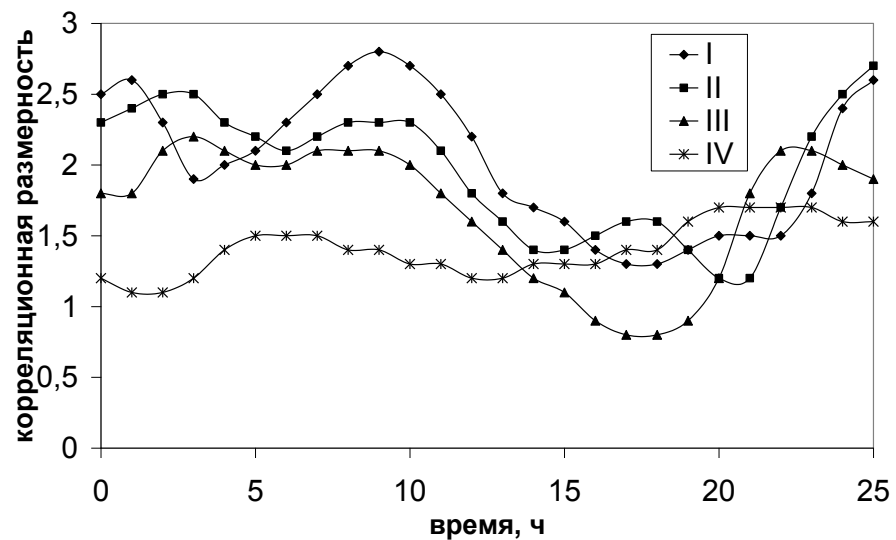


Рис.4. Здоровые люди; I - ребенок 4-х лет; II – подросток 15 лет; III – мужчина 45 лет; IV – женщина 65 лет

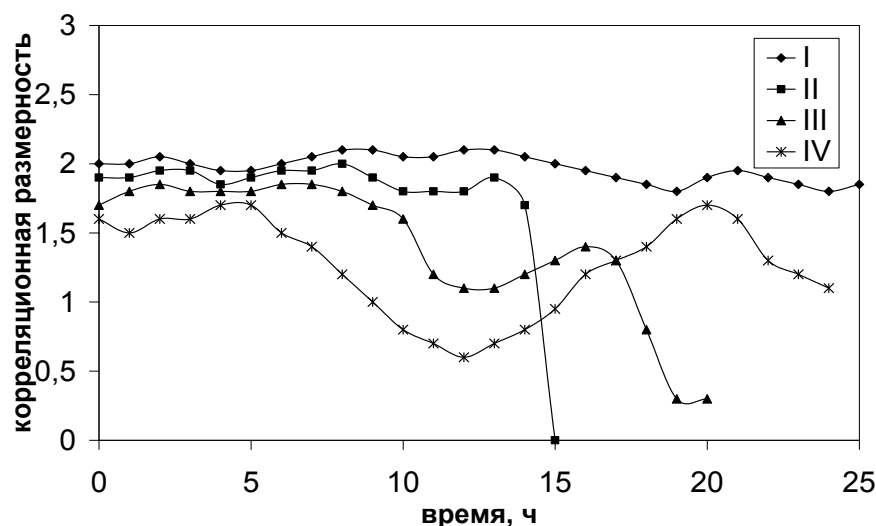


Рис.5. Seriously больные люди. I – женщина 49 лет в состоянии комы после клинической смерти и восстановления; II – мужчина 57 лет, внезапный инфаркт со смертельным исходом; III – мужчина 88 лет, аритмия с угрозой жизни; IV – женщина 69 лет, воздействие анестезии при операции на кишку

#### ЛИТЕРАТУРА

Antonov V., Fedulin A., Nosyrev S., Kovalenko A. Critical Condition in Human. The Entropy Based Technology of Definition. International Journal Communications in Dependability and Quality Management (CDQM - Journal). 1, 55 -61, 2007

## ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ПОИСКА СКРЫТЫХ АТТРАКТОРОВ ОБОБЩЕННОЙ СИСТЕМЫ ЧУА

Буркин И.М.

Тульский государственный университет, 300600, Тула, Проспект Ленина 92, +79105803090, i-burkin@yandex.ru

Analytical–numerical method for localization of hidden attractors of multidimensional models of automatic control systems was proposed. With the use of this method it was discovered the attractor of generalized Chua's system in which orbitally asymptotically stable cycle coexisted with the strange chaotic attractor.

Цепи Чуа являются трехмерными аналогами автогенераторов, то есть генераторов колебаний с обратной связью. Системы дифференциальных уравнений, описывающих поведение цепей Чуа [1,2], являются трехмерными динамическими системами с одной скалярной нелинейностью. В безразмерных координатах такая система может быть записана в виде [3]

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \alpha(y - x) - \alpha\psi(x), \\ \dot{y} &= x - y + z, \\ \dot{z} &= -\beta y - \gamma z,\end{aligned}\tag{1}$$

где функция  $\psi(x)$  характеризует нелинейный элемент ("диод Чуа"). В зависимости от вида функции  $\psi(x)$  различают классическую и обобщенную системы Чуа. Обобщенной системой Чуа называют систему (1) с нелинейностью вида [3]

$$\psi(x) = m_1 x + 0.5(m_0 - m_1)(|x + 1| - |x - 1|) + 0.5(s - m_0)(|x + \delta_0| - |x - \delta_0|)\tag{2}$$

В соотношениях (1) – (2)  $\alpha, \beta, m_0, m_1$  – параметры классической системы Чуа,  $\delta_0$  и  $s$  – параметры обобщенной системы Чуа, отвечающие за устойчивость нулевого состояния равновесия.

Цель настоящей работы – указать способы организации вычислительных процедур, позволяющих численно обнаруживать аттракторы системы (1)-(2). С точки зрения вычислительных процедур, аттракторы нелинейных динамических систем можно разделить на самовозбуждающиеся и скрытые. Самовозбуждающиеся аттракторы содержат в своей области притяжения малые окрестности неустойчивых состояний равновесия системы. Стартуя из любой точки такой окрестности, после переходного процесса вычислительная процедура "выходит" на притягивающий колебательный режим (аттрактор). Именно такие аттракторы присутствуют в большинстве систем автоматического регулирования, а также в известных системах Лоренца, Ресслера, Чуа [1]. В отличие от самовозбуждающихся аттракторов, области притяжения скрытых аттракторов не содержат окрестностей точек покоя системы. Поэтому для их обнаружения численными методами требуется разработка специальных вычислительных процедур. Такие вычислительные процедуры, основанные на использовании метода гармонической линеаризации, предложены недавно в работах [4-6].

В настоящей работе предлагается принципиально иной подход к организации вычислительных процедур, позволяющих численно обнаруживать скрытые аттракторы нелинейных систем, основанный на идеях, развитых в работах [7,8]. Такой подход не только требует существенно меньших затрат на этапе подготовки к реализации численного алгоритма, но и позволяет выделить класс систем вида (1) – (2), для которых в скрытом аттракторе сосуществуют орбитально асимптотически устойчивый цикл и странный аттрактор.

Рассмотрим систему

$$\dot{x} = Ax + b\varphi(\sigma), \quad \sigma = c^* x\tag{3}$$

где  $A$  –  $n \times n$ -матрица,  $b$  и  $c$  –  $n$ -векторы,  $\varphi(\sigma)$  – непрерывная, дифференцируемая в точке  $\sigma = 0$  функция. Значок (\*) означает транспонирование, а ниже, в комплексном случае, эрмитово сопряжение.

Дробно-рациональную функцию комплексного аргумента  $p$ , определенную равенством  $\chi(p) = c^*(A - pI_n)^{-1}b$ , будем считать невырожденной. Последнее означает, что степень многочлена в знаменателе дроби  $\chi(p)$  равна  $n$  и эта дробь несократима. Будем также предполагать, что график функции  $\varphi(\sigma)$  имеет единственную общую точку  $\sigma = 0$  с прямой  $\sigma + \chi(0)\varphi = 0$ . Тогда система (3) имеет единственное состояние равновесия  $x = 0$ .

Предположим существование таких чисел  $\mu_1 < \mu_2$  и  $h \in (\mu_1, \mu_2)$ , для которых выполнены соотношения

$$\mu_1 \leq \frac{\varphi(\sigma_1) - \varphi(\sigma_2)}{\sigma_1 - \sigma_2} \leq \mu_2 \text{ при } \sigma \in (-\infty, \infty), \sigma_1 \neq \sigma_2,\tag{4}$$

$$\lim_{|\sigma| \rightarrow \infty} |\varphi(\sigma) - h\sigma| = \eta < \infty\tag{5}$$

**Теорема 1.** Пусть существует число  $\lambda > 0$  такое, что выполнены условия

1. Матрица  $A + \varphi'(0)bc^*$  имеет ровно два собственных значения с положительными вещественными частями и не имеет их в полосе  $-\lambda \leq \operatorname{Re} p \leq 0$ .

2. Матрица  $A + hbc^*$  является гурвицевой.

3. При всех  $\omega \in [0, \infty)$  выполнено неравенство

$$\operatorname{Re}\{[1 + \mu_1 \chi(i\omega - \lambda)]^* [1 + \mu_2 \chi(i\omega - \lambda)]\} > 0. \quad (6)$$

Тогда система (3) имеет по крайней мере один орбитально устойчивый цикл.

Обозначим через  $H$  решение матричного неравенства

$$2z^* H[(A + \lambda I)z + b\xi] + (\mu_2 c^* z - \xi)(\xi - \mu_1 c^* z) \leq -\varepsilon(|y|^2 + \xi^2).$$

**Теорема 2.** Пусть выполнено условие 3 теоремы 1. Пусть для некоторого  $\mu \in (\mu_1, \mu_2)$  матрица  $A + \mu bc^*$  не имеет собственных значений в полосе  $-\lambda \leq \operatorname{Re} p \leq 0$ . Тогда для всех решений  $x(t)$  системы (3) с  $\varphi(\sigma) = \mu\sigma$ , для которых  $x(0) \in \Omega = \{x : x^* H x \leq 0\}$  выполнено  $|x(t)| \rightarrow \infty$  при  $t \rightarrow \infty$ .

Следуя работе [5], рассмотрим систему (1)-(2) с параметрами  $\alpha = 8.4562$ ,  $\beta = 12.0732$ ,  $\gamma = 0.0052$ ,  $m_1 = -1.1468$ . Значения параметров  $m_0, s, \delta$  выберем позднее. Запишем систему (1)-(2) в виде

$$\dot{X} = AX + b\psi_1(\sigma), \sigma = c^* X; X = \operatorname{col}(x, y, z), \quad (7)$$

$$A = \begin{pmatrix} -\alpha(m_1 + 1) & \alpha & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -\beta & -\gamma \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -\alpha \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \psi_1(\sigma) = \psi(\sigma) - m_1 \sigma.$$

Полагая в (7)  $\psi_1(\sigma) = \mu\sigma$ , проведем линейный анализ системы, то есть выделим секторы устойчивости и неустойчивости линейной системы  $\dot{X} = (A + \mu bc^*)X$  при различных значениях  $\mu \in (-\infty, \infty)$ . При  $\mu \in (-\infty, 0.14723)$  матрица  $A_\mu = A + \mu bc^*$  имеет одно положительное собственное значение и два комплексно-сопряженных собственных значения в левой открытой полуплоскости. При некотором  $\tilde{\mu}_1 \in (0.14723, 0.147231)$  положительное собственное значение переходит в левую полуплоскость и матрица  $A_\mu$  становится гурвицевой. При  $\mu \in (0.147231, 0.20986)$  матрица  $A_\mu$  остается гурвицевой (гурвицев сектор). При некотором  $\tilde{\mu}_2 \in (0.20986, 0.20987)$  два собственных значения  $A_\mu$  становятся чисто мнимыми, а одно остается в левой открытой полуплоскости. При  $\mu \in (0.20987, 0.9596)$  матрица  $A_\mu$  имеет два комплексно-сопряженных собственных значения с положительными вещественными частями и одно отрицательное (сектор неустойчивости степени 2). При некотором  $\tilde{\mu}_3 \in (0.9596, 0.9597)$  матрица  $A_\mu$  вновь имеет пару чисто мнимых и одно отрицательное собственное значение. Наконец, при  $\mu \in (0.9597, \infty)$  матрица  $A_\mu$  является гурвицевой.

Возьмем  $\mu_1 = 0.17 \in (\tilde{\mu}_1, \tilde{\mu}_2)$ ,  $\mu_2 = 4 > \tilde{\mu}_3$ ,  $\lambda = 0.5$ . Тогда, как нетрудно проверить, справедливо соотношение (6). В обобщенной системе Чуа вид нелинейности  $\psi_1(\sigma)$  жестко определен. Единственное, чем мы можем распорядиться – выбором параметров  $m_0, s, \delta$ . Выберем эти параметры так, чтобы график  $\psi_1(\sigma)$  "выходил" из сектора линейной устойчивости  $(\tilde{\mu}_1, \tilde{\mu}_2)$ , и "проходил" последовательно через секторы  $(\tilde{\mu}_2, \tilde{\mu}_3)$ ,  $(\tilde{\mu}_3, \infty)$ ,  $(\tilde{\mu}_2, \tilde{\mu}_3)$ ,  $(\tilde{\mu}_1, \tilde{\mu}_2)$ . Положим, например,  $m_0 = 0.14$ ,  $s = -0.9688$ ,  $\delta = 0.2$ . Система Чуа с такой нелинейностью имеет три состояния равновесия:  $(\pm 17.236543, 3.115481 \times 10^{-3}, \mp 17.236543)$ ,  $(0, 0, 0)$ . При этом нулевое состояние равновесия асимптотически устойчиво в малом, а два других состояния равновесия являются седловыми с собственными значениями якобиана

$\lambda_1 = 2.2189, \lambda_{2,3} = -0.9951 \pm 2.4066i$ . Численное интегрирование показывает, что траектории решений, начинающиеся в малой окрестности седловых состояний равновесия, неограниченно возрастают. Таким образом, стартуя из произвольной точки достаточно малой окрестности любого из трех состояний равновесия, не удастся численно обнаружить скрытые аттракторы исследуемой системы.

Опишем процедуру, опирающуюся на использование доказанных выше теорем, позволяющую численно обнаружить скрытые аттракторы системы (1) – (2) с выбранными значениями параметров. Сначала заменим в системе (7) функцию  $\psi_1(\sigma) = \psi_1(x)$  на функцию  $l(x)$ , определенную следующим образом:

$$l(x) = \begin{cases} 2x + 0.3 & \text{d'đđ } x \leq -0.2, \\ 0.5x & \text{d'đđ } -0.2 \leq x \leq 0.2, \\ 2x - 0.3 & \text{d'đđ } x \geq 0.2. \end{cases}$$

Легко видеть, что для этой функции выполнены соотношения (4),(5) и все условия теоремы 1 с выбранными  $\mu_1, \mu_2$  и  $h = 2$ . Поэтому система (7) с такой нелинейностью имеет орбитально устойчивый цикл. Численное интегрирование показывает, что к этому циклу после переходного процесса приближается траектория произвольного решения вспомогательной системы, стартовая из любой точки малой окрестности состояния равновесия  $X = 0$ .

Рассмотрим теперь семейство систем (7) с нелинейностями вида  $\zeta_j(x) = \varepsilon_j \psi_1(x) + (1 - \varepsilon_j)l(x), \varepsilon_j = 0.1j, j = 0, 1, \dots, 10$ . Нелинейности  $\zeta_j(x)$  мало отличаются друг от друга. Каждую систему этого семейства интегрируем на достаточно большом интервале  $[0, T]$ . При  $j = 0$  получаем решение (цикл) вспомогательной системы  $X_0(t)$ . При  $j = 1$  в качестве начального условия решения  $X_1(t)$  берем  $X_0(T)$ :  $X_1(0) = X_0(T)$ . Потом рассматриваем систему (7) с нелинейностью  $\zeta_2(x)$  и находим ее решение  $X_2(t)$  с начальным условием  $X_2(0) = X_1(T)$ , и.т.д. Оказывается, что для всех  $j = 0, 1, \dots, 10$  система (7) с нелинейностью  $\zeta_j(x)$  имеет цикл. При  $j = 10$  получаем цикл  $\Gamma$  системы Чуа.

Для найденного цикла выполнено соотношение  $|x(t)| = |\sigma(t)| < 0.76$ . Теперь построим еще одну вспомогательную систему так, чтобы она имела цикл, заведомо отличный от найденного выше цикла  $\Gamma$  системы Чуа. В качестве такой системы возьмем систему (7) с нелинейностью

$$l_1(x) = \begin{cases} 0.18x - 0.64 & x \leq -2, \\ 0.5x & -2 \leq x \leq 2, \\ 0.18x + 0.64 & x \geq 2. \end{cases}$$

Для системы с такой нелинейностью выполнены все условия теоремы 1, и она имеет орбитально устойчивый цикл  $\Gamma_1$ , на который вычислительная процедура "выходит" при старте из любой точки окрестности нулевого состояния равновесия. Этот цикл заведомо отличен от найденного ранее цикла  $\Gamma$  системы Чуа в силу теоремы 2.

Теперь мы повторим процедуру поиска скрытого аттрактора, описанную выше, стартуя из какой-либо точки цикла  $\Gamma_1$ . То есть рассмотрим семейство систем (7) с нелинейностями  $\zeta_j(x) = \varepsilon_j \psi_j(x) + (1 - \varepsilon_j) l_1(x)$ . При  $\varepsilon = 1$  выходим на странный аттрактор обобщенной системы Чуа (рисунок 1). На рисунке 2 представлены проекция на плоскость  $(x, y)$  скрытого аттрактора рассматриваемой системы, в котором сосуществуют цикл и странный аттрактор.

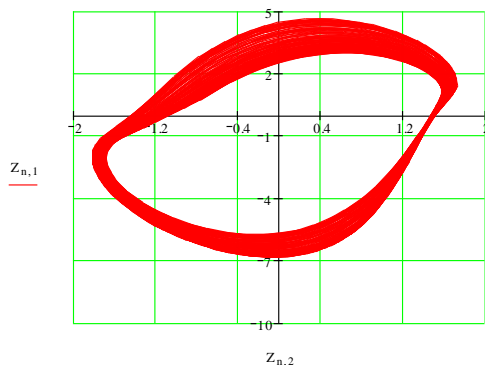


Рис. 1

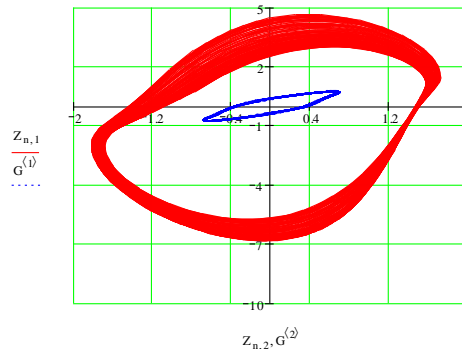


Рис. 2

Отметим, что область притяжения цикла "достаточно большая". Так, например, траектории с начальными условиями  $(\pm 7.2, 0, \mp 7.2)$ , находящимися в малой окрестности неустойчивых состояний равновесия, притягиваются к циклу.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Chua L.O., Lin G.N. Canonical Realization of Chua's Circuit Family // IEEE Trans. on Circuits and Systems. 1990. V. 37. №4. P. 885 – 902.
2. Chua L.O. A Zoo of Strange Attractors from the Canonical Chua's Circuits. // Proc. Of the IEEE 35th Midwest Symp. on Circuits and Systems (Cat. No.92CH3099-9). Washington, 1992. V. 2, P. 916 – 926.
3. Savaci F.A., Gunel S. Harmonic Balance Analysis of the Generalized Chua's Circuit. // Intern. J. Diferuaction and Chaos. 2006. V.16. №8. P. 2325 – 2332.
4. Леонов Г.А. Эффективные методы поиска периодических колебаний в динамических системах. // ПММ. 2010. Т. 74. №1. С. 37 -49.
5. Брагин В.О., Нагайцев В.И., Кузнецов Н.В., Леонов Г.А. Алгоритмы поиска скрытых колебаний в нелинейных системах. Проблемы Айзермана, Калмана и цепи Чуа. // Известия РАН. Теория и системы управления. 2011. №4. С.3 -36.
6. Leonov G.A., Kuznetsov N.V. Analytical-numerical methods for hidden attractors localization: The 16th Hilbert problem, Aizerman and Kalman conjectures, and Chua circuit. // Numerical Methods for Differential Equations, Optimization, and Technological Problems, Computational Methods in Applied Sciences. 2013. V.27, Part 1 (Springer), pp. 41- 64.
7. Буркин И.М. О явлении буферности в многомерных динамических системах // Дифференциальные уравнения. Т. 38, №5. 2002. С. 585-595.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЗАЩИТНОЙ ПОВЕРХНОСТИ, ОБТЕКАЕМОЙ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ГАЗА

Вельмисов П.А., Судаков В.А., Анкилов А.В.

*Ульяновский Государственный Технический Университет  
432027, г.Ульяновск, ул. Северный Венец, 32, тел. (8422)778117, velmiso@ulstu.ru*

Исследуется решение начально-краевой задачи для связанной системы дифференциальных уравнений с частными производными, описывающей динамику упругой стенки (защитного экрана) резервуара, заполненного жидкостью, при взаимодействии стенки со сверхзвуковым потоком газа. Численно-аналитическое решение, основанное на методе Бубнова-Галеркина, позволяет провести численный эксперимент с целью определения характера колебаний.

The solution of the boundary value problem for a coupled system of differential equations describing the dynamics of the elastic wall (the shield) tank filled with liquid, the interaction of the wall with a supersonic gas flow. Numerical-analytical solution based on the Bubnov-Galerkin method, allows a numerical experiment to identify nature of the oscillations.

### **Введение**

При проектировании различных конструкций, устройств, приборов, аппаратов, систем и т. д., находящихся во взаимодействии с газожидкостной средой (обтекаемых потоком жидкости или газа), необходимо решать задачи, связанные с исследованием динамики и устойчивости упругих элементов, требуемой для их качественного функционирования и надёжности эксплуатации [2] - [21]. Воздействие потока может приводить к эффектам, являющимся причиной нарушения функциональных свойств элементов, вплоть до их разрушения (например, приводить к состоянию неустойчивости вследствие увеличения амплитуды или ускорения колебаний до критически допустимых значений). Такая проблема, когда неустойчивость является негативным явлением, возникает, например, при проектировании составных частей летательных и подводных аппаратов: элерона – составной части крыла; руля высоты – составной части стабилизатора, руля направления – составной части киля; панели – составной части фюзеляжа или крыла [2, 5, 6, 8, 9, 12, 13, 14, 17]. Аналогичная проблема возникает при исследовании течений в проточных каналах, трубопроводах различного назначения, содержащих упругие элементы [7, 10, 11, 14, 15, 18].

В то же время для функционирования некоторых технических устройств явление возбуждения колебаний при аэрогидродинамическом воздействии, указанное выше в качестве негативного, является необходимым. Примерами подобных устройств, относящихся к вибрационной технике и используемых для интенсификации технологических процессов, являются устройства для приготовления однородных смесей и эмульсий, в частности, устройства для подачи смазочно-охлаждающей жидкости в зону обработки (см., например [20]). Другим примером, когда деформация упругих элементов при аэрогидродинамическом воздействии необходима для функционирования приборов и является основой их работы, являются датчики давления [3, 4, 16, 19].

В работе рассматривается численно-аналитическое решение задачи о динамике упругой стенки (защитного экрана) резервуара, заполненного жидкостью (несжимаемая среда), при

обтекании стенки сверхзвуковым потоком газа (сжимаемая среда). Исследование проводится в линейной постановке. Задача сведена к решению дифференциального уравнения в частных производных с начальными и краевыми условиями, в котором неизвестной является функция деформации стенки резервуара. На основе численного эксперимента, основой которого является метод Бубнова-Галеркина, проводится анализ зависимости характера колебаний упругой стенки от параметров механической системы, в т.ч. от значения скорости набегающего сверхзвукового потока. Этот анализ позволяет сделать вывод об устойчивости или неустойчивости колебаний.

### Постановка задачи

Рассматривается плоская задача о динамике упругой стенки резервуара  $G^- = \{(x, y) \in R^2 : 0 < x < l, -h < y < 0\}$ , заполненного жидкостью. Упругой является стенка, занимающая положение  $y=0, 0 < x < l$  и моделируемая упругой пластиной. Остальные стенки ( $x=0, x=l$  и  $y=-h$ ) считаются недеформируемыми (рис. 1). В области  $G^+ = \{(x, y) \in R^2 : x \in (-\infty, \infty), y \in (0, +\infty)\}$  протекает сверхзвуковой поток газа в направлении оси  $Ox$  со скоростью  $V_0 > a_0$ , где  $a_0$  – скорость звука. Предполагается, что число Маха  $M_0 = \frac{V_0}{a_0} > \sqrt{2}$ .

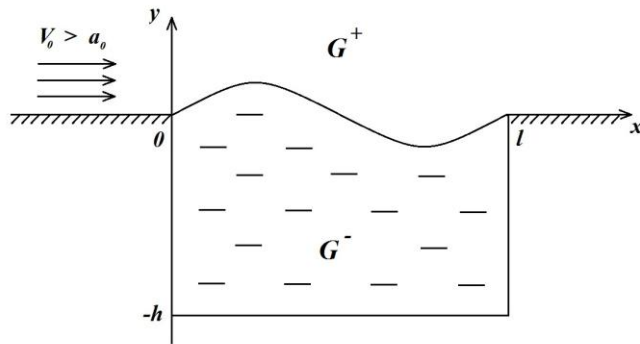


Рис. 1 Резервуар с деформируемой стенкой, обтекаемой сверхзвуковым потоком газа

Введем обозначение:  $w(x, t)$  – функция деформации (прогиб) пластины;  $\varphi^-(x, y, t)$  – потенциал скорости жидкости в области  $G^-$ ,  $\varphi^+(x, y, t)$  – потенциал скорости газа в области  $G^+$ .

Математическая постановка задачи в линейном приближении имеет вид:

$$\varphi_t^+ + 2V_0\varphi_{xt}^+ + V_0^2\varphi_{xx}^+ = a_0^2(\varphi_{xx}^+ + \varphi_{yy}^+), \quad (x, y) \in G^+; \quad (1)$$

$$\varphi_y^+(x, 0, t) = \begin{cases} w_t + V_0 w_x, & x \in (0, l), t \geq 0, \\ 0, & x \in (l, +\infty), t \geq 0; \end{cases} \quad (2)$$

$$\varphi^+(x, \infty, t) = 0; \quad (3)$$

$$\varphi^+(0, y, t) = 0, \quad \varphi_x^+(0, y, t) = 0, \quad y \in (0, \infty), t \geq 0; \quad (4)$$

$$\varphi^+(x, y, 0) = 0, \quad \varphi_t^+(x, y, 0) = 0, \quad x \in (0, \infty), y \in (0, \infty); \quad (5)$$

$$\varphi_{xx}^- + \varphi_{yy}^- = 0, \quad (x, y) \in G^-; \quad (6)$$

$$\varphi_y^-(x, -h, t) = 0, \quad \varphi_y^-(x, 0, t) = w_t(x, t), \quad x \in (0, l), t \geq 0; \quad (7)$$

$$\varphi_x^-(0, y, t) = 0, \quad \varphi_x^-(l, y, t) = 0, \quad y \in (-h, 0), t \geq 0; \quad (8)$$

$$mw_{tt}(x, t) + Dw_{xxx}(x, t) =$$



$$= (p^- - \rho^- \varphi_t^-(x,0,t)) - (p^+ - \rho^+ (\varphi_t^+(x,0,t) + V_0 \varphi_x^+(x,0,t))); \quad (9)$$

$$w(0,t) = w_{xx}(0,t) = w(l,t) = w_{xx}(l,t) = 0, \quad t \geq 0; \quad (10)$$

$$w(x,0) = f_1(x), \quad w_t(x,0) = f_2(x), \quad x \in (0,l). \quad (11)$$

Здесь индексы  $x, y, t$  снизу обозначают производные по  $x, y$  и  $t$ ;  $D$  и  $m$  – изгибная жесткость и погонная масса пластины;  $V_0, \rho^+, p^+$  – скорость газа, плотность и давление в набегающем однородном потоке в области  $G^+$ ;  $\rho^-, p^-$  – плотность и давление жидкости в области  $G^-$  в состоянии покоя.

Уравнение (1) описывает течение газа в области  $G^+$  в модели идеальной сжимаемой среды; (2), (7), (8) – условия непротекания; (3) – условие затухания возмущений при  $y \rightarrow \infty$ ; (4) – условия отсутствия возмущений перед пластиной в области  $G^+$ ; (5) – условия отсутствия возмущений в начальный момент времени в области  $G^+$ ; уравнение Лапласа (6) описывает динамику жидкости в области  $G^-$  в модели идеальной несжимаемой среды; (9) – уравнение, описывающее динамику упругой стенки резервуара с учетом воздействия на неё сверхзвукового потока газа сверху и жидкости снизу; условия (10) соответствуют шарнирному закреплению концов упругого элемента резервуара; (11) – начальные условия, которые должны быть согласованы с (10). Заметим, что предлагаемый ниже метод решения задачи пригоден и для любых других закреплений концов, например для жесткого защемления.

Уравнения и условия (1) – (11) образуют начально-краевую задачу для определения трех неизвестных функций  $w(x,t)$ ,  $\varphi^+(x,y,t)$ ,  $\varphi^-(x,y,t)$ .

Применяя для решения задачи в верхней области  $G^+$  операционный метод, можно показать, что двойное изображение  $\bar{\varphi}(p, y^*, q)$  по  $x^*, t^*$  функции  $\varphi^*(x^*, y^*, t^*)$  имеет вид

$$\bar{\varphi}(p, y^*, q) = - \frac{(p+q)\bar{w}(p,q)}{M_0 \sqrt{(p+q)^2 - M_0^{-2} p^2}} e^{-M_0 \sqrt{(p+q)^2 - M_0^{-2} p^2} y^*}, \quad (12)$$

где  $\varphi^*(x^*, y^*, t^*) = \frac{\varphi^+(x,y,t)}{V_0 l}$ ,  $w^*(x^*, t^*) = \frac{w(x,t)}{l}$ ,  $x^* = \frac{x}{l}$ ,  $y^* = \frac{y}{l}$ ,  $t^* = \frac{V_0 t}{l}$  – безразмерные

переменные;  $\bar{w}(p,q)$  – двойное изображение функции  $w^*(x^*, t^*)$ ;  $p, q$  – параметры преобразования Лапласа по переменным  $x^*$  и  $t^*$  соответственно.

Из выражения (12) при  $y^* = 0$  находим изображение слагаемого из правой части уравнения (9)

$$\begin{aligned} & -\rho(\varphi_t^+(x,0,t) + V_0 \varphi_x^+(x,0,t)) = \\ & = -\alpha M_0^2 (\varphi_{t^*}^* + \varphi_{x^*}^*)_{y=0} \Leftarrow -\alpha M_0^2 (p+q) \bar{\varphi}(p,0,q) = \frac{\alpha M_0 (p+q)^2 \bar{w}(p,q)}{\sqrt{((p+q)^2 - M_0^{-2} p^2)}}. \end{aligned} \quad (13)$$

Дальнейшее решение задачи состоит в нахождении оригинала, соответствующего изображению, записанному в правой части (13).

Приближенное выражение оригинала, соответствующее изображению в правой части (13), полученное на основе квазистатической теории, в которой формула для вычисления давления получена путем разложения по приведенной частоте точного выражения для давления двумерного неустановившегося течения [1,21], имеет вид (в размерных переменных)

$$\frac{\rho^+ V_0}{\sqrt{M_0^2 - 1}} \left( V_0 w_x(x,t) + \frac{M_0^2 - 2}{M_0^2 - 1} w_t(x,t) \right). \quad (14)$$

Формула (14) определяет воздействие на пластину сверхзвукового потока газа, при  $M_0 \rightarrow \infty$  получим известное выражение «поршневой теории» Ильюшина А.А.:  $\rho_0 a_0 (w_t + V_0 w_x)$ .

Согласно (14) уравнение динамики упругой стенки резервуара (9) принимает вид

$$m w_{tt}(x, t) + D w_{xxxx}(x, t) = (p^- - \rho^- \varphi_t^-(x, 0, t)) - p^+ - \frac{\rho^+ V_0}{\sqrt{M_0^2 - 1}} \left( V_0 w_x(x, t) + \frac{M_0^2 - 2}{M_0^2 - 1} w_t(x, t) \right). \quad (15)$$

### Численно-аналитическое решение

Получим, согласно поставленной задаче (6) – (11), дифференциальное уравнение в частных производных, которое описывает динамику упругой стенки резервуара с учетом аэрогидродинамического воздействия на неё, содержащее лишь  $w(x, t)$ .

Представим потенциал скорости  $\varphi^-(x, y, t)$ , являющийся решением уравнения Лапласа (6), в виде

$$\varphi^-(x, y, t) = \alpha(t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n(t) \cos(\lambda_n x) (e^{\lambda_n y} + e^{-\lambda_n y} e^{-2\lambda_n h}), \quad (16)$$

где  $\alpha(t)$  и  $b_n(t)$  – некоторые произвольные функции, а  $\lambda_n = \frac{n\pi}{l}$ .

Уравнение (6), условия (8) и первое условие (7) выполнены. Удовлетворяя второму условию (7), получим

$$b_m(t) = \frac{2}{l \lambda_m (1 - e^{-2\lambda_m h})} \int_0^l w_t(x, t) \cos(\lambda_m x) dx. \quad (17)$$

Подставляя (17) в (16), согласно (15), получим уравнение динамики упругой пластины  $m w_{tt}(x, t) + D w_{xxxx}(x, t) =$

$$= (p^- - p^+) - \frac{\rho^+ V_0}{\sqrt{M_0^2 - 1}} \left( V_0 w_x(x, t) + \frac{M_0^2 - 2}{M_0^2 - 1} w_t(x, t) \right) - \rho^- \left( \alpha_t(t) + \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\lambda_n x) (1 + e^{-2\lambda_n h})}{\lambda_n (1 - e^{-2\lambda_n h})} \int_0^l w_t(x, t) \cos(\lambda_n x) dx \right). \quad (18)$$

Оставшуюся произвольной функцию  $\alpha_t(t)$  определим, удовлетворяя уравнению (18) в среднем, учитывая при этом условие несжимаемости среды

$$\alpha_t(t) = \left( -D \int_0^l w_{xxxx}(x, t) dx + (p^- - p^+) l \right) \frac{1}{l \rho^-}. \quad (19)$$

Применяя для решения начально-краевой задачи (18), (10), (11) метод Галеркина, пробное решение  $w(x, t)$  будем искать в виде

$$w(x, t) = \sum_{k=1}^N w_k(t) \sin(\lambda_k x), \quad (20)$$

где  $\{\sin(\lambda_k x)\}_{k=1}^{\infty}$  – полная система базисных функций на отрезке  $[0, l]$ , подобранных так, чтобы выполнялись заданные краевые условия (10).

Условия ортогональности невязки уравнения (18) с учетом (20) позволяют записать систему уравнений для  $w_k(t)$

$$\ddot{w}_k = \frac{2}{lm} \left( -D \frac{l}{2} \lambda_k^4 w_k - \theta V_0 \sum_{k=1}^N \lambda_k w_k H_{k,m}^1 - \theta \gamma \frac{l}{2} \dot{w}_k + H_m^2 (p - \rho^- \alpha_t(t)) \right) -$$

$$-\frac{4}{l^2 m} \left( \sum_{n=1}^{\infty} K_n \sum_{k=1}^N w_k H_{k,n}^3 H_{m,n}^4 \right), \quad (21)$$

где  $H_{k,m}^1 = \int_0^l \cos(\lambda_k x) \sin(\lambda_m x) dx$ ,  $H_{k,n}^3 = \int_0^l \sin(\lambda_k x) \cos(\lambda_n x) dx$ ,  $H_m^2 = \int_0^l \sin(\lambda_m x) dx$ ,

$$H_{m,n}^4 = \int_0^l \sin(\lambda_m x) \cos(\lambda_n x) dx.$$

Начальные условия для  $w_k(t)$  в (21) получим согласно (11)

$$w_k(0) = \frac{2}{l} \int_0^l f_1(x) \sin(\lambda_k x) dx, \quad \dot{w}_k(0) = \frac{2}{l} \int_0^l f_2(x) \sin(\lambda_k x) dx. \quad (22)$$

Таким образом, получена задача Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (21) с начальными условиями (22), которая является основой для проведения численного эксперимента.

Приведем примеры численного решения задачи (21), (22). Ниже на графиках представлены деформации упругой стенки резервуара при обтекании сверхзвуковым потоком газа для заданных параметров механической системы. По этим графикам можно судить об устойчивости или неустойчивости колебаний стенки.

Будем считать, что упругий элемент изготовлен из алюминия ( $E = 7 \cdot 10^{10}$  – модуль упругости,  $\rho_{pl} = 2699$  – плотность), обтекается сверхзвуковым потоком воздуха ( $\rho^+ = 1.3$ ), при этом резервуар заполнен водой ( $\rho^- = 998.2$ ). Другие параметры механической системы:  $l = 100$ ;  $h = 100$ ;  $h_{pl} = 0.5$  (толщина стенки);  $m = 269.9$  (погонная масса);

$\nu = 0.34$  (коэффициент Пуассона);  $D = \frac{Eh_{pl}^3}{12(1-\nu^2)} = 6.5958 \cdot 10^8$  (изгибная жесткость). Все значения приведены в системе СИ. Начальные условия зададим в виде:

$$w(x,0) = -0.0015 \sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right), \quad \dot{w}(x,0) = 0.$$

С помощью пакета прикладных программ MATLAB решается задача Коши (21), (22) (порядок приближения  $N = 15$ ) и строятся графики функций  $w(x,t)$  в точке  $x = \frac{l}{4}$  при различных значениях скорости набегающего потока  $V$ .

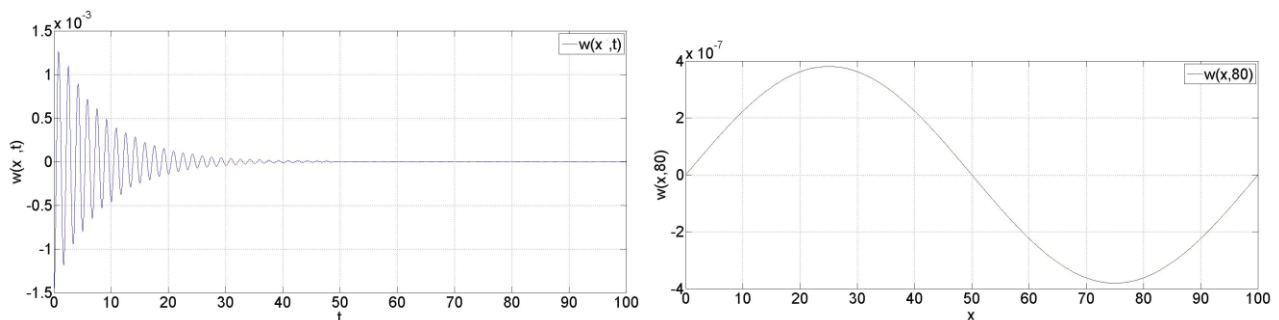


Рис. 2. Закон колебаний  $w(x,t)$  упругой стенки резервуара в сечении  $x = \frac{l}{4}$  и прогиб упругой стенки резервуара  $w(x,t)$  в момент времени  $t = 80$  для  $V = 600$ .

Согласно графикам на рис. 2 можно сделать вывод, что решение уравнения (21) при скорости  $V = 600$  является устойчивым.

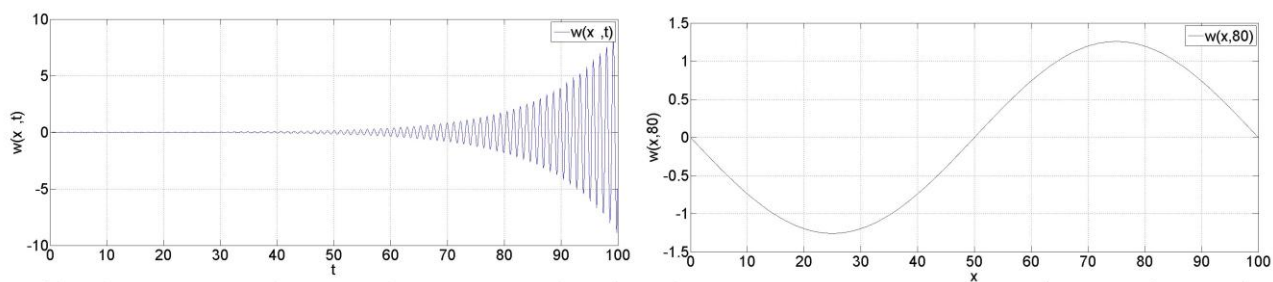


Рис. 3 Закон колебаний  $w(x, t)$  упругой стенки резервуара в сечении  $x = \frac{l}{4}$  и прогиб упругой стенки резервуара  $w(x, t)$  в момент времени  $t = 80$  для  $V = 1070$ .

Согласно графикам на рис. 3 можно сделать вывод, что решение уравнения (21) при скорости  $V = 1070$  является неустойчивым.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Voss H.V. The effect of an external supersonic flow on the vibration characteristics of thin cylindrical shells / H.V. Voss // J. Aerospace Sciences. - 1961. - №3, - P. 945-956.
2. Анкилов А.В. Динамика и устойчивость упругих пластин при аэрогидродинамическом воздействии / А.В. Анкилов, П.А. Вельмисов. – Ульяновск: УлГТУ, 2009 – 220 с.
3. Анкилов А.В. Математическое моделирование механической системы "трубопровод-датчик давления" / А.В. Анкилов, П.А. Вельмисов, Д.В. Горбоконенко, Ю.В. Покладова. - Ульяновск: Ул.ГТУ, 2008, 188 с.
4. Анкилов А.В. Математические модели механической системы «трубопровод – датчик давления» / А.В. Анкилов, П.А. Вельмисов, Ю.В. Покладова // Вестник Саратовского государственного технического университета. – 2007. - №3(27). – С.7-14.
5. Анкилов А.В. Численно-аналитическое исследование динамической устойчивости упругой пластины при аэрогидродинамическом воздействии / А.В. Анкилов, П.А. Вельмисов // Прикладная математика и механика: сборник научных трудов. – Ульяновск: УлГТУ. – 2009. – С.3-22.
6. Анкилов А.В. Устойчивость упругих элементов крылового профиля / А.В. Анкилов, П.А. Вельмисов, Н.А. Дегтярева // Прикладная математика и механика: сборник научных трудов. – Ульяновск: УлГТУ. – 2007. - №7 – С.9-18.
7. Анкилов А.В. Об устойчивости решений уравнений взаимодействия упругих стенок каналов с протекающей жидкостью / А.В. Анкилов, П.А. Вельмисов // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. – 2011. - №1(22). – С.179-185.
8. Анкилов А.В. О решениях интегро-дифференциальных уравнений в задаче динамики одной аэроупругой системы типа «тандем» / А.В. Анкилов, П.А. Вельмисов, Е.П. Семенова // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. – 2011. - № 2(23). – С.266-271.
9. Анкилов А.В. Математическое моделирование динамики и устойчивости упругих элементов крыла / А.В. Анкилов, П.А. Вельмисов // Вестник Саратовского государственного технического университета. – 2009. - №1(37). – С.7-16.
10. Анкилов А.В. Исследование динамической устойчивости упругих элементов стенок канала / А.В. Анкилов, П.А. Вельмисов, Е.П. Семенова // Вестник Саратовского государственного технического университета. – 2009. - №2(38), выпуск 1 – С.7-17.
11. Анкилов А.В. Устойчивость решений одной нелинейной начально-краевой задачи аэроупругости / А.В. Анкилов, П.А. Вельмисов, Ю.А. Казакова // Вестник Самарского

- государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. – 2013. - №1(30). - С.1-7.
12. Анкилов А.В. Устойчивость решений некоторых классов интегро-дифференциальных уравнений в частных производных / А.В. Анкилов, П.А. Вельмисов // Вестник Самарского государственного университета, естественнонаучная серия. - 2008. - №8/1(67). - С.331-344.
  13. Анкилов А.В. Исследование динамики и устойчивости упругого элемента конструкций при сверхзвуковом обтекании / А.В. Анкилов, П.А. Вельмисов // Вестник Саратовского государственного технического университета. – 2011. - №3(57) выпуск 1. - С.59-67.
  14. Вельмисов П.А. Математическое моделирование в задачах статической неустойчивости упругих элементов конструкций при аэрогидродинамическом воздействии / П.А. Вельмисов, С.В. Киреев. – Ульяновск: УлГТУ, 2011 - 200с
  15. Вельмисов П.А. Устойчивость уравнений взаимодействия вязкоупругих пластин с жидкостью / П.А. Вельмисов, Ю.А. Решетников, Е.Е. Колмановский // Дифференциальные уравнения. – 1994. - Т30. - №11. – С.1966-1981
  16. Вельмисов П.А. Математическое моделирование механической системы "трубопровод-датчик давления" / Вельмисов П.А., Горбоконенко В.Д, Решетников Ю.А. // Датчики и системы. – 2003. - №6(49). - С.12-15.
  17. Вельмисов П.А. Устойчивость решений одного класса нелинейных начально-краевых задач аэроупругости / П.А. Вельмисов, В.А. Судаков, Ю.К. Замальдинова // Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Общая топология. Проблемы математического образования: тезисы докладов Четвёртой Международной конференции, посвящённой 90-летию со дня рождения члена-корреспондента РАН, академика Европейской академии наук Л.Д. Кудрявцев. Москва, РУДН, 25-29 марта 2013г. – М.:РУДН. - 2013. - С.290-292.
  18. Вельмисов П.А. Математическое моделирование в задачах динамической устойчивости вязкоупругих элементов проточных каналов / П.А. Вельмисов, А.А. Молгачев. – Ульяновск: УлГТУ, 2012 - 185с.
  19. Вельмисов П.А. О некоторых математических моделях механической системы "трубопровод-датчик давления" / П.А. Вельмисов, Ю.В. Покладова // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. - 2011. - №1(29). - С.137-144.
  20. Пат. 2062662 Российская Федерация, МПК6 В 06 В 1/18, 1/20. Гидродинамический излучатель / П.А. Вельмисов, Г.М. Горшков, Г.К. Рябов. Заявитель и патентообладатель Ульяновский гос. технич. ун-т. – №5038746/28; заявл. 20.07.92; опубл. 27.06.96, Бюл.№18.
  21. Бочкарев С.А. Решение задачи о панельном флаттере оболочечных конструкций методом конечных элементов / С.А. Бочкарев, В.П. Матвеевко // Математическое моделирование. – 2002. - №12, - С.55-71.
-

# АСИМПТОТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ОКОЛОЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЙ ГАЗА

Вельмисов П.А., Тамарова Ю.А.

*Ульяновский Государственный Технический Университет,  
432027, Ульяновск, ул. Северный Венец 32, тел. (8422)778117, velmisov@ulstu.ru*

В статье получено уравнение для трансзвуковых течений газа, учитывающее поперечные возмущения, превосходящие по порядку возмущения основного потока. Указаны некоторые точные частные решения этого уравнения и их приложения к решению ряда задач.

In this paper an equation for transonic gas flows, taking into account the transverse perturbations that are exceed in order to perturbations of the main stream, is obtained. Some exact particular solutions of this equation and their application to solving a number of problems are shown.

**1. Безвихревые изэнтропические течения газа в цилиндрических безразмерных координатах  $x, r, \theta$  описываются уравнением:**

$$\Phi_{tt} + 2\Phi_x \Phi_{xt} + 2\Phi_r \Phi_{rt} + \frac{2}{r^2} \Phi_\theta \Phi_{\theta t} + 2\Phi_x \Phi_r \Phi_{rx} + \frac{2}{r^2} \Phi_x \Phi_\theta \Phi_{\theta x} + \frac{2}{r^2} \Phi_\theta \Phi_r \Phi_{r\theta} + \Phi_x^2 \Phi_{xx} + \Phi_r^2 \Phi_{rr} + \frac{1}{r^4} \Phi_\theta^2 \Phi_{\theta\theta} - a^2 \left( \Phi_{xx} + \Phi_{rr} + \frac{1}{r} \Phi_r + \frac{1}{r^2} \Phi_{\theta\theta} \right) = 0, \quad (1.1)$$

$$a^2 = \rho^{\chi-1} = p^{\frac{(\chi-1)}{\chi}} = \frac{\chi+1}{2} - \frac{\chi-1}{2} \left( 2\Phi_t + \Phi_x^2 + \Phi_r^2 + \frac{1}{2r^2} \Phi_\theta^2 \right).$$

В (1.1)  $\Phi(x, r, \theta, t)$  - потенциал скорости,  $t$  - время,  $a$  - скорость звука,  $\rho$  - плотность,  $p$  - давление,  $\chi$  - показатель адиабаты Пуассона.

Введем для  $\Phi(x, r, \theta, t)$  асимптотическое разложение

$$\Phi = x + \varepsilon \psi(r, \theta, t^0) + \varepsilon^3 \varphi(x^0, r, \theta, t^0) + \dots, \quad x = \varepsilon x^0, \quad t = \frac{1}{\varepsilon} t^0, \quad (1.2)$$

где  $\varepsilon$  - малый параметр. Подставляя (1.2) в (1.1) и оставляя члены старшего порядка, получим для функции  $\varphi(x^0, r, \theta, t^0)$  трансзвуковое уравнение:

$$2\varphi_{x^0 t^0} + (\chi+1)\varphi_{x^0} \varphi_{x^0 x^0} + 2\psi_r \varphi_{x^0 r} + \frac{2}{r^2} \psi_\theta \varphi_{x^0 \theta} - \Delta\varphi + \frac{\chi-1}{2} \left( 2\psi_{t^0} + \psi_r^2 + \frac{1}{r^2} \psi_\theta^2 \right) \varphi_{x^0 x^0} = L(\psi), \quad (1.3)$$

В (1.3) введены обозначения

$$-L(\psi) \equiv \psi_{t^0 t^0} + 2\psi_r \psi_{r t^0} + \frac{2}{r^2} \psi_\theta \psi_{\theta t^0} + \psi_r^2 \psi_{rr} + \frac{1}{r^4} \psi_\theta^2 \psi_{\theta\theta} + \frac{2}{r^2} \psi_\theta \psi_r \psi_{r\theta} - \frac{1}{r^3} \psi_r \psi_\theta^2,$$

$$\Delta\varphi \equiv \varphi_{rr} + \frac{1}{r} \varphi_r + \frac{1}{r^2} \varphi_{\theta\theta}$$

Функция  $\psi(r, \theta, t^0)$  удовлетворяет уравнению Лапласа  $\Delta\psi = 0$ .

Если  $\psi \equiv 0$ , то получим классическое трансзвуковое уравнение Линя-Рейсснера-Тзяна [1]

$$2\varphi_{x^0 t^0} + (\chi+1)\varphi_{x^0} \varphi_{x^0 x^0} - \varphi_{rr} - \frac{1}{r} \varphi_r - \frac{1}{r^2} \varphi_{\theta\theta} = 0,$$

которое в стационарном случае переходит в уравнение смешанного типа Кармана-

Фальковича [1]:  $(\chi+1)\varphi_{x^0} \varphi_{x^0 x^0} - \varphi_{rr} - \frac{1}{r} \varphi_r - \frac{1}{r^2} \varphi_{\theta\theta} = 0$ .

Уравнение (1.3) описывает трансзвуковые течения газа, возникающие при воздействии на обтекаемое тело бокового (по отношению к основному направлению движения, совпадающему с направлением оси  $x$ ) возмущения основного трансзвукового потока (для возмущающего поперечного течения  $\Phi_y, \Phi_z \sim \varepsilon$ , для основного течения  $\Phi_y, \Phi_z \sim \varepsilon^3$ ). Для внешнего обтекания летательных аппаратов таким возмущением является, например, боковой, меняющий свою интенсивность с течением времени ветер  $\psi = V_\infty(t)r \cos(\theta + \alpha(t))$ . Для внутреннего обтекания, например для течений в соплах, таким возмущением может быть закрутка потока ( $\psi = \Gamma(t)\theta$ ).

Условия на фронте ударной волны  $x^0 = x^0(r, \theta, t^0)$  получим из условий Ренкина-Гюгонио, подставляя в них разложение (1.2) и оставляя члены старшего порядка:

$$2 \frac{\partial x^0}{\partial t^0} + \left( \frac{\partial x^0}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial x^0}{\partial \theta} \right)^2 + 2\psi_r \frac{\partial x^0}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \psi_\theta \frac{\partial x^0}{\partial \theta} = \frac{\chi - 1}{2} \left( 2\psi_{r^0} + \psi_r^2 + \frac{1}{r^2} \psi_\theta^2 \right) + \frac{\chi + 1}{2} (\varphi_{x^0} + \varphi_{x^0}^*), \quad \varphi = \varphi^*. \quad (1.4)$$

Здесь  $\varphi$  и  $\varphi^*$  соответствуют течению с разных сторон от ударной волны.

Если в (1.4) положить  $\varphi \equiv \varphi^*$ , то получим характеристическое уравнение для (1.3).

Запишем условия на обтекаемой поверхности, мало отличающейся от цилиндрической, задав ее в виде

$$r = r_0(\theta, t^0) + r_2(x^0, \theta, t^0)\varepsilon^4 + \dots \quad (1.5)$$

Подставляя (1.2) и (1.5) в точное условие непротекания  $-\Phi_x r_x + \Phi_r - r^{-2} r_\theta \Phi_\theta = r_t$  и оставляя старшие члены, получим:

$$\psi_r - \frac{1}{r_0^2} \frac{\partial r_0}{\partial \theta} \psi_\theta = \frac{\partial r_0}{\partial t^0}, \quad \varphi_r - \frac{1}{r_0^2} \frac{\partial r_0}{\partial \theta} \varphi_\theta = \frac{\partial r_2}{\partial x^0}. \quad (1.6)$$

Значения  $\varphi_r$ ,  $\varphi_\theta$ ,  $\psi_r$ ,  $\psi_\theta$  в (1.6) вычисляются при  $r = r_0(\theta, t^0)$ .

Уравнение звуковой поверхности ( $V^2 = a^2$ ) в трансзвуковом приближении принимает вид

$$N \equiv \frac{\chi + 1}{2} \left( \psi_r^2 + \frac{1}{r^2} \psi_\theta^2 \right) + (\chi - 1)\psi_{r^0} + (\chi + 1)\varphi_{x^0} = 0 \quad (1.7)$$

Для установившихся течений ( $\partial/\partial t = 0$ ) уравнение (1.3) имеет смешанный тип. Звуковая поверхность  $N = 0$  является поверхностью параболичности уравнения (1.3), при этом в сверхзвуковой области (области гиперболичности)  $N > 0$ , в дозвуковой области (области эллиптичности)  $N < 0$ .

Подставляя (1.2) в выражение для давления, проводя разложение в ряд Тейлора и оставляя старшие по порядку члены, получим асимптотическую формулу для определения давления

$$P = 1 - \chi \varepsilon^2 \left( \psi_{r^0} + \varphi_{x^0} + \frac{1}{2} \psi_r^2 + \frac{1}{2r^2} \psi_\theta^2 \right). \quad (1.8)$$

**2.** Укажем некоторые частные решения уравнения (1.3). Отметим автомодельный класс решений (индекс ноль у переменных  $x$ ,  $t$  будем здесь и далее опускать):

$$\psi = t^\beta \bar{\psi}(\zeta, \eta), \quad \varphi = t^{2\beta-1} \bar{\varphi}(\xi, \zeta, \eta), \quad \xi = \frac{x}{t^\beta}, \quad \zeta = \frac{r}{t^{(\beta+1)/2}}, \quad \eta = \theta + \alpha \ln t, \quad (2.1)$$

где  $\alpha, \beta$  - произвольные числа. Подставив (2.1) в уравнение (1.3), получим уравнение для функции  $\varphi = \bar{\varphi}(\xi, \zeta, \eta)$ . Функция  $\bar{\psi}$  удовлетворяет уравнению Лапласа:

$$\bar{\psi}_{\xi\xi} + \frac{1}{\zeta} \bar{\psi}_{\zeta} + \frac{1}{\zeta^2} \bar{\psi}_{\eta\eta} = 0.$$

Уравнение (1.3) допускает также решение

$$\varphi = \sum_{k=0}^3 \varphi_k(r, \theta, t) x^k. \quad (2.2)$$

В классе решений (2.2) в случае установившихся течений содержится решение, которое описывает течение газа в соплах Лавала с постоянным ускорением ( $\varphi_{xx} = const$ ) и учитывает закрутку потока ( $\psi = \Gamma \theta, \Gamma = const$ ):

$$\varphi = ax^2 + (\chi + 1)a^2 r^2 x + \left[ \frac{\chi - 1}{2} \Gamma^2 a \ln^2 r + \frac{1}{8} (\chi + 1)^2 a^3 r^4 \right] \quad (2.3)$$

При  $r \rightarrow 0$  составляющая скорости  $V_r = \varepsilon^3 \varphi_r$  имеет особенность  $\ln r / r$ , которая обусловлена изначально особенностью задания составляющей  $V_\theta$  ( $V_\theta = \varepsilon \Gamma / r$ ).

Уравнение звуковой поверхности для (2.3), согласно (1.7), имеет вид

$$x = -\frac{\chi + 1}{2} ar^2 - \frac{\Gamma^2}{4ar^2}.$$

При  $\chi \rightarrow 1$  влияние закрутки потока на распределение скоростей уменьшается, а особенность для  $\varphi_r$  при  $r \rightarrow 0$  исчезает.

Условия (1.6) имеют вид:  $\frac{\partial r_0}{\partial \theta} = 0, \frac{\partial r_2}{\partial x} = \varphi_r$  ( $\varphi_r$  вычисляется при  $r = r_0$ ). Определив  $r_0$  и  $r_2(x)$ , получим уравнение обтекаемой поверхности:

$$r = r_0 + \varepsilon^4 \left[ r_0 a^2 (\chi + 1) x^2 + \left( (\chi - 1) \Gamma^2 a \frac{\ln r_0}{r_0} + \frac{1}{2} (\chi + 1)^2 a^3 r_0^3 \right) x + C \right], \quad r_0 = const. \quad (2.4)$$

Решение (2.3) можно использовать для описания течений в кольцеобразных каналах, уравнения внутренней и внешней стенок которых получим из (2.4) при  $r_0 = r_0^{(1)}, r_0 = r_0^{(2)}, r_0^{(k)} = const \neq 0$  (см. Рис. 1).

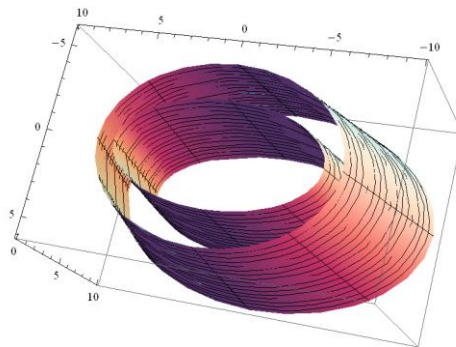


Рисунок 1. Обтекаемые поверхности вида (2.4) при  $r_0 = 3, r_0 = 5$ .

При  $\Gamma = 0$  в (2.3) получим известное решение, описывающее течение в центре сопла Лавала.

Укажем решение для случая  $\psi = \Gamma \theta$ , обладающее свойствами:  $V_x, V_r, V_\theta \rightarrow 0$  при  $r \rightarrow \infty$

$$\varphi = f(x, \theta) r^{-2} + g(r, \theta), \quad \Delta g = 0. \quad (2.5)$$

Подставив решение (2.5) и  $\psi$  в уравнение (1.3), получим уравнение для функции  $f(x, \theta)$ :



$$(\chi + 1)f_x f_{xx} + 2\Gamma f_{x\theta} + (\chi - 1)\Gamma^2 f_{xx} - 4f - f_{\theta\theta} = 0.$$

Решение (2.5) допускает обобщение:  $\varphi = f(\xi, \eta)r^{-2} + g(r, \theta)$ ,  $\xi = x + \alpha \ln r$ ,  $\eta = \theta + \beta \ln r$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  - произвольные числа.

3. Рассмотрим случай, соответствующий движению газа между вращающимися плоскостями  $\theta = \theta_1(t)$ ,  $\theta = \theta_2(t)$ . В этом случае

$$\psi = r^2(a(t)\cos 2\theta + b(t)\sin 2\theta) = r^2 f(\theta, t), \quad (3.1)$$

при этом в (1.3)

$$L(\psi) = r^2(8(a'a + b'b) + 8(a \cos 2\theta + b \sin 2\theta)(2ab \sin 4\theta + a^2 \cos 4\theta - b^2 \cos 4\theta) + a'' \cos 2\theta + b'' \sin 2\theta) = r^2 G(\theta, t).$$

Функции  $a(t)$ ,  $b(t)$  определяются из условий непротекания (1.6):

$$f_{\theta}(\theta_k(t), t) = \partial \theta_k(t) / \partial t, \quad k = 1, 2,$$

и соответственно равны

$$a(t) = \frac{1}{A}(\theta_2' \cos 2\theta_2 - \theta_1' \cos 2\theta_1), \quad b(t) = \frac{1}{A}(\theta_2' \sin 2\theta_1 - \theta_1' \sin 2\theta_2),$$

где  $A = 2 \sin 2(\theta_1 - \theta_2)$ .

Подставляя (3.1) в (1.3), получим уравнение для  $\varphi(x, r, \theta, t)$ :

$$2\varphi_{xt} + (\chi + 1)\varphi_x \varphi_{xx} + 4r(a \cos 2\theta + b \sin 2\theta)\varphi_{xr} + 4(b \cos 2\theta - a \sin 2\theta)\varphi_{x\theta} - \Delta\varphi + (\chi - 1)r^2(a' \cos 2\theta + b' \sin 2\theta + 2a^2 + 2b^2)\varphi_{xx} = -r^2 G(\theta, t) \quad (3.2)$$

Уравнение (3.2) допускает решение вида (2.2). Тогда получим систему четырех уравнений для функций  $\varphi_0(r, \theta, t)$ ,  $\varphi_1(r, \theta, t)$ ,  $\varphi_2(r, \theta, t)$ ,  $\varphi_3(r, \theta, t)$ :

$$\begin{cases} 18(\chi + 1)\varphi_3^2 - \Delta\varphi_3 = 0, \\ 6\varphi_{3t} + 18(\chi + 1)\varphi_3\varphi_2 + 12(b \cos 2\theta - a \sin 2\theta)\varphi_{3\theta} - \Delta\varphi_2 + 12r(a \cos 2\theta + b \sin 2\theta)\varphi_{3r} = 0, \\ 4\varphi_{2t} + (\chi + 1)(6\varphi_1\varphi_3 + 4\varphi_2^2) + 8(b \cos 2\theta - a \sin 2\theta)\varphi_{2\theta} - \Delta\varphi_1 + 8r(a \cos 2\theta + b \sin 2\theta)\varphi_{2r} + \\ + 6(\chi - 1)r^2(a' \cos 2\theta + b' \sin 2\theta + 2a^2 + 2b^2)\varphi_3 = 0, \\ 2\varphi_{1t} + 2(\chi + 1)\varphi_1\varphi_2 + 4(b \cos 2\theta - a \sin 2\theta)\varphi_{1\theta} - \Delta\varphi_0 + 4r(a \cos 2\theta + b \sin 2\theta)\varphi_{1r} + \\ + 2(\chi - 1)r^2(a' \cos 2\theta + b' \sin 2\theta + 2a^2 + 2b^2)\varphi_2 = r^2 G(\theta, t) \end{cases} \quad (3.3)$$

При этом можно положить  $\varphi_3 = g(\theta, t)r^{-2}$ , где  $g(\theta, t)$  определяется из уравнения:

$$18(\chi + 1)g^2 - 4g - g_{\theta\theta} = 0.$$

В частном случае, для установившихся течений рассмотрим решение

$$\varphi(x, r, \theta) = \varphi_2(\theta)x^2 + \varphi_1(\theta)r^2x + \varphi_0(\theta)r^4. \quad (3.4)$$

Подставляя (3.4) в систему (3.3), получим систему трех уравнений для функций  $\varphi_2(\theta)$ ,  $\varphi_1(\theta)$ ,  $\varphi_0(\theta)$ :

$$\begin{cases} \varphi_2'' = 0, \\ 4(\chi + 1)\varphi_2^2 + 8(b \cos 2\theta - a \sin 2\theta)\varphi_2' - 4\varphi_1 - \varphi_1'' = 0, \\ 2(\chi + 1)\varphi_1\varphi_2 + 4(b \cos 2\theta - a \sin 2\theta)\varphi_1' - 16\varphi_0 - \varphi_0'' + 8(a \cos 2\theta + b \sin 2\theta)\varphi_1 + \\ + 4(\chi - 1)(a^2 + b^2)\varphi_2 = G(\theta) \end{cases}$$

Учитывая условия непротекания  $\left( \frac{\partial f}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_1, \theta_2} = 0, \frac{\partial \varphi_k}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_1} = 0, \frac{\partial \varphi_k}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_2} = 0, k = 0, 1, 2 \right)$ , получим,

что  $\theta_2 - \theta_1 = \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{N}, \varphi_2 = const = C_1$ . Тогда  $\varphi_1 = C_1^2(1 + \chi) + C_2 \cos 2\theta$ , а функция  $\varphi_0$

определяется из уравнения:

$$\begin{aligned} \varphi_0'' + 16\varphi_0 &= 2(\chi + 1)C_1(C_1^2(1 + \chi) + C_2 \cos 2\theta) - 8C_2 \sin 2\theta(b \cos 2\theta - a \sin 2\theta) + \\ &+ 8(a \cos 2\theta + b \sin 2\theta)(C_1^2(1 + \chi) + C_2 \cos 2\theta) + 4(\chi - 1)(a^2 + b^2)C_1 - 8(a \cos 2\theta + b \sin 2\theta) \cdot \\ &\cdot (2ab \sin 4\theta + a^2 \cos 4\theta - b^2 \cos 4\theta) = H(\theta). \end{aligned}$$

**4.** Рассмотрим обтекание поверхности, мало отличающейся от цилиндра ( $r_0 = R$ ). В этом случае, предполагая поперечное обтекание поверхности безотрывным, положим  $\psi = V_\infty \cos \theta (r + R^2 r^{-1})$ . Тогда уравнение (1.3) примет вид

$$\begin{aligned} 2\varphi_{xt} + (\chi + 1)\varphi_x \varphi_{xx} + 2V_\infty \cos \theta \left( 1 - \frac{R^2}{r^2} \right) \varphi_{xr} - 2V_\infty \frac{\sin \theta}{r} \left( 1 + \frac{R^2}{r^2} \right) \varphi_{x\theta} - \Delta \varphi + \\ + \frac{\chi - 1}{2} V_\infty^2 \varphi_{xx} \left( 1 - 2 \frac{R^2}{r^2} \cos 2\theta + \frac{R^4}{r^4} \right) = -2 \left( \frac{R^2}{r^3} \right) V_\infty^3 \cos \theta \left( 1 - \frac{2R^2}{r^2} + \frac{R^4}{r^4} - 4 \sin^2 \theta \right) \end{aligned} \quad (4.1)$$

От правой части (обозначим ее  $\alpha(r, \theta)$ ) уравнения (4.1) можно освободиться, введя новую функцию  $\bar{\varphi} = \varphi + g(r, \theta)$ ,  $\Delta g = \alpha(r, \theta)$ . Тогда в стационарном случае получим уравнение для функции  $\bar{\varphi}$ :

$$\begin{aligned} (\chi + 1)\bar{\varphi}_x \bar{\varphi}_{xx} + 2V_\infty \cos \theta \left( 1 - \frac{R^2}{r^2} \right) \bar{\varphi}_{xr} - 2V_\infty \frac{\sin \theta}{r} \left( 1 + \frac{R^2}{r^2} \right) \bar{\varphi}_{x\theta} - \Delta \bar{\varphi} + \\ + \frac{\chi - 1}{2} V_\infty^2 \bar{\varphi}_{xx} \left( 1 - 2 \frac{R^2}{r^2} \cos 2\theta + \frac{R^4}{r^4} \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

Уравнение (4.2) имеет решение вида (2.2), где  $\varphi_k$  зависят от  $r, \theta$ , при этом можно положить  $\varphi_3 = g(\theta)r^{-2}$  (в частности,  $g = 0$  или  $g = 1/(3(\chi + 1)\cos^2 \theta)$ ). Для течения вдали от тела ( $r \rightarrow \infty$ ) решение уравнения (4.2) можно искать в виде

$$\bar{\varphi} = r^\lambda f(\xi, \theta) + \dots, \quad \xi = xr^{-n}.$$

Так как при  $V_\infty = 0$  мы должны получить асимптотику, соответствующую классическому уравнению  $(\chi + 1)\varphi_x \varphi_{xx} - \Delta \varphi = 0$ , то можно, по-видимому, положить  $\lambda = 3n - 2$ . Отметим, что при формальном переходе в (4.1) при  $r \rightarrow \infty$  получим предельное уравнение

$$\begin{aligned} M(\varphi) \equiv 2\varphi_{xt} + (\chi + 1)\varphi_x \varphi_{xx} + 2V_\infty \cos \theta \varphi_{xr} - (2/r)V_\infty \sin \theta \varphi_{x\theta} - \Delta \varphi + \\ + ((\chi - 1)/2)V_\infty^2 \varphi_{xx} = -(2R^2/r^3)V_\infty^3 \cos \theta (1 - 4 \sin^2 \theta), \end{aligned} \quad (4.3)$$

которое в стационарном случае допускает точное решение

$$\varphi = rf(\xi, \theta) + g(\theta)r^{-1}, \quad \xi = x/r, \quad g(\theta) = -R^2 V_\infty^3 \sin^2 \theta \cos \theta.$$

При  $R \ll 1$  приближенное решение уравнения (4.1) в стационарном случае можно искать в виде

$$\varphi = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{\varphi}_n(x, r, \theta) R^{2n}.$$

Тогда для  $\tilde{\varphi}_0$  получим уравнение (4.3) в стационарном случае и без правой части

$\left( M(\tilde{\varphi}_0) = 0 \right)$ , которое имеет решение вида (2.2), где  $\varphi_n$  не зависят от  $t$ , а также решение

$\tilde{\varphi}_0 = rf(\xi, \eta) + g(r, \theta)$ ,  $\xi = x/r$ ,  $\eta = \theta + \alpha \ln r$ ,  $\Delta g = 0$ . При  $V_\infty \ll 1$  решение (4.1) можно искать в виде

$$\varphi = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{\varphi}_n(x, r, \theta) V_\infty^n.$$

В этом случае для  $\tilde{\varphi}_0$  будем иметь известное трансзвуковое уравнение

$$(\chi + 1)\tilde{\varphi}_{0x} - \tilde{\varphi}_{0xx} - \Delta \tilde{\varphi}_0 = 0.$$

В случае отрывного обтекания, предполагая, что с поверхности цилиндра сходят две вихревые прямолинейные пелены бесконечной длины с постоянными и противоположными по знаку интенсивностями  $\Gamma$ , выражение для  $\psi(r, \theta)$  можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \psi(r, \theta) = & V_\infty \cos \theta (r + R^2/r) + (\Gamma/2\pi) \int_0^\infty (\arctg((r \sin \theta - R)/(r \cos \theta - S)) - \\ & - \arctg((r \sin \theta + R)/(r \cos \theta - S))) dS + \\ & + (\Gamma/2\pi) \int_0^\infty (\arctg((r \sin \theta (S^2 + R^2) + R^3)/(r \cos \theta (S^2 + R^2) - SR^2)) - \\ & - \arctg((r \sin \theta (S^2 + R^2) - R^3)/(r \cos \theta (S^2 + R^2) - SR^2))) dS \end{aligned} \quad (4.4)$$

Точками схода вихрей являются точки  $r = R$ ,  $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$ . Для определения силового воздействия на обтекаемое тело согласно (1.8) необходимо знать  $\psi_\theta(R, \theta)$  ( $\psi_r(R, \theta) = 0$ ) по условию непротекания (1.6), которому функция (4.4) удовлетворяет. Определяя  $\psi_\theta$  из (4.4) дифференцированием по  $\theta$  и проводя затем интегрирование по  $S$ , получим

$$\begin{aligned} \psi_\theta(R, \theta) = & -(\Gamma + 2V_\infty)R \sin \theta + (\Gamma R/2\pi) (\cos \theta \ln|(1 - \sin \theta)/(1 + \sin \theta)| - \\ & - 2 \sin \theta (\arctg(\cos \theta/(1 - \sin \theta))) + \arctg(\cos \theta/(1 + \sin \theta))) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Вклад в выражение для  $C_0 = -\int_0^{2\pi} P \cos \theta d\theta$ , соответствующий (4.4), согласно (1.8), (4.5)

определяется формулой ( $V_\infty = R = 1$ ):

$$\int_0^{2\pi} \psi_\theta^2 \cos \theta d\theta = 2\Gamma^2 + 4\Gamma, \quad \Gamma < -2.$$

**Замечание.** Для уравнения (1.3) можно построить также некоторые другие решения, в том числе параметрические [2-4]. Для этого уравнение (1.3) следует записать в виде системы уравнений для функций  $u = \varphi_x$ ,  $v = \varphi_r$ ,  $w = \frac{1}{r} \varphi_\theta$ . В частности, это несложно сделать для плоских и осесимметричных (как стационарных, так и нестационарных) течений.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Вельмисов П.А., Фалькович С.В. К теории околосзвуковых течений вязкого газа // Журнал «Известия вузов. Математика», 1974, №5, с.52-61.
2. Vel'misov, P.A. Some classes of the solutions of aerohydrodynamic equations // P.A.Velmisov, M.D.Todorov, J.A.Kazakova. – Applications of Mathematics in Engineering and Economics. – Soft trade, Sofia, Bulgaria, 2008, p.427-441.

3. Вельмисов П.А., Казакова Ю.А. О параметрических решениях дифференциальных уравнений с частными производными; приложения в трансзвуковой газовой динамике. // Журнал СВМО. 2010. №4, Саранск, с.24-30.
  4. Казакова Ю.А. О некоторых классах решений уравнений аэрогидромеханики // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Серия Физ. -мат.науки, №2(23), (2011), с.289-294.
- 

## НОВАЯ ПЕРСПЕКТИВНАЯ ВЕРСИЯ ВЕТРОТУРБИНЫ ДАРЬЕ

Ершина А.К., Копенбаева А.С.

*Казахский государственный женский педагогический университет*

Ainakul Yershina, Amankul Kopenbayeva

*Kazakh State Women's Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan, ainakul82@mail.ru, akon\_8080@mail.ru*

### АННОТАЦИЯ

В настоящем докладе излагается описание конструкций предлагаемой новой версии ветротурбины Дарье с высокими технико-экономическими показателями как в случае Н-ротора, так и системы тропоскино. При конструкции Н-ротор требуется фиксатор поддерживающий махи в строго определенном положении. В случае тропоскино (полупромышленный образец) валы могут вращаться в противоположных направлениях, что обеспечивает автономность вращения двух пар рабочих лопастей без фиксатора.

Приводятся результаты испытания действующей лабораторной модели в аэродинамической трубе и полупромышленного аппарата в натуральных условиях.

Эта оригинальная перспективная версия ветротурбины Дарье с высоким технико-экономическими показателями разработан и создан авторами данного доклада.

Доклад иллюстрируется видеофильмами.

### ABSTRACT

The present report presents a description of the proposed construction of a new version of the wind turbine Darrieus with high technical and economic parameters as in the case of H- rotor system and troposkino . When H- rotor design requires clip supports mahi in a precise position . If troposkino ( A pilot sample) shafts can rotate in opposite directions, which provides for self-rotation of the two pairs of blades working without locking .

The results of the current test laboratory model in the wind tunnel and semi- natural conditions in the unit .

This original version of the prospective wind turbine Darrieus with high technical and economic indicators are designed and developed by the authors of this report.

Report illustrated video.

Существует большое разнообразие конструкций ветровых турбин, но по принципу работы их можно разбить на три основных типа – **парусные - Савониус, пропеллерные и крыловые - Дарье**. В настоящее время наибольшее распространение получили ветровые турбины пропеллерного типа. Они хорошо освоены производством и выпускаются во многих странах. При всех прочих равных условиях мощность, вырабатываемая ветроэнергетическими установками, пропорциональна ометаемой ветроколесом площади. Поэтому мегаваттные пропеллерные ветровые турбины имеют лопасти длиной 40 и более

метров. Изготовить такие длинные специфической аэродинамической формы лопасти под силу лишь авиационному заводу с квалифицированным инженерно-техническим персоналом и соответствующим оборудованием.

В последнее время интерес появился к ветровым турбинам крылового типа Дарье [1, 2].

Перечислим ее преимущества: 1) вследствие вертикально-осевого вращения турбины направление ветра не играет роли; 2) электрогенератор и другое оборудование расположены на уровне земли, что облегчает конструкцию машины большой мощности, техническое обслуживание и ремонт; 3) имеет достаточно высокий коэффициент использования энергии ветра ( $\xi=0,45$ ). По своим технико-экономическим показателям эти агрегаты не только не уступают пропеллерным (см. рис. 1), но и позволяет наращивать установленную мощность. 4) относительная бесшумность ветротурбины Дарье, вследствие безотрывного обтекания рабочих лопастей и махов ветровым потоком, так как здесь используются симметричные профили NASA. Создается благоприятное условие для окружающей среды.

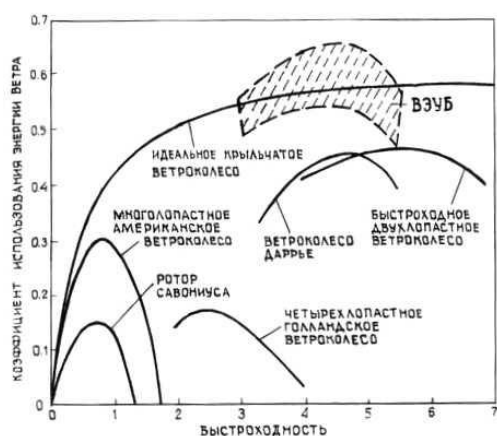


Рисунок 1. Зависимости коэффициента использования энергии ветра  $\xi$  для различных типов и конструкций ветровых турбин от степени их быстроходности  $\chi$

Показано, что при вращении турбины максимальный угол атаки не превышает  $12^\circ$ . Поэтому происходит безотрывное обтекание рабочих лопастей (см. рис. 2), вследствие чего резко снижается шум при работе ветроагрегата.

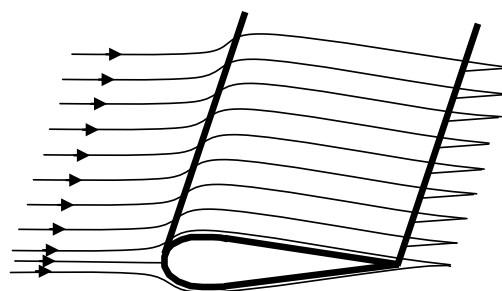


Рисунок 2. Схема безотрывного обтекания крылового профиля

Конструктивно они более простые в изготовлении и имеют достаточно высокий коэффициент извлечения энергии ветра ( $\xi = 0,45$ ). Несмотря на то, что это неплохой показатель эффективности работы ветроэнергетических устройств, авторы разработали новую версию ветровой турбины, которая позволяет увеличить эффективное значение этого коэффициента примерно в 1,5 раза.

Отличительной особенностью предлагаемого устройства является использование в конструкции принципа автономности работы коаксиальных валов, связанных с турбиной и передающих энергию ветра двум различным электрическим генераторам. Получаемая энергия суммируются.

Таким образом, речь идет о создании ветротурбины карусельного типа высокой удельной мощности по сравнению со всеми известными. Техническим результатом является повышенное извлечение энергии из ветрового потока при одной и той же величине ометаемой лопастями турбины площади.

Предлагаемое устройство состоит из двух коаксиально расположенных валов, с которыми тем или иным способом (см. ниже) связаны рабочие лопасти. Вращение турбины происходит за счет действия подъемных сил на рабочих лопастях, которые располагаются равномерно по кругу радиуса  $r_0$  относительно вертикальной оси вращения. Также как и у известной турбины Дарье, рабочие лопасти могут быть связаны с валом вращения с помощью махов или способом тропоскино. Отличительной особенностью устройства Би-Дарье является

использование в конструкции принципа автономности работы валов, связанных с турбиной и передающих энергию ветра электрическим генераторам.

На рис. 3 - 5 показаны принципиальные конструктивные схемы ветротурбины Би-Дарье. На первом из них – вариант с прямыми рабочими лопастями (1) Н – образного ротора. Каждый из двух коаксиально расположенных валов (4) с помощью махов (2) связаны со своей симметрично расположенной парой лопастей (1), которые при вращении создают момент сил, автономно действующий на “собственный” вал. В этом варианте оба вала должны вращаться в одну сторону с одинаковой угловой скоростью. Разработано специальное корректирующее устройство, поддерживающее угол  $\alpha = 90^\circ$  при работе Би-Дарье. На втором рисунке схема работы ВЭУ Би-Дарье такая же, что и в первом случае, но лопасти в виде тропоскино. Наконец, на третьем рисунке - конструкция, допускающая вращение валов в разные стороны. Устойчивость работы ветротурбины достигается симметричным расположением лопастей.

Ветротурбина Би-Дарье работает аналогично обычному Дарье, но с более высоким значением эффективного коэффициента использования энергии ветра. Это объясняется неодинаковостью момента сил, действующего на лопасть при обходе ею наветренной и подветренной сторон воздушного потока.

Как известно, мощность  $N_b$ , передаваемая ветроколесу двигателя Дарье с прямыми рабочими лопастями, пропорциональна ометаемой площади  $F$ , кинетической энергии ветра  $\rho \frac{U^3}{2}$  и коэффициенту использования этой энергии  $\xi$ . Величина  $\xi$  зависит от быстроходности ротора  $\chi = W/U$ , где  $W$  - линейная скорость вращения лопастей ротора,  $U$  – скорость ветра. Таким образом, удельная мощность, снимаемая с единицы ометаемой площади, выражается формулой:

$$\bar{N}_b = \xi F \rho \frac{U^3}{2} \quad (1)$$

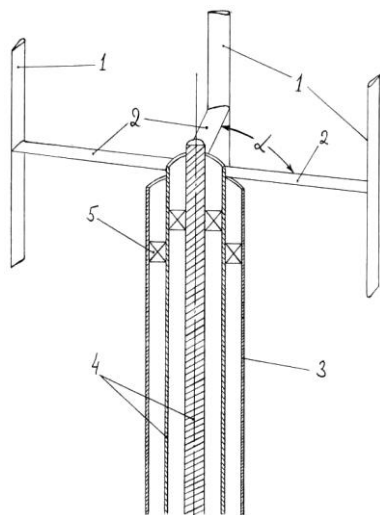


Рисунок 3. Принципиальная схема Би-Дарье с прямыми лопастями (одностороннее



Рисунок 6. Действующая лабораторная модель турбины Би-Дарье

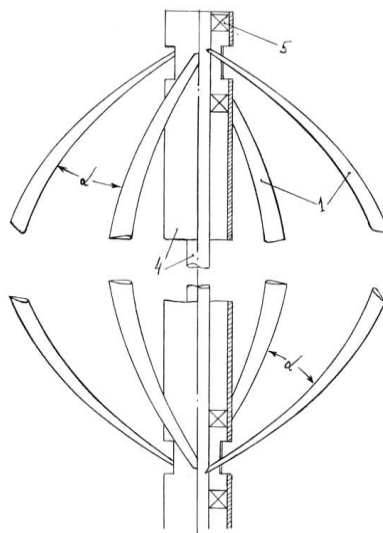


Рисунок 4. Принципиальная схема Би-Дарье системы поскино (одностороннее вращение). Обозначения те же что и на рис. 3 ( $\alpha = 90^\circ$ )

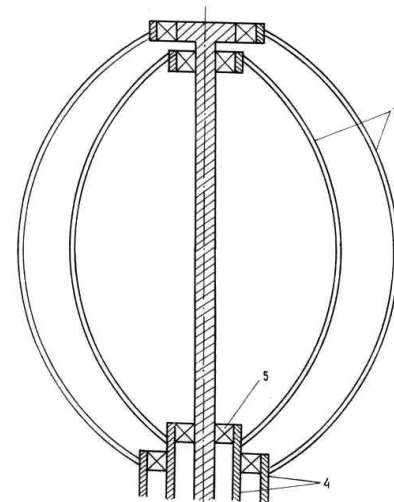


Рисунок 5. Принципиальная схема конструкции ветротурбины Би-Дарье с лопастями тропоскино (вращение валов в разные стороны). Обозначения те же, что и на рис. 3

В [3] аналитически было показано, что каждый генератор преобразует по 38% мощности в

электричество, что в сумме составит 76% против 45% у Дарье.

Для проверки теоретических результатов был проведен специальный эксперимент. Научно-исследовательским институтом “Гидроприбор” была спроектирована и изготовлена действующая лабораторная модель ветротурбины карусельного типа, могущая работать в режиме Дарье и Би-Дарье. На аэродинамической трубе этого института были проведены 4 серии испытаний в обоих режимах, в результате которых установлено, что суммарный коэффициент использования энергии ветра у Би-Дарье на 40% выше, чем у Дарье [4,5] (см. заштрихованную область на рис. 1).

Действующая модель имела следующие размеры: общая высота 785мм; размах, на котором расположены четыре рабочие лопасти, 800 мм.

Рабочие лопасти и махи были выполнены в виде симметричного профиля NASA-0021. Хорда лопастей и махов одинаковая и равна 32 мм, длина рабочих лопастей – 550 мм, длина махов – 400 мм. Каждая пара лопастей была соединена взаимно перпендикулярными махами. Таким образом, четыре лопасти отстояли друг от друга на 90°. Фотография самой модели ветротурбины Дарье приведена на рис. 6.

Затем была построена полнотражная машина мощностью 7 кВт при скорости ветра 7-8 м/с (см. рис. 7). На рис. 8 приведена фотография трехлопастного ветроагрегата Дарье (10 кВт) в городе Щучинск.



Рисунок 7. Би-Дарье (7 кВт) с противоположным вращением валов (г. Уральск).



Рисунок 8. Трехлопастное Дарье (г. Щучинск).

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Ветроэнергетика. Под ред. Д. Де Рензо. М.: Энергоатомиздат. 1982.- 272 с.
- 2 Турян К. Д., Стрикленд Дж. Х., Берг Д. Э. Мощность ветроэлектрических агрегатов с вертикальной осью вращения. //Аэрокосмическая техника. 1988, № 8. - С. 105 - 121.
- 3 Ершина А.К. Задачи от эффективности работы новой версии ветротурбины карусельного типа. Наука в ВУЗах: математика, физика, информатика. Тезисы докладов Международной научно-практической конференции. Москва. 23-27 марта 2009.
- 4 Ершина А. К., Ершин Ш. А., Жапбасбаев У. К. Основы теории ветровые турбины Дарье. - Алматы, 2001. - 104 с.
- 5 Ершина А. К., Ершин Ш. А., Гуль В. И., Тулепбергенов А. К. Экспериментальное исследование полей течения стационарного воздушного потока при работе четырехлопастной турбины "Дарье". // Известия МН-АН РК, серия физико-математическая – 2000. № 3 (211). - С. 72-78.
- 6 Yershina A.K., Yershin Sh. A., Manatbayev R.K. Determination of the Aerodynamic Characteristics of Darrieus Wind Turbine System of Troposkino. World Applied Sciences Journal (WASJ): Volume 24 Number 8, 2013. – pp. 94-103.
- 7 Yershina A.K., Yershin Ch.Sh. Progressive innovations in applying of wind energy. Journal of International Scientific Publications: Materials, Methods & Technologies. Vol. 7, Part 3. 2013, European Union. –pp. 4 — 12.

# Potential types branching systems in dynamic bifurcation

Boris V. Loginov, Yuri B. Rousak, Luiza R. Kim-Tyan  
Ulyanovsk Technical University

Department of Social Services, Canberra, Australia

NITU MISIS, Moscow

panbobl@yandex.ru, irousak@gmail.com, kim-tyan@yandex.ru

## Abstract

For the differential equation  $F(p, x, \varepsilon) = 0, p = \frac{dx}{dt}, F(0, x_0, \varepsilon) \equiv 0$  (nonresolved under derivative) the problem about periodical solutions at Poincaré-Andronov-Hopf bifurcation is considered. With the aid of V.A.Trenogin technique of operators symmetrizability the sufficient conditions of branching systems ( bifurcating equation (BEq) and bifurcating equation in the root subspaces (BEqR)) are established, allowing similarly to [1] to prove the theorem about their reduction together with the criterium of the existence of Andronov-Hopf bifurcation on the base Morse-Conley index theory.

**Key words:** dynamic bifurcation; Lyapunov-Schmidt method

**2000 AMS subject classifications:** 37G15, 58E09.

**1. Statement of the problem.** In real Banach spaces  $E_1$  and  $E_2$  the general problem of dynamic branching

$$\begin{aligned} F(p, x, \varepsilon) = 0, p = \frac{dx}{dt}, F(0, x_0, \varepsilon) \equiv 0, F'_p(0, x_0, 0) = A_{x_0} = A, \\ F'_x(0, x_0, 0) = -B_{x_0} = -B, F'_p(0, x_0, \varepsilon) = A + A_{x_0}(\varepsilon) = A(\varepsilon), \\ F'_x(0, x_0, \varepsilon) = -B_0 + B_{x_0}(\varepsilon), \overline{D}_{B_0} = E_1, D_{B_0} \subset D(A(\varepsilon)) \end{aligned} \quad (1)$$

is considered, where  $A_{x_0}$  and  $B_{x_0}$  are Fredholmian operators. For the simplicity of presentation the more simple case is studied [1] when the  $A$ -spectrum  $\sigma_A(B)$  of operator  $B$  is splitting in two parts:  $\sigma_A^-(B)$  lying strictly in the



left half plane and  $\sigma_A^0(B)$  consisting of unique  $2n$ -multiple eigenvalue  $\pm i\alpha$  with relevant eigenlements and generalized Jordan chains of the lengths  $p_j$  ( $GJCh \equiv A - JCh$ )  $u_j^{(k)} = u_{1j}^{(k)} + iu_{2j}^{(k)}$ ,  $k = \overline{1, p_j}$ ,  $j = \overline{1, n}$  and eigenlements GJChs of adjoint operators  $v_j^{(k)} = v_{1j}^{(k)} + iv_{2j}^{(k)}$ . It means  $(B - i\alpha A)u_j^{(1)} = 0$ ,  $k = 1$ ;  $(B - i\alpha A)u_j^{(k)} = Au_j^{(k-1)}$ ,  $k > 1$ ;  $(B + i\alpha A)\bar{u}_j^{(1)} = 0$ ,  $k = 1$ ;  $(B + i\alpha A)\bar{u}_j^{(k)} = -A\bar{u}_j^{(k-1)}$ ,  $k > 1$ ;  $(B^* + i\alpha A^*)v_j^{(k)} = 0$ ,  $k = 1$ ;  $(B^* + i\alpha A^*)v_j^{(k)} = -A^*v_j^{(k-1)}$ ,  $k > 1$ ;  $(B^* - i\alpha A^*)\bar{v}_j^{(k)} = 0$ ,  $k = 1$ ;  $(B^* - i\alpha A^*)\bar{v}_j^{(k)} = A^*\bar{v}_j^{(k-1)}$ ,  $k > 1$ , where by virtue of GJChs biorthogonality lemma [2]  $\langle Au_j^{(k)}, v_s^{(p_s+1-\sigma)} \rangle = \delta_{js}\delta_{k\sigma}$ . The introduction of H. Poincaré substitution [3-5]  $t = \frac{\tau}{\alpha + \mu}$ ,  $x(t) = y(\tau)$ , ( $\mu = \mu(\varepsilon)$  is the unknown small addition to the oscillations frequency) reduces the problem of  $\frac{2\pi}{\alpha + \mu}$ -periodic solutions of the equation

$$A_{x_0} \frac{dx}{dt} = B_{x_0}(x - x_0) - R(x_0, \frac{dx}{dt}, x - x_0, \varepsilon) \quad (2)$$

$R(x_0, p, x - x_0, \varepsilon) = F(p, x, \varepsilon) - A_{x_0}p + B_{x_0}(x - x_0)$ ,  $p = \frac{dx}{dt} = \frac{d(x-x_0)}{dt}$ , to the determination of  $2\pi$ -periodic solutions of the equation

$$\begin{aligned} \mathfrak{B}_{x_0}y &= \mu \mathcal{C}y + (\alpha + \mu)A_{x_0}(\varepsilon) \frac{dy}{d\tau} + B_{x_0}(\varepsilon)y + R(x_0, (\alpha + \mu) \frac{dy}{d\tau}, y, \varepsilon) = \\ &= \mu \mathcal{C}y + \mathfrak{R}(x_0, \frac{dy}{d\tau}, y, \mu, \varepsilon), \mathfrak{B}_{x_0}y = (\mathfrak{B}_0y)(\tau) \equiv B_0y(\tau) - \alpha A_0 \frac{dy}{d\tau}, (\mathcal{C}y)(\tau) \equiv \\ &\equiv A_0 \frac{dy}{d\tau}, \mathcal{N}(\mathfrak{B}) = span \left\{ \varphi_j^{(1)} = \varphi_j = \varphi_j(\tau) = u_j e^{i\tau}; \bar{\varphi}_j \right\}_1^n, \mathcal{N}(\mathfrak{B}^*) = span \left\{ \psi_j^{(1)} \right. \\ &= \psi_j = \psi_j(\tau) = v_j e^{i\tau}; \bar{\psi}_{j1}^n, \varphi_j^{(k)} = u_j^{(k)} e^{i\tau}, \bar{\varphi}_j^{(k)} = \bar{u}_j^{(k)} e^{-i\tau}, \psi_j^{(k)} = v_j^{(k)} e^{i\tau}, \\ &\bar{\psi}_j^{(k)} = \bar{v}_j^{(k)} e^{-i\tau}, z_j^{(k)} = z_j^{(k)} e^{i\tau}, \gamma_s^{(l)} = \vartheta_s^{(l)} e^{i\tau}, k(l) = 1, p_j(p_s), j, s = \overline{1, n}, \\ &z_j^{(k)} = A_0 u_j^{(p_j+1-k)}, \vartheta_j^{(k)} = A_0^* v_j^{(p_j+1-k)}, k = \overline{1, p_j}, j = \overline{1, n} \end{aligned} \quad (3)$$

with the biorthogonality conditions  $\langle \langle \varphi_j^{(k)}, \gamma_s^{(l)} \rangle \rangle = \delta_{js}\delta_{kl}$ ,  $\langle \langle z_j^{(k)}, \psi_s^{(l)} \rangle \rangle = \delta_{js}\delta_{kl}$ ,  $k(l) = \overline{1, p_j(p_s)}$ ,  $j, s = \overline{1, n}$ , where Fredholmian operator  $(\mathfrak{B}y)(\tau)$  and the operators in (3) map the space  $Y$  of  $2\pi$ -periodic continuously differentiable functions  $\tau$  with values in  $\mathcal{E}_1 = E_1 \dot{+} iE_1$  in the space  $Z$  of  $2\pi$ -periodic continuous functions  $\tau$  with values in  $\mathcal{E}_2 = E_2 \dot{+} iE_2$ . The special type functionals  $\langle \langle y, f \rangle \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \langle y(\tau), f(\tau) \rangle d\tau$ ,  $y \in Y$ ,  $f \in Y^*$  ( $y \in Z$ ,  $f \in Z^*$ ), define the duality between  $Y$  (resp.  $Z$ ) and  $Y^*$  (resp.  $Z^*$ ) (where  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  represents the duality between  $\mathcal{E}_1$  and  $\mathcal{E}_1^*$ , ( $\mathcal{E}_2$  and  $\mathcal{E}_2^*$ )).

Consider now the Lyapounov-Schmidt BEqR construction [6,7]. The usage of the E.Schmidt regularizator [5]  $\tilde{\mathfrak{B}}_0 = \mathfrak{B}_0 + \sum[\langle\langle \cdot, \gamma_i^{(1)} \rangle\rangle z_i^{(1)} + \langle\langle \cdot, \bar{\gamma}_i^{(1)} \rangle\rangle \bar{z}_i^{(1)}]$ ,  $\tilde{\mathfrak{B}}_{x_0}^{-1} = \Gamma$  allows to rewrite the equation (3) in the form of the system  $\tilde{\mathfrak{B}}_0 = \mu\mathcal{C}y + \mathfrak{R}(x_0, y, \mu, \varepsilon) + \sum_{i=1}^n (\xi_{i1}\varphi_i^{(1)} + \bar{\xi}_{i1}\bar{z}_i^{(1)})$ ,  $\xi_{s\sigma} = \langle\langle y, \gamma_s^{(\sigma)} \rangle\rangle$ ,  $\bar{\xi}_{s\sigma} = \langle\langle y, \bar{\gamma}_s^{(\sigma)} \rangle\rangle$ ,  $\sigma = \overline{1, p_s}$ ,  $s = \overline{1, n}$  the unique solution of the first equation of which is sought in the form  $y = u + \xi \cdot \Phi + \bar{\xi} \cdot \bar{\Phi} = u + v(\xi, \bar{\xi}, \mu, \varepsilon)$ ,  $\xi = \xi(\mu(\varepsilon), \varepsilon)$ ,  $\bar{\xi} = \bar{\xi}(\mu(\varepsilon), \varepsilon)$ .

Then the first equation of the system gives

$$u = -(I - \mu\Gamma\mathcal{C})^{-1} \sum_{i=1}^n \sum_{s=2}^{p_i} (\xi_{ij}\varphi_i^{(j)} + \bar{\xi}_{ij}\bar{\varphi}_i^{(j)}) + \mu(I - \mu\Gamma\mathcal{C})^{-1}\Gamma\mathcal{C}(\xi \cdot \Phi + \bar{\xi} \cdot \bar{\Phi}) + \Gamma(I - \mu\mathcal{C}\Gamma)^{-1}\mathfrak{R}(x_0, (\alpha + \mu) \frac{d}{d\tau}[u(x_0) + v(x_0, \xi, \bar{\xi})], u(x_0) + v(x_0, \xi, \bar{\xi}), \mu, \varepsilon).$$

Taking into account the relations  $\mu\Gamma\mathcal{C}\varphi_i^{(1)} = i\mu\varphi_i^{(2)}$ ,  $\mu^2(\Gamma\mathcal{C})^2\varphi_i^{(1)} = (i\mu)^2\varphi_i^{(3)}$ , ...,  $\mu^{p_i-1}(\Gamma\mathcal{C})^{p_i-1}\varphi_i^{(1)} = (i\mu)^{p_i-1}\varphi_i^{(p_i)}$ ,  $\mu^{p_i}(\Gamma\mathcal{C})^{p_i}\varphi_i^{(1)} = (i\mu)^{p_i}\varphi_i^{(1)}$ , and generally,  $\mu^l(\Gamma\mathcal{C})^l\varphi_i^{(1)} = (i\mu)^l\varphi_i^{(l+1-\lfloor \frac{l+1}{p_i} \rfloor p_i)}$  according to the formulae  $\Gamma^*\gamma_s^{(1)} = \psi_s^{(1)}$ ,  $\Gamma^*\gamma_s^{(\sigma)} = \psi_s^{(p_s+2-\sigma)}$  [6,7] from the second equalities of the system E. Schmidt BEqR follows

$$\begin{aligned} \mathfrak{t}_{s1}(x_0, v(x_0, \mu, \varepsilon)) &\equiv -\langle\langle u, \gamma_s^{(1)} \rangle\rangle = -\frac{(i\mu)^{p_s}}{1-(i\mu)^{p_s}}\xi_{s1} - \\ &-\langle\langle (I - \mu\Gamma\mathcal{C})^{-1}\mathfrak{R}(\dots), \psi_s^{(1)}(x_0) \rangle\rangle = 0, \\ \mathfrak{t}_{s\sigma}(x_0, v(x_0, \mu, \varepsilon)) &\equiv -\langle\langle u, \gamma_s^{(\sigma)} \rangle\rangle = \xi_{s\sigma} - \frac{(i\mu)^{\sigma-1}}{1-(i\mu)^{p_s}}\xi_{s1} - \\ &-\langle\langle (I - \mu\Gamma\mathcal{C})^{-1}\mathfrak{R}(\dots), \psi_s^{(p_s+2-\sigma)}(x_0) \rangle\rangle = 0, \\ s &= \overline{1, n}, \sigma = \overline{1, p_s}. \end{aligned} \quad (4)$$

Analogously for the BEq construction, write the equation (3) in the form of the system  $\tilde{\mathfrak{B}}y = \mu\mathcal{C}y + \mathfrak{R}(x_0, y, \mu, \varepsilon) + \sum_{i=1}^n (\xi_{i1}z_i^{(1)} + \bar{\xi}_{i1}\bar{z}_i^{(1)})$ ,  $\xi_s = \langle\langle y, \gamma_s^{(1)} \rangle\rangle$ ,  $\bar{\xi}_s = \langle\langle y, \bar{\gamma}_s^{(1)} \rangle\rangle$ . The unique solution of the first equation  $y = \Gamma(\mu) + \Gamma\mathfrak{R}(x_0, y, \mu, \varepsilon) + \sum_{j=1}^n (\xi_j\varphi_j + \bar{\xi}_j\bar{\varphi}_j)$  find in the form  $y = \sum_{j=1}^n (\xi_j\varphi_j + \bar{\xi}_j\bar{\varphi}_j) + u(\xi, \bar{\xi}, \mu, \varepsilon)$ .

Then the second equalities at the usage of the relations  $\Gamma z_j^{(1)} = \varphi_j^{(1)}$ ,  $\Gamma \bar{z}_j^{(1)} = \bar{\varphi}_j^{(1)}$ ,  $\Gamma^*\gamma_j^{(1)} = \psi_j^{(1)}$ ,  $\Gamma^*\bar{\gamma}_j^{(1)} = \bar{\psi}_j^{(1)}$ ,  $Y = Y^{2n} \dot{+} Y^{\infty-2n}$ ,  $Z = Z_{2n} \dot{+} Z_{\infty-2n}$ ,  $Y^{2n} = \mathcal{N}(\mathfrak{B})$ ,  $Z_{2n} = \text{span}\{z_s, \bar{z}_s\}_{s=1}^n$ ,  $Y^{2n} = (P_n + \bar{P}_n)Y = \mathbf{P}_n Y$ ,  $P_n = \sum_{j=1}^n \langle\langle \cdot, \gamma_j \rangle\rangle \varphi_j$ ,  $\bar{P}_n = \sum_{j=1}^n \langle\langle \cdot, \bar{\gamma}_j^{(1)} \rangle\rangle \bar{\varphi}_j^{(1)}$ ,  $Z_{2n} = (Q_n + \bar{Q}_n) = \mathbf{Q}_n Z$ ,  $Q_n =$

$\sum_{j=1}^n \langle \langle \cdot, \psi_j^{(1)} \rangle \rangle z_j^{(1)}, \bar{Q}_n = \sum_{j=1}^n \langle \langle \cdot, \bar{\psi}_j^{(1)} \rangle \rangle \bar{z}_j^{(1)}$  give E. Schmidt BEq

$$\begin{aligned} t_{s1}(\xi, \bar{\xi}, \mu, \varepsilon) &\equiv -\langle \langle u, \gamma_s^{(1)} \rangle \rangle = -\frac{(i\mu)^{ps}}{1-(i\mu)^{ps}} \xi_{s1} - \\ &-\langle \langle (I - \mu\Gamma C)^{-1} \mathfrak{R}(x_0, y, \mu, \varepsilon), \psi_s^{(1)}(x_0) \rangle \rangle = 0, \\ t_{s\sigma}(\xi, \bar{\xi}, \mu, \varepsilon) &\equiv -\langle \langle u, \gamma_s^{(\sigma)} \rangle \rangle = \xi_{s\sigma} - \frac{(i\mu)^{\sigma-1}}{1-(i\mu)^{ps}} \xi_{s1} - \\ &-\langle \langle (I - \mu\Gamma C)^{-1} \mathfrak{R}(x_0, y, \mu, \varepsilon), \psi_s^{(p_s+2-\sigma)}(x_0) \rangle \rangle = 0, \sigma = \overline{2, p_s}, s = \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (5)$$

In this article with the aid of V.A.Trenogin technique of symmetrizability operators in Banach spaces [8,9] the sufficient potentiality of the type  $A$  and  $B$  conditions for BEq and BEqR are established, allowing similarly to [1] to prove the theorem about their reduction together with the criterium of the existence of Andronov-Hopf bifurcation on the base Morse-Conley index theory [9,10].

This work are supported by The Federal target program "Scientific and Scientific-pedagogical personnel of innovative Russia" (Agreement 14.37.21.0373).

## 2. Conditions of BEq and BEqR potentiality types $A(B)$ .

**Definition 1.**[11] The BEq (5)  $t(\xi, \bar{\xi}, \mu, \varepsilon) = 0$ ,  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$  (BEqR  $\mathbf{t}(\xi, \bar{\xi}, \mu, \varepsilon) = 0$ ,  $\xi = (\xi_{11}, \xi_{12}, \xi_{1p_1}, \dots, \xi_{n1}, \xi_{n2}, \dots, \xi_{np_n})$ ) for dynamic branching problem of branching theory is called BEq of potential type  $A$  or BEq of potential type  $B$  if  $t(\xi, \bar{\xi}, \mu, \varepsilon) = d \cdot \text{grad}_{\xi, \bar{\xi}} U(\xi, \bar{\xi}, \mu, \varepsilon) \sim (t_1, \bar{t}_1, \dots, t_n, \bar{t}_n)^T =$

$$\begin{aligned} &= d \cdot \left( \frac{\partial U}{\partial \bar{\xi}_1}, \frac{\partial U}{\partial \xi_1}, \dots, \frac{\partial U}{\partial \bar{\xi}_n}, \frac{\partial U}{\partial \xi_n} \right) \text{ or } t(\xi, \bar{\xi}, \mu, \varepsilon) = \text{grad}_{\xi, \bar{\xi}} U(\xi, \bar{\xi}, \mu, \varepsilon) \cdot d \sim \\ &\sim (t_1, \bar{t}_1, \dots, t_n, \bar{t}_n) = \left( \frac{\partial U}{\partial \bar{\xi}_1}, \frac{\partial U}{\partial \xi_1}, \dots, \frac{\partial U}{\partial \bar{\xi}_n}, \frac{\partial U}{\partial \xi_n} \right) \cdot d \text{ with an invertible matrix} \\ &d \text{ (respectively } \mathbf{t}(\xi, \bar{\xi}, \mu, \varepsilon) = d \cdot \text{grad}_{\xi, \bar{\xi}} U(\xi, \bar{\xi}, \mu, \varepsilon) \sim \\ &\sim (t_{11}, \bar{t}_{11}, \dots, t_{1p_1}, \bar{t}_{1p_1}, \dots, t_{n1}, \bar{t}_{n1}, \dots, t_{np_n}, \bar{t}_{np_n})^T = \\ &= d \cdot \left( \frac{\partial U}{\partial \bar{\xi}_{11}}, \frac{\partial U}{\partial \xi_{11}}, \dots, \frac{\partial U}{\partial \bar{\xi}_{1p_1}}, \frac{\partial U}{\partial \xi_{1p_1}}, \dots, \frac{\partial U}{\partial \bar{\xi}_{n1}}, \frac{\partial U}{\partial \xi_{n1}}, \dots, \frac{\partial U}{\partial \bar{\xi}_{np_n}}, \frac{\partial U}{\partial \xi_{np_n}} \right) \text{ or} \\ &\mathbf{t}(\xi, \bar{\xi}, \mu, \varepsilon) = \text{grad}_{\xi, \bar{\xi}} U(\xi, \bar{\xi}, \mu, \varepsilon) \cdot d \sim \\ &\sim (t_{11}, \bar{t}_{11}, \dots, t_{1p_1}, \bar{t}_{1p_1}, \dots, t_{n1}, \bar{t}_{n1}, \dots, t_{np_n}, \bar{t}_{np_n}) = \\ &= \left( \frac{\partial U}{\partial \bar{\xi}_{11}}, \frac{\partial U}{\partial \xi_{11}}, \dots, \frac{\partial U}{\partial \bar{\xi}_{1p_1}}, \frac{\partial U}{\partial \xi_{1p_1}}, \dots, \frac{\partial U}{\partial \bar{\xi}_{n1}}, \frac{\partial U}{\partial \xi_{n1}}, \dots, \frac{\partial U}{\partial \bar{\xi}_{np_n}}, \frac{\partial U}{\partial \xi_{np_n}} \right) \cdot d). \end{aligned}$$

Note here that potentiality conditions for BEq and BEqR of potentiality type  $A(B)$  in stationary branching are obtained and proved in [11] and respectively in our communication to Int.Conf. [12].

In the development of the article [1] results here similarly to n.2 and n.4 of [1] sufficient potentiality conditions are established for BEq (5) and BEqR (4) would be of potential type  $A(B)$ . Since the notions of the operators symmetrizability [8, 9] here are introduced for the equation (3) in the spaces  $Y, Z$ , elements of which are complex-valued functions in the notion of matrices symmetricity the complex conjugation must be used as this is accepted in [1]. As there it is used for the proofs of operators  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathcal{C}$  and  $\mathfrak{R}_y$  symmetrizability. The finite-dimensional symmetrizers  $J_n = \sum_{j=1}^n (\langle\langle \cdot, \psi_j \rangle\rangle \gamma_j + \langle\langle \cdot, \bar{\psi}_j \rangle\rangle \bar{\gamma}_j)$  for

BEq and  $J_n = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{p_j} [\langle\langle \cdot, \psi_j^{(k)} \rangle\rangle \gamma_j^{(k)} + \langle\langle \cdot, \bar{\psi}_j^{(k)} \rangle\rangle \bar{\gamma}_j^{(k)}]$  for BEqR are used.

**2.1 Potentiality conditions for BEq of types A and B.** For the BEq (5) would be of potential type  $A(B)$  it is sufficient the symmetricity of the matrices  $[\frac{\partial(d^{-1} \cdot t)}{\partial \xi \partial \bar{\xi}}], [\frac{\partial(t \cdot d^{-1})}{\partial \xi \partial \bar{\xi}}]$ , i.e.

$$\begin{aligned} \sum_{s=1}^n \left( d_{2p-1,2s-1} \frac{\partial t_s}{\partial \xi_q} + d_{2p-1,2s} \frac{\partial \bar{t}_s}{\partial \xi_q} \right) &= \overline{\sum_{s=1}^n \left( d_{2q-1,2s-1} \frac{\partial t_s}{\partial \xi_p} + d_{2q-1,2s} \frac{\partial \bar{t}_s}{\partial \xi_p} \right)}, \\ \sum_{s=1}^n \left( d_{2p,2s-1} \frac{\partial t_s}{\partial \bar{\xi}_q} + d_{2p,2s} \frac{\partial \bar{t}_s}{\partial \bar{\xi}_q} \right) &= \sum_{s=1}^n \left( d_{2q,2s-1} \frac{\partial t_s}{\partial \bar{\xi}_p} + d_{2q,2s} \frac{\partial \bar{t}_s}{\partial \bar{\xi}_p} \right), \\ \sum_{s=1}^n \left( d_{2p-1,2s-1} \frac{\partial t_s}{\partial \bar{\xi}_q} + d_{2p-1,2s} \frac{\partial \bar{t}_s}{\partial \bar{\xi}_q} \right) &= \sum_{s=1}^n \left( d_{2q,2s-1} \frac{\partial t_s}{\partial \xi_p} + d_{2q,2s} \frac{\partial \bar{t}_s}{\partial \xi_p} \right), \end{aligned}$$

for the type  $A$  and

$$\begin{aligned} \sum_{s=1}^n \left( \frac{\partial t_s}{\partial \xi_q} d_{2s-1,2p-1} + \frac{\partial \bar{t}_s}{\partial \xi_q} d_{2s,2p-1} \right) &= \sum_{s=1}^n \overline{\left( \frac{\partial t_s}{\partial \xi_p} d_{2s-1,2q-1} + \frac{\partial \bar{t}_s}{\partial \xi_p} d_{2s,2q-1} \right)}, \\ \sum_{s=1}^n \left( \frac{\partial t_s}{\partial \bar{\xi}_q} d_{2s-1,2p} + \frac{\partial \bar{t}_s}{\partial \bar{\xi}_q} d_{2s,2p} \right) &= \sum_{s=1}^n \left( \frac{\partial t_s}{\partial \bar{\xi}_p} d_{2s-1,2q} + \frac{\partial \bar{t}_s}{\partial \bar{\xi}_p} d_{2s,2q} \right), \\ \sum_{s=1}^n \left( \frac{\partial t_s}{\partial \bar{\xi}_q} d_{2s-1,2p-1} + \frac{\partial \bar{t}_s}{\partial \bar{\xi}_q} d_{2s,2p-1} \right) &= \sum_{s=1}^n \left( \frac{\partial t_s}{\partial \xi_p} d_{2s-1,2q} + \frac{\partial \bar{t}_s}{\partial \xi_p} d_{2s,2q} \right) \end{aligned}$$

The proof follows from the definition 1 at the usage of designation  $d^{-1} = \left( \begin{array}{cc} d_{2k-1,2s-1} & d_{2k-1,2s} \\ d_{2k,2s-1} & d_{2k,2s} \end{array} \right)_{k,s=1,\overline{n}}$ . The finding of solutions to (3) in the form

$y = \sum_{j=1}^n (\xi_j \varphi_j + \bar{\xi}_j \bar{\varphi}_j) + u(\xi, \bar{\xi}, \mu, \varepsilon)$  with the subsequent differentiation leads to relations

$$\frac{\partial y}{\partial \xi_s} = [\mu \Gamma \mathcal{C} + \Gamma \mathfrak{R}_y] \frac{\partial y}{\partial \xi_s} + \varphi_s \Rightarrow \frac{\partial y}{\partial \xi_s} = [I - \Gamma(\mu \mathcal{C} + \mathfrak{R}_y)]^{-1} \varphi_s,$$

$$\frac{\partial y}{\partial \xi_s} = \varphi_s + \frac{\partial u}{\partial \xi_s} \Rightarrow \varphi_s + \frac{\partial u}{\partial \xi_s} = \varphi_s + \Gamma(\mu \mathcal{C} + \mathfrak{R}_y) [I - \Gamma(\mu \mathcal{C} + \mathfrak{R}_y)]^{-1} \varphi_s \Rightarrow$$

$$\frac{\partial t_s}{\partial \xi_q} = -\langle \langle \frac{\partial u}{\partial \xi_q}, \gamma_s^{(1)} \rangle \rangle = -\langle \langle (\mu \mathcal{C} + \mathfrak{R}_y) [I - \Gamma(\mu \mathcal{C} + \mathfrak{R}_y)]^{-1} \varphi_q, \psi_s \rangle \rangle$$

and analogously  $\frac{\partial \bar{t}_s}{\partial \xi_q} = -\langle \langle (\mu \mathcal{C} + \mathfrak{R}_y) [I - \Gamma(\mu \mathcal{C} + \mathfrak{R}_y)]^{-1} \varphi_q, \bar{\psi}_s \rangle \rangle$ ,  $\frac{\partial t_s}{\partial \xi_q} = -\langle \langle (\mu \mathcal{C} + \mathfrak{R}_y) [I - \Gamma(\mu \mathcal{C} + \mathfrak{R}_y)]^{-1} \bar{\varphi}_q, \psi_s \rangle \rangle$ ,  $\frac{\partial \bar{t}_s}{\partial \xi_q} = -\langle \langle (\mu \mathcal{C} + \mathfrak{R}_y) [I - \Gamma(\mu \mathcal{C} + \mathfrak{R}_y)]^{-1} \bar{\varphi}_q, \bar{\psi}_s \rangle \rangle$ .

When  $d = I$  the usual potentiality conditions for BEq from [8] follow:  $\frac{\partial t_k}{\partial \xi_s} = \frac{\partial \bar{t}_s}{\partial \xi_q}$ ,  $\frac{\partial t_k}{\partial \xi_s} = \frac{\partial \bar{t}_s}{\partial \xi_q}$  and  $\frac{\partial t_k}{\partial \xi_s} = \frac{\partial \bar{t}_s}{\partial \xi_q}$ ,  $k, s = \overline{1, n}$ .

**Lemma 1** [9]. Let the operator  $\mathcal{B} : Y \supset D_{\mathcal{B}} \rightarrow Z$  be  $J$ -symmetrizable on  $D = D_{\mathcal{B}}$  and the operator  $J : Z \rightarrow Y^*$  satisfies the requirements:

1°.  $\forall y \in Y^{\infty-2n} \Rightarrow J^* y \in Z_{\infty-2n}^* = \{f \in Z^* | \langle \langle z_s, f \rangle \rangle = 0, \langle \langle z_s, f \rangle \rangle = 0, s = \overline{1, n}\}$ ;

2°. The matrix  $\langle \langle (\varphi, \bar{\varphi}), J(z, \bar{z}) \rangle \rangle$  is symmetric, i.e.  $\langle \langle \varphi_s, Jz_k \rangle \rangle = \overline{\langle \langle \varphi_k, Jz_s \rangle \rangle}$ ,  $\langle \langle \bar{\varphi}_s, J\bar{z}_k \rangle \rangle = \langle \langle \bar{\varphi}_k, J\bar{z}_s \rangle \rangle$ ,  $\langle \langle \bar{\varphi}_s, Jz_k \rangle \rangle = \langle \langle \varphi_k, J\bar{z}_s \rangle \rangle$ .

Then the operator  $\Gamma = \mathcal{B}^{-1}$  is  $J^*$ -symmetrizable on  $Z$ .

Now the following analog of the theorem 4.1 [1] is true.

**Theorem 1.** [11] Let there exists a linear operator  $J : Z \rightarrow Y^*$ , such that  $J^* \varphi_p = \sum_{s=1}^n (\bar{d}_{2p-1, 2s-1} \psi_s + \bar{d}_{2p-1, 2s} \bar{\psi}_s)$ ,  $J^* \bar{\varphi}_p = \sum_{s=1}^n (\bar{d}_{2p, 2s-1} \psi_s + \bar{d}_{2p, 2s} \bar{\psi}_s)$  (resp.  $J^* \varphi_p = \sum_{s=1}^n (\bar{d}_{2s-1, 2p-1} \psi_s + \bar{d}_{2s, 2p} \bar{\psi}_s)$ ,  $J^* \bar{\varphi}_p = \sum_{s=1}^n (\bar{d}_{2s-1, 2p} \psi_s + \bar{d}_{2s, 2p} \bar{\psi}_s)$ ) and the following requirements are realized:

1°. Operator  $\mathcal{B}$  is  $J$ -symmetrizable on  $D$ ;

2°. Operator  $\mathcal{C}(\varepsilon)$  and operators  $B(\varepsilon) - B_0$ ,  $\mathcal{R}(y, \varepsilon)$  for any  $(y, \varepsilon)$  in some neighborhood of the point  $(0, 0)$  are  $J$ -symmetrizable on  $D$ ;

3°. For any  $y \in Y^{\infty-2n} \cap D$  follows that  $J^* y \in Z_{\infty-2n}^*$ .

Then the BEq (5) is the system of potential type  $A$  (resp.  $B$ ).

The proof follows from the analogs of assertions n.3 [11] and lemmas 3.1, 3.2. In applications the matrix  $d$  often turns out to be diagonal.

**2.2 Potentiality conditions for BEqR.** For the simplicity of presentation further potential BEqRs are considered. For the BEqR (4) potentiality it is sufficient the symmetricity of the matrix

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}\left(\frac{\mathbf{t}, \bar{\mathbf{t}}}{\xi, \bar{\xi}}\right) = \frac{D(t_{11}, \bar{t}_{11}, \dots, t_{1p_1}, \bar{t}_{1p_1}, \dots, t_{n1}, \bar{t}_{n1}, \dots, t_{np_n}, \bar{t}_{np_n})}{D(\xi_{11}, \bar{\xi}_{11}, \dots, \xi_{1p_1}, \bar{\xi}_{1p_1}, \dots, \xi_{n1}, \bar{\xi}_{n1}, \dots, \xi_{np_n}, \bar{\xi}_{np_n})},$$

i.e. the realization of the following relations

$$\frac{\partial t_{kl}}{\partial \xi_{s\sigma}} = \frac{\partial \bar{t}_{kl}}{\partial \bar{\xi}_{s\sigma}}, \quad \frac{\partial \bar{t}_{kl}}{\partial \bar{\xi}_{s\sigma}} = \frac{\partial t_{kl}}{\partial \xi_{s\sigma}}, \quad \frac{\partial t_{kl}}{\partial \bar{\xi}_{s\sigma}} = \frac{\partial \bar{t}_{kl}}{\partial \xi_{s\sigma}}. \quad (6)$$

From (6) the reality of diagonal elements  $\mathbf{D}$  follows (when  $k = s, \sigma = l$ ). For the shortening of computation the following designation will be used  $u = -\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^{p_i} (\xi_{ij} \varphi_i^{(j)} + \bar{\xi}_{ij} \bar{\varphi}_i^{(j)}) + \mu \Gamma \mathcal{C} (I - \mu \Gamma \mathcal{C})^{-1} \sum_{i=1}^n (\xi_{i1} \varphi_i^{(1)} + \bar{\xi}_{i1} \bar{\varphi}_i^{(1)}) + \Gamma (I - \mu \mathcal{C} \Gamma)^{-1} \mathfrak{R}(x_0, y, \mu, \varepsilon)$ ,  $v = \xi \cdot \Phi + \bar{\xi} \cdot \bar{\Phi}$ . For the verification (6) similarly to BEq the computation of the derivatives  $\frac{\partial u}{\partial \xi_{sk}}, \frac{\partial u}{\partial \bar{\xi}_{sk}}$  is required. On this way we come to the following

**Conclusion 1.** These relations mean that BEqR potentiality is equivalent to BEq potentiality.

**3. Existence of bifurcation point.** Similarly to the articles [13,14] at the usage of Morse-Coney index theory n.2 approach the existence theorem of Andronov-Hopf bifurcation can be proved.

**Lemma 2.** Let be  $A_{x_0}(\varepsilon) \equiv A_0$  and  $\mathfrak{R}(x_0, 0, \mu, \varepsilon) \equiv 0$ . Then at the realization of the Th.1 conditions potential  $U(\xi, \bar{\xi}, \mu, \varepsilon)$  of the potential type  $A(B)$  BEq is generated by the symmetric matrices  $d^{-1} \cdot \langle \langle \rho(0, \mu(\varepsilon), \varepsilon)(\varphi; \bar{\varphi}), (\psi; \bar{\psi}) \rangle \rangle$  for the case  $A$  and  $\langle \langle \rho(0, \mu(\varepsilon), \varepsilon)(\varphi; \bar{\varphi}), (\psi; \bar{\psi}) \rangle \rangle \cdot d^{-1}$  for the case  $B$  with relevant square form on  $\xi, \bar{\xi}$  and residual term  $\omega(\xi, \bar{\xi}, \mu(\varepsilon), \varepsilon)$ ,  $\|\omega\| = o(\sqrt{|\xi|^2 + |\bar{\xi}|^2})$  as  $\xi \rightarrow 0$ . Components of the symmetric matrices are continuous functions in some neighborhood of the point  $\mu = 0, \varepsilon = 0$ , the function  $\omega$  is continuous in the same neighborhood together with partial derivatives on  $\xi, \bar{\xi}$  up to second order. The symmetricity of the matrix in the main part of potential is understanding in the sense of n.2.1. Here  $\rho(0, \mu(\varepsilon), \varepsilon) = (\mu \mathcal{C} + \mathfrak{R}_y)[I - \Gamma(\mu \mathcal{C} + \mathfrak{R}_y)]^{-1}$  in accordance with [13,14] and section 2.

The proof uses the definition 1.

Similarly to the article [9] introduce the condition suitable also for  $\varepsilon$  belonging to some normed space  $\Lambda$ :  $\alpha$ ) let in some neighborhood of  $\varepsilon = 0$  there exists the set  $S$ , containing the point  $\varepsilon = 0$ , which is continuum presented in the form  $S = \bar{S}_+ \cup \bar{S}_-$ ,  $0 \in \partial S_+ \cap \partial S_-$ . Let be

$$\det[d^{-1}\langle\langle\rho(0, \mu(\varepsilon), \varepsilon), (\varphi, \bar{\varphi}), (\psi, \bar{\psi})\rangle\rangle]_{\varepsilon \in S_+ \cup S_-} \neq 0,$$

(respectively  $\det[\langle\langle\rho(0, \mu(\varepsilon), \varepsilon), (\varphi, \bar{\varphi}), (\psi, \bar{\psi})\rangle\rangle \cdot d^{-1}]_{\varepsilon \in S_+ \cup S_-} \neq 0$ ) and the matrix  $[d^{-1} \cdot \langle\langle\rho(0, \mu(\varepsilon), \varepsilon), (\varphi, \bar{\varphi}), (\psi, \bar{\psi})\rangle\rangle]$  in case  $A$  (respectively the matrix  $[\langle\langle\rho(0, \mu(\varepsilon), \varepsilon), (\varphi, \bar{\varphi}), (\psi, \bar{\psi})\rangle\rangle \cdot d^{-1}]$  for the case  $B$ ) has at  $\varepsilon \in S_-$  ( $\varepsilon \in S_+$ ) precisely  $\nu_1$  negative eigenvalues ( $\nu_2$  negative eigenvalues).

**Lemma 3.** Let the condition  $\alpha$ ) with  $\nu_1 \neq \nu_2$  be realized. Then for any  $\delta > 0$  there exists  $\varepsilon^*$  in a neighborhood  $|\varepsilon| < \delta$  such that the function  $U(\xi, \bar{\xi}, \mu(\varepsilon^*), \varepsilon^*)$  has in it stationary point  $\xi^* \neq 0$ .

The proof follows from homotopic invariance of Conley-Morse index [10, Th.1.4, p.67].

**Theorem 2.** Let in conditions of sec.3 the branching equation of the problem (1) be potential type  $A$  (or  $B$ ) and the condition  $\alpha$ ) be fulfilled with  $\nu_1 \neq \nu_2$ . Then  $\varepsilon = 0 \in S$  is the bifurcation point.

**Conclusion 2.** At the realization of potentiality conditions obtained in this article the BEq and BEqR reduction theorems from the work [1] are true.

**Remark 1.** As example in the article [14] the construction general form of continuously differentiable analytic branching equations was carry out.

**Remark 2.** The results of the hardly available article [9] can be found in devoted to Professor V.A. Trenogin collective monograph [15].

## References

- [1] *Loginov B.V., Makeev O.V., Konopleva I.V., Rousak Yu.B.* Bifurcation and symmetry in differential equations non-resolved with respect to derivative // ROMAI J. 2007. 3. 1. 151-173.
- [2] *Loginov B.V., Rousak Yu.B.* Generalized Jordan structure in the branching theory, in LDirect and Inverse Problems for Partial Differential Equations L. Tashkent, "Fan", AN UzbekSSR, 133-178 (1978) (in Russian)

- [3] *Yudovich V.I.*, On set of autooscilations in a fluid. Prikl.Mat.Mekh.35(4),(1971), 638-655. English transl.in J.Appl.Math.Mech.35(1972).
- [4] *Yudovich V.I.* Investigation of autooscilations of continua arising at the loosing of stability of stationary regime. Prikl.Mat.Mekh.36(3),(1972), 450-459. English transl.in J.Appl.Math.Mech.36(1972).
- [5] *V.A. Trenogin* Questions of Qualitative Theory DE. Siberian Branch of Soviet Sci.Acad.Novosibirsk.1988. p.134-140.
- [6] *B.V. Loginov, Yu.B. Rousak* Generalized Jordan structure in the problem of the stability of bifurcating solutions, Nonlinear Analysis. TMA, v.17, 3(1991), 219-232.
- [7] *B.V. Loginov* Branching equations in the root subspace. Nonlinear Analysis TMA, v.32, No. 3, 439-448 (1998)
- [8] *Trenogin V.A., Sidorov N.A., Loginov B.V.* Potentiality, group symmetry and bifurcation in the theory of branching equation. Differential and Integral Equations. An Int. Journal on Theory and Applications, v.3, No. 3, 145-154 (1990).
- [9] *Trenogin V.A., Sidorov N.A.* Potentiality conditions of branching equation and bifurcation points of nonlinear equation. Uzbek Math J., No.2, 40-49 (1992) (in Russian).
- [10] *C.C. Conley* Isolated invariant sets and the Morse index, CMBS, Reg. Confer.Ser. Math., v.38, Providence, 1978.
- [11] *Kim-Tyan L.R., Loginov B.V.* Potentiality conditions to branching equations and branching equations in the root subspaces in stationary and dynamic bifurcation. Materials of Sci. Conference "Herzen chtenia-2012", St. Peterburg Pedagogical Univ., 16-20.04.2012, v. 65, 64-70
- [12] *Loginov B.V. , Kim-Tyan L.R.* Potentiality conditions of branching systems in the root subspaces and stability of bifurcating solutions. Proc X-th International Chetaev's Conference. Analytical mechanics, stability and control. Kazan' 12-16.06.2012, v.2, p. 343-352



- [13] *Boris Loginov, Luiza Kim-Tyan* Branching Equations Potentiality Conditions for Andronov-Hopf bifurcation . ROMAI Journal **v.7**, No. 2 , p.99-116 (2011)
- [14] *Loginov B.V. , Kim-Tyan L.R.* Branching equations in the root-subspaces and potentiality conditions for them, for Andronov-Hopf bifurcation . II. ROMAI J., v.8, no.2(2012), 127-141
- [15] *N.Sidorov, B.Loginov , A. Sinitsyn, M. Falaleev* Lyapounov-Schmidt Methods in Nonlinear Analysis and Applications. Kluwer Acad. Publ. Dordrecht, Math. and its Appl. **v. 550** (2002).

---

## ЗАДАЧА КОММИВОЯЖЁРА И ПРОБЛЕМА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Макаркин С.Б., Мельников Б.Ф.,  
Мельникова Е.А.

Самарский государственный университет, Самара, Россия  
bormel@rambler.ru, +7(927)6109043

**Abstract.** We consider one of the possible approaches to adequacy of mathematical models by the example of data samples used to design and analysis algorithms to solve travelling salesman problem (TSP). Authors consider so called pseudo-Euclidian version of that problem to be more adequate description of the real-life examples of TSP, than more common Euclidian TSP.

Современная наука во многом обязана своими успехами широкому применению математического моделирования – замены исследуемого объекта его «образом», математической моделью, и изучению этой модели с помощью компьютерных алгоритмов [1]. Проблема построения математической модели, адекватно отражающей моделируемую систему, является краеугольной задачей математического моделирования. Данная проблема имеет и философский аспект, прежде всего в необходимости ответа на вопрос: что считать адекватным отражением реальности? Адекватность математических моделей, в свою очередь, может оцениваться по двум критериям: гносеологичность и праксеологичность [2]. Под адекватностью, как правило, подразумевается гносеологичность (качественная адекватность) – соответствие отображения и модели структуры и механизмов функционирования экосистем. В то же время праксеологичность (количественная адекватность) – это применимость модели для практических действий: прогнозирования, управления и пр., является, несомненно, не менее важным свойством моделей. Из четырёх основным парадигм математического моделирования (вербальной, функциональной, эскизной и имитационной) обе стороны адекватности проявляются в имитационных моделях – за счёт отображения в модели структуры и механизмов функционирования объектов [3].

Часто математическая модель, а также алгоритмы, основанные на данной модели, созданные для одной предметной области, находят применение в других областях. Примером такой модели является задача коммивояжёра (ЗКВ), которая заключается в нахождении наименее затратного маршрута, проходящего через все заданные города с возвратом в исходную точку (Гамильтонов цикл). Первоначально разработанные для решения проблемы построения маршрутов математические модели и алгоритмы, созданные для задачи коммивояжёра, используются при решении прикладных проблем как в смежных предметных областях (например, проблемы маршрутизации транспортных потоков, или выбор оптимальной траектории для движения рабочего инструмента; в обоих случаях необходимо найти оптимальный маршрут), так и в областях, на первый взгляд с маршрутизацией не связанных (например, для секвенирования нуклеотидных последовательностей биополимеров [4] или построения эволюционных деревьев [5]). Особенностью этой задачи является то, что при относительной простоте определения задачи и нахождения хорошего решения нахождение оптимального маршрута является сложной задачей (строго говоря, эта задача, как при обобщённой постановке задачи, так и для большинства её вариаций, относится к классу NP-полных – [6,7]).

Приведём формальное определение ЗКВ.

*Вход:* Взвешенный полный граф  $(G, c)$ , где  $G=(V, E)$ ,  $V=\{v_1, \dots, v_n\}$  для некоторого  $n \in \mathbb{N}$ , а так же функция  $c: E \rightarrow \mathbb{N}$ .

*Ограничения:* Для каждого частного случая проблемы  $(G, c)$  множество  $M(G, c)$  включает все Гамильтоновы циклы графа  $G$ . Каждый Гамильтонов цикл может быть представлен в виде последовательности  $\{v_{i_1}, v_{i_2}, \dots, v_{i_n}, v_{i_1}\}$ , где  $(i_1, i_2, \dots, i_n)$  – некая перестановка множества  $(1, 2, \dots, n)$ .

*Стоимость:* Для Гамильтонова цикла  $H = \{v_{i_1}, v_{i_2}, \dots, v_{i_n}, v_{i_1}\} \in M(G, c)$  полагаем

$$\text{cost} \left( (v_{i_1}, v_{i_2}, \dots, v_{i_n}, v_{i_1}), (G, c) \right) = \sum_{j=1}^n c \left( \{v_{i_j}, v_{i_{(j \bmod n) + 1}}\} \right)$$

т.е. стоимость Гамильтонова цикла равно сумме весов входящих в него рёбер.

*Цель:* *minimum*[6].

Среди множества различных вариаций ЗКВ одной из наиболее изученных является геометрическая (именуемая так же евклидовой) ЗКВ,[8]: стоимость маршрута равна расстоянию между точками на плоскости, вычисляемому как Евклидова норма. Характерной особенностью данной задачи является выполнение неравенства треугольника для любых трёх городов, т.е.

$$c(\{u, v\}) \leq c(\{u, w\}) + c(\{w, u\}) \quad 1).$$

Основные исследования авторов направлены на изучение т. н. псевдогеометрической версии ЗКВ, в которой ко взвешенным данным добавляется вектор  $K=\{k_1, \dots, k_n\}: k_i \in \mathbb{R}, n=|E|$  – н.о.р.с. в.с  $\mu=1$ ; функция  $t: (u, v) \rightarrow \mathbb{N}$ , и в качестве функции стоимости используется следующая:

$$c(\{u, v\}) = k_{m(u,v)} \cdot \sqrt{\sum_i (u_i - v_i)^2} \quad 2),$$

где  $u_i$  и  $v_i$  –  $i$ -я компонента вектора, задающего координаты точки  $u$  и  $v$  соответственно. Очевидным отличием псевдогеометрического варианта ЗКВ от геометрического является вероятность нарушения неравенства треугольника для некоторых троек городов; более того, существует вероятность появления расстояний с отрицательной стоимостью.

Авторами проведены исследования характеристик входных данных, получаемых при случайной генерации, и их сравнение с аналогичными характеристиками входных данных, возникающих в реальных задачах. Разработан эвристический алгоритм, позволяющий численно оценить степень нарушения неравенства треугольника входных данных. Численный анализ наборов входных данных, возникающих в реальных задачах (нахождение оптимального маршрута, когда метрикой стоимость является цена авиабилета или железнодорожного билета), показали, что в использованных данных в большинстве случаев неравенство треугольника нарушается. На основании этого автором сделан вывод о том, что более адекватной моделью для подобного рода данных являются модели псевдогеометрической задачи, соответствующие алгоритмы позволяют найти более качественное решение.

Исследования авторов [8,9] показали, что не всегда желательно применять общепринятые модели при решении конкретной прикладной задачи. Более того, даже задачи из очень близких предметных областей могут требовать разработки различных математических моделей и алгоритмов. Действительно, в рассмотренной задаче замена одной метрики стоимости (расстояние между городами) на другую (стоимость проезда),

казалось бы, близкой к первой, приводит к тому, что математическая модель становится менее адекватной, а некоторые алгоритмы, использующие особенности данной модели, становятся непригодными (например, из-за использования эвристиками свойства вытекающего из неравенства треугольника: *прямой* путь между двумя городами не может быть более дорогим, чем любой другой путь между этими же городами). Таким образом, в отсутствие универсальных методов оценки адекватности математических моделей, единственным выходом является разработка *ad hoc* методов оценки пригодности той или иной модели для каждого конкретного предметного случая.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Самарский А., Михайлов А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. М.: Физматлит, 2001.
  2. Гаспарский В. Праксеологический анализ проектно-конструкторских разработок. М.: Мир, 1978.
  3. Розенберг Г., Шитиков В., Брусиловский П. Экологическое прогнозирование (Функциональные предикторы временных рядов). Тольятти, Изд-во РАН, 1994.
  4. Korostensky S., et al. Near Optimal Multiple Sequence Alignments Using a Travelling Salesman Problem Approach. // String Processing and Information Retrieval Symposium & International Workshop on Groupware. 1999, p.p. 105-114.
  5. Korostensky S., et al. Using traveling salesman problem algorithms for evolutionary tree construction // Bioinformatics. 2000, Vol. 16, p.p. 619-627.
  6. Громкович Ю. Теоретическая информатика. СПб: БХВ-Петербург, 2010.
  7. Громковић J. Algorithmics for Hard Problems. Springer, 2003.
  8. Мельников Б., Романов Н. Ещё раз об эвристиках для задачи коммивояжёра. // Теоретические проблемы информатики и её приложений. 2001. Том 4, с.с. 81–92.
  9. Макаркин С. Ещё об одном подходе к решению псевдогеометрической задачи коммивояжёра // Вектор науки ТГУ, 2012, Том 4(22), с.с. 79–82.
-

# ON ASYMPTOTIC EQUILIBRIUM OF SOME ECONOMIC SYSTEMS

Mamedova T., Egorova D.

*Ogarev Mordovia State University, Saransk, Russia,  
mamedovatf@yandex.ru, egorovadk@mail.ru*

Abstract. In the article new approach is suggested to the investigation of asymptotic equilibrium of some economic subsystems.

## Introduction.

At the study of mathematical models of economic systems special interest is paid to the behavior of interconnected subsystems of the original system, since on the base of properties collection for subsystems and the nature of their interactions it is possible to determine the stability of economic system as a whole.

In the work [1] for the analysis of similar economic subsystems comparison and Lyapunov's vector functions methods are used. Here this problem is solved with the aid of the suggested by E.V.Voskresensky in [2] mathematical means, where it is supposed only the Lyapunov's vector functions usage, that guarantees the removal of a part of restrictions.

## Statement of the problem.

Consider an economic system  $S$ , consisting of interconnected among themselves subsystems  $s_i, i = \overline{1, n}$ . The stability of the whole economic system is determined on the basis of its subsystems stability.

Let the differential equation

$$\dot{x} = f(t, x) \quad (1)$$

describes economic system  $S$  where  $x(t) \in R^n$  is the economics state,  $f(t, x) \in C^{(0,1)}(T \times R^n, R^n)$  is the demand function and it is supposed the existence of the solution to (1) for all initial conditions and  $t \in T_0 = [t_0, +\infty)$ . In addition the state of the economic system  $S$  is non-negative vector  $x \in R_+^n = \{x \in R^n : x \geq 0\}$ , it is supposed also that

$$f(t, 0) = 0, \quad \forall t \in T \quad (2)$$

where  $x = 0$  is a unique equilibrium state of the economic system  $S$  described by the differential equation (1).

Let the vector-function of the excessive demand  $f(t, x)$  has the components  $f_i(t, x) \equiv f_i(t, d_{i1}x_1, d_{i2}x_2, \dots, d_{in}x_n), i = \overline{1, n}$ , where elements  $d_{ij} : T \rightarrow [0, 1], d_{ij}(t) \in C(T)$  reflect the interconnection force of subsystems  $s_i$  in the system  $S$ . Let  $D = (d_{ij})$  be their  $(n \times n)$  interaction matrix. The fundamental interaction matrix  $D_f$  is determined in the following manner. All elements  $d_{ij}$  take the binary values: 1 when the  $j$ -th subsystem influences on the  $i$ -th one and 0, if the  $j$ -th subsystem does not influences on the  $i$ -th one. Suppose that the structure of numerous economic systems is so that the elements  $d_{ij}$  reflecting the interaction of  $i$ -th and  $j$ -th subsystems may be functions of time, i.e.  $d_{ij}(t), t \in T_0$ . Obviously, that under the action of structural

perturbations the system groups are either stopping to interact or interact during definite economic process.

Find the conditions of asymptotic equilibrium for the economic system  $S$  described by the differential equation (1).

**On asymptotic equilibrium.**

Adapt the Chesary definition [3] of asymptotic equilibrium to our problem.

Definition 1. The differential equation (1) has asymptotic equilibrium when for every its solution  $x(t)$  there exists the limit  $x(t) \rightarrow c$ ,  $c \in R^n$ , at  $t \rightarrow +\infty$  and for any given  $c \in R^n$  there is a solution  $x(t)$ , which has as the limit this vector for any interaction matrix  $D$ .

Definition 2. The equilibrium state  $x = 0$  of the system (1) is called stable in structure  $S$ , if it is stable by Lyapunov for any interaction matrix  $D$ .

Definition 3 [2]. Solution  $x(t; t_0, x_0)$  of the differential equation (1) are called absolutely uniformly bounded for  $\|x_0\| \leq r$ ,  $t \geq T$ , if  $\|x(t; t_0, x_0)\| \leq c_0(r)$  for all  $T \leq t, t_0 < +\infty$ .

Theorem 1. For absolute uniform boundedness of solution to differential equation (1) at  $\|x_0\| \leq r$ ,  $t \geq T$ , it is necessary and sufficient the existence of the functions  $V, W : [T, +\infty) \times R^n \rightarrow (0, +\infty)$  satisfying the following conditions:

- a)  $V(t, x), W(t, x) \rightarrow +\infty$  at  $\|x\| \rightarrow +\infty$  uniformly by  $t$ ;
- b)  $V(t, x) \leq \rho_1(r)$ ,  $W(t, x) \leq \rho_2(r)$  for  $\|x_0\| \leq r$ ;
- c)  $V(t, x(t)), W(t, x(t))$  - are correspondingly nonincreasing and nondecreasing functions, where  $x(t)$  is the solution to (1).

Proof. The proof of the theorem consists of two parts. Necessity and sufficiency of existence of function  $V$  at  $t \geq t_0$  for absolutely uniform boundedness of solution to differential equation (1) is carried out by Ioshizava [4]. Prove the existence of function  $W$  at  $t \leq t_0$ .

*Sufficiency.* Let be  $T \leq t \leq t_0$  and  $W(t, x) \leq \rho_2(r)$  for  $\|x_0\| \leq r$ . According to the condition a) there exist a nonnegative continuous function  $\beta_2(r)$  such that  $\beta_2(r) \leq W(t, x)$  for  $\|x\| \leq r$ , and  $\beta_2(r) \rightarrow \infty$  at  $r \rightarrow \infty$ . Therefore it is can be selected  $k_2 > p_2$  such that  $\beta_2(k_2) > \rho_2(p_2)$

Suppose that for some solution  $x(t; t_0, x_0)$  with the initial point  $(t_0, x_0)$ , the relations  $\|x(t_1 : t_0, x_0)\| = k_2$ ,  $\|x(t_2 : t_0, x_0)\| = p_2$  and  $p_2 < \|x(t : t_0, x_0)\| < k_2$  for  $t_1 < t < t_2$  are fulfilled. For the function  $W(t, x(t : t_0, x_0))$  the following inequalities  $W(t_1, x(t_1 : t_0, x_0)) \geq \beta_2(k_2)$  and  $W(t_2, x(t_2 : t_0, x_0)) \geq \rho_2(p_2)$  are true.

From the other side by virtue of the condition c)  $W(t_1, x(t_1 : t_0, x_0)) \leq W(t_2, x(t_2 : t_0, x_0))$ , where  $\beta_2(k_2) < \rho_2(p_2)$ , i.e. the contradiction arises.

Thus  $\|x(t : t_0, x_0)\| \leq \rho_2(p_2)$  and the solution is uniformly bounded at  $T \leq t \leq t_0$ .

*Necessity.* Let be  $T \leq t \leq t_0$ . Considering the absolutely uniformly bounded solution  $x(t; t_0, x_0)$  of the equation (1) at  $T \leq t \leq t_0$ , set  $W(t, x) = \min \{ \|x(\bar{t} : t, x)\| : T \leq \bar{t} \leq t_0 \}$ . Such function can be defined for each point  $(t, x) \in [T, +\infty) \times R^n$ . From the definition of the function  $W$  it is seen, that  $W(x, t) \leq \|x\|$  at  $r = \|x\|$ , i.e. the condition b) takes place.

By virtue of absolute uniform boundedness of solutions  $\|x(t : t_0, x_0)\| \leq A(R)$ , where  $A(R)$  is the continuous strictly monotonously increasing function of  $R$ . Then there exists the function  $R(\|x\|)$  such that  $0 < R(\|x\|) \leq W(t, x)$ , where  $R(A)$  is the inverse function to  $A(R)$  and  $R(A)$  is

strictly monotonously increasing function of  $A$  and  $R(A) \rightarrow +\infty$  when  $A \rightarrow +\infty$ . Whence it follows that  $W(t, x) \rightarrow +\infty$  at  $\|x\| \rightarrow +\infty$ . The proof is finished.

Thus, for the absolutely uniformly bounded solutions to (1) there exists the Lyapunov functions  $V(t, x), W(t, x)$  satisfying the conditions of the theorem 1. In the work [2] the theorems on absolute uniformly boundedness of solutions are proved, when Lyapunov functions are constructing directly by the function  $f$ .

In work [5] the boundary problem with initial data  $(+\infty, x_0)$  is considered and the existence and uniqueness conditions of the solution of the form  $x(t) = x(t; +\infty, x_0)$  are deduced.

Formulate the theorem guaranteeing the existence asymptotic equilibrium of the equation (1).

**Theorem 2.** Consider the uniformly bounded by  $t$  and  $t_0$  set  $E = \{x(t; t_0, x_0) : T \leq t, t_0 < +\infty, x_0 \in R^n\}$  and absolutely uniformly bounded solutions  $x(t; t_0, x_0), \forall x_0 \in R^n$ . If the limits  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t; t_0, x_0)$  are existed and finite  $\forall t_0 \geq T, x_0 \in R^n$ , then equation (1) has asymptotic equilibrium.

The proof of theorem 2 follows from the existence of the solution  $x(t) = x(t; +\infty, x_0), \forall x_0$ , since in this case the limit  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t; t_0, x_0)$  exists and it is finite.

Thus, if for the solution to differential equation (1) the conditions of the theorem 1 are satisfied, then according to theorem 2 the economic system, described by the differential equation (1) with interaction matrix  $D$  of subsystems will have an asymptotic equilibrium.

## References

1. Siljak D.D. Competitive economic systems: stability, decomposition, and aggregation. – Proceeding of 1973, IEEE Conference on Decision and Control. California, P. 265-275.
2. Voskresensky E. V. Comparison methods in nonlinear analysis. Saransk, 1990. – 224 p.
3. Chesari L. Asymptotic behavior and stability of solutions of ordinary differential equations. Moscow, 1964. – 447 p.
4. Yoshizava T. Liapunov's function and boundedness of solutions //Funktiiul. Ekvas. – 1959. – V.2. – P.71-103.
5. Voskresensky E. V. The attractors of ordinary differential equations //Izvestyier VUZ. Mathematics. – 2003. – N4. – P. 17-26.

# МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ ВИДЕОИЗОБРАЖЕНИЙ В БОРТОВЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ КОМПЛЕКСАХ

Новиков А. И.

*Рязанский государственный радиотехнический университет,  
Россия, 390005, г. Рязань, ул. Гагарина, д. 59/1  
Тел.: 8-906-542-29-34, e-mail: novikovanatoly@yandex.ru*

Abstract: In this paper we describe a technology and present algorithms of real and virtual video image's preliminary processing and combination. Virtual image is appropriated to real video image and is based on digital map.

Обеспечение безопасности полетов воздушных судов является одной из важнейших задач, как на этапе разработки летательных аппаратов (ЛА), так и на этапе их эксплуатации. Важная роль в решении этой проблемы принадлежит бортовым вычислительным системам. С их помощью решается целый комплекс задач, призванных обеспечивать пилота в режиме реального времени достоверной информацией о навигационных параметрах и о забортной ситуации. Важнейшими навигационными параметрами являются координаты воздушного судна в пространстве (широта  $\lambda$ , долгота  $\varphi$  и высота  $h$ ) и угловые величины ориентации ЛА в пространстве – углы курса  $\psi$ , тангажа  $\theta$  и крена  $\gamma$ . Для измерения этих параметров на судне имеется комплекс датчиков. Однако показания как датчиков на борту ЛА, так и внешних датчиков (GPS, ГЛОНАСС) могут содержать ошибки. Особую актуальность вопрос точности определения навигационных параметров ЛА, по понятным причинам, приобретает на этапе посадки воздушного судна.

Один из возможных подходов к обнаружению ошибок, оцениванию их величин и корректировке показаний датчиков заключается в решении задачи совмещения реального телевизионного, тепловизионного или радиолокационного изображения поверхности Земли с виртуальным изображением (виртуальной моделью местности (ВММ)), синтезированным по цифровой карте местности. Известные методы совмещения, например SURF [1], неприменимы из-за их ненадежности, и, самое главное, из-за жестких ограничений на время решения задач в бортовых вычислительных комплексах. Обеспечить выполнение жестких ограничений по времени решения задач можно только в рамках контурного анализа. Но даже и в этом случае для выполнения финальной операции - совмещения реального и ВММ изображений – необходимо предварительно решить группу вспомогательных задач:

- выделение границ перепада яркостей на реальном изображении;
- переход от растрового изображения к векторному описанию контуров;
- аппроксимация контуров многоугольниками;
- установление соответствия между вершинами многоугольников и выбор ключевых точек для реализации алгоритмов совмещения изображений;
- совмещение изображений.

Введем подвижную систему координат  $Oxyz$ . Начало – точка  $O$  – этой системы координат совпадает с центром масс летательного аппарата, ось  $Ox$  - с направлением полета, ось  $Oy$  перпендикулярна оси  $Ox$  и направлена вдоль левого крыла, а ось  $Oz$  перпендикулярна плоскости  $Oxy$  и направлена так, чтобы система координат  $Oxyz$  была правой. В построенной системе координат плоскость  $Oxz$  является плоскостью тангажа ( $\theta$ ),  $Oxy$  – плоскостью рыскания ( $\psi$ ),  $Oyz$  – плоскостью крена ( $\gamma$ ).

Ошибки в определении широты, долготы и высоты летательного аппарата приводят к тому, что реальное его положение в пространстве может быть любой точкой параллелепипеда



с центром в точке  $O$  - начале подвижной системы координат  $Oxyz$  – и сторонами  $2 \cdot |\Delta x|$ ,  $2 \cdot |\Delta y|$ ,  $2 \cdot |\Delta h|$ . Здесь  $|\Delta x|$ ,  $|\Delta y|$ ,  $|\Delta h|$  - предельные значения погрешностей по соответствующим осям. Значит, реально наблюдаемому в плоскости Земли изображению, из-за навигационных ошибок может быть поставлено в соответствие синтезированное изображение, отличное от него. Объединение всех виртуальных изображений, сгенерированных для текущих значений вектора навигационных параметров  $\bar{R} = (x, y, h, \theta, \psi, \gamma)$  и отвечающих этим параметрам предельных значений ошибок  $\Delta x, \Delta y, \Delta h, \Delta \theta, \Delta \psi, \Delta \gamma$ , образует предельную зону обзора в плоскости Земли.

В [2] предложена математическая модель формирования зоны обзора и предельной зоны обзора в плоскости Земли для изображений, получаемых с помощью видеокамеры. Она учитывает преобразования сдвига по осям  $Ox$  и  $Oy$ , вращения ЛА относительно соответствующих осей в плоскостях тангажа, курса и крена, а также учет ошибок по высоте. Для формирования зоны обзора в плоскости Земли задаются четыре единичных вектора  $\{\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3, \bar{e}_4\}$ . Координаты каждого вектора определяются углами обзора камеры и положением оси визирования камеры относительно строительной оси ЛА. Изменения углов тангажа, курса и крена воздушного судна учитываются в модели с помощью матрицы  $T(\Delta \gamma, \Delta \theta, \Delta \psi) = T_{\Delta \theta} \cdot T_{\Delta \psi} \cdot T_{\Delta \gamma}$ :

$$X' = T(\Delta \gamma, \Delta \theta, \Delta \psi) \cdot X.$$

В этой формуле  $X$  - матрица размера  $3 \times 4$ , столбцы которой образованы координатами векторов  $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3, \bar{e}_4$ ;  $T_{\Delta \theta}, T_{\Delta \psi}, T_{\Delta \gamma}$  - матрицы вращения в соответствующих плоскостях. Например,

$$T_{\Delta \theta} = \begin{pmatrix} \cos \Delta \theta & 0 & \sin \Delta \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \Delta \theta & 0 & \cos \Delta \theta \end{pmatrix}$$

- матрица вращения в плоскости тангажа.

Решая систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{x}{x'_0} = \frac{y}{y'_0} = \frac{z}{z'_0}, \\ z = -h, \end{cases}$$

найдем угловые точки зоны обзора в плоскости Земли (как результат пересечения прямой

$L: \frac{x}{x'_0} = \frac{y}{y'_0} = \frac{z}{z'_0}$  с плоскостью  $z = -h$  Земли). Заметим, что вектор  $\bar{e}' = (x'_0; y'_0; z'_0;)$  является

направляющим вектором прямой  $L$ . Решив систему, найдем координаты проекции точки  $M$  в направлении вектора  $\bar{e}'$  на плоскость Земли:

$$\begin{cases} x = \frac{-h}{z_M^{(1)}} \cdot x_M^{(1)}, \\ y = \frac{-h}{z_M^{(1)}} \cdot y_M^{(1)}. \end{cases}$$

На рисунке приведены две зоны обзора в плоскости Земли, найденные в соответствии с этой моделью для полета на высоте 60 м. Первая зона найдена в предположении, что навигационные данные не содержат ошибок, а вторая – при наличии ошибок.

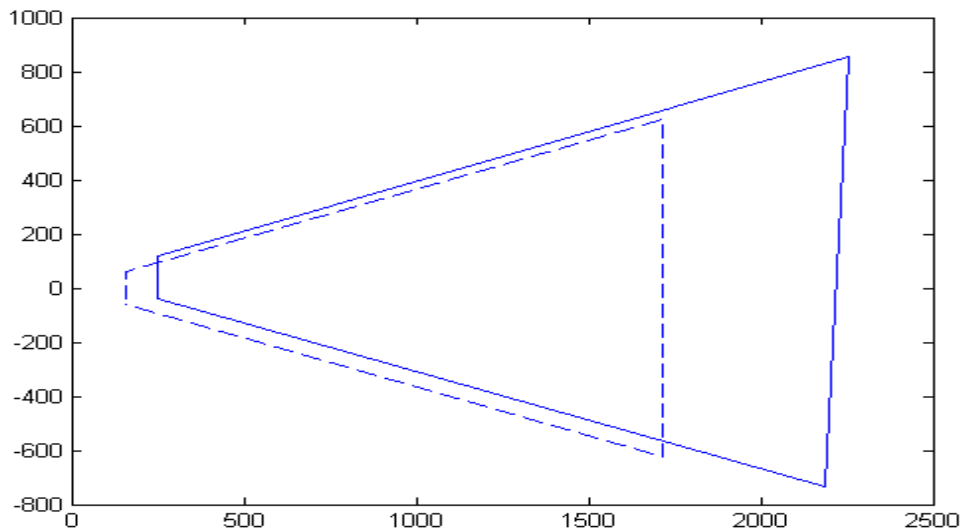


Рисунок. Зоны обзора в плоскости Земли: пунктирной линией – в отсутствии ошибок в навигационных параметрах ( $h = 60 \text{ м}, \Delta h = \Delta x = \Delta y = 0, \Delta \theta = \Delta \psi = \Delta \gamma = 0$ ); сплошной линией – при наличии ошибок в навигационных параметрах ( $h = 60 \text{ м}, \Delta h = 20 \text{ м}, \Delta x = \Delta y = 40 \text{ м}, \Delta \theta = \Delta \gamma = 0,1^\circ; \Delta \psi = 0,2^\circ$ ).

Рассмотрим кратко алгоритмы решения перечисленных задач. Для выделения границ перепада яркостей на изображении из большого числа известных методов выбран метод углового коэффициента [3,4]. Он относится к числу градиентных методов, обеспечивает получение сглаженных оценок частных производных и потому не требует применения дополнительных процедур сглаживания изображений. В методе углового коэффициента последовательно осуществляется проход по строкам матрицы  $(f_{ij})_{m \times n}$ , элементами которой являются яркости пикселей изображения, для получения оценок частной производной  $(f_x)_{ij}$ , и затем по столбцам - для получения оценок частной производной  $(f_y)_{ij}$ . Оценки частных производных  $(f_x)_{ij}$  и  $(f_y)_{ij}$  получаются в каждой точке с помощью шаблонов (масок) длины  $2k$ :

$$(-(2k-1), -(2k-3), \dots, -3, -1, 1, 3, \dots, (2k-3), (2k-1)) \quad (1)$$

или длины  $(2k+1)$ :

$$(-k, -k+1, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, k-1, k) \quad (2)$$

Весовые коэффициенты приведенных масок являются МНК-оценками коэффициента  $b$  линейной модели наблюдений  $f(x, y) = a + bx + \xi$  [4].

Увеличение «памяти»  $L = 2k$  или  $L = 2k + 1$  дифференциального оператора с шаблонами (1) или (2) увеличивает эффект сглаживания случайных колебаний. Если в операторах Собеля и Превитта  $L = 3$ , то в рассматриваемом операторе значения  $L \in \{7, 8, \dots, 21\}$ . Тонкая линия границы  $\Gamma = \partial D$  перепада яркости изображения достигается с помощью специального алгоритма отнесения точек изображения к границе  $\Gamma$ . Для этого в каждой точке  $(x_i, y_i)$  изображения производится сравнение модуля градиента  $\nabla f_{ij} = \sqrt{((f_x)_{ij})^2 + ((f_y)_{ij})^2}$  с пороговым значением  $d = \hat{m} + \alpha \cdot \hat{\sigma}$ ,  $0 < \alpha < 3$ . Здесь  $\hat{m}$  и  $\hat{\sigma}$  - оценки математического ожидания и среднеквадратического отклонения.

На реальном изображении после выделения границ перепада яркости присутствует большое число малозначимых, неинформативных линий. Тогда как на виртуальном

изображении местности приводятся контуры только объектов постоянного присутствия (дороги, мосты, реки и озера и т.д.). Это обстоятельство облегчает в определенной мере решение основной задачи - идентификацию контуров однотипных объектов на реальном и на ВММ изображениях, поиск ключевых точек на них и совмещение изображений.

Переход от растрового изображения к векторному описанию контуров осуществляется стандартным образом.

Аппроксимация выделенных на первом этапе контуров многоугольниками, выполняется с целью адекватного описания каждого контура многоугольником с минимальным числом вершин. Алгоритм основан на выборе в качестве вершин аппроксимирующего многоугольника тех точек контура, в которых достигается локальный максимум оценок косинусов углов при этих вершинах. Остальные точки замкнутого контура отбрасываются.

В каждой точке контура вычисляется косинус угла между прямыми  $L_1 : y = \widehat{k}_1 x$  и  $L_2 : y = \widehat{k}_2 x$ , проходящими через данную точку и через  $m$  пикселей соответственно слева и справа от этой точки. Количество пикселей, участвующих в расчете – настраиваемый параметр алгоритма. С помощью этого параметра можно управлять степенью грубости аппроксимации контура многоугольником.

Выбор ключевых (идентичных, соответствующих точек) на обработанных реальном и виртуальном изображениях выполняется по одному из двух алгоритмов. В основе первого лежит формирование и сравнение подконтуров на паре изображений. Если  $\Gamma = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}$  - координатное описание контура  $\Gamma$ , то автокорреляционная функция представляет собой вектор  $\bar{\tau}$ , компоненты  $\tau_k$  которого вычисляются по формуле [5]

$$\tau_k = \frac{|\langle \Gamma_k, \Gamma_0 \rangle|}{(\Gamma_0, \Gamma_0)}, \quad k = \overline{1, n-1},$$

где

$$(\Gamma_k, \Gamma_0) = \sum_{m=1}^n (x_m + iy_m)(x_{k+m(\text{mod}n)} - iy_{k+m(\text{mod}n)}), \quad (\Gamma_0, \Gamma_0) = \sum_{m=1}^n (x_m^2 + y_m^2)$$

Автокорреляционная функция вычисляется для каждого подконтура. Затем вычисляется мера сходства каждого подконтура  $\gamma_m$  второго контура с некоторым фиксированным подконтуром  $\gamma_0$  первого контура. В качестве меры сходства (отличия) подконтуров используется величина

$$\Delta_m = \sum_{k=1}^{\lfloor n/2 \rfloor} |\tau_k^{(m)} - \tau_k^{(0)}|.$$

Полученное значение  $\Delta_m$  сравниваются с заданным порогом  $\varepsilon$ . Подконтур  $\gamma_m$  включается в множество контуров, близких к подконтур  $\gamma_0$ , если  $\Delta_m < \varepsilon$ , и исключается в противном случае. Окончательный выбор одного подконтура из сформированного множества близких подконтуров производится с помощью дополнительных параметров. Производится сравнение углов при вершинах, оценка взаимного расположения данной вершины относительно других вершин контура.

Альтернативный алгоритм поиска пар ключевых точек на совмещаемых изображениях проще первого и основан на вычислении в каждой вершине аппроксимирующих многоугольников значения критерия  $\delta_{ij} = \delta(M_i, M_j)$  «похожести» углов  $\angle M_{i-1}M_iM_{i+1}$  и  $\angle M'_{j-1}M'_jM'_{j+1}$ :

$$\delta_{ij} = \frac{1}{2} \cdot |\cos \alpha_i - \cos \beta_j| + \frac{\|\bar{a}_1 - k \cdot \bar{b}_1\|}{|\bar{a}_1| + |\bar{b}_1|} + \frac{\|\bar{a}_2 - k \cdot \bar{b}_2\|}{|\bar{a}_2| + |\bar{b}_2|}$$

на сравниваемых контурах. Здесь  $\cos \alpha_i$  и  $\cos \beta_j$  - косинусы сравниваемых углов  $\angle M_{i-1}M_iM_{i+1}$  и  $\angle M'_{j-1}M'_jM'_{j+1}$  соответственно,  $k = \frac{p_1}{p_2}$ , где  $p_1, p_2$  - периметры первого и второго контуров. Угловой точке  $M_i$  на первом контуре ставится в соответствие некоторая точка  $M'_j$  второго контура, если на этой паре достигается минимум критерия  $\delta_{ij} = \delta(M_i, M'_j)$

Итоговая операция – совмещение контуров - является наиболее ответственной и сложной. Корреляционные методы, основанные на сопоставлении всех точек пары сравниваемых изображений, дают хорошие результаты совмещения, но требуют недопустимо больших затрат машинного времени. Совмещение контуров с использованием ключевых точек контуров возможно на основе преобразования одного изображения к плоскости другого с помощью матрицы  $H$  гомографии

$$\tilde{X}'_i = H \cdot \tilde{X}_i, \quad i = \overline{1,4}.$$

Здесь  $\tilde{X}'_i = (x'_i; y'_i; 1)^T$ ,  $\tilde{X}_i = (x_i; y_i; 1)^T$  - арифметические векторы, первые две компоненты которых образованы координатами ключевых точек  $X_i = (x_i, y_i)$  и  $X'_i = (x'_i, y'_i)$ ;

$H = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{31} & 1 \end{pmatrix}$ . Элементы  $h_{ij}$  матрицы гомографии находятся в результате решения

соответствующей системы линейных алгебраических уравнений [6].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Bay H., Tuytelaars T., & Van Gool L. SURF: Spedded Up Robust Features// Proceedings of the 6<sup>th</sup> European Conference on Computer Vision. – Dublin, 2006. – Springer LNCS. – P. 404-417.
2. Герман Е. В., Муратов Е. Р., Новиков А. И. Математическая модель формирования зоны неопределенности в задаче совмещения изображений// Вестник РГРТУ. Вып. 47. Часть 2. – Рязань. – 2013. – С. 10-16.
3. Никифоров М. Б., Новиков А. И., Саблина В. А., Щербакова О. В. Алгоритм выделения границ перепада яркостей при обработке видеоизображений// Информационные и телекоммуникационные технологии. – 2013. – № 18. – С. 17 – 24.
4. Новиков А. И. Алгоритм выделения границ полезных сигналов//Вестник РГРТУ. Вып. 24. – Рязань. – 2008. – С. 11 – 15.
5. Фурман А. Я., Кревецкий А В., Передреев А. К., Роженцов А. А., Хафазов Р. Г., Егошина И. Л., Леухин А. Н. Введение в контурный анализ. – М.: Физматлит, 2003. – 592 с.
6. Новиков А. И., Саблина В. А., Горячев Е. О. Применение контурного анализа для совмещения изображений//Известия ТулГУ, технические науки, вып. 9, ч. 1. –Тула. – 2013. – С. 260 – 270.

# О СТАБИЛИЗАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ С КУСОЧНО-ПОСТОЯННЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

Перегудова О.А., Пахомов К.В.

*Ульяновский государственный университет, 432017, Россия, г. Ульяновск,  
ул. Л. Толстого, 42, 8422372473, peregudovaoa@gmail.com*

Abstract . In the paper there is proved the method of solving the problem of stabilization of nonlinear nonstationary systems with piecewise constant control on the basis of a sampling system using the method of backstepping and Lyapunov functions of type of vector norms. There were obtained sufficient conditions for the stabilization with estimation of initial deviations.

Рассмотрим задачу о стабилизации нелинейной нестационарной системы каскадного вида

$$\dot{\eta} = f(t, \eta) + g(t, \eta)\xi, \quad \dot{\xi} = u, \quad (1)$$

где  $(\eta, \xi) \in R^{n \times m}$  – вектор состояния системы,  $\eta \in R^n$ ,  $\xi \in R^m$ ,  $u \in R^m$  – управление,  $f(t, 0) = 0$ ,  $f: R \times \Gamma \rightarrow R^n$ ,  $g: R \times \Gamma \rightarrow R^{n \times m}$ , ( $\Gamma = \{\eta \in R^n : |\eta| < \gamma = \text{const} > 0\}$ ). Символом  $|\cdot|$  обозначена некоторая векторная норма в пространстве  $R^n$ . Соответствующую операторную матричную норму, согласованную с выбранной векторной нормой, будем обозначать символом  $\|\cdot\|$ . Функции  $f$ ,  $g$  являются непрерывно дифференцируемыми.

Будем полагать, что управление  $u$  в системе (1) является кусочно-постоянным сигналом,  $u(t) = u(kT)$ ,  $\forall t \in [kT, (k+1)T)$ ,  $T > 0, k \in \mathbb{N}$ . Значения вектора состояния системы доступны измерению в моменты времени  $t = kT$ .

Введем обозначения:

$$u[k] = u(kT), \quad \eta[k] = \eta(kT), \quad \xi[k] = \xi(kT), \quad f[k, \cdot] = f(kT, \cdot), \quad g[k, \cdot] = g(kT, \cdot),$$

и построим дискретную модель системы (1) на основе аппроксимации Эйлера

$$\eta[k+1] = \eta[k] + T(f[k, \eta[k]] + g[k, \eta[k]]\xi[k]), \quad \xi[k+1] = \xi[k] + Tu[k] \quad (2)$$

## Определение 1.

Управление  $u[k] = u(kT, \eta[k], \xi[k])$ ,  $u(kT, 0, 0) = 0$ , называется стабилизирующим для системы (2), если нулевое решение  $\eta = 0$ ,  $\xi = 0$  системы (2) при данном управлении будет равномерно асимптотически устойчиво.

Для решения задачи стабилизации системы (2) будем применять известный метод бэкстеппинга построения нелинейного управления [1, 2]. Данный метод основан на представлении всей системы в виде каскадного соединения подсистем и рекуррентном синтезе закона управления на основе построения функций Ляпунова для каждой подсистемы.

Предположим, что закон  $\xi[k] = \varphi(kT, \eta[k])$  с гладкой функцией  $\varphi: R \times R^n \rightarrow R^m$ ,  $\varphi(kT, 0) = 0$ , обеспечивает стабилизацию нулевого положения  $\eta = 0$  первого уравнения системы (2). Обозначим  $\varphi[k, \cdot] = \varphi(kT, \cdot)$  и введем новую функцию  $z[k] = \xi[k] - \varphi[k, \eta[k]]$ , тогда для нового вектора состояния  $(\eta, z)$  система (2) примет вид:

$$\eta[k+1] = \eta[k] + T(f[k, \eta[k]] + g[k, \eta[k]]\varphi[k, \eta[k]] + Tg[k, \eta[k]]z[k]),$$

$$z[k+1] = z[k] + \varphi[k, \eta[k]] - \varphi[k+1, \eta[k]] + T(f[k, \eta[k]] + g[k, \eta[k]]\varphi[k, \eta[k]]) + Tg[k, \eta[k]]z[k] + Tu[k] \quad (3)$$

Далее в статье будем использовать следующие обозначения:

$$A(k, \eta) = \int_0^1 \left( \frac{\partial (f[k, x] + g[k, x]\varphi[k, x])}{\partial x} \Big|_{x=s\eta} \right) ds, \quad (4)$$

$$B(k, T, \alpha, \eta) = \begin{pmatrix} E + TA(k, \eta) & T\alpha g(k, \eta) \\ 0 & (1 - aT)E \end{pmatrix}.$$

**Теорема 1.**

Пусть существуют положительные постоянные  $\alpha$ ,  $1 < a < 1/T$ ,  $\delta < \gamma$ , такие, что для любого  $\eta \in R^n$ , удовлетворяющего условию  $|\eta| < \delta$ , и для любого  $k \in N$  имеет место неравенство

$$\|B(k, T, \alpha, \eta)\| \leq \varepsilon = const < 1 \quad (8)$$

Тогда управление

$$u[k] = -a(\xi[k] - \varphi(k, \eta[k])) + \frac{1}{T}(\varphi(k+1, \eta[k+1]) - \varphi(k, \eta[k])) \quad (9)$$

решает задачу о стабилизации системы (2) с областью притяжения  $|\eta| < \delta$ ,  $|\xi - \varphi(\eta)| < \delta$ .

**Доказательство.**

При управлении (9) система (3) с учетом обозначения (4) примет следующий вид

$$\begin{aligned} \eta[k+1] &= (E + TA(k, \eta[k]))\eta[k] + Tg(k, \eta[k])z[k], \\ z[k+1] &= (1 - aT)z[k] \end{aligned} \quad (10)$$

Обозначим  $\mu = (\eta, z/\alpha)^T$ , где  $\alpha = const > 0$  выбрано так, что для любого  $\eta \in R^n$ , удовлетворяющего условию  $|\eta| < \delta$ , и для любого  $k \in N$  выполняется неравенство (8). Возьмем для системы (10) функцию Ляпунова в виде  $V(\mu) = |\mu|$ . Рассмотрим поведение функции Ляпунова вдоль решения системы (10) с начальным условием  $(\eta_0, z_0) = (\eta_0, \xi_0 - \varphi(\eta_0))$ ,  $|\eta_0| < \delta$ ,  $|\xi_0 - \varphi(\eta_0)| < \delta$ . Обозначим  $V[k] = V(\eta[k], z[k])$ , тогда, учитывая неравенство  $|\mu[k+1]| \leq \|B(k, T, \alpha, \eta[k])\| |\mu[k]|$ , получим для функции Ляпунова

$$V[k+1] \leq \|B(k, T, \alpha, \eta[k])\| V[k]$$

Отсюда, учитывая выбор числа  $\alpha$ , получим, что  $V[k+1] - V[k] \leq -(1 - \varepsilon)V[k]$  для любого  $k \geq 0$ . Таким образом, нулевое решение  $\eta = 0$ ,  $z = 0$  системы (10) асимптотически устойчиво. Учитывая, что  $\varphi(kT, 0) = 0$ , получим асимптотическую устойчивость нулевого решения  $\eta = 0$ ,  $\xi = 0$  системы (2). Теорема доказана.

**Замечание 1.** Теорема 1 устанавливает конструктивно проверяемые условия стабилизации нелинейных систем (1) в виде неравенств относительно векторных и матричных норм параметров системы. Доказательство этой теоремы основано на применении функций Ляпунова вида векторных норм, что обеспечивает гибкость предложенной методики в решении конкретных задач стабилизации. Результаты, полученные в работе, являются развитием соответствующих результатов работ [1,2].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 12-01-33082).

ЛИТЕРАТУРА

1. Халил Х.К. Нелинейные системы. М.-Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", Институт компьютерных исследований, 2009. 832 с.
2. Nesic, D., & Teel, A.R. Stabilization of sampled-data nonlinear systems via backstepping on their Euler approximate model // Automatica, 2006, 42. P.1801-1808.

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РИМАНА В МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВОЗДЕЙСТВИЯ СИЛЬНОГО РАЗРЫВА СОЛНЕЧНОГО ВЕТРА НА ОКОЛОЗЕМНУЮ ГОЛОВНУЮ УДАРНУЮ ВОЛНУ И МАГНИТОСФЕРУ ЗЕМЛИ

Пушкарь Е.А.

*ФГБОУ ВПО Московский государственный индустриальный университет,  
Россия, 115280, Москва, Автозаводская ул., д. 16, тел. +7-495-675-37-32,  
e-mail: pushkar@msiu.ru*

The solution to the magnetohydrodynamic (MHD) Riemann problem of breakdown of a discontinuity is used for constructing the 3D pattern of the impact of an interplanetary discontinuity in the form of a shock wave or a rotational discontinuity on the Earth's bow shock and the magnetosheath ahead of the Earth's magnetosphere when the interplanetary magnetic field is taken into account. The interaction pattern is constructed in the quasi-steady-state formulation as a mosaic of exact solutions obtained using a computer by means of original software to the problem of breakdown of a discontinuity developed between the states downstream of the impinging and bow shocks on the traveling line of their intersection. The global flow pattern is a function of the latitude and the longitude of points on the bow shock. The main features of the problem considered are the absence of continuous dependence of the solution on the constitutive parameters and the sudden generation of qualitatively different flow patterns when some of the characteristic velocities become equal one another so that different MHD waves merge. The solutions obtained can be used to interpret spacecraft measurements in the solar wind and in the neighborhood of the Earth's magnetosphere.

В настоящее время космические аппараты (Wind, SOHO, ACE), находящихся в потоке солнечного ветра вблизи точки Лагранжа  $L_1$  на расстоянии около 250 земных радиусов  $R_E$  от Земли, где силы притяжения Солнца и Земли уравниваются, и несколько групп спутников (THEMIS, Cluster, Double Star), расположенных вблизи околоземной головной ударной волны, в магнитослое и во внешней магнитосфере на расстоянии  $\sim(10 - 15) R_E$ , непрерывно измеряют состояние солнечного ветра и межпланетного магнитного поля и передают данные измерений на Землю. Особое внимание уделяется резким скачкообразным возмущениям, которые отождествляются с ударными волнами, вращательными и тангенциальными разрывами в солнечном ветре, и их взаимосвязи с проявлениями этих возмущений (примерно через час после их регистрации в солнечном ветре) в окрестности магнитосферы Земли. Этот мониторинг нужен для предсказаний космической погоды и поведения околоземного магнитного поля (такие явления, наблюдаемые на Земле, как внезапное начало магнитной бури, магнитные суббури и геомагнитные импульсы).

Для детальной интерпретации измерений весьма актуальным является использование решения задачи о взаимодействии сильного разрыва  $S$ , распространяющегося в потоке солнечного ветра, с околоземной головной ударной волной  $S_b$ . Последняя аппроксимируется криволинейной поверхностью в виде параболоида или полости двуполостного гиперboloида, где на масштабе порядка 1000 км резко меняются параметры солнечного ветра и магнитного поля, и представляет собой ударную волну, отошедшую от затупленного препятствия – магнитопаузы (границы магнитосферы Земли) в сверхзвуковом потоке солнечного ветра. В квазистационарной трехмерной постановке в системе координат, движущейся с линией пересечения  $S$  и  $S_b$ , такая задача сводится к решению двумерной задачи о распаде разрыва между состояниями за взаимодействующими разрывами (задача Римана). Наличие

значительного по величине межпланетного магнитного поля (на орбите Земли магнитное давление близко к газокINETическому) усложняет задачу, делая ее трехмерной, и требует привлечения модели, позволяющей учесть влияние магнитного поля на возникающее течение. В настоящее время общепринятым является использование для этой цели модели идеальной магнитной гидродинамики, в рамках которой гидродинамические параметры и напряженность магнитного поля изменяются самосогласованно.

Задача о распаде произвольного разрыва в магнитной гидродинамике имеет более чем полувековую историю. Решение в одномерной постановке, полученное В.В. Гогосовым в 1961 году качественными методами, достаточно долго было маловостребованным из-за отсутствия конструктивного метода решения, позволяющего однозначно установить волновую картину возникающего течения и параметры волн в зависимости от исходных состояний на разрыве. Только проведенные через 30 лет исследования решения задачи Римана на основании разработанного метода обобщенных поляр стационарных МГД течений позволили в двумерной постановке прояснить зависимость возникающего течения от ориентации магнитного поля и выявить его особенности, проявляющиеся в скачкообразной (катастрофической) перестройке решения при слиянии магнитозвуковых и альфвеновских характеристик течения. При этом был разработан численно-аналитический метод решения задачи Римана (Riemann solver), который позволяет найти на компьютере точное решение, в котором каждая из шести волн, составляющих решение (некоторые из них могут отсутствовать), находится с любой точностью регулярно, без перебора всех возможных комбинаций, и описывается присущими именно ей уравнениями (конечными трансцендентными соотношениями на разрывах для быстрых и медленных МГД ударных волн и альфвеновских разрывов и системами обыкновенных дифференциальных уравнений для волн разрежения). При этом волновая картина возникающего течения не задается заранее, а находится в процессе решения.

Система уравнений идеальной магнитной гидродинамики, будучи нестрогой гиперболической, допускает совпадение характеристических скоростей разного типа (магнитозвуковых и альфвеновских) и в силу этого не имеет непрерывной зависимости решения от определяющих параметров. При их непрерывном изменении, в случае выполнения определенных условий, картина течения может скачкообразно перестраиваться, переходя из одного состояния в другое во всем поле течения или его части, причем эти состояния отличаются качественно и количественно на конечную величину.

Эти эффекты наглядно проявляются при падении плоского фронта сильного разрыва солнечного ветра на околоземную головную ударную волну, представляющую собой криволинейную поверхность, и его распространении вдоль нее. Движение разрыва по этой поверхности происходит со сверхзвуковой скоростью и поэтому взаимодействие может быть рассмотрено локально, если предположить, что установление течения происходит достаточно быстро. Трехмерная картина взаимодействия строится как мозаика точных решений задачи Римана о распаде МГД разрыва между состояниями за падающим разрывом и головной ударной волной для каждого элемента ее поверхности как функция широты (угла наклона поверхности  $S_b$  к скорости солнечного ветра) и долготы (угла наклона нормали к  $S_b$  плоскости эклиптики) точки взаимодействия. Выбор угловых координат позволяет не конкретизировать форму поверхности  $S_b$ . Расчеты проведены как для характерных значений параметров спокойного солнечного ветра и межпланетного магнитного поля на орбите Земли, наклоненного к скорости солнечного ветра под углом в  $45^\circ$ , так при сильном магнитном поле, характерном для магнитных облаков, для случаев: 1) распространения плоского фронта межпланетной ударной волны по линии Солнце-Земля с различными заданными скоростями; 2) заданного угла поворота межпланетного магнитного поля в альфвеновском разрыве.

Принципиально важным для приложений является волновая картина возникающего течения, в первую очередь, тип и интенсивность быстрой волны, первой проникающей в магнитослой. Если интенсивность быстрой волны достаточно велика, именно ее влияние



является определяющим для воздействия на магнитослой и затем на магнитопаузу и магнитосферу Земли. Найдено, что в случае падения межпланетной ударной волны всегда генерируется преломленная быстрая ударная волна, причем ее интенсивность возрастает в результате взаимодействия с головной ударной волной тем сильнее, чем ближе точка взаимодействия к подсолнечной точке  $S_b$ . При падении межпланетного неплоскополяризованного альфвеновского разрыва примерно на половине поверхности  $S_b$  генерируется «преломленная» быстрая ударная волна, на другой половине – быстрая волна разрежения, вблизи подсолнечной точки граница между этими зонами наклонена к плоскости эклиптики под углом, равным половине угла поворота межпланетного магнитного поля в альфвеновском разрыве. Чем дальше распространяется альфвеновский разрыв, тем шире область с быстрой волной разрежения. Найдено, что имеются две зоны, в которых преломленный альфвеновский разрыв, распространяющийся вслед за быстрой волной в магнитослое, отсутствует. Одна из этих зон всегда расположена на фланге утро вблизи плоскости эклиптики и исчезновение альфвеновского разрыва в ней происходит постепенно, тогда как другая зона смещается по поверхности  $S_b$ , следуя повороту магнитного поля, и на ее границах альфвеновский разрыв исчезает (появляется) практически скачкообразно.

Найдено, что для взаимодействия межпланетной и головной ударных волн определяющим является асимметричность воздействия падающей ударной волны на фланги заря-сумерки  $S_b$ , обусловленная принципиально разной ориентацией магнитного поля относительно фронтов ударных волн. Трехмерная модель позволила найти пространственную структуру возникновения и развития катастрофических перестроек течения, во многом связанную с изменением магнитного поля в неплоскополяризованных вращательных разрывах. Впервые выделены и описаны области, в которых вращательные разрывы имеют малую интенсивность и фактически отсутствуют. Особенности в виде скачкообразных перестроек волновой картины течения, характерные для взаимодействия плоскополяризованных волн и имеющие место в некоторой точке  $S_b$ , во многом определяют структуру течений в соответствующей трехмерной окрестности ее поверхности.

Найдено, что скорость распространения межпланетной ударной волны и её интенсивность важны не только для количественных изменений параметров среды и магнитного поля, но также для качественных и структурных перестроек течения. На фланге сумерки, где реализуются условия квазипараллельного (по углу между магнитным полем и переносной скоростью) взаимодействия ударных волн, катастрофическая перестройка течения, связанная со скачкообразным изменением медленных волн и альфвеновских разрывов (катастрофа тангенциального разрыва), возникает на некоторой линии на поверхности  $S_b$  только при числе Маха падающей ударной волны больше двух, и её интенсивность и область существования тем больше, чем больше число Маха ударной волны. На линии перестройки течения быстрые ударные волны остаются теми же, а качественный состав преломленных и отраженных вращательных разрывов и медленных волн полностью меняется из-за перераспределения в них электрических токов. Это приводит к скачкообразному изменению интенсивностей этих волн и результируется в резком изменении физических параметров среды (плотности, давления, скорости) и магнитного поля в окрестности тангенциального разрыва, разделяющего группы волн, проникающие в магнитослой и распространяющиеся за возмущенной головной ударной волной.

На фланге заря, где реализуются условия квазиперпендикулярного взаимодействия, катастрофические перестройки течения возникают только при числе Маха падающей ударной волны меньше трех. В этом случае расслоение медленных волн на их комбинацию с плоскополяризованным альфвеновским разрывом, найденное в двумерной модели, является результатом накопления вне плоскости эклиптики постепенных изменений магнитного поля в неплоскополяризованных вращательных разрывах, которые схлопываются в скачок при приближении точки взаимодействия к плоскости эклиптики.

Исследованы изменения гидродинамических параметров и магнитного поля, происходящие в каждой из волн в окрестности  $S_b$ , при падении и распространении вдоль нее

межпланетной ударной волны. Диаграммы изменений плотности и всех компонент напряженности магнитного поля, построенные в угловых координатах широта-долгота точки на  $S_b$ , дают наглядные представление о глобальных изменениях состояния среды и магнитного поля.

Наибольший рост плотности в преломленной ударной волне достигается на фланге заря, где магнитное поле близко нормали к фронту  $S_b$ . Асимметрия изменения плотности на флангах заря-сумерки достигает 30% при числе Маха падающей ударной волны равном 8. Рост плотности в преломленной ударной волне частично компенсируется её изменениями в медленных волнах, так что там, где плотность вначале увеличивается в наибольшей степени, она затем уменьшается в медленной волне разрежения, а там, где вначале плотность растет в меньшей степени, среда затем дополнительно уплотняется медленной ударной волной.

Вращательные разрывы и медленные волны, распространяющиеся за преломленной ударной волной и за трансформированной головной ударной волной оказывают существенное влияние на магнитное поле. На фланге заря их поведение и, соответственно, изменение магнитного поля связано с возможностью совпадения скоростей альфвеновских разрывов и медленных магнитозвуковых волн в некоторых точках в плоскости эклиптики, а на фланге сумерки – со слиянием пяти волн (альфвеновских, медленных магнитозвуковых и энтропийной характеристик) и обращением в нуль собственного электрического поля на некоторой линии. Это приводит к скачкообразному изменению этих волн и результируется в резком изменении физических параметров среды (падению плотности и давления и росту магнитного поля) в окрестности контактного разрыва, разделяющего группы волн, распространяющихся за преломленной быстрой и трансформированной головной ударными волнами, при этом контактный разрыв преобразуется в тангенциальный.

Построенные решения могут быть использованы для интерпретации данных измерений возмущений параметров среды, возникших в результате воздействия межпланетной ударной волны. Эти данные могут быть получены приборами на спутниках, расположенных между околоземной головной ударной волной  $S_b$  и магнитопаузой, когда ударная волна или вращательный разрыв были зарегистрированы ранее космическими аппаратами в солнечном ветре вблизи точки Лагранжа  $L_1$ . Возмущения могут проявляться в магнитосфере Земли в виде внезапного начала магнитной бури или геомагнитных импульсов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 14-01-00335а) и гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ (НШ-1303.2012.1).

### СЕКЦИЯ 3.

## НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ФИЗИКИ В ВУЗАХ

---

### КУРС ОБЩЕЙ ФИЗИКИ: РАЗМЫШЛЕНИЯ О КОНЦЕПТУАЛЬНОЙ МОДЕЛИ

Ильин Н. П.

*Санкт-Петербургский государственный технический университет  
Россия, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29., ilyinnp@yandex.ru*

**Abstract.** The arguments are presented for a transition from the traditional courses in general physics to the conceptual course which takes into account the methodological, historical and world view aspects of the physical science. The principal theses of the paper are illustrated by the examples from mechanics, thermodynamics and the other parts of physics.

Если преподавание гуманитарных наук в российской высшей школе претерпело за два последних десятилетия принципиальные изменения, то преподавание фундаментальных естественнонаучных дисциплин, включая общую физику, в значительной степени сохранило тот же характер, что и в советское время. У такой преемственности есть свои очевидные положительные стороны: высокое научно-педагогическое качество целого ряда учебников проверено временем в процессе педагогической практики не одного поколения преподавателей.

Вместе с тем, нельзя забывать об особенностях того подхода к преподаванию общей физики, который сложился в СССР. Этот подход заключал в себе определенное противоречие, которое имело далеко идущие последствия. С одной стороны, совокупность физических наук рассматривалась как наиболее передовая область человеческих знаний, а интеллектуальное реноме физики и физиков было, несомненно, одним из самых высоких среди всех профессиональных занятий. Все это располагало к серьезному изучению физики и, соответственно, к созданию многотомных учебников. Но существовала и другая сторона медали. Хотя именно естественные науки, во главе с физикой, признавались главным источником познания объективного мира, все мировоззренческие вопросы жестко изымались из их ведения и передавались в ведение определенного философского учения – диалектического материализма, не признававшего рядом с собой никаких партнеров. То немногое, что говорилось по этим вопросам в курсах общей физики, состояло скорее в выражении идеологической лояльности, чем в анализе существа проблем.

Сразу подчеркну: разделение физических и философских проблем в определенной степени закономерно; учебники физики не должны превращаться в натурфилософские трактаты. Но в этом разделении необходимо соблюдать разумную меру. Без идейной глубины, без идейных горизонтов курс общей физики неизбежно приобретает поверхностный описательный характер; можно сказать, что в его основе лежит чисто экстенсивная модель. Такая модель имеет, по существу дела, только две составляющие – эмпирическую и математическую; задача курса физики сводится к тому, чтобы охватить максимальное число эмпирических фактов, связи между которыми описываются, главным образом, на языке математики, как связи внутри множества формул. Неслучайно даже среди добросовестных студентов распространен феномен «немного знания», то есть неумения изложить изученный материал с помощью ясных и продуманных понятий. Факты и формулы – вот все, что выносит студент из курса общей физики, составленного в духе экстенсивной модели. Представляется несомненным, что сегодня настало время для перехода от

экстенсивной к концептуальной модели курса общей физики. Концептуальная модель, никоим образом не отрицая значение эмпирической и математической составляющих курса, дополняет их еще тремя составляющими: логической, исторической и методологической.

Простым примером может служить ситуация с так называемым «законом инерции», или «первым законом Ньютона», с которого практически все учебники начинают изложение классической механики. При этом мы узнаём, что этот закон, «высказанный в частной форме еще Галилеем» [1], следует считать особым постулатом (или аксиомой, по терминологии Ньютона). Далее, сообщается, что он, как и другие законы Ньютона, «возник в результате обобщения данных опытов и наблюдений» [2]. Суть же этого закона составляет «утверждение, что инерциальные системы отсчета существуют»; более того, «существует не одна, а бесчисленное множество инерциальных систем отсчета» [3].

Приходится сказать, что все эти утверждения или просто ошибочны, или крайне неудачно сформулированы, если смотреть на них с точки зрения истории, логики и методологии научного знания. Давно установлено, что Галилей считал движением по инерции «круговое движение небесных тел» [4]. К правильной формулировке закона инерции подошел только Декарт в трактате «Принципы философии» (1644 г.), отметив, что «всякое движущееся тело стремится продолжить свое движение по прямой», и пояснив это утверждение знаменитым рисунком, сопоставляющим вращение пращи и полет выпущенного из нее камня [5]. Дело здесь не только в исторической справедливости, хотя и она важна для развития у студентов серьезного отношения к вопросам приоритета в науке. Еще важнее различие мировоззренческих позиций этих ученых-мыслителей. По мнению ряда историков науки, Галилея можно считать предшественником позитивизма [6], для которого научное исследование отвечает только на вопрос «как?», но не на вопрос «почему?». Поэтому Галилей стремился экспериментально установить «кинематическую гармонию мира», но у него «не было четких понятий ни силы, ни инерции, ни, тем более, силы инерции» [4], имеющих динамический, а не кинематический характер. Напротив, для Декарта вопрос о причинах был центральным вопросом натурфилософии, и потому он не только понял суть движения по инерции как движения в отсутствие внешних сил, но и подошел вплотную к закону сохранения импульса, сформулировав его в связи с вопросом о «первопричине» движения.

Тот факт, что основоположник рационализма Декарт разобрался с природой инерции лучше, чем блестящий экспериментатор Галилей, ставит под сомнение и ходячее утверждение об «опытном» происхождении закона инерции. Известный отечественный физик С. Э. Хайкин, посвятивший ряд работ специально проблеме инерции, отмечал: «Ясно, что этот закон не может быть подтвержден экспериментально, так как невозможно поставить эксперимент с уединенным телом, на которое не действуют никакие силы со стороны других тел» [7]. На чем же тогда основано наше доверие к этому закону? Прежде всего, закон инерции, как и все законы механики, тесно связан с принципом детерминизма, который требует определенной причины для всех реальных изменений в мире. Если при этом физически определить причину как силу, то мы и получаем закон инерции, но не как самостоятельную «аксиому», а как прямое следствие основного уравнения динамики. Тот же Хайкин отмечал в связи с этим, что «первый закон Ньютона не является самостоятельным законом, а представляет собой лишь частный случай второго закона Ньютона». Что касается связи между законом инерции и опытом, то здесь очень важно донести до студентов точку зрения, которая преобладает в современной теории научного знания: эта связь далеко не всегда играла существенную роль при *открытии* фундаментальных законов природы, но всегда приобретала решающее значение в процессе их дальнейшего *применения* [8].

Относительно связи закона инерции с понятием инерциальной системы отсчета (ИСО) необходимо отметить следующее. Прежде всего, эта связь не является жесткой: ясно определить понятие ИСО можно, например, через закон сохранения импульса: в ИСО центр масс (или центр инерции) замкнутой системы сохраняет постоянную по величине и направлению скорость. Но даже сохраняя взгляд на закон инерции как на самостоятельный

закон, необходимо отказаться от широко распространенного утверждения о «существовании» ИСО. Авторы оригинального курса общей физики справедливо отмечали: «Фактически используемые в физических экспериментах системы отсчета являются инерциальными лишь с большей или меньшей степенью точности» [9]. Другими словами, ИСО – это идеализация, которая, строго говоря, «существует» только в сознании физиков; говорить о «существовании» ИСО в физическом мире так же бессмысленно, как говорить о существовании материальных точек, идеальных газов, равновесных процессов и т.д. Во всех этих случаях мы имеем дело с физическими *моделями*, и одна их важнейших задач курса общей физики состоит в том, чтобы научить студента правильно оценивать ту степень приближения к реальности, которую дает применение этих моделей в конкретных задачах.

К сожалению, понимание того, что смена *различных* моделей играла и продолжает играть ключевую роль в развитии науки, остается редким «гостем» в современных курсах общей физики. Ярким примером антиисторизма, который не позволяет понять действительный ход развития научного знания, является отношение многих авторов к роли гипотезы теплорода в формировании термодинамики. В большинстве курсов физики эта гипотеза вообще не упоминается, а из курса Д. В. Сивухина студент узнает только следующее: «Теория теплорода несостоятельна. Она не может объяснить простейшие явления, например, нагревание тел при трении. Нет необходимости рассматривать эту теорию» [10].

С подобной оценкой гипотезы теплорода, при всем желании, нельзя согласиться. Важнейшее понятие теплоемкости было установлено шотландским физиком Джозефом Блэком всецело на основе теплородной модели, как и понятие «скрытой» теплоты фазовых переходов. Более того, именно в «теплородных» исследованиях Дж. Блэка было впервые проведено принципиальное различие между теплотой и температурой [11]. Исключительно важен и тот факт, что в рамках модели теплорода были проведены пионерские исследования теплового излучения. О значении работы П. Прево «Лучистый теплород» (1809) Я. М. Гельфер пишет: «Теория лучистого обмена Прево подготовила ту почву, на которой впоследствии смогли быть проведены исследования Кирхгофа, Стефана и Больцмана и которые в свою очередь явились отправной точкой работ Планка, завершившихся открытием революционной теории нашего времени – теории квантов» [11].

Ну, а как же быть с «неспособностью» теплородной модели объяснить «нагревание тел при трении»? О том, что эксперименты Румфорда «отнюдь не могли считаться решающим доказательством, подрывающим теорию теплорода», пишет американский ученый Джон Фен в начальном курсе термодинамики (*a thermodynamics primary*), отмечая не только совершенно неудовлетворительную количественную точность этих экспериментов. Дж. Фен проводит весьма поучительную параллель с *электризацией* трением, которая, если следовать той же логике, должна «опровергать» существование электрического заряда в качестве характеристики состояния тела [12]. Что касается известных опытов Г. Дэви, то здесь ситуация еще любопытнее. Тщательный анализ этих опытов, проведенный уже в XX в., показал, что в том виде, как их описал Дэви, они просто *неосуществимы* [11]. Вот поучительный пример того, что к любому «экспериментальному факту» надо относиться не менее критически, чем к любой научной гипотезе.

Сказанное вовсе не означает, что преподаватель должен входить в детали модели теплорода. Вполне достаточно: 1) кратко обрисовать ее общий характер; 2) отметить прогрессивное значение этой модели *на определенном этапе* развития термодинамики; 3) указать те факторы, которые определили *отказ* от модели теплорода в пользу «кинетической» модели. Последний момент особенно важен. Можно отчасти согласиться с Я. М. Гельфером, что существенное значение имело формирование теоретического представления о *внутренней энергии* тела. При этом, как отмечает Т. Кун в работе «Закон сохранения энергии как пример одновременных открытий», ключевую роль здесь сыграло «расширение» за пределы механики известной теоремы о равенстве работы всех сил, действующих на тело, изменению *кинетической* энергии тела [13]. В сочетании с

определением «эквивалентности» теплоты и работы, это «расширение» и послужило важным толчком к установлению первого начала термодинамики. Отмечая этот момент, преподаватель получает возможность отметить тесную связь между теориями тепловых и «чисто механических» явлений.

Однако сводить все дело только к различению понятий работы, теплоты и энергии вряд ли верно: Роберт Майер, чей приоритет в открытии первого начала термодинамики стал общепризнанным после замечательного научно-исторического исследования М. Планка «Принцип сохранения энергии», был, однако, решительным противником «кинетической» модели. Весьма весомым аргументом в пользу последней стала (как отмечал еще А. Пуанкаре) *статистическая интерпретация энтропии* в работах Л. Больцмана, не случайно вызвавшая ожесточенные споры и сыгравшая столь трагическую роль в судьбе ее автора. Другими словами, позиции модели теплорода существенно пошатнулись в связи с углубленным осмыслением второго начала термодинамики – начала, впервые сформулированного С. Карно на основе этой модели. Вот замечательный пример подлинной диалектики в развитии науки. Что касается окончательного признания кинетической теории тепла, то здесь особую роль сыграли выполненные уже в начале XX в. опыта Ж. Перрена и созданная тогда теория броуновского движения [14]. Мы видим, что и молекулярно-кинетическая модель утвердилась на широкой совокупности результатов, полученных с ее использованием, а не на тех или иных «решающих экспериментах».

Мы сознательно коснулись проблем, связанных с гипотезой, которая имеет сегодня только историческое значение. Но как важное звено в развитии физики, гипотеза теплорода сохраняет *научно-педагогическое* значение и не должна полностью «вырезаться» из курса общей физики, так как позволяет лучше понять и конкретный вопрос о содержании кинетической гипотезы, и общие закономерности научного развития, и вопросы мировоззренческого характера, связанные, например, с континуальными и дискретными представлениями в физике. Нетрудно догадаться, что в области классической электродинамики и оптики, в теории относительности и квантовой физике (даже при упрощенном изложении этих разделов) заложен еще больший потенциал для построения адекватной концептуальной модели курса общей физики. Время для такой модели давно назрело.

Могут возразить, что переход к курсу общей физики, насыщенному элементами концептуального характера, крайне затруднителен в условиях сокращения лекционного времени. Но такое возражение не учитывает принципиальной особенности концептуальных составляющих: они требуют не столько тех или иных добавлений к курсу, сколько его перестройки и оптимизации. Например, требование логической когерентности подразумевает, в первую очередь, четкое выделение тех положений того или иного раздела физики, которые действительно имеют аксиоматический характер [15]. Если серьезно отнестись к этой задаче, то выясняется, в частности, что возможно логически последовательное изложение основ классической механики (конечно, в рамках курса общей, а не теоретической физики), исходя из закона сохранения импульса как единственного постулата, дополненного определениями силы и массы. Содержание соответствующего раздела становится в этом случае более компактным. Той же цели должно служить и ясное словесное (а не только формульное) определение основных физических понятий; например, студент, который еще при изучении механики усвоил, что работа всегда связана с процессом превращения одного вида энергии в другой, может лучше усвоить ключевые идеи термодинамики.

Подводя итог, можно представить следующим образом практическое осуществление концептуального курса общей физики. На лекциях главное внимание должно уделяться разъяснению смыслового содержания физических понятий и принципов, выявлению эмпирических и логических связей между ними. При этом к работе мысли студента должна постоянно привлекаться работа воображения, стимулированная широким использованием физических демонстраций. Преодолению излишней отвлеченности изложения может

служить и обращение к конкретным примерам из истории физики, к непростым судьбам важнейших физических идей. Вместе с тем, затраты времени на те или иные математические выкладки должны быть в процессе лекций сведены к необходимому минимуму. Математический анализ целого ряда физических закономерностей целесообразно проводить в форме решения задач на семинарах; это касается, например, вывода большинства формул кинематики, уравнений термодинамических процессов, различных следствий теоремы Гаусса в электростатике и так далее, то есть материала, который обычно попадает в лекционную часть курса.

*Docendo discimus* (уча, учимся) – это старинное изречение получает в наше время новое звучание, требуя от преподавателя освоения тех «измерений» своего предмета, которые длительное время как бы «не замечались» в силу ограничений преимущественно идеологического характера. Для курса общей физики это означает выход из плоскости «фактов и формул» в область осмысления физических концепций и методологии физики, а следовательно, и формирования основных навыков научно-критического мышления.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т. I. Механика. М.: Физматлит, 2010. 560 с.
  2. Савельев И. В. Курс общей физики. Т. 1. Механика. Молекулярная физика. СПб.-М.-Краснодар: Лань, 2011. 432 с.
  3. Иродов И. Е. Механика. Основные законы. М.-СПб.: Лаборатория базовых знаний, 2000. 320 с.
  4. Кузнецов Б. Г. Галилей. М.: Наука, 1964. 326 с.
  5. Декарт Р. Сочинения в двух томах. Т. 1. М.: Мысль, 1989. 656 с.
  6. Geumont L. Galileo Galilei. N.Y. McGraw-Hill Company, 1965. 260 P.
  7. Хайкин С. Э. Физические основы механики. М.: Наука, 1971. 751 с.
  8. Поппер К. Р. Объективное знание. Эволюционный подход. М: УРСС, 2002. 381 с.
  9. Ландау Л. Д., Ахиезер А. И., Лифшиц Е. М. Курс общей физики. Механика и молекулярная физика. М.: Наука, 1969. 399 с.
  10. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Термодинамика и молекулярная физика. М.: Физматлит, 2011. 543 с.
  11. Гельфер Я. М. История и методология термодинамики и статистической физики. М.: Высшая школа, 1981. 536 с.
  12. Фен Дж. Машины. Энергия. Энтропия. М.: Мир, 1986. 333 с.
  13. Kuhn Th. Energy conservation as an example of simultaneous discovery / in: Critical problems in the history of science. The University of Wisconsin Press, 1959. P. 321-356.
  14. Уиттекер Э. История теорий эфира и электричества. Современные теории 1900-1926. М.-Ижевск. Институт компьютерных исследований, 2004. 463 с.
  15. Ильин Н.П. Физика и логика. Проблема логической когерентности в курсе общей физики / Фундаментальные исследования и инновации в национальных исследовательских университетах: материалы Всероссийской научно-методической конференции. Санкт-Петербург. Т.1. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2012. С. 52.
-

## **РОЛЬ БИБЛИОТЕЧНОГО ФОНДА КАФЕДР В ПРЕПОДАВАНИИ ФИЗИКИ В ВУЗЕ**

Круковская Л. П., Шибанова Н.М.

*Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,  
Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д.29,  
shibanovanm@list.ru, lidia.ks@mail.ru*

The role of the libraries in optimization of engineers education on the example of the physics department library of the Saint-Petersburg Polytechnic University is discussed.

В течение последних десяти лет российские университеты решают поставленную перед ними государством задачу - войти и занять достойное место в мировом образовательном сообществе. Так появились бакалавриат и магистратура, т. е. высшее образование стало разным по срокам обучения и по сложности, причем массовым уже сейчас становится профессиональное высшее образование - четырехлетний бакалавриат. Одновременно идет обсуждение возможности введения так называемого "прикладного" бакалавриата со сроком обучения 3 года. Возникает вопрос, как сочетать фундаментальную составляющую образования (математику, физику) и прикладные знания в условиях сокращения срока обучения в 1,5-2 раза. Очевидно, что при сокращении времени изучения общей физики до двух семестров при уменьшении количества аудиторных часов и увеличении количества студентов, обучающихся у одного преподавателя, возрастает необходимость постоянной оптимизации процесса обучения. Одним из способов оптимизации является усиление внимания к внеаудиторной, методически управляемой самостоятельной работе студентов, в частности, работе с книгой; соответственно, возрастает роль библиотек всех уровней в учебном процессе. В связи с этой тенденцией авторы обратили внимание на состояние библиотеки кафедры экспериментальной физики, являющейся одной из старейших и крупнейших кафедр СПбГПУ - ведущего университета научно-методического совета по физике Министерства образования и науки РФ.

Систематический каталог библиотечного фонда содержит более 1500 наименований единиц хранения на бумажных носителях. Раздел "Общая физика" составляют учебники, в том числе многотомники, учебные пособия, задачки, лабораторные практикумы, справочники, включающие в себя все разделы курса общей физики. Литература, выделенная как "Разделы физики" посвящена описанию отдельных разделов курса физики, например, механике, электромагнетизму, геофизике, астрофизике, теоретической, технической физике и др. В каждом блоке этого раздела также выделяются подразделы - учебники (более 100), монографии (более 200), задачки, справочники, научно-популярная литература. В раздел "Смежные науки и вспомогательная литература" выделены в виде отдельных блоков книги по радиотехнике, связи, теплофизике, материаловедению и приборостроению, а также книги по математике и химии. В каждом блоке этого раздела также выделены подразделы - учебники, монографии, задачки и научно-популярная литература. В этом же разделе имеется блок, в котором собраны словари и справочные пособия, а также блок с литературой, посвященной истории развития науки и техники, истории института и кафедры.

Большое количество блоков в систематическом каталоге обусловлено, в частности, основной задачей, стоящей перед Политехом с его основания, - подготовкой инженеров для различных отраслей промышленности с глубоким физико-математическим образованием, а также с особенностями и традициями преподавания общей физики в Политехническом институте. Особенность состоит в том, что кафедра экспериментальной физики была и остается единственной кафедрой, преподаватели которой читают курс общей физики студентам всех институтов университета. Курсы общей физики, читаемые студентам,



разрабатывались с учетом специфики разных направлений обучения. Эта специфика преподавания сохраняется со времени, когда курс общей физики читался основателем физической лаборатории профессором В. В. Скобельциным студентам первого курса всех отделений института [1]. Так, в библиотечном фонде имеются «Лекции по физике» профессора В. В. Скобельцина, прочитанные им в 1902-1903 гг. студентам экономического отделения, а также «Курс электричества» того же автора, 1909 г., написанный для студентов электротехников.

Большую часть книг кафедральной библиотеки составляют книги, выпущенные в тридцатых годах прошлого века, примерно половину фонда, хотя есть книги, выпущенные существенно раньше, например, учебник И.А. Каблукова «Основные начала физической химии», 1900 г., "Курс физики, т.2. Учение о звуке" О.Д. Хвольсена, 1914 г. издания. Активное формирование кафедральной библиотеки в предвоенные годы было, отчасти, обусловлено и трудностями в работе фундаментальной библиотеки, которая вследствие многочисленных реорганизаций института в те годы (разделения института на отдельные институты и слияния их в новые образования) не могла обеспечить книгами учебный процесс. Так, в 1937 году библиотека только преподавателям вынуждена была отказать десять тысяч раз [1]. Библиотека перестала выдавать студентам книги на дом, а превратилась в справочную. Надо отдать должное сотрудникам кафедры и института, которые в тяжелые годы войны и блокады, сохранили накопленные библиотеками книги.

Начиная с основателя физической лаборатории (будущей кафедры экспериментальной физики) профессора В.В.Скобельцина, чьи напечатанные на машинке на средства кассы взаимопомощи студентов лекции хранятся в кафедральной библиотеке, и следующие поколения преподавателей старались обеспечить учащихся необходимыми учебными пособиями. Так, будущий академик А.Ф.Иоффе, возглавлявший кафедру с 1938г., разработал несколько учебников. В 1923 году - «Лекции по молекулярной физике», в 1933 году - «Курс физики - основные понятия из области механики», в 1940 году - «Курс физики - механика, теплота, электричество», т.1, в 1949 г. - «Основные представления «современной физики». В 1933 году вышел учебник А.И. Алиханова под редакцией А.Ф. Иоффе «Оптика рентгеновских лучей». Первый советский задачник по физике А.Ф. Валтера, В. Н. Кондратьева, Ю. Б. Харитона под редакцией А.Ф.Иоффе был издан в 1924 году и выдержал в дальнейшем 11 изданий. Библиотека и в настоящее время пополняется новыми учебными пособиями, написанными сотрудниками кафедры. Наиболее значимым из них, на наш взгляд, является «Курс физики» т.1 и т.2 И.П. Ипатовой, В.Ф. Мастерова, Ю.И. Уханова (Учебное пособие для вузов), выпущенный в 2001-2004 годах. Первый том этого учебного пособия получил на городском конкурсе 2002 года диплом третьей степени в номинации «лучший учебник года».

Блок «Концепции современного естествознания» раздела "Общая физика" стал формироваться в библиотечном фонде кафедры, начиная с 1995 года, в связи с подготовкой одноименного курса для всех гуманитарных направлений обучения студентов университета. Учебное пособие профессора кафедры Н.М.Кожевникова «Концепция современного естествознания», переизданное четырежды, стало победителем в конкурсе учебных изданий СПбГПУ 2008 года. Преподаватели кафедры успешно используют фрагменты этого пособия на лекциях по общей физике, что обусловлено ярко выраженной мировоззренческой составляющей курса и высоким уровнем изложения материала.

Книги и брошюры из блока «Лабораторный практикум», относящегося к разделу "Общая физика" необходимы для обслуживания учебного процесса в 7 залах лаборатории кафедры, в которых выполняются лабораторные работы, охватывающие весь курс общей физики от механики до оптики и атомной физики. Это, наверное, самый важный раздел кафедрального фонда, т.к. кафедра выросла из физической лаборатории и сама носит название кафедры экспериментальной физики. В этом разделе находится и ещё одна из самых старых книг библиотеки: «Сборник элементарных опытов по физике, составленный при участии многих физиков» Анри Абрагама, (перевод с французского), 1905 г. Наиболее

старое руководство к лабораторным работам, выполнявшимся в физической лаборатории нашего университета (тогда политехнического института), сохранившееся в кафедральном книжном фонде – это «Руководство к лаборатории физики: для студентов физико-механического и электротехнического факультетов» под редакцией уже упоминавшегося выше В.Н. Кондратьева, 1928 г. издания. Книга К.Ф. Нестурха «Порядок выполнения лабораторных работ в физической лаборатории ЛПИ им. Калинина», 1927г. издания в кафедральном фонде не сохранилась, но сохранился экземпляр, переизданный в 1931г. Методическая поддержка лабораторных занятий студентов осуществлялась на протяжении всего времени существования Политехнического института - университета и продолжается сейчас путем переиздания методических указаний к действующим работам и издания описаний новых лабораторных работ. Последние методические разработки касаются внедрения технологии LabVIEW в лабораторный практикум.

Содержание блока «Методические указания по преподаванию курса общей физики» раздела "Общая физика", в основном, посвящено лекционным демонстрациям по физике и использованию современных технических средств в физических демонстрациях. В 2013г. этот раздел пополнился книгой профессора Н.М. Кожевникова «Демонстрационные эксперименты на лекциях по общей физике».

Со времени основания физической лаборатории ее сотрудники занимались на ее территории научными исследованиями с привлечением студентов, в том числе в тесном контакте с учеными других высших учебных заведений и академических институтов. В кафедральной библиотеке имеются книги с дарственными надписями, например, книга И.В.Курчатова «Сегнетоэлектрики», В.Ф. Миткевича «Электрическая энергия: как она добывается, как она передается», 1938г. Эта традиция продолжается и в настоящее время. В результате проведенных исследований с участием сотрудников кафедры в последние годы были выпущены монографии, наиболее интересные из которых, по нашему мнению, [2 - 4].

Анализ распределения количества поступавшей на кафедру литературы по годам показал, что наибольшее число приобретений приходится на периоды с тридцатого по сороковой годы и на шестидесятые-семидесятые годы, т.е. на период довоенной индустриализации и на период, так называемого четвертого технологического уклада, связанного с покорением космоса, развитием атомной и ядерной физики и энергетики, появлении микроэлектроники и на ее основе вычислительной техники. Количество же книг, приобретенных в последние тридцать лет составляет менее четырех процентов библиотечного фонда. Особенно удивляет отсутствие современных учебников, научно-методической и педагогической литературы на иностранных языках в то время как в университете уделяется большое внимание созданию и расширению международных образовательных программ.

Похоже, что сложившаяся ситуация указывает на необходимость нового подхода к преподаванию физики. Как в шестидесятые - семидесятые годы стало ясно, что физика так изменилась, что ее нельзя преподавать по учебникам тридцатых годов, что необходимо создавать новые курсы общей физики и модернизировать лабораторный практикум, так и сейчас необходимо обсуждение, как наилучшим образом реализовать ФГОС в учебном процессе по дисциплине "физика". Ведь до сих пор основным учебником для студентов технических направлений подготовки остается "Курс общей физики" И.В. Савельева, первое издание которого приходится на 1977-1979 гг. По нашему мнению, особенно нужны новые учебные пособия для бакалавров, написанные с учетом низкого общего уровня школьного образования и падения интереса к самостоятельному изучению физики. Эти новые студенты, плохо подготовленные к самостоятельному труду, приходя в университет, часто сталкиваются с дополнительными трудностями в виде учебников, загроможденных математическими формулами, схемами, усложняющими их самостоятельную работу. Следует уделять большее внимание выбору и тщательному описанию опытов и экспериментов, чтобы создать базу для восприятия существующих в природе законов и их математического описания. Такие учебники следует выпускать, в большинстве своем, на

электронных носителях, т.к. благодаря компьютерным технологиям опыты и эксперименты в них могут носить не только описательный, но и демонстрационный характер. Очевидно также, что учебники для бакалавров должны быть сжаты по объему, подробно в них следует разбирать лишь те разделы физики, которые помогут углубить специальное образование, изложение теории должно сопровождаться задачами с примерами их решений.

Завтрашний день кафедральной библиотеки будет, по-видимому, зависеть от особенностей процесса обучения, которое все чаще становится дистанционным. В Министерстве образования и науки настаивают, чтобы не менее 20 процентов образовательных программ реализовывались в сетевом режиме. Фундаментальная библиотека СПбГПУ и кафедральная библиотека уже имеют большие электронные составляющие, позволяющие пользоваться преподавателям и студентам их книжным фондом дистанционно. Благодаря технологии оцифровки книг библиотека кафедры экспериментальной физики стала частью фундаментальной библиотеки университета, но уже следует подумать, как развивать онлайн-ресурсы в лекционных занятиях, практических занятиях и при контроле знаний. В университетской среде существует мнение, что развивать онлайн-ресурсы нужно не в каждом вузе отдельно, а следует создавать всероссийскую, а с учетом интереса к международным образовательным программам, может быть, и международную базу данных.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Смелов В.А. Санкт-Петербургский политехнический. СПб: Бирюса, 2012.-618с.
2. Иванов В.К. и др. Процессы в многоэлектронных атомах. СПб.: Наука, 2006.-325с.
3. P.A.Rodnyi. Physical Processes in Inorganic Scintillators. Boca Raton, N.Y.: CRC Press, 1997.
4. Козловский В.В. Модифицирование полупроводников пучками протонов. СПб.: Наука, 2003.-268 с.

---

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ПО ФИЗИКЕ НА АНГЛИЙСКОМ ЯЗЫКЕ ДЛЯ ИНОСТРАННЫХ СТУДЕНТОВ

Раткевич С.В., Савилова Ю.И.

*Белорусский государственный университет,  
Республика Беларусь, г. Минск, пр-т Независимости, 4, 220030, Тел./факс (+37517) 226-59-40  
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,  
Республика Беларусь, г. Минск, ул. П. Бровки, 6, 220013, Тел. (+37517) 293-88-07, факс (+37517) 202-10-33  
E-mail: sergey.ratkevich@mail.ru*

Abstract: The structure and content of electronic teaching materials in physics in English to foreign students studying at technical universities are described in the paper.

В 2009 г. в Белорусском государственном университете информатики и радиоэлектроники (БГУИР) стартовал проект по оказанию образовательных услуг на английском языке в сфере IT-технологий для иностранных граждан. Для его реализации преподавателями университета были разработаны электронные учебно-методические комплексы (ЭУМК) по преподаванию всех учебных дисциплин на английском языке. Первоначально в проекте не было предусмотрена доуниверситетская подготовка. Однако,

как показал опыт, базовые (школьные) знания по физике, математике и информатике большинства иностранных абитуриентов не соответствуют необходимому уровню для успешного обучения в техническом университете. Поэтому было принято решение о введении подготовительного отделения для преподавания на английском языке, где в течение года абитуриенты проходят обучение по общеобразовательным дисциплинам, являющимися базовыми для университета.

На кафедре физики БГУИР разработан единый ЭУМК по курсу физики на английском языке (для внутреннего пользования), позволяющий обеспечить адаптивную интеграцию (преемственность) доуниверситетского и высшего образования Республики Беларусь для иностранных абитуриентов и студентов. Структура и содержание комплекса соответствуют образовательным программам средних учебных заведений и учебным программам университета. Кроме того в разработанном ЭУМК учитываются отличительные особенности (которые выражаются в последовательности и стиле изложения и/или построения курса физики на всех уровнях: от лекционных до лабораторных занятий) методики преподавания физики в других странах, изученные нами с помощью Internet-ресурсов; изложенные материалы теоретического курса и терминология приведены в соответствии с англоязычными источниками.

ЭУМК для доуниверситетской подготовки иностранных абитуриентов имеет многоступенчатую структуру практических заданий (от более простых к более сложным) по всем разделам физики, что позволяет выбирать оптимальный вариант обучения абитуриентов, имеющих разный уровень базового образования. Успешность обучения контролируется с помощью текущих и итоговых заданий, организованных в виде тестов с выбором ответа.

ЭУМК для иностранных студентов содержит программу по физике (рассчитанную на 222 часа), теоретический курс, материалы практических занятий и лабораторного практикума, а также тесты для текущего и промежуточного контроля знаний и итоговые (экзаменационные) тесты [1].

Теоретическая часть комплекса соответствует учебной программе для технических университетов и охватывает все разделы курса: физические основы классической, релятивистской и квантовой механики, статистической физики и термодинамики, электродинамики, геометрической, волновой и квантовой оптики, квантовой теории атомов, молекул и твердых тел, физики атомного ядра и элементарных частиц.

При проведении лекционных и практических занятий используются разработанные компьютерные презентации, компьютерные модели физических процессов демонстрационной программы «Interactive Physics Version 3.0» (Knowledge Revolution, Inc.), программного пакета «Mathematica» (Wolfram Research, Inc.), а также программные разработки студентов под руководством преподавателя в рамках студенческой научно-исследовательской работы [2] и др.

Разработаны материалы 26 практических занятий, которые включают: краткие теоретические сведения (основные понятия, определения, законы, наиболее важные формулы), примеры решения задач (122 задачи) с подробными объяснениями, задачи для самостоятельного решения (254 задачи).

Подготовлены также описания 27 лабораторных работ, которые содержат теоретическую модель исследуемого явления или процесса, описание экспериментальной установки, инструкцию к выполнению работы и контрольные вопросы. Разработаны требования к оформлению отчетов лабораторных работ, содержащие информацию о структуре отчета, а также правила вычислений и графического представления результатов эксперимента.

В ЭУМК предусмотрен рейтинговый контроль успеваемости студентов, в качестве которого мы используем так называемую «политику аттестации» («Grading policy») студента или рейтинговую систему с возможностью поощрений и/или наказаний: за посещение, за опоздание, за выполнение индивидуальных заданий, за своевременную сдачу лабораторной

работы, за выполнение домашнего задания по решению задач и др. Аналогичная «политика аттестации» уже широко применяется в США (Массачусетский технологический институт, Гарвардский университет и др.) и Европе. Тем временем эта «политика аттестации» никак не противоречит, а только дополняет и расширяет возможности контроля и повышения уровня знаний официально утвержденной рейтинговой системы для русскоговорящих студентов в рамках менеджмента качества БГУИР, которая была внедрена в 2011 г.

Предложенная рейтинговая система [3] заключается в следующем. Каждый студент в течение семестра и после экзамена может получить от 100%-ой успеваемости 10% после текущих тестов (тест 1 – 5%, тест 2 – 5%), 20% после сдачи индивидуальных задач (Individual tasks), 15% после своевременного выполнения и сдачи лабораторных работ (Experiments), 5% после выполнения домашней работы (Homework problem solving), 10% после активной работы в аудитории (адекватного участия в обсуждении поставленных вопросов) (In-classwork and Personal response system), 40% после экзамена (Final exam). Кроме того в рейтинговой системе учитываются посещение аудиторных и факультативных занятий и участие в работе студенческого научно-технического общества.

Итак, как показал наш трехлетний опыт преподавания в группах с иностранными студентами, ЭУМК по физике на английском языке позволяет улучшить освоение материала студентами, их взаимодействие с преподавателем, а также обеспечить дифференцированный подход (менее субъективный) к контролю знаний. В настоящее время осуществляется подготовка электронной версии ЭУМК к печатному изданию. В будущем предложенный комплекс может незначительно модернизироваться с учетом потребностей учебных программ IT-специализаций и специфики характера и традиций поступающих иностранных абитуриентов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Раткевич, С.В. Структура и содержание учебно-методического комплекса по физике на английском языке / С.В. Раткевич, Ю.И. Савилова // Материалы V Международной научно-методической конференции “Высшее техническое образование: проблемы и пути развития”. – Минск: БГУИР, 2010. С. 147 – 148. (24-25 ноября 2010 года).
  2. Савилова, Ю.И. Элементы обучающе-исследовательской методики преподавания физики в БГУИР / Ю.И. Савилова, С.В. Раткевич // Материалы II Международной научно-практической интернет-конференции “Инновационные технологии обучения физико-математическим дисциплинам”. – Мозырь: МГПУ им. И.П. Шамякина, 2010. С. 181 – 184. (11-14 мая 2010 года).
  3. Раткевич, С.В. Об особенностях преподавания физики на английском языке для иностранных студентов в БГУИР / С.В. Раткевич // Материалы II Международной научно-практической интернет-конференции “Инновационные технологии обучения физико-математическим дисциплинам”. – Мозырь: МГПУ им. И.П. Шамякина, 2010. С. 56 – 59. (11-14 мая 2010 года).
-

## СЕКЦИЯ 4.

### НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ИНФОРМАТИКИ В ВУЗАХ

---

### ИНФОРМАЦИОННЫЕ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ МАГИСТРАНТОВ ВУЗОВ

Луковкин С.Б.

*Мурманский государственный технический университет, Мурманск, Россия.  
Murmansk State Technical University, Murmansk, Russia.  
kendato@rambler.ru*

**Abstract.** The transition to the two-tier higher system of education led to the emergence of new disciplines, studied by post-graduate students, which rely heavily on the informatics (Computer science). It facilitates the introduction of the new scientific ideas and application areas into the practice of tuition, such as Data science, synergy, fractal theory, the elements of nonlinear dynamics and fuzzy logic. It should be noted that the instrumental-technological approach towards the study of informatics still dominates within the process of education of scientists, though its fundamental aspects are often regarded as minor.

Информатика как общеобразовательная дисциплина преподаётся в вузах на первом курсе. Содержание дисциплины во многом пересекается с содержанием школьного курса и отличается лишь более глубоким изучением отдельных тем, среди которых, например: теоретически основы информатики, программирование, офисные приложения, специальные математические пакеты, вопросы моделирования.

Переход на двухступенчатую систему образования в вузах привел к появлению ряда новых дисциплин. Независимо от направления подготовки при обучении магистрантов всегда присутствуют предметы так или иначе связанные с информатикой, что указывает на междисциплинарный характер информатики. На данном этапе возникла проблема подготовки преподавателей таких дисциплин: от них требуется наличие знаний, как в конкретной области, так и в области ИКТ, умение работать с современными специализированными прикладными программами. При этом необходимо определить научные приоритеты и наиболее актуальные направления в конкретной области знаний.

Возраст информатики как науки исчисляется лишь несколькими десятилетиями, и поэтому период её становления ещё не завершён. До сих пор уточняется место информатики в системе наук, ее фундаментальные основы, понятия и философские аспекты. Достаточно вспомнить, что до настоящего времени не закончился процесс осмысления и уточнения такого центрального понятия информатики как «информация».

В отечественную науку термин «информатика» ввел в обиход Ф.Е. Темников. В журнале «Известия вузов. Электромеханика» №11 за 1963 г. Ф.Е. Темников представил план построения информатики как фундаментальной науки о системах сбора, передачи, хранения и обработки данных, и подразделял её на теорию информационных элементов, теорию информационных процессов и теорию информационных систем. Однако, впоследствии было принято более узкое понимание новой науки «informatique», которым обозначили науку об электронно-вычислительных машинах и их применении.

Д.С. Чернавский рассматривает информатику как науку о процессах передачи, возникновения, рецепции, хранения и обработки информации и выделяет в ней три направления: техническое, прикладное и фундаментальное [1]. Первое направление связано с передачей, кодированием и приёмом информации, второе имеет дело с разработкой компьютеров и программ, третье направление изучает процессы возникновения и эволюции ценной информации, извлечения ценной информации, реализации ценной информации.

Новый подход в раскрытии сущности информации с позиций синергетики представлен в работах Мелик-Гайказян И.В. [2]. Информация рассматривается как объект постнеклассической науки и представляет собой «многостадийный и необратимый во времени процесс в открытой неравновесной системе; информационные процессы являются механизмами самоорганизации».

Многие авторы отмечают, что в системе образования и подготовки научных кадров высшей квалификации, как в нашей стране, так и за рубежом, все еще доминирует инструментально-технологический подход к изучению проблем информатики, а ее фундаментальные аспекты часто рассматриваются в качестве второстепенных.

В США вместо термина «информатика» используется термин Computer science. Одним из наиболее популярных направлений развития в рамках Computer science в США является Computational science, или «вычислительная наука». В нашей стране близким по смыслу дисциплинами являются компьютерное моделирование или численный эксперимент. Уместно вспомнить знаменитый пример компьютерного моделирования последствий ядерного взрыва, выполненного под руководством Н.Н. Моисеева и известного как «ядерная зима». Эти исследования в 1983 произвели сильнейшее впечатление на политиков, что послужило импульсом к началу процесса разоружения. С развитием компьютерного моделирования связаны надежды на дальнейшее развитие в XXI веке науки, образования и высоких технологий.

В связи с переходом на двухуровневое высшее образование при подготовке магистров появились новые дисциплины, которые в значительной степени опираются на информатику. Например, «Задачи обработки, анализа и интерпретации данных», «Компьютерные технологии в науке и образовании», «Компьютерные технологии в биологии», «Современные проблемы информатики», «Математическое моделирование биологических процессов», «Компьютерное моделирование» и так далее. Таких дисциплин в учебных планах не было всего несколько лет назад.

Введение новых дисциплин для магистрантов следует использовать для внедрения в практику преподавания новых научных идей и прикладных направлений, таких как, Data Science (Data mining), синергетика, теория фракталов, элементы нелинейной (хаотической) динамики и нечеткой логики.

С начала 2010-х годов наиболее активно развивается область информатики, изучающая проблемы анализа, обработки и представления данных в цифровой форме — Data Science. Это обусловлено как стремительным накоплением цифровых данных — объем накопленных цифровых данных растет примерно на 50% ежегодно [9], так и ростом вычислительных мощностей, делающих обработку таких объемов данных принципиально возможной. В связи большим спросом на специалистов в области науки и данных, в зарубежных университетах появляются целые программы подготовки бакалавров и магистров в области Data Science, а также программы уровня PhD в этой и смежных областях [5, 6, 7]. Можно ожидать спроса на подготовку таких специалистов в области ИТ и в нашей стране.

Поэтому мы предлагаем в качестве основы дисциплины «Задачи обработки, анализа и интерпретации данных» выбрать проблемы, рассматриваемые в Data Science. Наука о данных ставит своей задачей обнаружение закономерностей в данных и извлечение знаний из структурированных и неструктурированных данных [8]. Наука о данных базируется на знаниях и навыках из таких областей, как информатика в ее инструментально-технологическом аспекте, математическая статистика и линейная алгебра, машинное обучение, визуализация данных, коммуникативные навыки, а также требует от специалистов знаний в тех предметных областях, где они применяют методы Data Science [4].

Предполагается ввести студентов в современный круг проблем по следующим вопросам:

- поиск информации в потоках данных;
- поиск похожих объектов в наборах данных;

- анализ связей между web – страницами;
- анализ модели данных типа "рыночная корзина";
- задачи кластеризации;
- разработка систем рекомендаций;
- анализ структур связей в социальных сетях;
- задачи понижения размерностей;
- нейронные сети и их использование в задачах прогнозирования и распознавания образов;
- распределённая обработка больших объёмов данных методами map-reduce;

Вопросы нелинейной динамики, фракталы, элементы нечёткой логики изучаются в рамках дисциплин «компьютерное моделирование» и «моделирование систем». Хаотическая динамика рассматривается на примерах конкретных систем, типа системы Лоренца, при этом студенты знакомятся с такими понятиями как аттракторы, бифуркация. После проведения численных экспериментов на компьютере освоение абстрактных математических понятий проходит намного успешнее. Опыт преподавания элементов нечёткой логики для студентов показывает, что после изучения основных понятий следует перейти к непосредственному решению учебных задач (например, в пакете MatLab), тогда усвоение схемы нечёткого вывода и процесс дефазификации станет наглядным и понятным.

Существует ряд трудностей, связанных с освоением новых дисциплин по информатике. На данный момент времени практически невозможно найти учебно-методические пособия по вышеуказанным дисциплинам, иногда отсутствует «легальное» программное обеспечение, необходимое для проведения практических занятий.

К фундаментальным проблемам информатики относятся уточнение понятий информация, информационный процесс, изучение роли информации в возникновении жизни и эволюционных процессах, исследование информационных процессов в обществе, включая вопросы коммуникации и проблемы построения информационного общества, влияние high tech и high hume на формирование сознания человека. На данный момент времени не существует дисциплин, в рамках которых изучались бы перечисленные проблемы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Темников Ф.Е. Известия Вузов. Электромеханика. №11, 1963г.
2. Чернавский Д.С. Проблема происхождения жизни и мышления с точки зрения современной физики // УФН, 2000. – Т. 170, №2.
3. Мелик-Гайказян И.В. Информационные процессы и реальность. М.: Наука. Физматлит, 1998.
4. Rachel Schutt, Cathy O'Neil Doing Data Science. O'Reilly, 2013
5. [http://www.listudy.com/list/data-science/university\\_undergraduate](http://www.listudy.com/list/data-science/university_undergraduate)
6. [http://www.listudy.com/list/data-science/university\\_masters](http://www.listudy.com/list/data-science/university_masters)
7. [http://www.listudy.com/list/data-science/university\\_doctoral](http://www.listudy.com/list/data-science/university_doctoral)
8. Vasant Dhar Data science and prediction. Communications of the ACM. Volume 56 Issue 12, December 2013.
9. James Manyika et al. Big data: The next frontier for innovation, competition, and productivity. McKinsey Global Institute, 2011



# ПОСТРОЕНИЕ АЛГОРИТМА РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК РАССЕЙЯНИЯ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Преображенский А.П., Филипова В.Н., Львович И.Я.

*Воронежский институт высоких технологий, г.Воронеж, ул.Ленина, 73 а,  
тел. (473)239-84-87, komkovvvt@yandex.ru*

The paper considers the solution of the problem of scattering of electromagnetic waves on complex-form object in the framework of the method of edge waves. The use of parallel computations for carrying out the calculations is proposed. The algorithm for the partition of the system of facets to threads is given.

Параллельное программирование появилось уже более 50 лет назад, тогда, когда были изобретены каналы – независимые аппаратные контроллеры, позволяющие в центральном процессоре исполнять прикладные программы одновременно с различными операциями, связанными с вводом-выводом других программ. Сначала работы по параллельному программированию в основном были в области операционных систем. К концу 1960-х годов были сформированы многопроцессорные компьютеры. Тогда появились возможности использования новых разработок не только у разработчиков операционных систем, но и у прикладных программистов.

Использование параллельных вычислительных систем (ПВС) может быть названо как одно из стратегических направлений в развитии вычислительной техники. Это связано с тем, что есть определенные ограничения по быстродействию обычных последовательных ЭВМ, но при этом появляются новые задачи, при решении которых недостаточно возможностей применяемых на настоящий момент средств вычислительной техники.

Задачи, связанные с синтезом антенн и дифракционных структур сложной формы, в большинстве своём подразумевают огромные объёмы математических расчётов с соответствующими требованиями к производительности используемой ЭВМ. В этой связи использование параллельных вычислений весьма целесообразно.

При распараллеливании вычислений основная идея связана с тем, что задача может быть разделена на совокупность меньших задач, решение которых можно проводить одновременно. При реализации параллельных вычислений обычно необходимо соблюдать координацию действий. Существуют различные формы параллельных вычислений: на уровне битов, на уровне инструкций, для данных, для задач.

При осуществлении проектирования дифракционных структур важно находить геометрические размеры конструкций, которые обеспечивают необходимые с точки зрения практики электродинамические характеристики. При этом одним из вопросов при проектировании является проведение выбора того, какая структура у антенны. В том случае, когда тип антенны не был заранее обозначен, то его выбор при осуществлении процессов структурной оптимизации можно сделать на основе того, что сравниваются несколько разновидностей антенн исходя из опыта проходивших до этого разработок. При проведении традиционного проектирования после проведения выбора типа антенны проведение ее расчёта проводится на основе метода последовательных приближений, другими словами, параметры изменяются – это размеры антенны, ее элементы (проводится параметрическая оптимизация) и сравнивают электродинамические характеристики с необходимыми.

Для современного состояния теории антенн существуют возможности для определенных случаев не делать параметрическую оптимизацию на основе определенных процедур, сделать связь электродинамических характеристик и геометрических параметров антенн, то есть. решается задача синтеза антенн.

При решении задач синтеза есть: классическая постановка и конструктивный синтез. В первом случае отыскивают амплитудно-фазовое распределение тока (или поля), которые соответствуют заданным электродинамическим характеристикам. Но при этом еще не удастся определить конструкцию антенны, дающую найденное распределение по току.

При решении задачи конструктивного синтеза проводится определение всей геометрии антенны исходя из заданных электрических характеристик, причём в качестве исходного параметра при решении такой задачи, берут амплитудно-фазовое распределение, полученное из классической задачи синтеза.

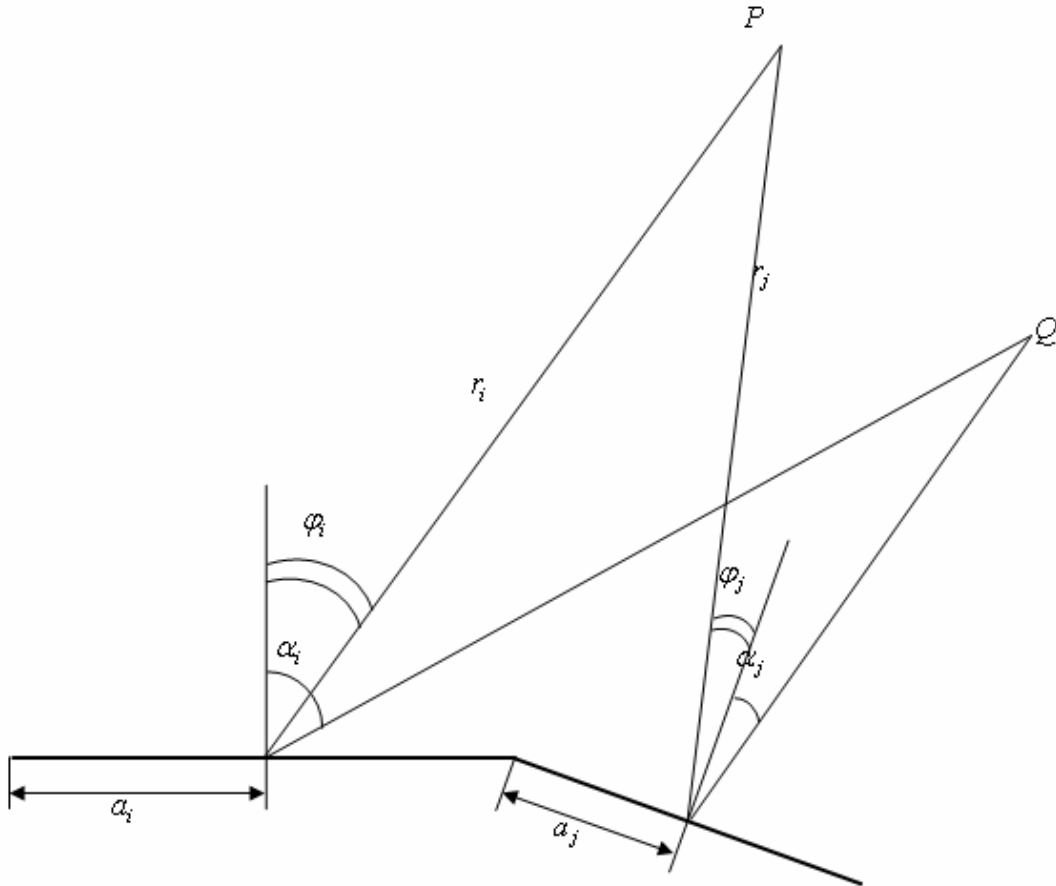


Рис. 1. Схема рассеяния ЭМВ на фрагменте объекта сложной формы

На рис. 1 изображена схема рассеяния электромагнитных волн (ЭМВ) на фрагменте объекта, состоящем из  $i$ -й и  $j$ -й полоски. Здесь  $P$  – точка наблюдения,  $Q$  – точка – источник волн. Из рисунка видно, что изменяя угол  $\varphi_i$ , мы получаем непропорциональное ему изменение угла  $\varphi_j$ , поэтому в реализации не получится явно задавать сектор углов наблюдения. В качестве альтернативы этому можно использовать перемещение точки наблюдения по некоторому заданному отрезку  $S_p E_p$  с определённым шагом  $\Delta p$ .

Итак, в начальный момент времени задан некоторый объект как совокупность  $N$  двумерных полосок, каждая из которых имеет свою длину  $2a$ , расстояние  $r$  до точки наблюдения, углы  $\alpha$  и  $\varphi$  падения и наблюдения соответственно. Также задан отрезок, по которому в ходе вычислений будет перемещаться точка наблюдения, и «эталонная» эффективная площадь рассеяния (ЭПР), к которой должен стремиться синтезируемый объект. Каждая составная часть этой совокупности, будь то полоска или точка наблюдения, описывается через координаты в декартовой плоской системе. При изменении координат одной из точек для отдельной полоски должны изменяться частично или полностью величины, данную полоску характеризующие (например, при изменении координат начала

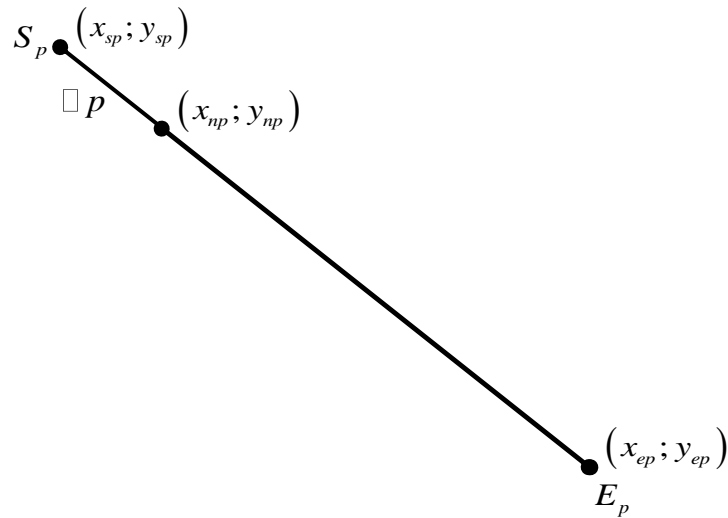
полоски, автоматически изменяются такие показатели, как её длина, координаты центра, углы падения и наблюдения, расстояние до точки наблюдения).

Параллельные вычисления в  $k$  потоков осуществляются путём разбиения факетной системы на  $k$  частей. При этом части системы отличны друг от друга только отрезками наблюдения. Каждый поток должен вычислить своё среднее значение ЭПР на отрезке. После завершения всех потоков вычисляется среднее арифметическое полученных результатов – искомая средняя ЭПР всей системы.

На каждой итерации алгоритма поиска средней ЭПР системы точка наблюдения перемещается по своему отрезку на заданную малую величину  $\Delta p$ .

Выпишем расчётные формулы для координат точки наблюдения, перемещающейся из точки  $S_p$  в направлении точки  $E_p$  на расстояние  $\square p$ .

Рис. 2. Схема полоски



$$x_{np} = x_{sp} + \frac{\square p (x_{ep} - x_{sp})}{\sqrt{|x_{ep} - x_{sp}|^2 + |y_{ep} - y_{sp}|^2}}; \quad y_{np} = y_{sp} + \frac{\square p (y_{ep} - y_{sp})}{\sqrt{|x_{ep} - x_{sp}|^2 + |y_{ep} - y_{sp}|^2}}.$$

Пусть  $\rho$  – длина отрезка наблюдения,  $\Delta p$  – шаг разбиения этого отрезка,  $k$  – количество вычислительных потоков,  $n$  – количество разбиений всей системы,  $n_i$  – количество разбиений  $i$ -й подсистемы (для  $i$ -го потока),  $n_k$  – количество разбиений подсистемы последнего потока. Ниже представлены формулы для вычисления величин  $\rho, n, n_i, n_k$ .

$$\rho = \sqrt{|x_{ep} - x_{sp}|^2 + |y_{ep} - y_{sp}|^2};$$

$$n = \text{Round}(\rho / \Delta p) + 1;$$

$$n_i = \text{Round}(n / k), i = \overline{1, k-1};$$

$$n_k = n - (k-1)n_1,$$

где  $\text{Round}()$  – функция округления.

На рис. 3 изображена схема разбиения факетной системы на потоки, которые здесь обозначены через  $t_i$ .

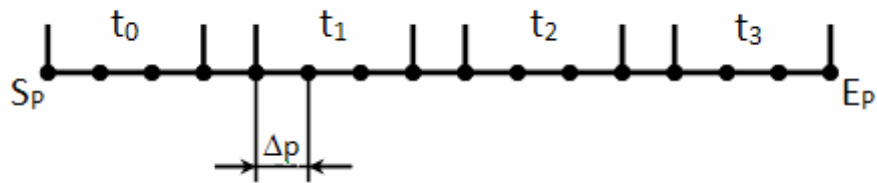


Рис.3 Разбиение системы на потоки

Для получения такого разбиения выполняются следующие шаги:

1. Создать массив из  $k$  копий исходной системы фазетов (соответственно количеству требуемых потоков).
2. Вычислить значения величин  $\rho$  и  $n$ .
3. В качестве начальной точки наблюдения выбрать начало отрезка наблюдения исходной системы.
4. В цикле для всех потоков, кроме последнего, выполнить действия:
  - 4.1 В качестве начала отрезка наблюдения использовать последнее положение перемещаемой точки;
  - 4.2 Продолжать перемещение точки наблюдения по отрезку исходной системы и считать количество таких перемещений до тех пор, пока оно не достигнет количества разбиений отрезка наблюдения для текущего потока;
  - 4.3 Установить настоящее положение точки наблюдения в качестве конца отрезка наблюдения подсистемы фазетов текущего потока;
  - 4.4 Переместить точку наблюдения ещё на один шаг.
5. Установить текущее положение точки наблюдения в качестве начала отрезка наблюдения фазетной подсистемы последнего потока.
6. Вычислить величину  $n_k$  и переместить точку в сторону конца отрезка наблюдения исходной системы с шагом  $\Delta p$   $n_k$  раз.
7. Последнее положение точки наблюдения взять в качестве конца отрезка наблюдения подсистемы последнего потока.

Разработан параллельный алгоритм анализа объектов сложной формы, а на его основе – алгоритм нахождения геометрических форм объектов, обладающих заданными характеристиками отражения ЭМВ. Проведено тестирование производительности полученного алгоритма анализа и доказана состоятельность его использования. Выявлена зависимость успешного завершения алгоритма синтеза от величины изменения координат узлов системы и точности поиска оптимальной реализации объекта.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Preobrazhenskiy A.P. Estimation of possibilities of combined procedure for calculation of scattering cross section of two-dimensional perfectly conductive cavities Telecommunications and Radio Engineering. 2005. Т. 63. № 3. С. 269-274.
2. Preobrazhenskiy A.P. On the possibility to determine shape of object in vicinity of recovery of local reflectors on its surface from backward scattering diagrams Telecommunications and Radio Engineering. 2004. Т. 62. № 7. С. 665-672.
3. Ufimtsev P. Ya. Comments on Diffraction Principles and Limitations of RCS Reduction Techniques. Proceedings of the IEEE, 84, no. 12, 1996, pp. 1830-1850.
4. Ufimtsev P. Ya. Theory of Acoustical Edge Waves. Journal of the Acoustical Society of America, 86, no. 2, 1989, pp. 463-474.

5.Ufimtsev P. Ya. Elementary Edge Waves and the Physical Theory of Diffraction. Electromagnetics, 11, no. 2, 1991, pp. 125-160.

4.Breinbjerg O. Higher Order Equivalent Edge Currents for Fringe Wave Radar Scattering by Perfectly Conducting Polygonal Plates. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 40, no. 12, 1992, pp. 1543-1554.

7.Johansen P. M. Uniform Physical Theory of Diffraction Equivalent Edge Currents for Truncated Wedge Strips. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 44, no. 7, 1996, pp. 989-995.

8.Уфимцев П. Я. Теория дифракционных краевых волн в электродинамике. Введение в физическую теорию дифракции - пер. с англ. - 2-е изд., испр. и доп. -М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012.-372 с.

---

## ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ БЛОК ТЕЗАУРУСА КАК ИНСТРУМЕНТ ОБУЧЕНИЯ<sup>3</sup>

Бойков В.Н., Захаров В.Е., Каряева М.С., Соколов В.А.

*Институт космических исследований РАН,  
117997 Россия, Москва, Профсоюзная, 84/32  
Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,  
119991, Россия, Москва, Ленинский проспект, 53  
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова,  
150000 Россия, Ярославль, Советская, 14  
e-mail:*

*boykov\_bh@bk.ru; zakharov@math.arizona.edu;  
mari.karyaeva@gmail.com; valery-sokolov@yandex.ru  
тел.: +79109779441*

**Abstract .** The work presents some methods and approaches of the algorithmic block as a part of an Information-Analytical System of the Russian Poetry. It proposes a formalization and algorithmization of the meta-description of poetic texts.

### Введение

Узкоспециализированные многофункциональные системы в электронном виде в настоящее время входят в набор необходимых инструментов для структурирования накопленной информации и использования ее для проведения анализа специфицированных коллекций документов на естественном языке. Причиной служит быстрое развитие методов компьютерной лингвистики с точки зрения задач машинного обучения и автоматизированного понимания текстов.

Для формализации и алгоритмизации метаописания поэтического текста организована работа по созданию ресурса под названием «Информационно-аналитическая система русской поэзии» (ИАС РП). Система представляет собой обособленные и взаимосвязанные части, предназначенные для различного типа задач (Рис 1). Первая часть является предметно-ориентированной БД «Тезаурус по поэтологии», обеспечивающий добавление и редактирование систематизированной совокупности концептов. Под концептами понимаются термины и соответствующие им определения понятий, описывающих

---

<sup>3</sup>Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, проект № 13-06-00448.

предметную область, с указанием семантических отношений и связей между ними. Семантическая обработка информации в тезауусе позволяет улучшить качество информационного поиска по ресурсу. В публикациях [1], [2], [3] и [4] детально описан процесс создания тезаууса по поэтологии. Названный тезауус как семантический словарь предметной области может оказаться хорошим инструментом в системе обучения филологов.

Данная работа представляет интерес с точки зрения разработки второй части ИАС РП – аналитического блока как инструмента для исследования поэтического произведения, его стихового и языкового строения.

Состояние дел в этой области связано, в первую очередь, с недостаточной разработанностью общей теории литературы и общей теории стиха. По мере разработки второго блока ИАС РП при добавлении метода машинного обучения также будут усовершенствоваться ныне представленные алгоритмы для автоматизации базовых процедур ритмико-синтаксического анализа силлабо-тонических текстов [5], [6], [7] и [8]. При этом могут использоваться как существующие коллекции документов, представленные в виде стихотворений, хранящихся в одном из модулей ИАС РП, так и вводимые непосредственно исследователем поэтические произведения. Использование метода должно помочь исследователю овладеть возможностями аналитического блока и повысить качество предоставляемых системой результатов.

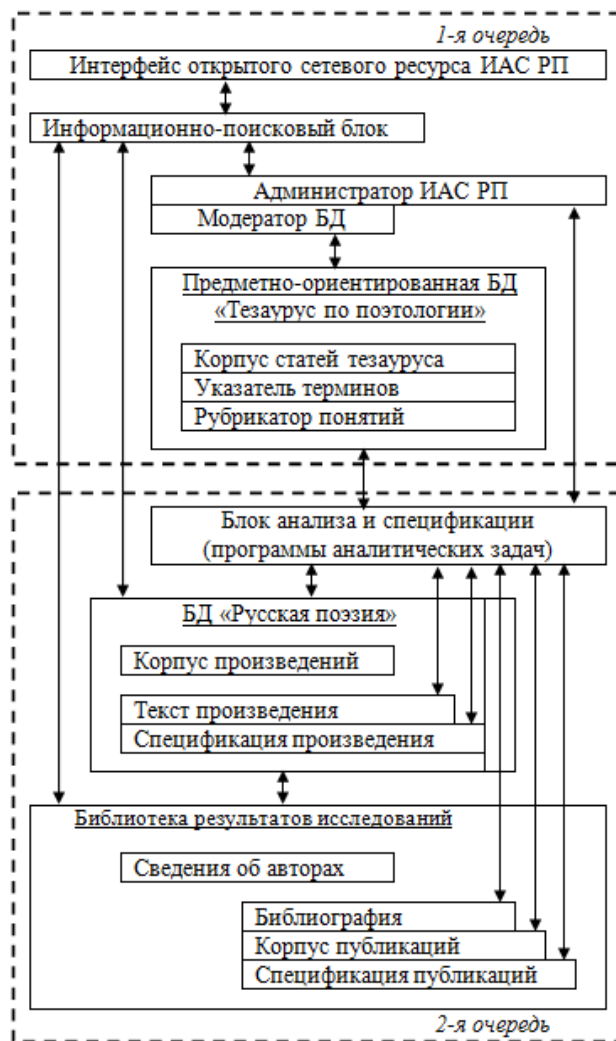


Рис. 1. Структура ИАСРП на основе тезаууса по поэтологии.  
**Потенциальные возможности аналитического блока.**

Для аналитического блока рубрикатор «Гезауруса по поэтологии» в подобласти «Стихосложение» в рубрике «Стих» содержит подрубрики «Метрика», «Каталектика» (анакруза и клаузула), «Ритмика», «Строфика», «Рифмика», «Лингвистика стиха», перспективные для автоматизированного анализа, поскольку исследования позволили получить конструктивное определение многих понятий этих разделов стиховедения. Каждой из указанных подрубрик может быть предоставлен программно-алгоритмический модуль в аналитическом блоке для решения широкого круга задач, связанных с метроритмическими особенностями стиха, с особенностями рифмики и строфики, а также с особенностями фонетики стиха.

На данном этапе целесообразно ограничиться модулем, включающим комплекс задач анализа метроритмических характеристик стиха, связанных с подрубрикой «Метрика» во взаимосвязи с «Каталектикой» и «Ритмикой», где можно оперировать с графическим представлением поэтического текста.

В этом модуле следует выделить подмодули, связанные с выделением тактовых групп (с простановкой словоразделов) и основных метроритмических характеристик (число слогов, число и место ударений, характеристики межакцентных интервалов, анакруз и клаузул). В итоге должна решаться одна из основных проблем – проблема автоматического распознавания стихотворных размеров поэтического произведения.

### Описание подмодулей блока.

Для проведения корректного анализа поэтических произведений, необходимо дать конструктивное определение термина стихотворение (поэтическое произведение).

Под стихотворением будем понимать представленный набором строк орфографический текст, разбитый на строки независимо от синтаксических связей в тексте. Каждая строка состоит из последовательности символов – букв русского алфавита, набора знаков пунктуации, словоразделов и конечного символа (специального символ, обозначающего конец строки). Автоматизация разметки стихотворения включает в себя следующие построчные процедурные подмодули с предварительной нумерацией строк.

Подмодуль 1. Вычленение из строки цепочек буквенных символов, ограниченных справа словоразделом, знаком пунктуации или конечным символом и представляющих собой графическое слово или тире.

Подмодуль 2. Выделение слогов (гласных букв) в графических словах. Сплошная нумерация всех слогов строки с указанием словоразделов графических слов без учета бессложных слов. Структура строки без указания словоразделов:  $b_1 b_2 \dots b_s$ , где  $b$  – слог,  $S$  – число слогов в строке.

Подмодуль 3. Выделение среди слов с пронумерованными слогами не несущих ударения слов – клитик, энклитик и проклитик (по словарю клитик).

Подмодуль 4. Выделение ударного слога в оставшихся словах. Отождествление данного графического слова с соответствующей словоформой морфологического словаря, реализованного на высокоуровневом языке программирования Python [9] и базирующегося на грамматическом словаре А.А.Зализняка [10].

Подмодуль 5. Выделение тактовых групп путем присоединения клитики к смежным словам с ударением: проклитики – к следующему за ней, энклитики – к предшествующему, а свободной клитики к слову с ближайшим ударением (если между ними нет знака пунктуации). Представление общей нумерации всех слогов строки с частной нумерацией ударных слогов и с указанием словоразделов между тактовыми группами:

$$b_1 \dots b_{m(1)} \mathbf{a}^{(1)}_{m(1)+1} b_{m(1)+2} \dots b_{m(1)+k(1)} \underline{c}_1 b_{m(1)+k(1)+1} \dots b_{m(1)+m(2)} \mathbf{a}^{(2)}_{m(1)+m(2)+1} b_{m(1)+m(2)+2} \dots b_{m(1)+m(2)+k(2)} \underline{c}_2 \dots \underline{c}_{x-1} b_{m(1)+\dots+m(x-1)+k(x-1)+1} \dots b_{m(1)+\dots+m(x)} \mathbf{a}^{(x)}_{m(1)+\dots+m(x)+1} b_{m(1)+\dots+m(x)+2} \dots$$

$$b_{m(1)+\dots+m(x)+k(x)} \underline{c}_x \dots \underline{c}_{N-1} b_{m(1)+\dots+m(N-1)+k(N-1)+1} \dots b_{m(1)+\dots+m(N)} a^{(N)}_{m(1)+\dots+m(N)+1} b_{m(1)+\dots+m(N)+2} \dots b_{m(1)+\dots+m(N)+k(N)}, \quad (1)$$

где  $b_m$  – безударный слог с номером  $m$  в строке;  $a^{(x)}$  – ударный слог с номером  $x$ ,  $x=1,2,\dots,N$ ;  $\underline{c}_x$  – словораздел с номером  $x$ ,  $x=1,2,\dots,(N-1)$ ;  $N$  – число тактовых групп (ударных слогов) в строке; число слогов в строке  $S=(m_{(1)}+m_{(2)}+\dots+m_{(x)}+\dots+m_{(N)}+k_{(N)})$ .

Если во всех строках стихотворения словоразделы находятся после одного и того же по номеру слога, значит, наблюдается явление «цезуры».

Подмодуль 6. Выделение цепочек безударных слогов (межакцентных интервалов) в строке и определение их длины. Длина межакцентного интервала в начале строки (анакрузы) равна разности общего номера первого ударного слога и номера первого слога строки. Длина межакцентного интервала в конце строки (клаузулы) равна разности номера последнего слога строки и общего номера последнего ударного слога. Длина межакцентного интервала в середине строки между смежными ударными слогами равна уменьшенной на единицу разности общего номера предстоящего и общего номера предыдущего ударного слога. После этого структуру строки с учетом формулы (1) можно представить в виде:

$$b^{m(1)} a_1 b^{m(2)-1} a_2 b^{m(3)-1} \dots a_x b^{m(x+1)-1} \dots a_N b^{k(N+1)-1}, \quad (2)$$

где  $N$  – число тактовых групп (ударных слогов) в строке,  $b$  и  $a$  – безударный и ударный слоги соответственно,  $m_{(1)}$  и  $(k_{(N)}-1)$  – длина анакрузы и клаузулы соответственно,  $(m_{(x+1)}-1)$  – длина межакцентного интервала между ударными слогами  $a_x$  и  $a_{x+1}$ .

Подмодуль 7. Характеристики строки, полученные в предыдущем подмодуле, в значительной мере специфицируют ее метроритмический характер. Среди безударных слогов не исключены акцентологически неопределенные слоги, которые могут принимать на себя ударение. Снять эту неопределенность для языка с подвижным ударением может помочь сравнение с соответствующими характеристиками других строк стихотворения, и тогда можно установить какие из этих характеристик являются регулятивом, т.е. определенным сопрягающим и разделяющим признаком, повторяющимся в смежных или соотносенных по структуре строках стихотворного произведения [11].

Подмодуль 8. В отечественном стиховедении накоплен большой пласт знаний о системах стихосложения, их метрике и об особенностях стихотворных размеров [12], метроритмические характеристики которых с известными на данное время вариациями могут быть сведены в единую таблицу. Представленные в ней размеры должны распределяться по мере их урегулированности: от силлабических и силлаботонических до тонических и акцентно-свободных стихов. Сравнение уточненных в предыдущем подмодуле метроритмических характеристик стихотворения с представленными в вышеуказанной таблице может позволить автоматически определить стихотворные размеры либо строк, либо поэтического произведения в целом.

## Заключение

Нетрудно видеть, что работа рассмотренного программно-алгоритмического модуля носит дифференцированный характер и распределена в последовательных модулях. Такой характер решения аналитической задачи позволяет перейти от непрерывной процедуры к дискретной, когда после отработки очередного подмодуля результаты выводятся на монитор и/или на печать. Это позволяет пользователю аналитического блока отслеживать результаты решения в последовательной динамике и осваивать структуру работы программно-алгоритмического модуля. Таким образом, аналитический блок системы может служить не только инструментом для получения новых знаний, но и быть автоматизированным средством обучения пользователей системы.



## ЛИТЕРАТУРА

[1] – Бойков В.Н., Захаров В.Е., Пильщиков И.А., Сысоев Т.М. Тезаурус как инструмент поэтологии // Моделирование и анализ информационных систем. – 2010. – Т. 17, № 1. – С. 5–24. (Boikov V.N., Zakharov V.E., Pilshchikov I.A., Sysoev T.M. Thesaurus as a Poetological Tool // Modeling and analysis of information systems. 2010. V. 17, No 1. P. 5–24 [in Russian]).

[2] – Бойков В.Н., Захаров В.Е., Каряева М.С., Соколов В.А. Предметно-ориентированный тезаурус в открытой информационно-аналитической системе // Электронные библиотеки: перспективные методы и технологии, электронные коллекции (RCDL). – 15 Всероссийская научная конференция RCDL'2013. – Труды конференции. – Ярославль: ЯрГУ, 2013. – Р. 70–76.

[3] – Бойков В.Н., Пильщиков И.А. Семантическая модель «Тезауруса по поэтологии» в составе информационно-аналитической системы // Интернет и современное общество: сборник научных статей. Труды XVI Всероссийской объединенной конференции «Интернет и современное общество» (IMS-2013), Санкт-Петербург, 9 – 11 октября 2013 г. — СПб.: НИУ ИТМО, 2013. – С. 273–278.

[4] – Бойков В.Н., Захаров В.Е., Каряева М.С., Соколов В.А. Тезаурус по поэтологии как инструмент для информационного поиска и коллекции знаний. // Моделирование и анализ информационных систем. – 2013. – Т. 20, № 4. – С. 5–24.

[5] – Пильщиков И.А., Старостин А.С. Проблемы автоматизации базовых процедур ритмико-синтаксического анализа силлабо-тонических текстов // Национальный корпус русского языка: 2006–2008: Новые результаты и перспективы. СПб., 2009. С. 298–315.

[6] – Пильщиков И.А., Старостин А.С. Автоматическое распознавание стихотворных размеров: теория и практика // Поэтика и фоностилистика: Бриковский сборник. М., 2010. Вып. 1: Мат-лы Междунар. науч. конф. «1-е Бриковские чтения: Поэтика и фоностилистика» (Москва, 10—12 февраля 2010 года). С. 41—49.

[7] – Пильщиков И.А., Старостин А.С. Проблема автоматического распознавания метра: силлаботоника, дольник, тактовик // Отечественное стиховедение: 100-летние итоги и перспективы развития: Материалы Международной научной конференции 25—27 ноября 2010 г. Санкт-Петербург. СПб., 2010. С. 397—406.

[8] – Пильщиков И.А., Старостин А.С. Автоматическое распознавание метра: проблемы и решения. // Славянский стих. IX. – М.: Рукописные памятники Древней Руси, 2012. – С. 492–498

[9] – Марк Лутц. Программирование на Python / Пер. с англ. — 4-е изд. — СПб.: Символ-Плюс, 2011.

[10] – Зализняк А.А. Грамматический словарь русского языка. Словоизменение. - г.: 1980. Издательство: Москва. Русский язык.

[11] – Бойков В.Н. Контекстно-свободная грамматика одной ритмической модели русского стиха. // Моделирование и анализ информационных систем. – 2012. – Т. 19, № 4. – С. 154

[12] – Гаспаров М.Л. Очерк истории русского стиха. Метрика. Ритмика. Рифма. Строфика. – М.: Фортуна Лимитед, 2-е издание, 2002.

**МЕТОДИКА КОНКРЕТИЗАЦИИ  
ТИПОВЫХ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ ЗАДАЧ В ПРОЦЕССЕ  
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ЭКОНОМИСТОВ**

Байгушева И. А.

*Астраханский государственный университет,  
каф.математики и методики её преподавания,  
Россия, 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 20а,  
Тел.: (8512) 61-08-83, e-mail: iabai@mail.ru*

*The paper refers to the methods of development of the system of definite professional tasks of certain types for studying in the frame of modules of mathematical training of economists in the higher educational establishment and there are some examples of its realization.*

Одна из проблем высшего профессионального образования связана со следующим противоречием – обучение профессиональной деятельности будущих специалистов осуществляется средствами качественно иной учебной деятельности. В результате выпускники вузов не всегда способны планировать и осуществлять практическую деятельность по решению профессиональных задач, требующих использования приобретенных в вузе теоретических знаний.

Поиск путей повышения качества готовности будущих экономистов к практической профессиональной деятельности привел к созданию концепции профессионально направленной математической подготовки экономистов в вузе [1]. В качестве цели профессионально направленной математической подготовки будущего экономиста мы рассматриваем формирование его математической компетентности как способности и готовности решать методами математики типовые профессиональные задачи (ТПЗ).

В результате проведенного анализа квалификационных характеристик специалистов в области экономики и использования метода экспертных оценок были выделены следующие пять ТПЗ экономистов: 1) обработка экономической информации; 2) нахождение или оценка значений показателей, характеризующих экономическую деятельность; 3) выявление зависимости, её вида и свойств между параметрами экономической деятельности; 4) прогнозирование экономической деятельности; 5) планирование экономической деятельности, а также разработаны обобщенные методы их решения [2].

Вопрос о том, какие типы профессиональных задач целесообразно рассматривать в рамках того или иного учебного модуля математической подготовки экономистов мы решаем, руководствуясь следующим принципом: математические знания, приобретенные студентами к моменту окончания изучения данного модуля, должны быть достаточны для выполнения всех действий обобщенного метода решения ТПЗ. Например, было установлено, что в процессе изучения учебного модуля «Системы линейных уравнений, матрицы и определители» можно решать ТПЗ №1 «Обработка экономической информации», ТПЗ №2 «Нахождение или оценка значений показателей, характеризующих экономическую деятельность» и ТПЗ №5 «Планирование экономической деятельности».

После выделения соответствующих типов профессиональных задач для каждого модуля математической подготовки экономистов возникает необходимость разработать конкретные задачи этих типов для решения в рамках модулей. Такие

псевдопрофессиональные задачи должны удовлетворять, на наш взгляд, следующим требованиям:

- задача описывает значимую с профессиональной точки зрения экономическую ситуацию;
- целью задачи является овладение студентами в процессе её решения обобщенным методом решения профессиональной задачи определенного типа;
- решение задачи требует использования математических знаний, усвоенных студентами в рамках данного учебного модуля.

Возникает вопрос: каковы должны быть действия преподавателя для конкретизации ТПЗ в рамках учебных модулей математической подготовки экономистов?

Нами разработана методика деятельности преподавателя по конкретизации ТПЗ экономистов в рамках учебных модулей математической подготовки в вузе.

1. Прежде всего, необходимо выделить в формулировке ТПЗ конечный продукт и его свойства, которые являются целью деятельности при решении задачи.
2. Затем преподаватель должен конкретизировать выделенный конечный продукт и его свойства с учетом тех математических знаний, которые являются предметом усвоения студентов в рассматриваемом учебном модуле.
3. Поскольку конкретная задача должна носить псевдопрофессиональный характер, необходимо установить экономические знания, соответствующие уточненным математическим знаниям учебного модуля. Другими словами, «перевести» математические знания на язык экономической науки.
4. Далее, для формулирования конкретных задач необходимо установить, в каких профессионально значимых с точки зрения экономиста ситуациях используются эти экономические знания.
5. Теперь, когда преподавателю ясно какой конечный продукт и в каких ситуациях необходимо создать, можно приступить к формулированию конкретных задач данного типа.

Следует отметить, что основные затруднения у преподавателя математики вызывает выполнение пп. 3-4. данной методики. Действительно, чтобы выявить соответствующие экономические знания и профессионально значимые для экономиста ситуации, в которых эти знания актуальны, необходимо, во-первых, обладать этими знаниями, во-вторых, иметь представление о профессиональной деятельности экономиста. Преподаватель математики обязан быть к этому готов, таковы современные требования к содержанию математической подготовки в системе высшего экономического образования.

Применим данную методику для конкретизации ТПЗ в рамках определенных учебных модулей математической подготовки экономистов в вузе.

**Пример 1.** Модуль «Системы линейных уравнений, матрицы и определители». Конкретизируем ТПЗ № 1 «Обработка экономической информации» для данного модуля.

1. Выделяем в формулировке типовой задачи конечный продукт и его свойства – экономическая информация, преобразованная в соответствии с заданными свойствами.
2. Конкретизируем данный конечный продукт и его свойства с учетом знаний учебного модуля: арифметический вектор, матрица, система линейных уравнений и их свойства.
3. Выделяем экономические знания, соответствующие знаниям п. 2: вектор экономических данных, матрица (таблица) экономических данных, матричная модель производственных затрат, модель межотраслевого баланса, модель торговли и их свойства.
4. Выделим ситуации, в которых знания п. 3 могут быть использованы экономистами. Это представление экономических данных в виде векторов, матриц (таблиц) и систем линейных уравнений в процессе анализа хозяйственной деятельности и составления финансово-плановой отчетности.
5. Сформулируем конкретные задачи данного типа для модуля «Системы линейных уравнений, матрицы и определители».

- 1) Представить данные о структуре материальных затрат  $n$  подразделений предприятия и оплате труда сотрудников этих подразделений в виде матрицы  $A_{n,k}$ .
- 2) Используя данные задачи 1), найти вектор  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  общих издержек  $n$  подразделений предприятия.
- 3) Региональная экономическая система состоит из трех отраслей: топливно-энергетическая отрасль, промышленность и сельское хозяйство. Известна матрица производственного потребления и вектор конечного потребления этих отраслей. Найти вектор валового выпуска отраслей региона, а также матрицы прямых и полных производственных затрат.
- 4) К условиям задачи 3) добавлен вектор норм добавленной стоимости отраслей производства. Найти вектор равновесных цен отраслей производства региона.
- 5) В условиях задачи 3) составить систему балансовых уравнений по отраслям производства региона.

**Пример 2.** Рассмотрим учебный модуль «Введение в анализ». Конкретизируем ТПЗ № 3 «Выявление зависимости между параметрами экономической деятельности, её вида и свойств» в рамках данного учебного модуля.

1. Выделяем в формулировке типовой задачи конечный продукт и его свойства – выявленная зависимость (независимость) между параметрами экономической деятельности, её вид и свойства.

2. Конкретизируем данный конечный продукт и его свойства с учетом знаний учебного модуля: виды зависимостей между переменными, функциональная зависимость (функция), классификация функций, свойства функций.

3. Выделяем экономические знания, соответствующие знаниям п. 2: функции в экономике (производственные функции, функции спроса и предложения, функции издержек и дохода фирмы и т. п.) и их свойства.

4. Выделим ситуации, в которых знания п. 3 могут быть использованы экономистами: моделирование и исследование зависимостей между параметрами экономической деятельности в процессе её анализа.

5. Сформулируем конкретные задачи данного типа для модуля «Введение в анализ».

1) Брокерская фирма облагает комиссией в 6 % сделки по покупке золота на сумму от 100 до 1000 рублей, и комиссией в 2 % плюс 30 рублей – сделки на сумму, превышающую 1000 рублей. Выразите сумму комиссионных как функцию  $f$  от суммы  $x$ , затраченной на покупку золота.

2) Первые полчаса рабочего времени рабочие механического цеха готовят оборудование к работе. После чего они изготавливают по 10 деталей в час. Рабочий день составляет 8 часов. Издержки производства  $x$  деталей заданы (в рублях) функцией  $C(x) = 0,1x^2 + 25x + 200$ .

А) Выразите объем произведенной в течение дня продукции как функцию от количества  $t$  отработанных часов.

Б) Выразите издержки производства как функцию  $t$ .

3) Магазин оценивает общий доход (в руб.) от реализации  $x$  велосипедов за год функцией  $R(x) = 250x - 0,2x^2$ .

А) Изобразите график  $R(x)$  на отрезке  $[200; 500]$ .

Б) Каков доход от реализации 400 велосипедов?

В) Если объем продаж сократится на 50 велосипедов, то насколько сократится доход магазина?

Г) Магазин предполагает, что если он потратит 10000 рублей на рекламу, это увеличит объем продаж с 400 до 450 велосипедов в следующем году. Оправдана ли эта инвестиция? Объясните своё заключение.

4) Автостоянка взимает 30 рублей в течение первого часа (или части часа) парковки автомобиля и 20 рублей в течение каждого последующего часа (или части часа) парковки до ежедневного максимума в 100 рублей.

А) Постройте график стоимости парковки как функции от времени парковки.

Б) Укажите точки разрыва данной функции. Каков их смысл для водителей автомобилей?

5) Объясните, почему каждая из перечисленных функций является или не является непрерывной:

А) стоимость поездки на такси как функция расстояния проезда;

Б) величина транспортного налога как функция мощности двигателя автомобиля;

В) сумма процентов по вкладу как функция суммы вклада (остальные параметры неизменны);

Г) сумма процентов по вкладу как функция срока вклада (остальные параметры неизменны).

Разработанные с помощью представленной выше методики системы псевдопрофессиональных задач для модулей базовой математической подготовки экономистов в вузе содержатся в учебном пособии [3].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Байгушева, И. А. Концептуальные положения профессионально направленной математической подготовки экономистов в вузе / И. А. Байгушева// Высшее образование сегодня. - 2013. - № 2.- С. 60 – 62.

2. Байгушева, И. А. Типовые профессиональные задачи как показатель сформированности математической компетентности будущих экономистов / И. А. Байгушева// Наука и школа. - 2013. - № 1.- С. 90 – 95.

3. Пильтяй, Г. З. Математика для экономистов: учеб.пособие / Г. З. Пильтяй, И. А. Байгушева, А. Р. Гайсина. – Астрахань, 2012. – 376 с.

# МЕТОД РЕШЕНИЯ НЕОДНОРОДНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Балыко И.А., науч. рук. Балыко А.К.

Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (МГТУ МИРЭА)  
balyko1985@mail.ru, телефон: 8 926 180 62 69

**The method of solution of nonhomogeneous linear differential equations, which, unlike the variation method of permanent applicable not only to linear differential equations with constant coefficients, but also can be used for solving some types of equations with variable coefficients, for example, Euler equations. Expressions linking the solutions proposed method of variable constant and operator method.**

Рассмотрим сначала неоднородное линейное дифференциальное уравнение первого порядка с постоянным коэффициентом  $\lambda$

$$\frac{dy}{dx} - \lambda \cdot y = f(x). \quad (1)$$

Метод решения таких уравнений известен [1 - 5]. Положим  $y(x) = v(x) \cdot u(x)$ . После подстановки этого произведения в формулу (1) и раздельного решения дифференциальных уравнений для функций  $v(x)$  и  $u(x)$ , находим:

$$y(x) = e^{\lambda \cdot x} \int f(x) \cdot e^{-\lambda \cdot x} \cdot dx + y_0 \cdot e^{\lambda \cdot x}, \quad (2)$$

где  $y_0$  – постоянная интегрирования.

Второе слагаемое в (2) является общим решением однородного уравнения (1). При решении неоднородного дифференциального уравнения особый интерес представляет поиск его частного решения. Поэтому в дальнейшем общее решение будем опускать, то есть считать  $y_0 = 0$ .

Обозначим функциональное преобразование

$$\Phi[u(x), \alpha] = e^{\alpha \cdot x} \cdot \int u(x) \cdot e^{-\alpha \cdot x} \cdot dx, \quad (3)$$

тогда

$$y(x) = \Phi[f(x), \lambda]. \quad (4)$$

Для решения дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами ( $a_1$  и  $a_0$ )

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + a_1 \cdot \frac{dy}{dx} + a_0 \cdot y = f(x) \quad (5)$$

широко используется метод вариации постоянных, предложенный французским математиком Ж. Лагранжем.

Сначала решают полученное из (5) характеристическое уравнение

$$\lambda^2 + a_1 \cdot \lambda + a_0 = 0, \quad (6)$$

и определяют его корни:  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Если  $\lambda_1$  не равно  $\lambda_2$ , то решение уравнения (5) записывают в виде

$$y(x) = C_1(x) \cdot e^{\lambda_1 \cdot x} + C_2(x) \cdot e^{\lambda_2 \cdot x} \quad (7)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  - варьируемые постоянные.

Затем выражение (7) подставляют в формулу (5) и получают систему дифференциальных уравнений

$$\frac{dC_1(x)}{dx} \cdot e^{\lambda_1 \cdot x} + \frac{dC_2(x)}{dx} \cdot e^{\lambda_2 \cdot x} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{dC_1(x)}{dx} \cdot \lambda_1 \cdot e^{\lambda_1 \cdot x} + \frac{dC_2(x)}{dx} \cdot \lambda_2 \cdot e^{\lambda_2 \cdot x} = f(x).$$

Решают эту систему относительно производных, например, методом Крамера. Полученные дифференциальные уравнения интегрируют и, тем самым, находят варьируемые постоянные  $C_1$  и  $C_2$ , которые подставляют в (7). Таким образом, находят частное решение дифференциального уравнения. Основное неудобство этого метода связано с тем, что окончательное решение не может быть записано в явном виде.

Перейдем теперь к изложению сути предлагаемого метода.

Запишем уравнение (5) с использованием найденных корней характеристического уравнения ( $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ ) в виде системы двух дифференциальных уравнений первого порядка

$$\frac{dy}{dx} - \lambda_2 \cdot y = g(x), \quad (9)$$

$$\frac{dg}{dx} - \lambda_1 \cdot g = f(x).$$

При этом, как известно,  $\lambda_1 + \lambda_2 = -a_1$ ,  $\lambda_1 \cdot \lambda_2 = a_0$ .

Из второго уравнения системы (9), по аналогии с (3) и (4), находим выражение для  $g(x)$

$$g(x) = \Phi[f(x), \lambda_1].$$

Подставляя эту функцию в первое уравнение системы (9) и проводя интегрирование по частям, получаем:

$$\begin{aligned} y(x) &= e^{\lambda_2 \cdot x} \cdot \int g(x) \cdot e^{-\lambda_2 \cdot x} \cdot dx = e^{\lambda_2 \cdot x} \cdot \int [e^{\lambda_1 \cdot x} \int f(x) \cdot e^{-\lambda_1 \cdot x} \cdot dx] \cdot e^{-\lambda_2 \cdot x} \cdot dx = \\ &= e^{\lambda_2 \cdot x} \cdot \frac{1}{(\lambda_1 - \lambda_2)} \cdot [e^{(\lambda_1 - \lambda_2) \cdot x} \int f(x) \cdot e^{-\lambda_1 \cdot x} \cdot dx - \int e^{(\lambda_1 - \lambda_2) \cdot x} \cdot f(x) \cdot e^{-\lambda_1 \cdot x} \cdot dx]. \end{aligned}$$

Или окончательно

$$y(x) = \frac{\Phi[f(x), \lambda_1]}{\lambda_1 - \lambda_2} + \frac{\Phi[f(x), \lambda_2]}{\lambda_2 - \lambda_1}. \quad (10)$$

Симметрия формулы (10) относительно индексов позволяет сравнительно просто обобщить метод на случай дифференциальных уравнений более высокого порядка. Так для уравнения третьего порядка и некрратных корней получаем решение:

$$y(x) = \frac{\Phi[f(x), \lambda_1]}{(\lambda_1 - \lambda_2) \cdot (\lambda_1 - \lambda_3)} + \frac{\Phi[f(x), \lambda_2]}{(\lambda_2 - \lambda_1) \cdot (\lambda_2 - \lambda_3)} + \frac{\Phi[f(x), \lambda_3]}{(\lambda_3 - \lambda_1) \cdot (\lambda_3 - \lambda_2)}. \quad (11)$$

И для дифференциального уравнения  $n$ -го порядка решение можно записать сразу в явном виде:

$$y(x) = \sum_{k=1}^n \frac{\Phi[f(x), \lambda_k]}{\prod_{j=1, j \neq k}^n (\lambda_k - \lambda_j)}. \quad (12)$$

Предлагаемый метод справедлив и для случая кратных корней. Для уравнения второго порядка, устремляя  $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$  к 0, из формулы (10) получаем

$$y(x) = x \cdot \Phi[f(x), \lambda] - \Phi[x \cdot f(x), \lambda],$$

где  $\lambda = \lambda_1 = \lambda_2$ .

Подобные выражения могут быть получены и для уравнений более высокого порядка и корней, большей кратности.

Если метод вариации постоянных применим только к линейным дифференциальным уравнениям с постоянными коэффициентами, то предлагаемый метод может быть использован и для решения некоторых типов уравнений с переменными коэффициентами.

К таким уравнениям, в частности, относится уравнение Эйлера, которое для второго порядка имеет вид:

$$x^2 \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} + a_1 \cdot x \cdot \frac{dy}{dx} + a_0 \cdot y = f(x). \quad (13)$$

Сначала решается характеристическое уравнение, которое в нашем случае имеет вид  $\lambda^2 + (a_1 - 1) \cdot \lambda + a_0 = 0$

и определяются его корни:  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ .

Решение уравнения (13) имеет вид, подобный (10),

$$y(x) = \frac{U[f(x), \lambda_1]}{\lambda_1 - \lambda_2} + \frac{U[f(x), \lambda_2]}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad (14)$$

где

$$U[u(x), \alpha] = x^\alpha \cdot \int u(x) \cdot x^{-(\alpha+1)} \cdot dx. \quad (15)$$

В теории дифференциальных уравнений большой интерес представляют уравнения специфического вида с переменными коэффициентами, для которых, вообще говоря, нельзя записать характеристического уравнения.

Рассмотрим одно из таких уравнений

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - [a_0 + a(x)] \cdot \frac{dy}{dx} + a_0 \cdot a(x) \cdot y = f(x)$$

Как и ранее в (9), полагаем

$$\frac{dy}{dx} - a_0 \cdot y = g(x), \quad (16)$$

$$\frac{dg}{dx} - a(x) \cdot g = f(x).$$

В этом случае решение имеет вид

$$y(x) = \frac{1}{a_0} \cdot \{ \Phi[r(x), a_0] + \Phi[f(x), a_0] - Q[f(x), q(x)] \}, \quad (17)$$

где

$$Q[f(x), q(x)] = e^{q(x)} \cdot \int f(x) \cdot e^{-q(x)} \cdot dx, \quad (18)$$

$$r(x) = q(x) \cdot Q[f(x), q(x)],$$

$$q(x) = \int a(x) \cdot dx.$$

Преобразование (18) при различных функциях  $a(x)$  и  $f(x)$  само по себе представляет интерес. Рассмотрим, например, одну из простейших его форм при  $a(x) = 1$  и  $f(x) = x^n$ .

Обозначим

$$\Phi_n(x) = e^x \cdot \int x^n \cdot e^{-x} \cdot dx. \quad (19)$$

Видно, что  $\Phi_n(x)$  – полином степени  $n$ . Из рекуррентной формулы

$$\Phi_n(x) = n \cdot \Phi_{n-1} - x^n \text{ получаем выражения}$$

$$\Phi_n(x) = -n! \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!}, \quad \Phi_{n-1}(x) = \frac{1}{n} \cdot \frac{d\Phi_n(x)}{dx} \text{ и т.д.}$$

Для решения дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами используют преобразование функции вещественной переменной  $f(x)$  в функцию комплексной переменной  $F(p)$  - преобразование Лапласа

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(x) \cdot e^{-p \cdot x} \cdot dx.$$

Найдем преобразование Лапласа функции  $\Phi[h(x), \lambda]$ .

$$\Psi(p) = \int_0^{\infty} \Phi[f(x), \lambda] \cdot e^{-p \cdot x} \cdot dx = \int_0^{\infty} e^{(\lambda-p) \cdot x} \cdot \left[ \int f(x) \cdot e^{-\lambda \cdot x} dx \right] \cdot dx = \frac{1}{p-\lambda} \cdot \int_0^{\infty} f(x) \cdot e^{-p \cdot x} \cdot dx = \frac{F(p)}{p-\lambda}. \quad (20)$$



Это выражение позволяет найти связь между предложенным методом и операторным методом, использующим преобразование Лапласа.

Применяя преобразование Лапласа к обеим частям уравнения (5), находим выражение для изображения функции  $y(x)$

$$Y(p) = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \cdot \left[ \frac{F(p)}{p - \lambda_2} - \frac{F(p)}{p - \lambda_1} \right]. \quad (21)$$

Обратное преобразование Лапласа от обеих частей выражения (21) с учетом (20) приводит к формуле (10).

Таким образом, получены выражения, связывающие между собой решения предлагаемым методом и известными методами: варьируемых постоянных и операторным. При этом, в отличие от последних, предлагаемый метод имеет ряд достоинств: во – первых, он может использоваться для некоторых типов дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами и во – вторых, решение уравнения может быть записано в явном виде.

Более того, оказалось, что метод применим к решению уравнений второго порядка в частных производных.

Рассмотрим известное волновое уравнение, описывающее изменение в пространстве и времени скалярного потенциала  $\varphi$  с постоянной скоростью  $v$ :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \quad (22)$$

Переносим два последних слагаемых в правую часть и применяя к полученной разности квадратов прием, аналогичный (9), приходим к системе двух уравнений

$$\frac{1}{v} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \beta, \quad (23)$$

$$\frac{1}{v} \cdot \frac{\partial \beta}{\partial t} + \frac{\partial \beta}{\partial z} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}.$$

Рассмотрим простейший случай, когда функции  $\beta$  и  $\varphi$  связаны между собой линейной зависимостью:  $\beta = \lambda \cdot \varphi$ .

Умножая первое уравнение системы (23) на  $\lambda$  и складывая его со вторым уравнением, получим уравнение

$$\frac{2 \cdot \lambda}{v} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \Delta \varphi + \lambda^2 \cdot \varphi, \quad (24)$$

где  $\Delta \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}$  - неполный лапласиан.

Уравнение (24) похоже на дифференциальное уравнение для волновой функции в квантовой механике. Умножив правую и левую части этого уравнения на постоянную величину  $i \cdot \frac{v}{2 \cdot \lambda} \cdot \left( \frac{h}{2 \cdot \pi} \right)$  ( $i$  – мнимая единица), получим

$$i \cdot \left( \frac{h}{2 \cdot \pi} \right) \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t} = i \cdot \frac{v}{2 \cdot \lambda} \cdot \left( \frac{h}{2 \cdot \pi} \right) \cdot (\Delta \varphi + \lambda^2 \cdot \varphi).$$

Считая  $\lambda$  – мнимой и используя выражение для кинетической энергии

$$E = \frac{m \cdot v^2}{2} = i \cdot \frac{v \cdot \lambda}{2} \cdot \left( \frac{h}{2 \cdot \pi} \right),$$

получаем

$$i \cdot \left( \frac{h}{2 \cdot \pi} \right) \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t} = - \frac{1}{2 \cdot m} \cdot \left( \frac{h}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot \Delta \varphi + E \cdot \varphi.$$

Считая кинетическую энергию  $E$  равной потенциальной энергии  $U$ , приходим к известному уравнению Шредингера

$$i \cdot \left(\frac{h}{2 \cdot \pi}\right) \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{1}{2 \cdot m} \left(\frac{h}{2 \cdot \pi}\right)^2 \cdot \Delta \varphi + U \cdot \varphi. \quad (25)$$

В дополнение к изложенному следует заметить, что выводы уравнения Шредингера, выполненные классиками квантовой физики, не менее туманны. По – видимому, окончательную точку зрения на этот вопрос высказал Д.И. Блохинцев: «Во многих курсах стремятся «вывести» уравнение Шредингера. На самом деле, это уравнение ниоткуда не выводится, а образует основу квантовой теории. Поэтому мы предпочитаем постулировать его» [7].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука. 1965.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1965.
3. Анго А. Математика для электро – и радиоинженеров. М.: Наука. 1967.
4. Карташев А.П., Рождественский Б.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления. М.: Наука. 1976.
5. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука. 1980.
6. Сборник задач по курсу высшей математике. Под ред. Г.И. Кручкович. М.: высшая школа. 1973.
7. Блохинцев Д.И. Основы квантовой механики. М.: Высшая школа. – 1961.

## ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ В МОЗАИКЕ И КРИСТАЛЛОГРАФИИ

Балыко И.А., науч. рук. Балыко А.К.

*Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (МГТУ МИРЭА),  
balyko1985@mail.ru, телефон: 8 926 180 62 69*

**A hypothesis that the equation  $v^2=x^2+y^2+z^2$  in the field of integer positive numbers has a solution for any odd  $v$  and different  $x, y, z$  was put forward. The solutions of the equation are given for a set of difference values  $h=v-z$ . It is shown that in most cases the solution of the equation in  $x, y$  plane represent a grid of squares, but at some values of  $h$  difference the solution of the equation in  $x, y$  planes have the pattern of symmetrical cycling mosaic figures.**

Как писал знаменитый немецкий математик Леопольд Кронекер: «Господь сотворил целые числа, а все остальное – дело рук человека».

Во всеобъемлющем творчестве М.В. Ломоносова одна из областей его интересов стоит особняком. В фундаментальном «Биографическом словаре» читаем: «М.В. Ломоносов возродил в России забытое с 12 века искусство мозаики». Михаил Васильевич настолько глубоко был увлечен мозаикой, что построил специальный завод и создал творческую мастерскую при этом заводе. Поскольку он хорошо знал математику, в том числе и теорию чисел, возникает вопрос, могла ли быть мозаика продуктом его математических исследований.

Во времена М.В. Ломоносова знаменитая формула Пифагора

$$z^2 = x^2 + y^2 \quad (1)$$

и сформулированная на ее основе теорема П. Ферма занимала умы многих российских академиков [1-3]. Достаточно назвать имя великого Л. Эйлера

Уравнение (1) имеет бесконечное множество решений  $(z, y, x)$  в области целых положительных чисел, при этом  $z$  всегда нечетное. Для определения этих чисел используются выражения

$$z = n^2 + m^2, \quad y = n^2 - m^2, \quad x = 2nm, \quad (2)$$

где  $n$  и  $m$  – должны быть взаимно простыми и разной четности.

М.В. Ломоносов мог рассматривать уравнение вида (1), но при четырех переменных

$$v^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad (3)$$

которое представляет собой формулу Пифагора для трехмерного пространства ( $v$  – длина вектора с координатами  $x, y, z$ ).

Для уравнения (3), по аналогии с (2), можно получить выражения для целочисленных переменных

$$v = n^2 + m^2 + p^2, \quad z = n^2 - m^2 - p^2, \quad x = 2nm, \quad y = 2np, \quad (4)$$

что легко проверяется непосредственной подстановкой этих выражений в (4). В формулах (4)  $n, m, p = 1, 2, 3, \dots, m \neq p, n^2 > m^2 + p^2$ .

Поиск решений уравнения (3), некратных, неповторяющихся и неравных, привел нас к гипотезе: **для любого нечетного  $v > 5$  уравнение  $v^2 = x^2 + y^2 + z^2$  всегда имеет решение при различных целых положительных числах  $x, y, z$  ( $v = 2k + 1$ , где  $k = 3, 4, 5, \dots$ ).**

Например, для первых нечетных чисел имеем:

$$7^2 = 6^2 + 3^2 + 2^2, \quad 9^2 = 8^2 + 4^2 + 1^2, \quad 11^2 = 9^2 + 6^2 + 2^2, \quad 13^2 = 12^2 + 4^2 + 3^2, \quad 15^2 = 14^2 + 5^2 + 2^2.$$

Поскольку доказательство сформулированной гипотезы в общем виде нам пока найти не удалось, было исследовано уравнение (3) для ряда частных случаев.

Перенесем в левую часть  $z^2$  и обозначим  $n = v - z$ , тогда из (3) следует, что  $v + z = (y^2 + x^2)/n$ , а из этих двух уравнений получаем равенство

$$y^2 + x^2 + n^2 = 2nv. \quad (5)$$

Если  $n = 2m$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ), то числа  $y$  и  $x$  должны быть оба четными, то есть  $y = 2q$ ,  $x = 2r$ . Подставляя эти выражения в (5), получаем уравнение

$$q^2 + r^2 = 2mk - m(m-1). \quad (6)$$

Если  $n = 2m + 1$ , то числа  $y$  и  $x$  должны быть разной четности. Положим  $y = 2q$ ,  $x = 2r + 1$ , тогда из (5) получаем уравнение

$$q^2 + r(r+1) = (2m+1)k - m^2. \quad (7)$$

При  $n = 1$  ( $m = 0$ ) уравнение (9) принимает вид

$$q^2 + r(r+1) = k. \quad (8)$$

Решения этого уравнения для первых 15 – ти значений  $k$  приведены в табл. 1.

Таблица 1. Решения уравнения для  $n = 1$

r	1	0	1	2	0	2	1	3	2	0	3	1	3	4	2	4	0
q	1	2	2	1	3	2	3	1	3	4	2	4	3	1	4	2	5
k	3	4	6	7	9	10	11	13	15	16	16	18	21	21	22	24	25

Запишем натуральный ряд  $k$  (сверху – вниз) в виде несимметричной «змейки» из 4 – х и 5 – ти чисел в строке. При этом выделим жирным шрифтом те  $k$ , для которых (см. табл. 1) не существует решений уравнения (8)

$$\begin{array}{cccc}
 2 & 1 & & \\
 & 3 & 4 & \mathbf{5} & 6 \\
 11 & 10 & 9 & \mathbf{8} & 7 \\
 & \mathbf{12} & 13 & \mathbf{14} & 15 \\
 \mathbf{20} & \mathbf{19} & 18 & \mathbf{17} & 16 \\
 & 21 & 22 & \mathbf{23} & 24 \\
 29 & 28 & 27 & \mathbf{26} & 25 \\
 & \mathbf{30} & 31 & \mathbf{32} & \mathbf{33}
 \end{array} \quad (9)$$

.....

Видно, что подавляющее число значений  $k$ , для которых не существует решения уравнения (8), располагаются вдоль одной вертикали.

При  $n = 2$  из (6) получаем уравнение  $q^2 + r^2 = 2k$ . (10)

Первые целочисленные решения этого уравнения приведены в табл.2

Таблица 2. Решения уравнения для  $n = 2$

r	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	5	6
q	3	5	7	9	1	4	6	8	5	7	9	6	8	7	8
k	5	13	25	16	41	10	20	34	17	29	45	26	40	37	50

При  $n = 2$ , а также при  $n = 3$  и  $n = 4$  число значений  $k$ , для которых не существует решения уравнения (10) значительно больше, чем для случая  $n = 1$ .

При  $n = 5$  уравнение (7) имеет вид  $q^2 + r(r + 1) = 5k - 4$ . (11)

Если, как и в (9), расположить значения  $k$  «змейкой» то практически все значения  $k$ , для которых не существует решения уравнения, располагаются вдоль одной вертикали, причем той же, что и в (9). Причем эти значения уже отличаются от (9), так что общее число значений  $k$ , для которых не существует решения уравнения (3) становится существенно меньше.

3	2	1		
	4	5	<b>6</b>	7
12	11	10	<b>9</b>	8
	13	14	<b>15</b>	16
21	<b>20</b>	19	<b>18</b>	17
	22	23	<b>24</b>	25
30	29	28	<b>27</b>	26
	31	32	<b>33</b>	<b>34</b>

(12)

Подобная картина наблюдается при  $n = 9, 13, 17, 25, 29, 37, 41, 45$  и т.д.

Если представить уравнения (8) и (9) в трехмерном непрерывном пространстве с координатами  $(X, Y, Z)$ , то оба уравнения описывают эллиптический параболоид вращения с общим уравнением

$$X^2 + (Y + a)^2 = b(Z - c), \quad (13)$$

вершина (впадина) которого находится в точке с координатами  $(0, -a, c)$ , а коэффициент растяжения параболоида равен  $b$  (рис.1). Уравнения (6) и (7) получаются из (13) при следующих значениях параметров: для уравнения (6):  $a = 0; b = 2m; c = m(m + 1)$ , для уравнения (7):  $a = 1/2; b = 2m + 1; c = m^2 - 1/4$ . Для заданных значений  $Z$  проекции решений уравнения (13) на координатной плоскости  $XOY$  представляют собой окружности с радиусами, зависящими от величины  $Z$ :  $R = (b(Z - c))^{1/2}$ . При изменении  $Z$  в широких пределах на плоскости  $XOY$  получается семейство окружностей, каждая из которых получена в результате сечения поверхности параболоида плоскостями, параллельными координатной плоскости  $XOY$ . Если задавать целочисленные значения координаты  $Z = k$ , (то есть параллельные  $XOY$  плоскости, секущие параболоид, отстоят друг от друга на одинаковых единичных расстояниях), то решения уравнений (6) и (7), спроецированные на координатную плоскость  $XOY$ , представляют собой точки с координатами  $X = q; Y = r$ , лежащие на окружностях (13) (рис. 1). Из этого, следует, что:

уравнения (6) и (7) с конкретным значением  $n = v - z$ , равными  $1, 2, 3, \dots$ , имеют решения (точки на координатной плоскости  $qOr$ ) не для любого целого  $k$ , и эти решения (точки) располагаются на координатной плоскости не хаотично, а выстраиваются в некие симметричные фигуры, содержащие квадраты, прямоугольники, шестиугольники, восьмиугольники и т.п.

На рис.2 приведено расположение решений уравнения (8) в первом квадранте плоскости  $q0r$ . Рядом с каждой точкой указано значение величины  $k$ . Видно, что точки располагаются в вершинах периодически повторяющихся квадратов с длиной стороны, равной 1.

При  $n = 2$  решения уравнения (10) при разных  $k$  также заполняют координатную плоскость квадратами со стороной, равной  $2^{1/2}$ , повернутыми относительно координатных осей.

Иная картина получается при  $n = 5$ . Плоскость заполняется уже не квадратами, а периодическими сочетаниями неправильных четырехугольников и восьмиугольников (рис. 3).

При  $n = 6, 7, 8, 9$  вновь получаем на плоскости квадраты, а при  $n = 10$  – фигуры, подобные рис 3, но повернутые на 45 градусов. Мозаика получается при  $n = 13$  (рис. 4),  $n = 15$ ,  $n = 17$  (рис. 5) и т.д. Мозаика всегда получается при тех значениях  $n$ , которые можно представить в виде суммы двух квадратов ( $5 = 1^2 + 2^2$ ,  $10 = 1^2 + 3^2$ ,  $13 = 2^2 + 3^2$ ,  $17 = 1^2 + 4^2$  и т.д.).

С ростом  $n$  впадина параболоида поднимается по оси  $z$ , а коэффициент растяжения – растет, так что по форме параболоид приближается к плоскости, параллельной координатной плоскости. При этом фигуры, подобные описанным выше, продолжают появляться.

М.В. Ломоносов, как известно, много сделал и в кристаллографии. Поэтому, применяя описанный выше метод, представляет интерес выявить связь между теорией чисел и структурой кристаллов. Эта связь актуальна еще и потому, что она поможет построить математические модели структур квазикристаллов. Материалы квазикристаллической структуры – объекты интенсивного изучения, поскольку они проявляют замечательные свойства, например, очень плохо проводят электричество и тепло – намного хуже, чем «обычные» кристаллы и аморфные вещества. Структуру квазикристаллов описывают с помощью понятий, развитых в других областях науки и техники – золотое сечение, плитки Пенроуза, теория иррациональных чисел.

Одним из первых ученых, кто для описания кристаллов стал использовать математический аппарат, был академик А.В. Шубников. В частности, на основе формулы Эйлера для многогранников  $F + E = K + 2$  и формулы  $K = E \cdot M / 2$ , где  $F$  – число граней,  $E$  – число вершин,  $K$  – общее число ребер,  $M$  – число ребер, сходящихся к каждой вершине, он первым разработал математическую модель кристалла в виде уравнения [4]

$$E = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} - \frac{1}{2}}$$

где  $a, b, c$  – число сторон у многоугольных граней, сходящихся к одной вершине кристалла - многогранника. Уравнению удовлетворяют числа  $a = 4, b = 6, c = 8$ , которые описывают многоугольные грани кубооктаэдра: 4 (квадрат), 6 (шестиугольник), 8 (восьмиугольник).

Рассмотрим выражение

$$v^2 = t^2 + z^2 + y^2 + x^2, \quad (14)$$

которое определяет квадрат длины вектора в пространстве с четырьмя координатами  $t, z, y, x$ .

Решение уравнения (14) в целых числах возможно только в случае, если  $v$  - нечетное число вида  $v = 2 \cdot k + 1$ , где  $k = 1, 2, 3 \dots$

Анализ уравнения (14) показывает, что для **любого нечетного  $v > 9$  уравнение всегда имеет решение, причем  $t, x, y, z$  - различные целые положительные числа.** Например, для первых нечетных чисел:  $11^2 = 10^2 + 4^2 + 2^2 + 1^2$ ,  $13^2 = 10^2 + 8^2 + 2^2 + 1^2$ ,  $15^2 = 13^2 + 6^2 + 4^2 + 2^2$ .

Преобразуем уравнение (14). Для этого перенесем  $t^2$  в левую часть и, обозначая  $n = v - t$ , приведем его к виду

$$2 \cdot n \cdot v - n^2 = z^2 + y^2 + x^2. \quad (15)$$

Если  $n = 2 \cdot m$  ( $m = 1, 2, 3 \dots$ ), то все числа  $z$ ,  $y$  и  $x$  должны быть четными:  $z = 2 \cdot p$ ,  $y = 2 \cdot q$ ,  $x = 2 \cdot r$ . Подставляя эти выражения в уравнение (15), получаем

$$p^2 + q^2 + r^2 = 2 \cdot m \cdot k - m \cdot (m - 1). \quad (16)$$

Если  $n = 2 \cdot m + 1$ , то числа  $z$  и  $y$  должны быть одной четности, а числа  $y$  и  $x$  должны быть разной четности. Положим  $z = 2 \cdot p$ ,  $y = 2 \cdot q$ ,  $x = 2 \cdot r + 1$ , тогда из (15) получаем уравнение

$$p^2 + q^2 + r(r + 1) = (2 \cdot m + 1) \cdot k - m^2. \quad (17)$$

При  $n = 1$  ( $m = 0$ ) уравнение (17) принимает вид  $p^2 + q^2 + r(r + 1) = k$ . В трехмерном пространстве с координатами  $p$ ,  $q$ ,  $r$  эти числа располагаются в вершинах куба с длиной стороны, равной 1. Этот «базовый» куб будет периодически повторяться во все стороны пространства. При  $n = 2$  ( $m = 1$ ) из (16) получаем уравнение  $p^2 + q^2 + r^2 = 2 \cdot k$ . Целочисленные решения этого уравнения для разных значений  $k$  заполняют пространство октаэдрами со стороной, равной  $2^{1/2}$ . При  $n = 3$  ( $m = 1$ ) уравнение (17) принимает вид  $p^2 + q^2 + r(r + 1) = 3k - 1$ . В этом случае получаем усеченные октаэдры. При  $n = 4$  ( $m = 2$ ) уравнение (16) имеет вид  $p^2 + q^2 + r^2 = 4k - 2$ . Кристаллическая структура, получаемая из решения этого уравнения, представляет собой куботетраэдр. При  $n = 5$  ( $m = 2$ ) уравнение (17) имеет вид  $p^2 + q^2 + r^2 = 5k - 4$ . В этом случае в пространстве получается периодически кубооктаэдр, в котором прямоугольники имеют размеры сторон 1 и  $2^{1/2}$ , правильные шестиугольники - со стороной  $2^{1/2}$ , восьмиугольники - с чередующимися сторонами 1 и  $2^{1/2}$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Постников М.М. Введение в теорию алгебраических чисел. М.: Наука. 1982.
2. Серр Ж.П. Курс арифметики. М.: Мир. 1972.
3. Башмакова И.Г. История диафантова анализа. М.: Наука. 1984.
4. Шубников А.В. Избранные труды по кристаллографии. М.: Наука. 1975.

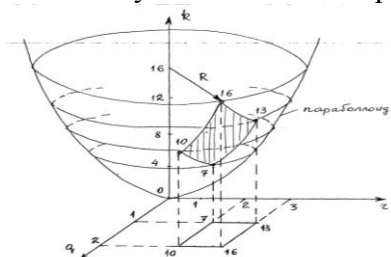


Рис.1. Отображение точек параболоида на координатную плоскость

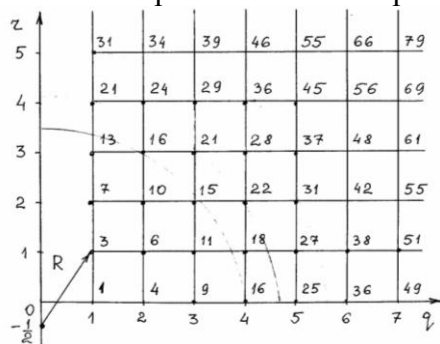


Рис.2. Точки на координатной плоскости при  $n = 1$

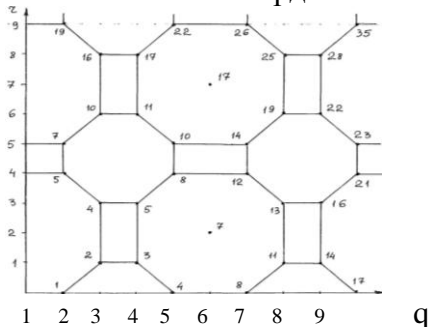


Рис.3. Точки на координатной плоскости при  $n = 5$

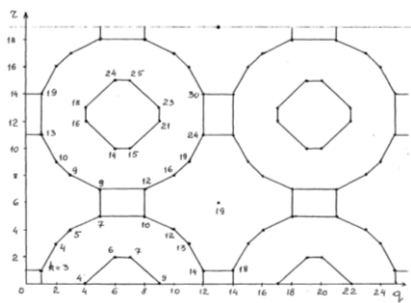


Рис.4. Точки на координатной плоскости при  $n = 13$

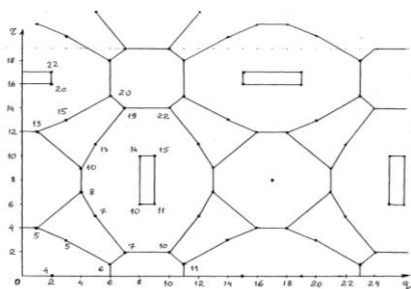


Рис.5. Точки на координатной плоскости при  $n = 17$

---

## О ВЗАИМОСВЯЗЯХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ И ПРИКЛАДНЫХ АСПЕКТОВ В ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ КЛАССИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА НА СОВРЕМЕННОМ ЭТАПЕ

Бровка Н.В., Медведев Д.Г., Босяков С.М.

*Белорусский государственный университет  
220050, Беларусь, Минск, пр. Независимости 4  
n\_br@mail.ru*

One of the means of the increasing of Maths' student training quality can be the Integration of Education's Theory and Practice. Especially this problem is actual by the teaching students of Maths' specialities.

Математика – катализатор  
эффективного мышления.

Е. Кончаловский

В настоящее время в системе математической подготовки студентов вузов существуют противоречия

- тенденциями нарастания объема научно-теоретических знаний, которые студенты должны усвоить в вузе, и снижения общего уровня математической подготовки поступающих в вуз абитуриентов;

- значимостью математической подготовки в системе общекультурных и образовательных ценностей современного специалиста высшей квалификации и недостаточной разработанностью методик продуктивного обучения математическим дисциплинам студентов с учетом их профессиональной направленности и уровня мотивационно-ценностных установок.

Следствием этих противоречий являются такие проблемы, как снижение уровня математической подготовки обучаемых на разных ступенях образования, неразвитость навыков и умений и неготовность вчерашних школьников, а сегодняшних студентов к организации самостоятельной познавательной и учебной деятельности. Сопутствуют этому низкая мотивация студентов к изучению математики в целом, либо высокий уровень

академических притязаний в сочетании с реальной неготовностью к самоорганизации и целенаправленной учебной деятельности – «академический инфантилизм». Такое положение обусловлено многими факторами, которые носят объективный характер и наряду с загруженностью учительско-преподавательского состава возрастающим потоком отчетов бумаг, выполняющих функцию показателей качества образования, охватывают и характерные особенности математики как науки и учебного предмета. Все более ощутимыми становятся разрывы между эмпирической арифметикой начальной школы, формально-логической математикой средней школы и абстрактно-дедуктивными теоретическими построениями высшей математики в вузе. К особенностям математики как науки в целом можно отнести абстрактность математических объектов, доказательность и логичность математических утверждений, использование символьного математического языка, вероятная невозможность эмпирической проверки многих математических заключений и другие [1]. Эти черты математики привлекают к изучению этой науки одних и отпугивают других. Тем не менее, именно математика сегодня является единственной дисциплиной, которая изучается все годы обучения в среднеобразовательной школе, экзамен по которой сдают при поступлении в большинство вузов, и знания из которой могут понадобиться не только физику, химику и программисту, но и медику, социологу или биологу в силу всеобщей математизации наук и информатизации всех сторон жизнедеятельности. На данном этапе функционирования и развития системы высшего образования решение проблемы повышения качества математической подготовки студентов возможно на принципиально новой основе – использовании интеграции теории и практики обучения студентов математике. Единство теории и практики является одним из основополагающих диалектических законов и его необходимость не нуждается в обосновании. Тем не менее, простой констатации такого единства в какой-либо сфере деятельности явно недостаточно: необходим поиск и описание механизмов реализации такого единства. Это предполагает выявление специфики такой сферы, как обучение студентов математике, а также умение видеть в единстве различия, а в различиях – единство.

**Единство теории и практики обучения студентов математике** обусловлено, прежде всего, тем, что теория и практика реализуют одну и ту же цель, диктуемую социальным заказом общества. Кроме того, теория и практика обучения взаимно обогащают, дополняют друг друга, тем самым способствуя не только формированию системных знаний, умений и навыков по изучаемому предмету, но и становлению всесторонне развитой личности, готовой их развивать и использовать в решении профессиональных задач.

**Основные отличия теории от практики обучения состоят**, во-первых, в степени глубины и последовательности охвата материала, поскольку теория обучения развивается в соответствии с логикой самой науки, а практика обучения предмету соотносится с характерными особенностями его содержания, с уровнем подготовки, а также возрастными психологическими закономерностями и ценностными установками обучаемых. Во-вторых, при изучении одних и тех же математических объектов в теории и практике рассматриваются их различные стороны, обусловленные не только общими, но и некоторыми своими существенными характеристиками, зависящими от того, какой вид практической или профессиональной деятельности является приоритетным. Теоретический аппарат математики позволяет решать широчайший спектр практических задач с наперед заданной точностью посредством точных и аппроксимационных методов. Предметное содержание математики значимо не только как самостоятельная единица, но и как важная составная часть сложного и многогранного процесса познания, изучения, описания и прогнозирования явлений окружающей действительности. Однако, при формализованном, пусть и достаточно аналитически строгом изложении изучаемого материала, учебная деятельность не несет в себе элементов «немедленной» полезности и выглядит лишь как подготовка к будущей академической и профессиональной деятельности. Для поддержания позитивной мотивации к изучению такого материала целесообразно предварять его изучение представительным набором задач из физики, химии, механики



или других областей, в которых рассматриваемые математические объекты находят применение. Исследования психологов, педагогов и образовательная практика свидетельствуют о том, что опора в обучении лишь на интерес как таковой или занимательность не является постоянно действующим стимулом, так как достаточно быстро у обучаемых наступает эмоциональное и психологическое насыщение. Более продуктивной является методика создания «мотивационно-проблемных ситуаций», а для студентов весьма значимую роль сегодня играют и межпредметные связи теоретической математики и ее приложений. Речь идет о рассмотрении таких прикладных проблем и задач, в которых отражается практический смысл изучения данного понятия или которые могут быть решены лишь посредством использования изучаемого математического аппарата.

На механико-математическом факультете Белорусского государственного университета студенческая научно-исследовательская работа, как правило, связана с математическим моделированием механических и биомеханических систем, прогнозированием их поведения. В качестве примера наиболее актуальных направлений исследований, поддержанных Государственным комитетом Республики Беларусь по науке и технологиям, выделим разработку аналитических линейно упругих и вязкоупругих моделей периодонтальной связки, которая расположена между корнем зуба и костной тканью зубной альвеолы [2], математической модели ортодонтического аппарата, применяемого для расширения верхней челюсти у пациентов с перекрестным прикусом [3], а также разработку методики прогнозирования патологических переломов в длинных трубчатых костях после проведения хирургических операций по удалению опухолеподобных поражений [4]. В ходе проведения исследований разработаны определенные математические модели, представляющие собой основу для создания компьютерных программ, предназначенных для учреждений здравоохранения [5, 6]. В частности, разработана программа расчета прочностных характеристик длинных трубчатых костей человека, позволяющая формулировать рекомендации по проведению профилактических мероприятий по снижению риска возникновения патологических переломов у пациентов, подвергшихся секторальной резекции.

Научно-исследовательская работа выполняется как совместно с медицинскими университетами Беларуси, так и с Республиканскими научно-практическими центрами различного медицинского профиля. Это позволяет продемонстрировать студентам востребованность, а также возможности применения изучаемого математического аппарата в современной практике.

1.Бровка, Н.В. Интеграция теории и практики обучения математике как средство повышения качества подготовки студентов / Н. В. Бровка. – Минск: БГУ, 2009. – 243 с.

2.Босьяков С. М., Мселати А. Ф. Анализ условий поступательного перемещения корня зуба в линейно упругой периодонтальной оболочке // Механика машин механизмов и материалов. 2013. № 5. С. 7 – 11.

3.Босьяков С. М., Доста А. Н. Винокурова А. В. Конечно-элементный анализ влияния конструкции ортодонтического аппарата на расширение верхней челюсти // «Известия Саратовского университета. Новая серия. Сер. Математика. Механика. Информатика». 2013. Т. 13, вып. 4, ч. 1. С. 39-49.

4.Босьяков С. М., Щербаков С. С., Шпилевский И. Э., Алексеев Д. В. О прогнозировании патологического перелома бедренной кости человека, подвергнутой секторальной резекции // Труды БГТУ. – 2013. – № 6: Физ.-мат. науки и информатика.

5.Свидетельство о регистрации компьютерной программы № 30 Национального центра интеллектуальной собственности «Программный модуль «Orthodontic Appliance Modeler» САD пакета САТІА V5» (авторы – С. А. Наумович, А. Н. Доста, С. М. Босьяков, К. С. Юркевич, 2008 г.).

6. Свидетельство о регистрации компьютерной программы № 502 Национального центра интеллектуальной собственности «Программа расчета прочностных характеристик длинных трубчатых костей человека» (авторы – И. Э Шпилевский, С. М. Босяков, К. С. Юркевич, А. В. Сенченко, 2013 г.).

---

## ИНДИВИДУАЛЬНАЯ НАПРАВЛЕННОСТЬ СОЦИАЛЬНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ПОДДЕРЖКИ КУРСАНТОВ-ПЕРВОКУРСНИКОВ

Голицына И.А.

*Военно Космическая Академия имени А.Ф. Можайского (филиал, г. Ярославль)  
rengoli@yandex.ru*

Social support of the future officers through the educational process in the military college has been considered. The article shows the author's view of finding ways to implement the individual orientation of socio-pedagogical support in the learning process.

***Социально-педагогическая поддержка имеет индивидуально-направленный характер, вследствие чего ее осуществление предполагает наличие максимально полной информации о каждом курсанте, с которым предстоит взаимодействовать преподавателю.*** В качестве средства выяснения, каков тот вчерашний школьник или военнослужащий, была составлена и опробована анкета. Методика использования результатов данного анкетирования заключалась в следующем. При заполнении данной анкеты «вручную», с одной стороны, мы получили своего рода графологический тест, с другой стороны, получили данные относительно года окончания школы, результативности изучения конкретного предмета, проблем в предметных знаниях, которые учитывались в дальнейшем при планировании методики проведения учебных занятий и консультаций. Кроме прямых ответов на вопросы, нами были проанализированы косвенные результаты. Таким образом, мы могли выяснить, кого винит курсант в своих неудачах, кому приписывает свои успехи и достижения, насколько он критичен в оценке своих знаний. Вопрос о целях обучения конкретной учебной дисциплине (в той форме, что приведен в анкете) на первом курсе позволяет косвенно выявить намерение стать офицером или получить высшее инженерное образование, чтобы стать гражданским. Знание этого факта необходимо учитывать каждому преподавателю военного вуза, в противном случае апеллирование к стремлению стать офицером не будет эффективным при обучении конкретному предмету. Ответы курсантов на вопросы относительно востребованного объема информации, касающегося изучения определенной дисциплины, характера этой информации, позволяют осуществлять социально-педагогическую поддержку в процессе обучения, в том числе выявлять и оказывать содействие творчески одаренным личностям, содействовать их участию в военно-научной работе. Объединенная информация, полученная в результате указанного анкетирования, позволяет представить своего рода визитную карточку группы, ее социальный портрет (как совокупность индивидуальностей) на начало обучения в военном вузе, что также может стать отправной точкой деятельности по оказанию социально-педагогической поддержки.

Для осуществления социально-педагогической поддержки, направленной как на саморазвитие каждой личности и самопознание, так и на преодоление личностных проблем курсанта, необходимо знать мотивы поступления в военное заведение, от которых во многом зависит реакция курсантов на пребывание в условиях замкнутой социальной среды военного вуза, а также острота переживания жизненных проблем на этапе кризиса юности. Несовладание с трудностями вхождения в замкнутую социальную

среду военного вуза может стать первой ступенью к личностному кризису будущего офицера. Только осознанное принятие трудностей может помочь преодолеть их. Поэтому выявление мотивации поступления в военный вуз для нас представлялось одним из необходимых условий прогнозирования, как дальнейшего развития событий, так и направлений собственной педагогической деятельности по социально-педагогической поддержке. Возникновение внутренних конфликтов, критических состояний у курсантов, по нашему мнению, связано с несоответствием потребностей и возможностей, желаемого и действительного в новых жизненных условиях. Средством уточнения общей мотивационной картины профессионального выбора каждого курсанта явилось анкетирование по составленной нами (с помощью курсантов) анкете. Результаты обработанных данных мы представили в таблице.

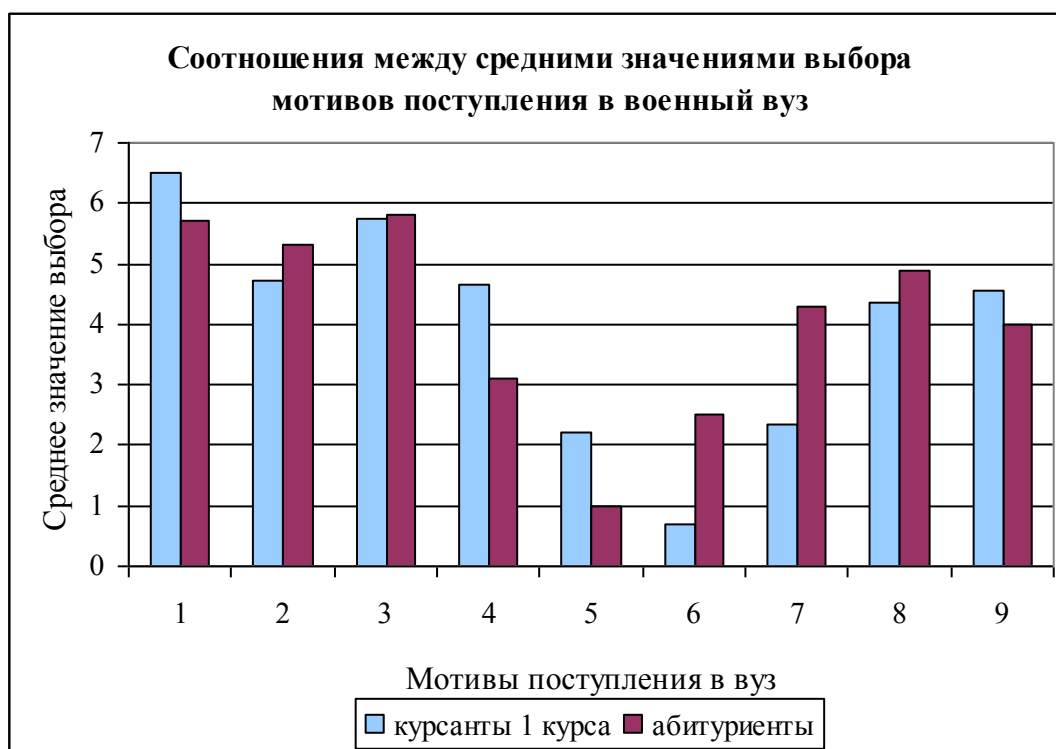
В отличие от опросов относительно профессионального выбора непосредственно перед вступительными экзаменами с обязательным фиксированием анкетных данных, ответы на нашу анкету могли быть анонимными. Ответы на ряд вопросов касались получения высшего образования вообще, инженерного образования, в частности, стремления стать военным специалистом в конкретной области.

Аналогичные анкеты (для сравнения) были составлены и обработаны для старшеклассников - абитуриентов военного вуза.

Полученные итоговые показатели по результатам выявления мотивов выбора получения образования в военном вузе командно-инженерного профиля с учетом соответствия формулировок мотивов поступления мы отобразили в сводной таблице и отобразили в диаграмме 1.

В соответствии с данными проведенного анкетирования, ведущим мотивом выбора вуза у курсантов является получение диплома о высшем образовании, для абитуриентов военного вуза определяющим является выбор конкретной военной специальности. Согласно полученному распределению показателей мотивированности, курсанты первого курса ориентированы на выбор и получение высшего образования, в том числе специального, рассчитывая в дальнейшем посвятить себя профессии офицера, согласно их формулировке «стать личностью» и «надежным защитником Родины», то есть большинство курсантов первого курса изначально имеют целью стать профессиональным военным, но высшее образование они считают необходимой принадлежностью современного человека.

Полученные в ходе исследования данные свидетельствуют о том, что вследствие изначальной предрасположенности курсантов-первокурсников к получению профессии



офицера, переживания относительно невозможности осуществления данного стремления могут способствовать возникновению личностных кризисов в период всей профессиональной подготовки. Таким образом, в качестве основного критерия действенности оказания социально-педагогической поддержки будущих офицеров гражданскими преподавателями может выступать сохранение стремления стать офицером к моменту завершения обучения в военном вузе (устойчивость интереса к профессии).

Анкетирование первокурсников позволило выделить следующие проблемы *освоения учебной деятельности в военном вузе*:

- различия в организации обучения в школе и военном вузе;
- отсутствие должного соответствия между школьной базовой подготовкой и уровнем востребованности знаний в военном вузе;
- противоречие между требованиями успешных результатов обучения и временными возможностями подготовки к занятиям;
- проблемы совмещения служебной и учебной деятельности;
- отсутствие времени на чтение дополнительной учебной литературы и расширение кругозора.

**Деятельность преподавателя военного вуза по оказанию социально-педагогической поддержки в обучении** направлена на решение проблем социальной адаптации к обучению в военном вузе. Отправными точками этой деятельности были узловые проблемы, указанные курсантами-первокурсниками. Наибольший процент отвечавших относит трудноразрешимые проблемы к указанной категории, поэтому в качестве субъекта оказания данной поддержки естественным образом выступает преподаватель

учебных дисциплин, изучаемых курсантами на младших курсах, в том числе преподаватель математики.

В ходе проведения исследования в качестве средств оказания поддержки курсантам в решении проблем перехода к системе обучения в военном вузе опробованы следующие:

- установочная лекция по организации и проведению различных типов занятий и подготовки к ним в военном вузе, видам отчетности в соответствии с действующими для военных вузов нормативными документами; индивидуальное консультирование по организации обучения;

- военно-научное общество.

В ходе проведения исследования в качестве средства оказания поддержки курсантам в решении проблемы отсутствия должного соответствия между школьной базовой подготовкой и уровнем востребованности знаний в военном вузе (командно-инженерного профиля) опробованы и затем использованы (в ходе формирующего эксперимента) следующие:

- проведение входного контроля остаточных знаний; установочные консультации по результатам выявленных проблем в предметных знаниях;

- ознакомление с библиографическими ресурсами общей библиотеки (с целью дальнейшей самоподдержки); проработка затруднений через систему довузовской подготовки (работа подготовительных курсов);

- издание методического пособия для абитуриентов, поступающих в данное военное учебное заведение;

- консультации для учителей математики специализированных кадетских классов.

В настоящее время, анализируя проблемы курсантов, связанные с пребыванием в среде военного заведения, нельзя не заметить тенденции роста проблем, связанных с недостаточной математической подготовкой. Если семь лет назад первокурсники связывали свои проблемы с пребыванием в замкнутой социальной среде, то в настоящее время на первое место вышли проблемы, связанные с адаптацией к обучению в военном вузе. Значительное большинство первокурсников оказалось не готовым к иному стилю работы, чем тот, к которому они привыкли в средней общеобразовательной школе. Для осуществления социально-педагогической поддержки будущих офицеров необходимо отслеживать готовность первокурсников к обучению в военном учебном заведении с первых дней пребывания в вузе; знакомить с особенностями образовательного процесса конкретного вуза; осуществлять преемственность в подготовке по математике в школе и вузе, в том числе, через работу по профессиональной ориентации (как в контакте с преподавательским составом средних общеобразовательных школ и кадетских классов, так и непосредственно с самими учащимися); осуществлять преемственность в подготовке курсантов на кафедре математики и инженерных кафедрах. Вчерашний школьник, поступая в военный вуз, делает осознанный выбор. Социально-педагогическая поддержка, осуществляемая в образовательном процессе военного вуза преподавателями гражданских кафедр, способна предотвратить осложнения адаптации первокурсников к обучению в военном вузе.

---

# ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ РОССИЙСКОЙ СИСТЕМЫ ВЫСШЕГО ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Далингер В.А.

*Омский государственный педагогический университет, 644119. Г. Омск, ул. Степанца, д. 10, корп. 2, кв. 63, тел. 89139726777, E-mail: dalinger@omgpi.ru*

**Abstract** The problems of the changing of the high school into the multilevel system of education are discussed, the main directions of the modernization and improvement of the system of the high pedagogical education are shown in the article.

Российское государство и общество переживают в последние 15-20 лет реформирование всех сфер жизнедеятельности, в том числе и системы высшего профессионального образования. Новое время выдвигает инновационные требования к системе высшего профессионального образования.

В основу современной модели российского образования положены следующие принципы: открытость образования к внешним запросам; конкурсное выявление и поддержка лидеров, успешно реализующих новые подходы на практике; адресность инструментов ресурсной поддержки; комплексный характер принимаемых решений и др.

Российская система высшего профессионального образования в настоящее время претерпевает существенные изменения, состоящие в следующем:

- диверсификация образования (изменение содержания образования, смена ценностей образования и т. д.);
- демократизация образования (большая открытость мирового образования);
- глобализация образования (увязывание образовательных систем в единые мировые образовательные сети);
- регионализация (в рамках мировой сети выделение специфики, связанной с особенностями развития того или иного региона).

Шагом к международному сотрудничеству в сфере образования и науки явилась Болонская декларация. К Болонскому процессу Российская Федерация присоединилась в сентябре 2003 г., подписав в Берлине Болонскую декларацию, суть которой заключается в формировании единого европейского образовательного пространства и общеевропейской системы образования.

В странах-участницах Болонского процесса проводится комплекс мероприятий по гармонизации системы образования, а именно: принятие более удобной и сопоставимой системы ступеней высшего образования; расширение мобильности студентов, преподавателей и администрации; обеспечение и повышение качества образования посредством введения единых методологий и критериев; использование системы кредитов для унификации учета объема учебной работы; сотрудничество вузов Европы с целью гарантии качества образования; продолжение обучения в течение всей жизни; повышение степени самостоятельности университетов и т. д.

Модернизация российской системы образования, в контексте требований Болонской декларации, свелась к следующему:

- расширение доступа к европейскому образованию, дальнейшее повышение его качества;
- введение общепонятных, сравнимых квалификаций в области высшего образования;
- введение оценки трудоемкости (учебных курсов, программ, нагрузки) в терминах зачетных единиц (кредитов);
- отражение учебной программы в приложении к диплому, образец которого разработан ЮНЕСКО;

- повышение мобильности студентов, преподавателей и административно-управленческого персонала;
- обеспечение необходимого качества высшего образования;
- введение аспирантуры в общую систему высшего профессионального образования (в качестве третьего уровня);
- придание «европейского измерения» высшему образованию и повышение конкурентоспособности европейского образования;
- обеспечение автономности вузов;
- переход вузов на новые Федеральные государственные образовательные стандарты высшего профессионального образования;
- реализация в образовательном процессе компетентностного подхода и др.

В 2007 году в России Государственной Думой принято решение о переходе на двухуровневую подготовку высококвалифицированных профессиональных кадров. В связи с этим, с сентября 2011 года повсеместно учебный процесс в вузах стал организовываться нелинейно.

Сейчас российская система получения высшего профессионального образования, в том числе и педагогического, сменяется новой многоуровневой системой, существенно отличающейся от моноуровневой как по содержанию, так и по структуре организации.

По новой многоуровневой формуле обучения на получение общего высшего образования отводится четыре года (программа бакалавриата), а на овладение специализированными знаниями и профессиональными навыками два года (программа магистратуры).

Анализ ситуации поступления абитуриентов в вузы обнаруживает факт: многие выпускники школ профессионально неориентированы, а потому увеличивается доля тех, кто, окончив школу, выбирает несколько вузов для поступления. Практика показывает, что более уверенные в своих силах абитуриенты, как правило, ограничиваются выбором одной специальности, а менее подготовленные абитуриенты подают документы на 3-4 специальности. Сочетание профессий на этапе поступления в вузы свидетельствует скорее о профессиональной неопределенности выпускника, а также о безразличии к самому процессу выбора. В этом случае основной целью является, видимо, поступление просто в вуз для получения диплома.

Можно сделать вывод о том, что высшее образование для многих студентов является, прежде всего, инструментом реализации социальных, а не специально-профессиональных запросов; другими словами студентом движет социальное стремление занять место в жизни, а уже затем – стать профессионалом в определенной сфере деятельности.

Отмеченной обстоятельство обнажает тот факт, что профориентация должна менять свой характер; она скорее всего должна иметь свое продолжение в стенах того вуза, куда абитуриент поступил.

С.Н. Шашкова отмечает, что «важнейшими, влияющими на решение о поступлении в вуз, являются мотивы самооценности высшего образования («стремление получить диплом о высшем образовании» (44,8%) и «желание получать впоследствии высокий доход» (44%)). Такой мотив получения высшего образования, как желание обрести профессию, отметил лишь каждый третий (31,9%), возможность получить знания значима только для 16,6% студентов» [9, с. 18].

По статистическим данным [7] в середине 90-х годов прошлого века от 40% до 60% выпускников вузов трудоустроивались не по специальности и были вынуждены повышать квалификацию или переучиваться. И в настоящее время 51% выпускников вуза хотели бы получить второе высшее образование.

Е.В. Бодрова отмечает: «Государство в 90-е годы не занималось сферой образования, которое вынуждено было выживать, в значительной мере абстрагируясь от реальных потребностей страны» [2, с.26]. Стало ясно, что в современных условиях образование не

может оставаться в состоянии внутренней замкнутости и самодостаточности. Структура высшего образования перестала соответствовать потребностям народного хозяйства.

Для системы высшего образования 90-е годы XX века стали по-настоящему переломными, ибо «процессы реформирования политической, экономической и социальной жизни российского общества закономерно и настоятельно потребовали перестройки образовательной сферы не только в идеологическом аспекте, но и в плане содержательном и методическом» [5, с. 6].

И в настоящее время наблюдается отрыв системы образования от нужд рынка труда. Суть претензий работодателей к высшему образованию в обобщенном виде можно выразить так: выпускник вуза получает поверхностные знания, далекие от потребностей практики; качество подготовки не позволяет выпускникам вуза быстро адаптироваться к новой профессиональной среде. Более 50% работодателей не устраивает современная профессиональная подготовка в вузе [6].

Замечу, что с переходом на бакалавриат этот показатель еще более ухудшится. Ученые отмечают, что в настоящее время только 10% наиболее талантливых и старательных студентов получают то качество знаний, которое требуется сегодня. Народное хозяйство получает лишь около 80-85 тысяч выпускников российских вузов, которые могут быть полноценными специалистами, отвечающими требованиям первой четверти XXI века [8].

В настоящее время возникло противоречие между теоретически обоснованной концепцией обеспечения в бакалавриате лишь профессионально-ориентированного высшего образования и настойчиво продвигаемой парадигмой обеспечения в бакалавриате высшего профессионального образования.

Что же касается программ бакалавриата в европейских странах, то уместно соотнести их с образовательными программами российских техникумов и колледжей. При соотнесении российских и западноевропейских образовательных программ заметно, что важнейшими свойствами высшего образования в России являются его фундаментальность, научность и избыточность предметного содержания по отношению к определенному виду профессиональной деятельности выпускника, тогда как в Западной Европе основное внимание уделяется развитию практических умений и навыков. Фундаментальность образования - одно из главных достоинств высшей школы России.

Заметим, что полноценного специалиста в бакалавриате получить не удастся. Имеются два взгляда на бакалавриат: бакалавр – человек, подготовленный к профессии, но все-таки получивший ущербную по сравнению со специалистом подготовку; бакалавриат – это высшее, но не профессиональное, а лишь профессионально-ориентированное образование. Замечу, что удаление из бакалавриата профессиональной подготовки превращает вузовское обучение в основном в «общеобразовательное».

С переходом вузов России на многоуровневую систему образования резко поменялся подход к соотношению объемов часов на изучение различных учебных дисциплин. Подтвердим сказанное следующим фактом.

В бакалавриате по сравнению со специалитетом сегодня резко сокращено число часов на предметную подготовку. Например, на изучение математического анализа 50 лет тому назад (1963г.) на математическом факультете Омского государственного педагогического института им. А.М. Горького отводилось 1000 аудиторных часов, а в настоящее время (2013г.) на факультете математики, информатики, физики и технологии Омского государственного педагогического университета на ту же дисциплину отводится 540 часов, из которых лишь 234 часа аудиторных; если на курс «Дополнительные главы математического анализа» 50 лет назад отводилось 192 аудиторных часа, то в настоящее время отводится лишь 108 часов, из которых 26 часов аудиторных. На курс «Элементарная математика» в 1963 году на математическом факультете отводилось 640 аудиторных часов, а



в 2012 году на этот же курс отводится лишь 360 часов (это трудоемкость, из них 162 часа аудиторных). Подобное обстоятельство имеет повсеместный характер.

Сегодня резкое сокращение числа часов в бакалавриате на математические дисциплины приводит к тому, что у студентов не формируются ни пресловутые предметные ЗУНы, ни провозглашенные современными стандартами компетенции. Студенты не только не усваивают теоретические знания, но и не приобретают умения решать математические задачи.

Если оставаться в рамках подготовки бакалавров по действующим учебным планам то нужно срочно искать эффективные пути и средства повышения качества математической подготовки студентов. Возникает вопрос: «Что делать в сложившихся условиях?». Ответ на поставленный вопрос мы видим в следующем.

Важным средством является самостоятельная работа студентов, которая позволяет наряду с предметными знаниями, овладевать теми видами деятельности, которые характерны для будущей профессиональной деятельности.

По степени самостоятельности обучающихся можно выделить такие виды самостоятельной работы: по образцу, вариативные, с указанием к выполнению, творческие.

Практика показывает, что более эффективны самостоятельные работы творческого характера. В процессе выполнения таких работ студент раскрывает для себя новые стороны изучаемого материала и наиболее полно проявляет свои математические способности. Эти работы требуют от обучающихся самостоятельной разработки новых способов решения задач, самостоятельного определения цели и разработки плана Действий. В процессе выполнения этих работ студенты учатся определять объем недостающих знаний и пути их поиска для решения задач.

Творческие самостоятельные работы направлены скорее не на увеличение объема усвоенных знаний, а на изменение характера обученности – умения перенести знания и сформированные умения и навыки в нестандартные ситуации.

Учитывая, что основой всякого передового педагогического мастерства является эффективное управление учебно-познавательной деятельностью обучающихся, отметим, что самостоятельная работа повышает результативность обучения лишь в том случае, когда преподавателем проведена рациональная ее организация.

В рамках творческих самостоятельных работ целесообразно организовывать поисково-исследовательскую деятельность студентов. При этом преподаватель должен уметь выбрать нужный уровень проведения поисково-исследовательской деятельности в зависимости от подготовленности студента, уметь сочетать индивидуальные и коллективные формы проведения поисково-исследовательской деятельности, уметь создавать проблемные ситуации в зависимости от уровня сформированности у студентов поисково-исследовательской деятельности.

Преподаватель должен создавать условия, способствующие возникновению у обучающихся потребности в познавательной деятельности, в приобретении знаний, овладении способами их использования, влияющими на формирование умений и навыков творческой деятельности студентов.

Отметим, что во взглядах на идеологию развития высшего профессионального образования имеются расхождения между государственными структурами и педагогическим сообществом. Эти расхождения Е.В. Бодрова выразила следующим образом: «...стремление реформаторов перестроить высшую школу России по западному образцу, копируя в основном модель США. Вузское сообщество, в большинстве своем, не отвергает идею интеграции высшей школы России в мировое образовательное пространство, но считает недопустимым отказываться от того, что превратило отечественную систему образования в одну из сильнейших в мире. Главное преимущество – фундаментальная подготовка» [2, с. 26].

В связи с отмеченным, приведем высказывание П.Я. Чаадаева: «На учебное дело в России может быть установлен совершенно особый взгляд, ему, возможно, дать национальную основу, в корне расходящейся с той, на которой оно зиждется в остальной Европе, ибо Россия развивалась во всех отношениях иначе, и ей выпало на долю особое предназначение в этом мире».

В заключение заметим, что слепое копирование западного опыта не принесет ожидаемого эффекта. Реформирование системы высшего профессионального образования должно происходить с учетом отечественных традиций и достижений.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Антюхов А.В., Фомин Н.В. Инновационные подходы к уровневой подготовке специалистов в системе высшего профессионального образования: Учебно-методическое пособие. – Брянск: Изд-во «Курсив», 2009. – 168 с.
  2. Бодрова Е.В. Высшее образование для XXI века (ответы экспертов на заданные вопросы) // *Alma mater: Вестник высшей школы*. – 2009. – № 3. – С. 25-29.
  3. Далингер В.А. Проблемы подготовки бакалавров и магистров в педагогическом вузе в условиях многоуровневой системы образования // *Известия Международной академии наук высшей школы: Научный и общественно-информационный журнал*. – № 1 (59). – 2012. – М.: Изд-во МАН ВШ, – 2012. – С. 144-153.
  4. Далингер В.А. Так ли уж безобидна многоуровневая система образования в плане подготовки специалиста? // *Фундаментальные исследования*. – № 11 (часть 5). – 2012. – М.: Изд-во Академия Естествознания, 2012. – С. 1095-1098.
  5. Иванов С.Ю., Иванов А.С. Основные тенденции и перспективы развития системы высшего образования в России // *Alma mater: Вестник высшей школы*. – 2009. – № 2. – С. 5-9.
  6. Кабанов А.Т. О необходимости реформирования образовательной системы России // *Alma mater: Вестник высшей школы*. – 2009. – № 5. – С. 8-12.
  7. Мкртчян Г.М. Молодежь Москвы на рынке труда // *Социс*. – 2000. – № 12. – С. 27-36.
  8. Плаксин С.И. Качество высшего образования: инвестиция в интеллект // *Высшее образование для XXI века. Научная конференция 22-24 апреля 2004 г. Пленарные заседания*. – М.: Изд-во МГУ, 2004, – С. 48-53.
  9. Шашкова С.Н. Трансформация мотивационной сферы как фактор формирования профессиональных качеств выпускника вуза // *Alma mater: Вестник высшей школы*. – 2009. – № 3. – С. 17-24.
-

# НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ ВЫПУСКНИКОВ ТЕХНИЧЕСКИХ УНИВЕРСИТЕТОВ

Данилаев П.Г., Дорфеева С.И.

*Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева,  
420061, г. Казань, улица Сеченова, 5, к. 3, тел. (843)2726858, e-mail: dpgvm@yandex.ru*

Some problems of modern higher education are discussed. The main attention is given to the forming of the mathematical culture of final-year students of technical universities.

2014 год объявлен годом Культуры. Математика является частью общекультурного наследия, вне зависимости от того, нашли ее идеи применение на практике или еще нет. Известно, что между теоретическими исследованиями и их практическими применениями могут пройти века, как с исследованиями конических сечений древними и выводом на орбиту спутников; теорией чисел, одним из древнейших разделов математики, и исследованиями, связанными с защитой информации.

Математические идеи способны поражать своей гармонией, интеллектуальной красотой, вызывать те же эмоции, что и живопись, музыка, литература. Если в процессе преподавания математики мы сумеем приоткрыть студентам ее эстетическую и этическую красоту, кроме прагматического использования в специальных дисциплинах, вызовем интерес к ее изучению, то можно считать, что наша задача, как преподавателей, выполнена. Математика позволяет ознакомиться с множеством интересных фактов, связанных с историей науки, научными гипотезами, биографиями математиков.

Для технических университетов, где математику изучают и «физики», и «лирики», то есть студенты технических и социально-гуманитарных направлений, общекультурный, духовный аспект сможет увлечь, заинтересовать, понять как саму математику, так и ее место в различных отраслях современной науки.

Перестройка высшего образования, в частности, высшего математического образования, преследует ясную цель – повышения уровня математической подготовки и овладения методами построения математических моделей. Однако пути реализации этой задачи не всегда верны. В последние годы просматривается тенденция снижения уровня школьной математической подготовки. Критерий проверки – входной контроль, который проводится в начале первого семестра. Билеты входного контроля (тесты, оцениваемые по десятибалльной системе) не менялись в течение нескольких лет, качество ответов постоянно снижается.

Средний балл составил:

Год	2010	2011	2012	2013
Средний балл	5,36	4,98	4,65	4,01
Число тестируемых студентов( чел.)	73	60	65	72

Причины, породившие эту тенденцию, на наш взгляд, таковы:

➤ сократился объем часов, отводимых в школьной программе на изучение математики; уменьшилось количество часов на изучение элементарной математики за счет введения в школьную программу элементов высшей математики, которые изучаются в сокращенном отрывочном изложении, создавая видимость изученного материала, так что в вузе приходится начинать его изложение с основных понятий;

➤ не делается акцент на определениях математических понятий, не доказываются теоремы; оценка школьных знаний по математике проводится с помощью ЕГЭ, подготовка к которому отличается, по мнению самих школьников, от развития логического мышления, основана на механическом запоминании, «зазубривании» и угадывании способа заполнения соответствующих экзаменационных бланков;

➤ изменилась роль подготовительных курсов и отделений, функционирующих при вузах. Если в предыдущие годы они готовили абитуриентов к учебе в вузе (акцент делался на наиболее востребованные разделы, необходимые для изучения высшей математики), то сейчас они готовят к сдаче ЕГЭ, что не одно и то же. Учитывая негативную роль СМИ (интернета в первую очередь), у школьников снижена мотивация подготовки к ЕГЭ. Выпускник университета должен обладать набором компетенций, одна из которых – развитие коммуникативных способностей. Этому сильно мешает применение тестирования везде, где только возможно. Лучший способ развития этих способностей – общение специалистов, коллоквиумы в учебном процессе, участие в студенческих научных конференциях. «Основой всей человеческой культуры является язык, и математика – это специальный вид языковой деятельности [1].

Для технических университетов, где математика является одним из системообразующих предметов, возникла необходимость введения адаптационных курсов для первокурсников, то есть «математического ликбеза».

Вторая тенденция относится к увеличению учебной нагрузки преподавателей общеобразовательных, в первую очередь, математических кафедр, приводящая к ослаблению обратной связи преподаватель-студент.

Согласно трудовому законодательству годовая учебная нагрузка преподавателя не должна превышать 900 часов. Это положение «обходится» корректировкой учебных планов: до 33% (треть) аудиторных часов, отводившихся на лекции, практические занятия и лабораторные работы, переводятся на самостоятельное изучение (самостоятельную работу) студентов, в результате средняя нагрузка преподавателя вроде бы укладывается в норму. Но для качественной подготовки студентов преподаватель должен контролировать их самостоятельную работу, иначе студент так и не узнает, что  $\sqrt{x^2 + 9} \neq \sqrt{x^2} + \sqrt{9}$ ,  $\sin 5x \neq 5 \sin x$ . Без обратной связи преподаватель-студент нет эффекта от самостоятельной работы (СР). Ее представление как СР под руководством преподавателя сразу существенно повысило бы нагрузку педагога.

При расчете учебной нагрузки, выделяемой на математические кафедры, исключены часы на проверку контрольных и расчетно-графических работ (РГР). Этот вид работы приобретает особенное значение в условиях слабой школьной математической подготовки студентов. Именно он, не говоря о многочисленных переписках контрольных работ и дополнительных защитах РГР, позволяет индивидуализировать работу со студентом, выявить неясные для него моменты, разъяснить их.

Если мы говорим о воспитании духовной и математической культуры студентов, то, прежде всего, мы должны поддерживать на должном уровне и повышать свой культурный потенциал, невзирая на дефицит времени и средств.

По словам математика и лингвиста В.А. Успенского [2] «образованность предполагает ведь знакомство не только с тем, что непосредственно используется в профессиональной деятельности, но и с человеческой культурой как таковой, чьей неотъемлемой частью – повторим это еще раз – является математика».

Укажем составляющие нагрузки преподавателя математики высшей школы, по которым оценивается его работа. Кроме учебной работы, преподаватель занимается научно-исследовательской и методической работой.

Только при выполнении непомерных требований, в условиях роста учебной нагрузки, работа преподавателя оценивается положительно, что и учитывается при назначении ему размера заработной платы. Создается впечатление увеличения заработной платы преподавателей. Но фактическая учебная загрузка преподавателя такова, что выполнить эти требования сложно. В результате зарплата преподавателя остается на прежнем уровне при увеличении учебной нагрузки. Заработная плата молодого преподавателя непозволительно мала и едва превышает прожиточный минимум, а если в семье педагога есть маленькие дети, положение становится особенно сложным.

В последние годы руководителями (ректорами и проректорами) назначаются «менеджеры»,

ранее не работавшие в системе высшей школы. Они не знают специфики вуза, особенностей построения учебного процесса. Это приводит к неоправданным решениям и требованиям, которые отнюдь не способствуют укреплению учебного процесса, повышению качества выпускаемых специалистов.

Введение платы за обучение в университете, которая достаточно велика, увеличение бытовых расходов (например, проезд в городском транспорте) привели к тому, что большинство студентов вынуждены работать. По нашим оценкам 80% студентов дневного отделения работает. Если в 60–90-х годах прошлого века говорили, что студент учится и иногда подрабатывает, то сейчас, наоборот, основная масса студентов работает и иногда учится.

Неоднократно говорилось о неудовлетворительном состоянии подготовки специалистов через заочную форму обучения. Знакомство с абитуриентами-заочниками показывает, что большинство из них не умеет работать с дробями, решать линейные алгебраические уравнения, даже работа с целыми числами вызывает у них затруднение, хотя большинство из них сдало пресловутый ЕГЭ по математике. Это же можно сказать о части студентов дневной формы обучения. Показательно, что в группе заочников, где возраст студентов колеблется от 20 до 45 лет, элементарной математикой лучше владеют студенты старшего возраста, учившиеся «по старинке».

Неприятно то, что все перечисленное вынуждает преподавателя снижать требования к качеству подготовки специалистов и бакалавров. В технических вузах (университетах) математическая подготовка студентов является определяющей и показательной на весь период учебы. Названные тенденции приводят к снижению ее уровня, а в конечном счете, к снижению математической и общей культуры общества.

Анализ сложившейся ситуации заставляет задуматься о мерах, которые, позволяют улучшить качество высшего математического образования. Наши предложения таковы:

- разработать систему мероприятий по улучшению школьной математической подготовки. Для этого необходимо пересмотреть школьную программу по математике, ввести единый учебник (быть может, отдельный для профильных математических классов) аналог знаменитого учебника Киселева.

- исключить элементы высшей математики из школьной программы, что позволит увеличить часы на изучение разделов элементарной математики;

- рассматривать ЕГЭ как одну из форм школьного тестирования, но не как результат выпускного экзамена;

- восстановить систему вступительных экзаменов в вузы по математике, которые заставят абитуриентов повторить разделы, востребованные при изучении высшей математики, подготовиться к учебе в вузе;

А. Эйнштейн считал, что ученый должен иметь время для размышлений. Необходимо пересмотреть учебную нагрузку преподавателей вузов (университетов). Сейчас, когда уровень школьной математической подготовки низок, преподаватель должен уделить повышенное внимание студенту, иметь дополнительное время для индивидуальных, по существу, занятий со студентами (дополнительные занятия, коллоквиумы, переписки контрольных работ, повторные защиты РГР, многочисленные пересдачи предмета). Преподаватель не горит желанием «избавиться» от слабого студента, поэтому количество пересдач не ограничено (за счет личного времени преподавателя). Причем преподаватель должен так организовать работу, чтобы уровень знаний студента возрастал с каждой пересдачей, научить его заниматься, работать с книгой (учебным пособием). Сегодня школа не дает навыков такой работы.

Ликвидация математической безграмотности требует больших временных и материальных затрат, она предусматривает не один десяток лет работы. Тем не менее, эту работу надо начинать. Она вполне согласуется с Концепцией развития математического образования в России, которая широко обсуждалась научной и педагогической математической общественностью в рамках работы Научно-методического совета по математике при Мини-

стерстве образования и науки Российской Федерации. Она согласуется и с высказываниями выдающихся российских преподавателей математики, среди которых Л.Д. Кудрявцев [3, 4].

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Манин Ю.И.* Математика как метафора. – М.: МЦНМО, 2008. – 400 с.
2. *Успенский В.А.* Апология математики: Сб. статей / Владимир Андреевич Успенский – СПб: Амфора. ТИД Амфора, 2011. – 554 с.
3. *Кудрявцев Л.Д.* Дневники. По зарубежным научным командировкам (1962 – 1986). М.: РУДН, 2013. – 284 с.
4. *Кудрявцев Л.Д.* Избранные труды, том 3. Мысли о современной математике и ее преподавании. М.: Физматлит, 2008. – 434 с.

---

## КОНЦЕПЦИЯ РАЗВИТИЯ ВЕРОЯТНОСТНОГО СТИЛЯ МЫШЛЕНИЯ СТУДЕНТОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ НА ОСНОВЕ ДИАЛОГА КУЛЬТУР

Дворяткина С.Н., Собченко С.О.

*Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина  
sobdvor@yelets.lipetsk.ru*

**Abstract.** In the article presents the basic ideas of the pedagogical concept of development of probabilistic thinking style of students in learning mathematics based on dialogue between cultures. Concept has served as a structure- factor for the creation of a holistic system of teaching mathematic to students of technical and humanitarian areas, providing effective training to the socio-adapted subject to professional activity, the development of personal qualities of students, increase academic level of training in mathematics

С статье представлены основополагающие идеи педагогической концепции развития вероятностного стиля мышления студентов в процессе обучения математике на основе диалога культур. Концепция послужила структурообразующим фактором для построения целостной системы обучения математике студентов технических и гуманитарных направлений, обеспечивающей эффективную подготовку социально-адаптированного субъекта к профессиональной деятельности, развитие личностных качеств студента, повышение академического уровня обученности по математике.

Сегодня Россия вступила в содержательно-технологическую фазу реформирования высшего образования, произошел практический переход на образовательные стандарты 3-го поколения, осуществлена разработка стандартизирующих документов в области математического образования, прошла широкое обсуждение научным и педагогическим сообществом и утверждена правительством РФ в декабре 2013 года Концепция развития математического образования. Особое место в Концепции отводится установлению первостепенной роли математического образования для развития личности, формирования ее интеллекта и творческого потенциала.

С целью реализации основных идей Концепции предлагаем *авторскую педагогическую концепцию*, представляющую собой теоретико-методологические и дидактические основы решения проблемы создания целостной системы развития вероятностного стиля мышления (ВСМ) студентов в процессе обучения математике на основе диалога культур и задающая

эффективную подготовку социально-адаптированного субъекта профессиональной деятельности [1]. Видение ВСМ в качестве эталона профессионального мышления реализует новые требования, предъявляемые к современным специалистам в структуре общекультурных и профессиональных компетенций, согласно ФГОС ВПО третьего поколения. Под *ВСМ* будем понимать индивидуальную систему интеллектуальных стратегий, способов, приёмов, принципов, форм, идей вероятностно-статистического описания и познания закономерностей окружающего мира на основе:

- сочетания модальностей восприятия и первичного усвоения учебного материала;
- активизации взаимодействия логического и интуитивного типов мышления;
- интеграции логических и вероятностных форм мышления;
- качественного обогащения мыслительных операций через формирование системных знаний.

*Целевой установкой концепции* является теоретическое обоснование стратегии развития ВСМ студентов в процессе обучения математике на основе диалога естественнонаучной и гуманитарной культур, являющегося основой общекультурной и профессиональной компетентности современного специалиста.

*Ведущая идея концепции* состоит в том, что эффективное развитие ВСМ студентов технических и гуманитарных направлений подготовки и повышение качества математического обучения обеспечит разработка целостной системы развития ВСМ в процессе обучения математике на основе диалога естественнонаучной и гуманитарной культур и опосредующая ее практическую реализацию технология обеспечения градиционного развития ВСМ [2].

В основе концепции лежат следующие основополагающие идеи и подходы:

1. *Идея диалога естественнонаучной и гуманитарной культур*, позволившая реализовать в процессе обучения математике гуманитаризацию естественнонаучного образования и фундаментализацию естествознанием гуманитарного образования (М. Бахтин, В.С. Библер, М. Бубер, Ф. Гогартен, М.С. Каган, Д.С. Лихачев, Н.Д. Никандров и др.).

Диалог культур рассматриваем в образовательном пространстве как средство преодоления исторически возникшего разобщения естественнонаучных и гуманитарных компонентов культуры и реализуется единством и совокупностью трех подходов: установлением взаимообогащающего синтеза результатов естественнонаучных и гуманитарных дисциплин через показ единства разных методов исследования (рационально естественнонаучных и интуитивно-образных); раскрытием гуманитарного аспекта научного знания и естественнонаучного аспекта гуманитарного; формированием системного знания в процессе решения междисциплинарных проблем и задач средствами ТВиМС.

2. *Гуманитарная парадигма* в высшем профессиональном образовании как ведущая идея к проектированию методической системы в контексте духовно-нравственного становления будущих специалистов – формирования ценностных идеалов и ориентиров, утверждения базовых мировоззренческих понятий с учетом культурно-исторических традиций, самореализации и личностного развития при использовании потенциала математики. Противоположности гуманитарного и естественнонаучного познания срачиваются в основании гуманитарной парадигмы общенаучного познания (В. И. Глизбург, Ю. Л. Егоров, А. С. Запесоцкий, И. А. Колесникова, В. В. Краевский, В. А. Лекторский, А. А. Мелик-Пашаев, В. А. Слостенин и др.).

3. *Идея использования фрактальных методов* при структурировании вероятностно-статистических учебных элементов, разработке автоматизированных методов контроля на требуемых уровнях взаимопроникновения и управления глубиной установления

междисциплинарных связей, а также для оперативной диагностики результатов обучения, установления обратных связей и формирования индивидуальных траекторий обучения с учетом психологических характеристик, уровня усвоения дисциплины и дифференциации учебного материала по профилю обучения, сложности и проблемности.

4. *Гипотеза латерализации* психических процессов, позволяющая выдвинуть в качестве основополагающей триады принципов в управлении учебным процессом «принцип развития математической интуиции – логичность структуры математических объектов – включенность вероятности в структуру и содержание познания». Согласно гипотезе латерализации, психофизическая характеристика деятельности мозга основана на двух аспектах: специализации полушарий и их взаимодействии для обеспечения развития ВСМ. Установлено, что с различиями в латерализации мозга связаны разные способности, навыки, обучаемость и профессиональная пригодность. Гуманитарии отличаются относительно большим развитием правого полушария, представители инженерных специальностей – левого (И.А. Горюнов, И.П. Меркулов, Д.А. Поспелов, В.С. Ротенберг, К. Саган и др.).

5. *Теория фундирования*, рассматриваемая в качестве эффективного механизма и условий для актуализации учебных элементов математики, установления интегративных связей между наукой, профессиональным образованием и школой с последующим теоретическим обобщением структурных единиц, раскрывающим их сущность, целостность и единство профессионального знания в направлении развития стиля мышления, личностных и профессиональных качеств будущего специалиста (В.В. Афанасьев, Е.И. Смирнов, В.Д. Шадриков).

6. *Идея обучения ТВиМС как содержательной интеграции понятийной, мировоззренческой, деятельностной и концептуальной форм научного знания* как ведущее условие развития и саморазвития интеллектуальной, духовно-нравственной, мотивационной сфер личности студентов.

7. *Идея полиподходности образования*, основанием которого является системный подход, позволяющий рассматривать развитие ВСМ студентов в процессе обучения математике в вузе как систему, включающую цели, содержание, методы, формы, средства и применительно к каждой педагогической категории выделять свои масштабные подходы. Данная идея позволяет осуществить синтез системного, культурологического, компетентностного, синергетического, фрактального, личностно-ориентированного и информационно-технологического подходов.

*Системный подход* дает возможность учесть целостность и интегративность свойств процесса как комплекса взаимодействующих элементов; выявить изменения структуры процесса обучения, исследовать их поведение в ответ на те или иные воздействия среды (А. Н. Аверьянов, В. Г. Афанасьев, И. В. Блауберг, В. П. Кузьмина, Г. И. Рузавин, В. Н. Садовский, В. Н. Сагатовский, А. И. Уемов, Э. Г. Юдин, Г. А. Югай и др.). Системный подход выделяется на уровне связи «цель – содержание – организация процесса – результат».

*Личностно-ориентированный подход* обеспечивает целостное познавательное и личностное развитие обучаемого посредством активизации творческой мыслительной деятельности, интеллектуальной инициативы, способности самостоятельно добывать знания, которое решается с помощью дидактических методов и средств (А.А. Вербицкий, Ю.Г. Круглов, В.В. Сериков, В.А. Слостенин и др.). Ключевым моментом данного подхода, с нашей точки зрения, является развитие ВСМ как показателя качества усвоения знаний, умений и мыслительных операций. Сфера приложения личностно-ориентированного подхода – организация учебного процесса по математике.

*Фрактальный подход* состоит в построении структурной педагогической модели на языке фракталов с целью решения проблемы эффективности информационных потоков, в частности, проблемы фильтрации информации и относительной задержки во времени срабатывания формирующихся интегративных связей (Р. Кроновер, Б. Мандельброт, Э.



Петерс, М. Шредер и др.). Процесс управления учебно-воспитательным процессом сводится к принудительному установлению требуемых горизонтальных связей в ветвящемся и растущем фрактале. Отправной точкой начала процесса ветвления является курс ТВиМС, представляющий собой содержательную интеграцию в рамках понятийной, мировоззренческой, деятельностной и концептуальной форм. Используя циклический возврат к изученному ранее материалу, но на более высоком качественном уровне, мы инициируем еще более интенсивный рост фрактальных структур. Фрактальный подход относится к содержанию и организации процесса обучения математике.

Суть *компетентностного подхода* состоит в установлении необходимости формирования в результате обучения в вузе нового целостного социально-профессионального качества, позволяющего успешно решать профессиональные задачи в условиях выбора и неопределенности, быть конкурентоспособным, мобильным специалистом (В.И. Байденко, В. А. Болотов, И. А. Зимняя, Н.В. Кузьмина, А.К. Маркова, Л.А. Петровская, В.Д. Шадриков, А. В. Хуторской и др.). Новое качество компетентностей будущего специалиста формируется в контексте повышения уровня: предметных компетенций в системогенезе; общекультурных компетенций на основе развития ВСМ; освоения междисциплинарных связей на основе диалога культур; компетенций в принятии решений в типичных и нетипичных производственных ситуациях.

*Культурологический подход* обеспечивает интеграцию гуманитарного и естественнонаучного познания, способствует системному становлению профессиональной культуры личности, направленной на трансляцию и усвоение накопленного опыта, обеспечивает не только интеллектуальное развитие личности, но и воспитание духовно-нравственной сферы, являющейся системообразующей внутреннего мира обучаемого (М. М. Бахтин, Б. М. Бим-Бад, В. С. Библер, Г. С. Батищев, О. В. Долженко, И. А. Ильин, Н. А. Лурия, А. В. Петровский, В. М. Розин и др.). Применение рассмотренного подхода в нашей модели осуществлено на уровне «цель – содержание – результат».

Суть *информационно-технологического подхода* состоит в реализации дидактических возможностей информационных и коммуникационных технологий, при которых обеспечивается интерактивность; незамедлительная обратная связь, интерактивный диалог; компьютерная визуализация учебной информации об объектах или закономерностях процессов, явлений; автоматизация процессов вычислительной, информационно-поисковой деятельности обучающихся, организационное управление учебной деятельностью и контроль результатов обучения, при этом подход поддерживает интеграционные тенденции процесса познания закономерностей предметных областей и окружающей действительности на основе диалога культур.

Применение *синергетического подхода* к процессу обучения как к незамкнутой, нелинейной, неустойчивой системе обеспечит самоорганизацию, саморазвитие и качественное изменение системы и ее составляющих (Е. Н. Князева, С. П. Курдюмов, Г. Г. Малинецкий, В. П. Милованов, И. Р. Пригожин и др.). Указанный подход предполагает разработку системы дидактических принципов обучения.

*Триадическая система принципов*, реализация которой позволяет обеспечить новый качественный уровень развития ВСМ студентов, дает возможность установления единства математического, профессионального, духовно-нравственного и интеллектуального развития личности специалиста и, тем самым, повышает качество образовательного процесса в целом. Нами выявлены и охарактеризованы следующие триады принципов: развитие математической интуиции – логичность структуры математических объектов – включенность вероятности в структуру и содержание познания; фундаментальность – профессиональная направленность – фундирование; теория – практика – моделирование; дискретность – непрерывность – фрактальность; проблемность – ясность – неопределенность; открытость – замкнутость – трансдисциплинарность; научность – естественность – разумная строгость; целесообразность – причинность – полимотивация; прагматизм – нравственность – профессиональная культура; последовательность – концентризм – системогенетичность.

Разработанная нами концепция является гуманистической концепцией непрерывного математического образования, ведущее место в ней занимает учебно-познавательная деятельность студентов в процессе овладения системой математических знаний, которая должны быть организована и структурирована таким образом, чтобы она обладала наибольшей устойчивостью и применимостью в мегасистеме – учебно-воспитательном процессе. Особенностью концепции является определение профессионально ориентированной теоретической основы для установления диалога естественнонаучного и гуманитарного знания при моделировании учебных элементов в направлении развития ВСМ студентов в системе математической подготовки.

#### Литература.

1. Дворяткина, С.Н. Развитие вероятностного стиля мышления в процессе обучения математике: теория и практика: Монография / С.Н. Дворяткина. - М.: ИНФРА-М, 2013. - 272с.
2. Дворяткина, С.Н. Структурные компоненты технологии градиционного развития в обучении математике на основе диалога культур// Избранные труды Международной научной конференции «Образование, наука и экономика в вузах. Интеграция в международное образовательное пространство».- Ереван, 2012. - 416с., С. 185-194.

---

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИГРЫ В ОБУЧЕНИИ СТУДЕНТОВ-ГУМАНИТАРИЕВ

Ефимова Е. А.

*Российский государственный гуманитарный университет, Москва, Россия,  
yefimova-elena@yandex.ru*

### Mathematical Games in Teaching to the Humanities Students

Efimova E. A.

*Russian State University for the Humanities, Moscow, Russia, yefimova-elena@yandex.ru*

Статья посвящена использованию математических игр в обучении студентов-гуманитариев методам поиска в условиях противодействия, таким как метод минимакса, метод альфа-бета отсечения, метод ван Эмдена и другим. Для иллюстрации основных понятий используется обобщение «Игры в 37» Г.Э. Дьюдени.

The article is devoted to the use of mathematical games in teaching to the humanities students some methods of winning strategies search such as the minimax method, alpha-beta pruning, M. van Emden's method and others. As an example a generalization of "Game in 37" by Genry Ernest Dudeney is used.

На отделение интеллектуальных систем в гуманитарной сфере РГГУ часто приходят студенты с гуманитарными предпочтениями, которые имеют слабое представление о том, чем они будут заниматься во время обучения. Значительная их часть не ожидает того, что основным содержанием обучения станет математика и программирование. Несмотря на то, что математические курсы и курсы по программированию адаптированы для их восприятия, содержание этих курсов необходимо постоянно корректировать, учитывая как уровень

подготовки студентов, так и возникающие новые задачи (например, связанные с робототехникой). Использование в обучении популярных задач и головоломок позволяет облегчить восприятие новых понятий и сделать их наглядными. Кроме этого, нередко оказывается, что за простой формулировкой скрываются далеко идущие понятия, которые могут помочь студентам нематематических направлений перейти на новый уровень понимания математики [1]. Для этого популярные задачи должны быть тщательно подобраны.

Ниже будет показано, как одна из математических игр помогает ввести в обучение несколько важных методов поиска в условиях противодействия [2]. После этого будет найдена выигрышная стратегия этой игры.

«Игру в 37» придумал знаменитый английский составитель головоломок Генри Эрнест Дьюдени (10.04.1857 – 23.04.1930) [3, с. 161]. Дьюдени не имел математического образования, но придумал много известных задач и посвятил свою жизнь популяризации математики.

Игра заключается в следующем. Имеется пять костяшек домино с попарно различным количеством очков от единицы до пяти (рис. 1). Игроки ходят по очереди. Первый игрок кладет монету на любую костяшку. Каждый последующий ход заключается в перекладывании монету на любую другую костяшку. Нельзя оставить монету на той же костяшке или пропустить ход. Очки на костяшках с монетой суммируются. Таким образом за один ход к общей сумме прибавляется от одного до пяти очков. Игрок, набравший ровно 37 очков или вынудивший противника превысить эту сумму, выигрывает.

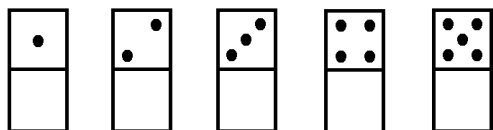


Рис. 1. Костяшки домино для «Игры в  $N$ »

Игра хороша тем, что, во-первых, она понятна (хоть и не всем очевидна), и хорошо подходит для сравнения различных методов поиска выигрышной стратегии. Во-вторых, она допускает обобщение до «Игры в  $N$ », которая отличается от исходной игры тем, что число 37 в ее формулировке заменяется любым натуральным числом  $N$ . В-третьих, для обобщения игры можно найти выигрышную стратегию с помощью несложных математических рассуждений. Таким образом, нетрудно провести полный анализ данной игры.

Как правило, студенты гуманитарных направлений затрудняются в поиске выигрышной стратегии без помощи компьютера, поэтому мы начнем с методов поиска с помощью перебора.

**1. Принцип минимакса.** Идея принципа минимакса заключается в том, чтобы первый игрок ходил так, чтобы получить как можно больше при наихудших действиях противника, а второй — так, чтобы первый игрок мог получить как можно меньше. Поэтому первого игрока называют МАХ, а второго — MIN. Поскольку «Игра в  $N$ » имеет всего два исхода — выигрыш и проигрыш, то каждый игрок должен ходить таким образом, чтобы выиграть. Для применения принципа минимакса строится полное дерево игры, вершинами которого являются состояния игры. Состояние игры описывается парой — количеством очков, недостающих до  $N$ , и количеством очков, добавленных на предыдущем ходе (для исходного состояния оно равно нулю). Первым элементом пары мы будем помечать вершины дерева, а вторым — ребра. Терминальному состоянию приписывается значение 1, если первый игрок в нем выигрывает, и  $(-1)$ , если проигрывает.

Например, пусть  $N = 2$ . Корень дерева соответствует состоянию  $(2, 0)$ . Первый игрок может сделать пять ходов — положить монету на любую костяшку. В результате в дерево добавятся вершины, соответствующие состояниям  $(1, 1)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(-1, 3)$ ,  $(-2, 4)$  и  $(-3, 5)$ .

Последние три состояния — проигрышные, им приписывается оценка (− 1). Второе состояние — выигрышное, ему приписывается оценка 1. Из первого состояния можно сделать четыре хода — переложить монету на костяшки, содержащие от двух до пяти очков. Эти состояния являются выигрышными для первого игрока, так как второй игрок в них набирает количество очков, превышающее два, поэтому им приписывается оценка 1 (рис. 2).

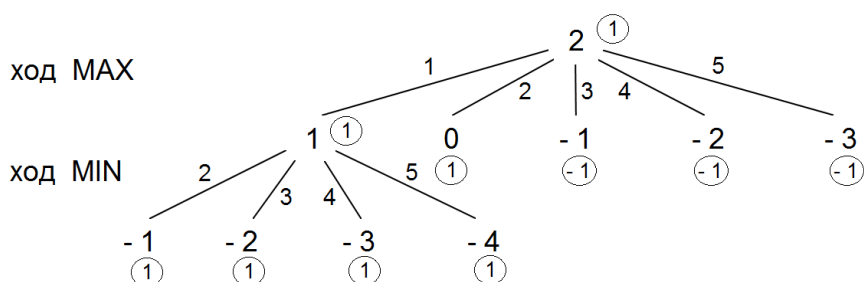


Рис 2. Дерево «Игры в 2» с оценками состояний

Оценки нетерминальных вершин дерева находятся следующим образом. Оценка состояния, в котором ходит второй игрок, равна минимальной из оценок непосредственных «потомков» (ниже они будут называться просто потомками). Оценка состояния, в котором ходит первый игрок, равна максимальной из оценок его потомков. Таким образом, состояния (1, 1) и (2, 0) имеют оценку 1 (см. рис. 2). Первый игрок должен ходить так, чтобы игра перешла в состояние с оценкой 1, если такой ход существует, а второй игрок, соответственно, так чтобы игра перешла в состояние с оценкой (− 1). Таким образом, в «Игре в 2» имеется два выигрышных хода для первого игрока — 1 и 2.

Основным недостатком использования данного метода является большое количество вершин, содержащихся в полном дереве игры. Например, полное дерево «Игры в 37» содержит 586 104 366 вершин.

**2. Альфа-бета отсечение.** Алгоритм альфа-бета отсечения позволяет сократить полное дерево игры так, чтобы оценка корня дерева не изменилась. Он является модификацией алгоритма минимакса с помощью использования двух дополнительных параметров —  $\alpha$  и  $\beta$ . Изначально величина  $\alpha$  принимает значение наихудшей оценки для первого игрока, а величина  $\beta$  — значение наилучшей оценки для него. Для «Игры в  $N$ » эти значения равны − 1 и 1, соответственно. В процессе поиска параметры  $\alpha$  и  $\beta$  могут изменять свои значения, при этом значение  $\alpha$  не уменьшается, а значение  $\beta$  не увеличивается.

Рассмотрим оценку состояния  $X$  для первого игрока — игрока MAX. Напомним, что она равна максимальной из оценок его потомков. Если оценка  $v$  очередной вершины-потомка не меньше значения параметра  $\beta$ , то остальные потомки не смогут увеличить оценку состояния  $X$ , поэтому их отсекает процедура  $\beta$ -отсечения, и состояние  $X$  получает оценку  $v$ . В случае  $v < \beta$  рассматривается следующий потомок состояния  $X$ , при этом значение параметра  $\alpha$  заменяется значением  $v$ , если  $v > \alpha$ . Например, рассмотрим состояние (2, 0) для «Игры в 2». Оценка состояния (1, 1) равна 1, она не меньше, чем значение параметра  $\beta$ . Поэтому оценка состояния (2, 0) также равна 1, а остальных ее потомков можно отбросить.

Рассуждения для оценок состояний второго игрока аналогичны. Например, найдем оценку состояния (1, 1). Все его потомки имеют оценку, превышающую значение параметра  $\alpha$ , поэтому ни один из них не отсекается. Минимальная оценка равна 1, соответственно оценка состояния (1, 1) равна 1. Кроме этого, ни одна из оценок потомков не превышает значение параметра  $\beta$ , поэтому оно не меняется. Таким образом из дерева «Игры в 2» удаляются четыре вершины, при этом оценка корня не изменится.

В компьютерных реализациях ходы перебираются либо в порядке возрастания от 1 до 5, либо в порядке убывания от 5 до 1. Заметим, что во втором случае отсекаются пять вершин дерева (удаляется все поддерево с корнем, соответствующим состоянию (1, 1)).

Для «Игры в 37» в дереве останется 21 931 822 вершин, если ходы перебирать в порядке возрастания, и 261 786 вершин, если их перебирать в порядке убывания.

**3. Метод ван Эмдена.** Маартен ван Эмден предложил следующий метод поиска выигрышной стратегии: сделать выигрышной ход, или сходить так, чтобы такой ход не смог сделать противник ни на каком шаге игры [4]. Применительно к «Игре в  $N$ » это означает, что нужно сделать такой ход, чтобы набрать ровно  $N$  очков, или сходить так, чтобы этого никогда не удалось сделать противнику. Например, если в «Игре в 2» положить монету на костяшку с одним очком, то противник уже не сможет выиграть, значит, этот ход — выигрышный.

В компьютерных программах стратегия реализуется с помощью рекурсии. Проще всего это делается на языке Пролог:

```
winMove(state(N, Prev), state(0, N)):-
    N > 0, N < 6, N <> Prev. % Знак <> означает не равно
winMove(state(N, Prev), state(N - K, K)):-
    N > 1,
    member(K, [1, 2, 3, 4, 5]), K <> Prev,
    not(winMove(state(N - K, K), _)).
```

С помощью метода ван Эмдена поиск сокращается еще сильнее. В зависимости от порядка перебора ходов, в «Игре в 37» перебирается 3 639 192 или 104 718 состояний.

**4. Вычисление выигрышных ходов.** Рассмотрим серию игр для  $N = 1, 2, 3, \dots$

Будем называть ходом количество очков, которое добавляется на данном шаге.

Состояние является выигрышным, если из него существует ход, непосредственно приводящий к выигрышу или ход  $k$ , приводящий к проигрышному состоянию для другого игрока. Состояние является проигрышным, если любой ход из него приводит к состоянию, выигрышному для другого игрока. Заметим, что ранее определенное выигрышное состояние, к которому был сделан переход с помощью хода  $k$  и из которого существует ровно один выигрышный ход, совпадающий с  $k$ , является проигрышным для другого игрока.

Например, если  $N = 1$ , то выигрышный ход равен 1. Если  $N = 2$ , то ход 2 приводит к немедленному выигрышу, а ход 1 приводит к состоянию, в котором имеется единственный выигрышный ход, совпадающий с 1 (поэтому оно проигрышное для второго игрока). Таким образом, выигрышными ходами являются 1 и 2. Выигрышные ходы для  $N \leq 12$  приведены в табл. 1.

$N$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ход	1	1, 2	3	4	5	3	–	1, 4	2, 3	3, 5	4	5

Табл. 1. Выигрышные ходы из начального состояния для  $N \leq 12$

Легко проверить, что единственным выигрышным ходом для первого игрока в «Игре в 37» является ход 4.

**5. Выигрышная стратегия в общем случае.** Описанный выше метод сложно применить к «Игре в  $N$ » для больших значений  $N$  (если не использовать компьютер).

Используя метод математической индукции, нетрудно доказать следующее утверждение.

**Утверждение.** Пусть  $N = 13q + r$  для целых неотрицательных  $q$  и  $r$ , где  $0 \leq r < 13$ . Тогда состояние  $(N, 0)$  является проигрышным для «Игры в  $N$ » тогда и только тогда, когда  $r = 0$  или  $r = 7$ . Выигрышные ходы для  $q = 0$  приведены в табл. 1, для  $q \geq 1$  — в табл. 2.

$r$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ход	–	1	1, 2, 4	3	4, 5	5	3	–	1	1, 2, 3	3, 5	4	5

Табл. 2. Выигрышные ходы из начального состояния для  $N \geq 13$

Остаток от деления числа 37 на 13 равен 11, поэтому единственным выигрышным ходом в «Игре в 37» из начального состояния является ход 4.

**6. Метод Шпрага-Гранди.** Для поиска выигрышных ходов используется также функция Шпрага-Гранди. Функция Шпрага-Гранди определена на множестве состояний игры и принимает значение во множестве неотрицательных целых чисел. Она определяется индуктивно. Если в состоянии нельзя сделать ход, то значение функции в нем полагается равным нулю. В противном случае, значение функции в состоянии  $S$  равно наименьшему неотрицательному числу, которое отсутствует среди значений функции в состояниях, в которые можно за один ход перейти из  $S$ . Нетрудно показать, что состояние является проигрышным тогда и только тогда, когда значение функции Шпрага-Гранди в нем равно нулю [5].

Вернемся к «Игре в  $N$ ». Значение функции Шпрага-Гранди в состоянии  $(0, k)$  равно 0. В состоянии  $(1, k)$  оно равно нулю при  $k = 1$ , и единице при  $k \neq 1$ . В состоянии  $(2, k)$  значение функции Шпрага-Гранди равно единице для любых значений  $k$ , и так далее.

Описанные выше методы обычно рассматриваются в курсах интеллектуальных систем или логического программирования, так как они легко реализуются на языке Пролог.

Использование популярных головоломок стимулирует студентов к изучению математических методов решения задач. Простые математические игры, которые можно рассматривать с разных сторон, делают материал наглядным и способствуют его более прочному и глубокому усвоению. Написание несложных программ, в которых используются рассмотренные методы, делает обучение более эффективным.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ефимова Е.А. Обучение студентов-гуманитариев алгебраическим методам // Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Общая топология. Проблемы математического образования: тезисы докладов Четвертой Международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения члена-корреспондента РАН, академика Европейской академии наук Л.Д. Кудрявцева. Москва, РУДН, 25-29 марта 2013 г. – М.: РУДН, 2013. – С. 530-531.
  2. Рассел С., Норвиг П. Искусственный интеллект: современный подход. – Изд. 2-е. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2006.
  3. Дьюдени Г.Э. 520 головоломок. – Изд. 2-е, испр. – М.: «Мир», 2000.
  4. Coelho H., Cotta J.C., Pereira L.M. How to Solve it with Prolog. – 3rd ed. – Lisboa: Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, 1982.
  5. Шень А. Игры и стратегии с точки зрения математики. – Изд. 2-е, стереотип. – М.: МЦНМО, 2008.
-

# О МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ БАКАЛАВРА ТЕХНИКИ И ТЕХНОЛОГИИ

Зайниев Р.М.

*Набережночелнинский институт Казанского федерального университета  
423 812 Набережные Челны, Республика Татарстан, ул.40 лет Победы, д.33 Б, кв.34.  
тел.906-124-23-00, E-mail: arb.71@mail.ru*

The author analyses the National Education Standards of Higher Professional Education and implementation of the Basic Educational Mathematical Program on the first level of higher professional education. He offers some ways of improving the level of mathematical training and education Bachelor of Engineering and Technology.

Выполняя соглашения Болонских деклараций, сегодня стало реальностью для высшей школы в России внедрение двухуровневой системы высшего образования по схеме «бакалавр-магистр» и системы «зачетных единиц», что предполагалось повышение качества образования, конкурентоспособности российской системы образования, создания единого образовательного пространства, признания дипломов российских вузов на европейском и мировом образовательном пространстве.

В связи с введением с учебный процесс нового поколения ФГОС ВПО для двухуровневой системы высшего образования, время, отводимое на аудиторские занятия по общеобразовательным дисциплинам, в том числе по математике на уровне бакалавриата значительно сократилось. Во-первых, этому способствовали новые стандарты, не определившие четко зачетных единиц на изучение той или иной дисциплины. Во многих стандартах по направлениям подготовки бакалавров техники и технологии, на изучение дисциплин математического и естественнонаучного цикла даже в базовой части определено 30-40 зачетных единиц на изучение таких дисциплин, как математика, информатика, физика, химия, экология и другие. Во-вторых, все эти выше перечисленные дисциплины в вузах распределены по различным кафедрам, каждая кафедра определяет ОК и ПК, указанные в стандартах, по своему усмотрению и старается распределить рекомендованные зачетные единицы трудоемкости для изучения данной дисциплины также по своему усмотрению. Поэтому разные вузы, даже по одному и тому же направлению подготовки, по своему усмотрению, точнее по предпочтению научных интересов кафедр, определяют программу изучения отдельных разделов тем, входящих в данный учебный предмет, а также распределяют время на изучение данных дисциплин по семестрам. Тем самым, реализация стандарта в каждом вузе, по каждому направлению подготовки происходит индивидуально.

За последние годы в связи с сокращением аудиторных занятий, во многих инженерно-технических специальностях и направлениях подготовки учебная нагрузка сократилась с 36 часов до 25-27 часов, хотя в большинстве западных университетах она не превышает 20-22 часов в неделю. Но, к сожалению, это сокращение аудиторных занятий, привело к увеличению учебной нагрузки профессорско-преподавательского состава и сокращению штатных единиц кафедр.

Расплывчатое внедрение зачетных единиц в стандартах привело к сокращению аудиторных занятий (лекций, практических занятий). Это касается прежде всего дисциплин математического и естественнонаучного цикла. Еще на заре обсуждения о переходе к многоуровневому высшему образованию многие видные математики предостерегали о возможности двух крайностей в высшем профессиональном образовании. Так, например, Л.Д.Кудрявцев отмечал: «При одной – программа обучения для получения степени бакалавра включает в себя в основном углубленное изучение фундаментальных наук (математики, механики, физики, химии, биологии, экологии) и лишь некоторые начала профессионального обучения, соответствующего профилю вуза, в котором происходит

обучение. При другой – программа обучения состоит из сокращенного и на более низком уровне, чем делалось раньше, изучения фундаментальных наук, за счет чего удастся уделить больше внимания специальным дисциплинам, связанным с той или иной профессией... Тем не менее, следует отметить опасную тенденцию, намечающуюся в ряде высших технических учебных заведений при переходе к двухступенчатой системе образования, заключающуюся в сокращении часов, иногда существенном, на изучение фундаментальных дисциплин на младших курсах по сравнению с часами, отводимыми на них при старой системе. В результате при этой методе, - заключает член-корреспондент РАН Л.Д.Кудрявцев, - бакалавр все равно не будет хорошим профессионалом по профилю вуза» [4, с.178]. Так, например, на изучение математики во многих технических вузах, в частности, на технических направлениях подготовки бакалавров в Камской государственной инженерно-экономической академии (ныне Набережночелнинский институт Казанского федерального университета) отводится 12-13 зачетных единиц из предложенных 30-40 зачетных единиц на изучение дисциплин математического и естественнонаучного цикла, из которых 1 зачетная единица отводится на подготовку и сдачи зачетов и экзаменов. В переводе на академические часы, 12 зачетных единиц соответствует 432 часам, а в соответствующих специальностях при пятилетнем сроке обучения на изучение математики отводилось около 720 часов, что соответствует 20 зачетным единицам без учета времени на подготовку и сдачи зачетов и экзаменов. Тем самым имеет сокращение аудиторного времени на 280-290 часов. Сокращение аудиторных часов на изучение дисциплин в бакалавриате непременно соответствует европейской системе образования. В этом направлении российская система высшего образования выполняет отдельные положения Болонских соглашений.

Надо заметить, что из 12 зачетных единиц, отводимых на изучение математических дисциплин по техническим направлениям подготовки, только 6 зачетных единиц отводится на аудиторные занятия, остальные 6 - на так называемую самостоятельную работу студентов. Время изучения математических дисциплин сократилось с 4-х семестров (в некоторых технических вузах с 5-и семестров) до 3-х семестров. Аудиторные занятия не в достаточном объеме наполнились контрольными работами, типовыми расчетами и другими видами индивидуальной работы со студентами. На подготовку, организацию и проведение контрольных работ по математике отводится мизерное количество времени, текущие домашние задания зачастую студентами не выполняются и они не могут направить неподготовленных со школьной скамьи студентов младших курсов к сознательному выполнению заданий самостоятельной работы.

Основная задача высшей школы – научить студентов мыслить самостоятельно, самообучаться, заниматься научными исследованиями, совершать открытия, пусть небольшие, но самостоятельно выполненные. Все это не может быть решено только посредством аудиторных занятий. В период обсуждения положений реализации Болонских соглашений, в одной из наших работ [1, с.45] было отмечено: «Студенты должны читать, писать, работать в библиотеке, консультироваться с преподавателем, конструировать машины и проводить опыты. Пока еще в учебном процессе преобладают пассивные формы обучения, происходит борьба за часы для увеличения нагрузки. Надо заметить, что в связи с ростом общей аудиторной нагрузки руководители учебных заведений идут на повышение учебной нагрузки преподавателей – доцентов и профессоров. Естественно, это также приводит к снижению качества курсов и качества подготовки специалистов».

Отмечая объективные причины слабой организации самостоятельной работы студентов, а именно: нехватка учебной и научной литературы, хотя за последние годы развитие Интернет-ресурсов в какой-то мере компенсирует эту нехватку, недостаточно активную работу библиотек и их техническая оснащенность, значительное сокращение читающей молодежи, особенно специальной и научной литературы, приводит к необходимости совершенствования той части зачетных единиц стандарта, которые отводится к самостоятельной работе студентов, а именно к 6 зачетным единицам по математике. Студент в первые три семестра должен заниматься самостоятельно 216 часов. Если ФГОС



ВПО определяет 60 зачетных единиц трудоемкости всех дисциплин в течение одного учебного года, то и высшие учебные заведения обязаны, согласно стандарту, обеспечить выполнение всех этих зачетных единиц. На самом деле, практика введения бакалавриата повсеместно показала, что стандарт выполняется только наполовину, т.е. на 50% по очной форме обучения. Возникает вопрос: кто и каким образом должен организовать и контролировать выполнение этих зачетных единиц, отводимых к самостоятельной работе студентов? А именно этих 6 зачетных единиц – на самостоятельную работу студентов при изучении математических дисциплин по направлению подготовки бакалавров техники и технологии.

Исходя из вышеперечисленных проблемы и вопросов по внедрению двухуровневой системы в высшем профессиональном образовании и реализации государственных стандартов на уровне бакалавриата, по нашему мнению можно осуществить по следующим направлениям:

1. Государственный стандарт по каждому направлению подготовки должен быть составлен не расплывчато, как мы сейчас имеем, а конкретно по каждой дисциплине, особенно по фундаментальным дисциплинам как математика, физика, химия и т.д., тем более, что предложенный цикл дисциплин в преподавании, как в общеобразовательной, так и в профессиональной школе, остается предметная система обучения. В связи с этим, необходимо более конкретнее определение сформированности компетенций студента после изучения того или иного предмета или цикла предметов. Наряду с требованиями к формированию компетенций студента было бы целесообразно ввести в стандарты вместе с общекультурными компетенциями, предметные компетенции или их обобщенные понятия. Очень расплывчато определено ОК-10, относящаяся к изучению математических дисциплин в виде формулировки: «использует основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применяет методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования» [8]. Другие общекультурные и профессиональные компетенции, указанные в данном стандарте, к изучению математических дисциплин отношения не имеют. Уровни сформированности математической компетентности студентов на заключительном этапе изучения математических дисциплин на 2-м курсе технических специальностей были изучены и определены автором [2, с.34].

2. Естественно, уточнение и конкретизация основных компетенций и соответствующих зачетных единиц в государственных стандартах на каждую дисциплину повлечет за собой необходимость подготовки соответствующей примерной программы по данному предмету (например, по математике) с сохранением фундаментальности образования. Еще в 2005 году была разработана и опубликована в 2006 году примерная программа дисциплин «Математика» для направления «Технические науки» бакалавриата, разработанная НМС по математике Минобрнауки РФ [5, с.10-33]. С различными объемами трудоемкости от 200 до 800 часов (в зачетных единицах от 6 до 22), кроме математических направлений подготовки. В среднем, для большинства технических направлений бакалавриата оптимальным можно принять трудоемкость в объеме 18-20 зачетных единиц, включая самостоятельную работу студентов.

3. Если даже взять за основу математическую подготовку бакалавров с общей трудоемкостью 12 зачетных единиц, из которых 6 отводилось на аудиторские занятия, остальные 6 – на самостоятельную работу студентов, то сегодня во многих вузах эта половина трудоемкости студентов не выполняется. Хотя «надо заметить, что зачетные единицы выступают не как измерение «трудозатрат» студентов на основании той или иной дисциплины, а измерение компетенций, в том числе профессиональных и предметных компетенций» [3, с.76]. С одной стороны, студенты в недостаточном объеме выполняют текущие домашние работы, зачастую вообще не выполняют, с другой стороны, контроль за их выполнением не организована как со стороны самих же преподавателей (эта работа не предусмотрена ни какими нормативными документами, не входит в обязательную работу

преподавателя), так и со стороны заведующего кафедрой (по той же причине). Задача учебного заведения, кафедры математических дисциплин заключается в организации этой самостоятельной работы. Так, например, если высшее учебное заведение утверждает трудоемкость курса в объеме 12 зачетных единиц, то она должна быть выполнена в том же объеме до формирования общекультурных и, как мы отметили выше, предметных компетенций. Выполнение этой работы может быть реализовано только тогда, когда она будет включена в учебную нагрузку профессионально-преподавательского состава.

4. Внедрение в вузовскую образовательную систему России бально-рейтинговой системы оценки знаний при условии правильной и последовательной ее организации, может сыграть достаточно высокую роль в мобилизации студентов в регулярном и постоянном приобретении знаний в течение всего периода обучения и объективная оценка их учебного труда. Возникает уникальная возможность включения в учебную нагрузку преподавателя организацию самостоятельной работы студентов (консультации, дополнительные занятия, индивидуальная работа со студентами, проведение дополнительных самостоятельных и контрольных работ, их подготовка и контроль за их выполнением). Весьма существенной составляющей в организации самостоятельной работы студентов является совместная работа преподавателя или специалиста кафедры и студента с использованием, наряду с традиционными, новых технологий образования, основанных на широком использовании современных информационных и компьютерных технологий. Студенту должен быть обеспечен свободный доступ в течение всего периода обучения в компьютерный класс для выполнения дополнительных, в том числе домашних заданий, в частности, по математике. Применение компьютеров в процессе проведения практических занятий по математическим дисциплинам, широкое использование программных систем математического образования, можно рассматривать как один из существенных элементов формирования общекультурных и профессиональных компетенций будущих бакалавров техники и технологии.

5. Введение двухуровневой системы высшего образования на основе Болонских соглашений предполагает свободу выбора студентов дисциплин для изучения уже на уровне бакалавра. Эти дисциплины вводятся в виде элективных курсов. Так, на стадии обсуждения о повсеместном переходе к двухуровневой системе образования, по оценке Н.М.Розиной в программах бакалавриата и специалиста уровень свободы выбора учебных дисциплин должен был составить 30-40%, а уровень свободы выбора в программах магистратуры предполагался около 70% от всего объема подготовки [7, с.7]. Как мы видим в утвержденных стандартах (см., например, [8]) элективные курсы вообще отсутствуют. Вместо них введена вариативная часть по каждому учебному циклу. Так, например, в ФГОС ВПО по направлению подготовки 190100 [8] базовая часть математического и естественнонаучного цикла определена 65-75 зачетными единицами, из которых 30-40 отведено на базовую часть, остальные – на вариативную часть. Но, на практике вариативная часть наполнена несколькими обязательными дисциплинами общеобразовательных кафедр, представляющие расплывчатые небольшие курсы, не связанные с изучением математических курсов, необходимых для технических направлений подготовки. Хотя в вариативную часть этого цикла можно было включить дополнительные математические курсы в течение 4-го или даже 5-го семестра в объеме 2-4-х зачетных единиц в зависимости от требований к фундаментальной математической подготовке бакалавра техники и технологии.

Сложность современной реформы высшего образования в России определяется тем, что провозглашая переход на общеевропейские стандарты образования, мы невольно заимствуем только внешние формы, «которые зачастую оказываются бессмысленными без того содержания, которые они определяют» [6, с.355]. Суть этих академических кредитов (зачетных единиц), которые успешно реализуются в западных университетах заключается в изучении дисциплин как обязательных, так и элективных программ, на которые должен перейти студент для получения диплома соответствующего уровня. Если же в нашей системе образования, как это определено в последних государственных стандартах высшего профессионального образования, введены зачетные единицы и определены общекультурные

и профессиональные компетенции с сохранением жесткого учебного плана, то в лучшем случае они станут формальной привязкой к Болонской системе соответствия академических курсов, а в худшем – маловразумительным количественным показателем [6, с.355] (см. также [3, с.76]).

Таким образом, определение зачетных единиц и ОК и ПК студентов во введенных ФГОС ВПО не могут обеспечить на достаточном уровне математическую подготовку, тем более обеспечение и повышение уровня математического образования бакалавра техники и технологии.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Зайниев Р.М., Зайниев Т.Р. Болонский процесс: реализация в высшем профессиональном образовании // Вестник Самарского гос.техн.ун-та. Серия «Психолого-педагогические науки», № 1(9). – Самара: Изд-во СамГТУ, 2008. – С.44-46.
2. Зайниев Р.М. Преемственность профессионально-ориентировочного содержания математического образования в систем «школа-колледж-вуз»: автореферат дисс....докт.пед.наук. –Ярославль: ЯГПУ им.К.Д.Ушинского, 2012. – 42 с.
3. Зайниев Р.М., Зайниев Т.Р. Особенности развития инновационных процессов в высшем профессиональном образовании на основе Болонских соглашений // Образование в техническом вузе в XXI веке: Международный межвузовский научно-методический сборник. Вып.2. – Набережные Челны: Изд-во ИНЭКА, 2008. – С.73-77.
4. Кудрявцев Л.Д. Избранные труды. Т.3. Мысли о современной математике и ее преподавании. – М.: Физматлит, 2008. – 434 с.
5. Кудрявцев Л.Д., Лифанов И.К., Розанова С.А., Ягола А.Г. О разработке стандартов третьего поколения по математике для технических вузов // Сб.материалов выездного заседания НМС по математике Министерства образования и науки РФ (Отв. за выпуск Л.М.Котляр. –Набережные Челны: Изд-во ИНЭКА, 2006. –С.10-33.
6. Миньяр-Белоручев К.В. Заметки стипендиата: системы высшего образования России и США глазами выпускника программы Фулбрайта // 200 лет российско-американских отношений: наука и образование: сб.статей /Под ред. акад. РАН А.О.Чубарьяна и Б.А.Рубла. – М.: ОЛМА Медиа Групп, 2007. – С.345-355.
7. Розина Н.М. О разработке нового поколения государственных образовательных стандартов // Высшее образование в России. - № 3. – 2007. – С.3-9.
8. ФГОС ВПО по направлению подготовки 190100 Наземные транспортно-технологические комплексы (квалификация (степень) «бакалавр») // Приказ Минобрнауки РФ от 9.11.2009, № 546.

# РАЗРАБОТКА ПАРАМЕТРОВ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ НА ОСНОВЕ СИСТЕМНО – ДЕЯТЕЛЬНОСТНОГО ПОДХОДА

Игонина Т.А., Кольцова Е.В., Малыгина О.А., Параскевопуло О.Р., Таланова Л.И., Чекалкин Н.С.

*Московский государственный технический университет МИРЭА,  
t-igonina@mail.ru, lenusya-58@mail.ru, malygina58@mail.ru, olgarigpar@gmail.com, talanova-l@yandex.ru,  
chekalkin@mirea.ru*

The article describes the system of parameters for estimation the results of experimental mathematical analysis education on the base the system approach and the theory of the activity. There are described the qualitative and quantitative parameters which allow completely estimate the education results from the viewpoint the content and organization the education process. New parameter - generalized NPS coefficient и NPS-technology of estimation results of education are considered. Application given system of parameters activates control and correction education functions.

Важным аспектом любого учебного процесса, выявления его эффективности, является разработка адекватной системы параметров оценки результатов обучения. В традиционной модели изучения высшей математики контролируется усвоение только математических знаний и умений, причем в основном на уровне воспроизведения алгоритмов решения задач и воспроизведения процедур доказательства теорем. Часто получение верного ответа без описания процедур решения принимается за критерий сформированности математических компетенций. Вопросы оценки уровня развития способностей, мышления, исследовательских навыков при традиционном построении обучения и анализе его результатов не затрагиваются.

В МГТУ МИРЭА на кафедре высшей математики-2 проводилось экспериментальное обучение математическому анализу на основе системно-деятельностного подхода. Принципы такого обучения, его содержание описаны в работах [1, 2]. В настоящей статье представлена система параметров оценки результатов экспериментального обучения математическому анализу. Все элементы этой системы взаимосвязаны, образуют целостную структуру адекватной оценки результатов работы преподавателя и студента, ориентированы на процессуальную и содержательную сторону учебного процесса, позволяют установить место, характер, время допущенных при обучении сбоев и ликвидировать недостатки. Система параметров оценки результатов экспериментального обучения включает подсистемы качественных и количественных параметров, а также новый качественно-количественный параметр – обобщенный коэффициент NPS.

К качественным параметрам относятся:

- класс параметров, характеризующих содержательную сторону сформированных у учащихся знаний и умений, компетенций;
- характеристики сформированной деятельности;
- уровень переноса новых интеллектуальных приобретений на исследования по различным предметным направлениям.

В подсистему количественных параметров введены:

- количество правильно решенных задач каждым студентом в рамках каждого этапа контроля (текущего, промежуточного, итогового);
- количество студентов, грамотно и аргументировано выполнивших контрольные задания;
- временные критерии выполнения работ.

Опишем более детально подсистему качественных параметров. Основаниями

экспериментального обучения математическому анализу являются системный подход и теория деятельности. Они определяют содержание формируемых компетенций, которое включает не только математические понятия, теоремы, методы, но и методологические компетенции (знания об общих методах познания, способность использовать эти методы в практической деятельности и др.). В процессе экспериментального обучения формируются метод системного анализа, метод математического моделирования с опорой на системный анализ объекта-оригинала и его модели, обобщенная деятельность построения гипотез и их обоснования. Также формируются знания о структуре деятельности и умения ее конструировать в конкретной ситуации. В процессе контроля результатов обучения проверяется усвоение как математических, так и методологических компонент содержания обучения, что и составляет первый класс качественных параметров оценки результатов обучения. Выявляется сформированность компетенций, базирующихся на использовании понятий системного подхода, знаний о структуре любой деятельности, математических знаний, на владении общенаучными и математическими методами. Для этого разработана специальная система контрольных заданий, в которую помимо собственно математических вопросов включены задачи прикладного характера, задачи с элементами профессионального содержания, предполагающие применение методологических знаний и умений. Разработана тематика индивидуальных самостоятельных работ по изучению теоретического материала по некоторым разделам математического анализа.

Второй класс качественных параметров определяется деятельностным подходом [5,6]. В основу этого класса параметров оценки результатов обучения положены характеристики формируемой в процессе обучения деятельности. Здесь выделены два подкласса параметров: независимые и зависимые параметры. В подкласс независимых параметров включаются форма формируемой деятельности, ее обобщенность, развернутость и освоенность. К зависимым параметрам относятся разумность деятельности, ее сознательность, абстрактность, прочность. Связующим звеном между двумя классами качественных параметров является анализ содержания ориентировочной основы сформированной у учащихся деятельности (ООД). По проверке содержания ООД устанавливается уровень усвоения математических и методологических знаний и умений, компетенций.

Форма деятельности характеризует меру интериоризации деятельности. Речь идет о степени присвоения деятельности субъектом на пути ее преобразования из внешней (материальной) во внутреннюю (умственную). Экспериментальное обучение организовано в соответствии с положениями теории поэтапного формирования умственных действий. Формируемые математические и методологические компетенции по форме проходят следующие стадии: материальную, внешнеречевую и умственную. Материальная форма представлена в учебных картах, которые раскрывают полный состав процедур формируемого метода, его логику, представляют содержание ООД. Процесс решения задач студенты выполняют сначала на основе карт, затем без них, описывают (проговаривают) подробно. Текущий контроль выполнения типов задач по картам с подробным изложением решения позволяет корректировать уровень усвоения уже в начале обучения. На заключительном этапе обучения внешняя деятельность становится внутренней, переходит в умственную. Умственная форма деятельности означает, что она осуществляется про себя, ее структурными элементами являются понятия, операции, выполняемые внутренним образом, недоступным внешнему наблюдению. Объективно присутствует результат действия, что и отражается при выполнении контрольных работ. Данные этапы работы с формой формируемой деятельности при традиционном обучении осуществляются стихийно и непоследовательно, часто отсутствует и материальная форма представления состава метода решения задачи.

Обобщенность описывает меру выделения существенных для выполнения деятельности свойств предмета из других имеющихся. Обобщенная деятельность характеризуется содержанием ориентировочной основы. При традиционном обучении в ООД включаются математические знания и методы; общие приемы познания не формируются,

методологические знания (о методах исследования, о структуре деятельности) либо отсутствуют, либо включены на поверхностном уровне. Содержание ООД деятельности, формируемой при экспериментальном обучении, включает два основных типа компетенций – методологические и математические. К первому типу относятся компетенции, базирующиеся на знаниях об общих методах познания (методе системного анализа, методе математического моделирования с опорой на системный анализ, методе синтеза, методах построения гипотезы и доказательства), на знаниях о деятельности как основе получения новых знаний, на процедурах методов. Во второй тип включаются собственно математические знания, умения, методы.

Развернутость деятельности показывает, все ли операции из ее состава выполняются субъектом. На первых стадиях формирования важно контролировать этот параметр, поскольку пропуск отдельных действий приводит к ошибкам. По мере формирования деятельности состав процедур, представленных в материальной и речевой формах, уменьшается, переходя во внутренний план. Деятельность становится свернутой и сокращенной. Освоенность деятельности означает легкость и быстроту ее выполнения. Следует подчеркнуть различие между пропуском отдельных операций при непонимании деятельности решения и пропуском операций при правильно сформированной деятельности. В последнем случае пропуск простейших процедур относится лишь к форме действия: оно может выполняться быстро и правильно в уме и не быть представленным материально. При этом обучаемый всегда готов объяснить решение, в частности, умственные операции. В экспериментальном обучении формируются сложные многоэтапные методы решения разных типов задач. Поэтому большинство процедур описывается учащимися в контрольных работах достаточно подробно. Это обстоятельство помогает оценить уровень развернутости, полноту сформированности процедур методов.

Перечисленные характеристики деятельности первого подкласса не являются следствиями друг друга. Помимо этих существуют вторичные, вытекающие из первых: разумность, сознательность, абстрактность, прочность. Разумность деятельности означает, что при ее выполнении субъект опирается на существенные условия, разворачивает все процедуры в полной мере. Сознательность состоит в возможности правильного выполнения деятельности и в обосновании в речевой форме такого выполнения. Абстрактность связана с выполнением деятельности как обобщенной, без опоры на чувственное содержание объекта. Прочность понимается как возможность выполнения через некоторое время после формирования, что является результатом обобщенности и освоенности.

Важным параметром является умение применять общие методы познания, сформированные на материале математического анализа, к решению задач в других дисциплинах. Фактически речь идет о выявлении сформированности одной из важных компетенций современного специалиста: о способности переносить сформированные знания и умения с одной предметной области на другую. В экспериментальной модели это проверяется по решению прикладных задач из курсов физики, радиотехники, теории цепей, включенных в содержание контрольных мероприятий по математическому анализу. Разработка контрольных работ, типовых расчетов, экзаменационных (зачетных) билетов проводится с учетом описанных качественных параметров.

В работах [3, 4] описывается новый качественно-количественный параметр оценки результатов обучения - обобщенный коэффициент NPS. Обобщенным коэффициентом NPS называется разность между вероятностью появления промоутера (субъекта, оценившего вероятность рекомендации внедрения модели обучения как очень высокую в рамках предложенной шкалы) и detractora (субъекта, оценившего вероятность рекомендации внедрения модели обучения как низкую в рамках предложенной шкалы). NPS – это случайная величина, а результат измерения – это оценка этой случайной величины. При анализе NPS доверительный интервал строится следующим образом. Центр доверительного интервала совпадает с оценкой NPS, а его длина определяется как произведение квадратного корня из выборочной дисперсии, квантили нормального распределения, соответствующей

заданной доверительной вероятности, деленное на квадратный корень из объема выборки. В случае конечной генеральной совокупности (количество студентов, участвующих в обучении) нужно еще ввести корректирующий множитель, определяемый по доле выборки.

Разработана NPS-технология оценки результатов экспериментального обучения, включающая следующие этапы: разработку ключевого вопроса для участников эксперимента о целесообразности и эффективности модели обучения; разработку шкалы оценки ответов респондентов; выявление распределения опрошенных в зависимости от ответа по категориям (детракторы, промоутеры и др.) во времени по результатам нескольких опросов (например, по неделям, семестрам, курсам); вычисление долей промоутеров, детракторов; вычисление оценки NPS и ее точности; вычисление нижней и верхней границ доверительного интервала NPS; анализ динамики обобщенного коэффициента NPS (рост или падение, например, по неделям, семестрам, курсам); разработку практических рекомендаций (коррекция обучения, аргументация эффективности модели обучения). Обычно проведение статистических опросов и их последующая обработка занимает много времени и является дорогостоящим мероприятием. Применение NPS-технологии существенно экономит ресурсы. Программа вычисления NPS и границ доверительного интервала достаточно простая, а результатом ее выполнения является описание динамики NPS. Именно изменения данного коэффициента позволяют связать количественные данные о результатах обучения с его качественными характеристиками, быстро оценить ситуацию и внести коррективы. Фактически данная технология позволяет проводить оценку качества обучения в режиме реального времени. Применение NPS-технологии к оценке результатов обучения существенно снижает уровень субъективности, активизирует контрольно-коррекционную функцию, дает наглядную картину продуктивности обучения и решает вопрос «обратной связи».

В целом разработанная система параметров оценки результатов экспериментального обучения математическому анализу позволяет адекватно и динамично устанавливать эффективность обучения, вносить необходимые коррективы, достигать поставленных целей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Аксененкова И.М., Малыгина О.А., Чекалкин Н.С., Шухов А.Г. Ряды. Интеграл Фурье и преобразование Фурье. Приложения. – М.: URSS, 2009. 205 с.
2. Малыгина О.А. Изучение математического анализа на основе системно-деятельностного подхода. М.: URSS, 2011. 416 с.
3. Малыгина О.А. Формирование основ профессиональной мобильности в процессе обучения высшей математике. М.: URSS, 2010. 368с
4. Малыгина О.А., Руденская И.Н., Шухов А.Г. Методология NPS- подхода к оценке качества функционирования клиентоориентированных структур // Научные технологии. 2011. №10. с. 51-58.
5. Решетова З.А. Формирование системного мышления в обучении. М.: Юнити, 2002.
6. Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний. М.: МГУ, 1975. 344 с.

---

#### ОБ ИЗУЧЕНИИ ПОНЯТИЯ «ОТНОШЕНИЕ»

# В ВУЗОВСКОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Костин С.В.

Московский государственный технический университет  
радиотехники, электроники и автоматики (МГТУ МИРЭА)  
Россия, 119454, г. Москва, просп. Вернадского, д. 78; e-mail: kostinsv77@mail.ru

*Abstract. A general approach to the mathematical concept of relation is presented. This approach joins two concepts: relation on the set and relation from one set to another. Fundamental notion of mapping is treated as a special case of relation.*

## 1. Введение

Одним из важнейших понятий математики является понятие «отношение». Для того чтобы понять важность этого понятия, достаточно сказать, что частным случаем этого понятия является фундаментальное для всей математики понятие «отображение». Кроме того, понятие «отношение» является составной частью понятия «алгебраическая система» (алгебраическая система — это множество вместе с заданными на этом множестве отношениями и операциями). Важнейшим примером алгебраической системы является множество (а точнее, непрерывное линейно упорядоченное поле) действительных чисел.

К сожалению, понятие «отношение» зачастую недостаточно полно и подробно изучается в вузовском курсе математики (в особенности это относится к курсу математики, изучаемому в технических вузах). Это связано, по-видимому, как с недостатком времени, так и с определенными сложившимися традициями преподавания. Почему-то считается, что студенты технического вуза должны знать, например, что такое «общее уравнение прямой в пространстве» (хотя на практике это уравнение, как правило, мало полезно), и при этом могут не знать, что такое «отношение порядка» и даже что такое «отношение эквивалентности».

По нашему мнению, понятие «отношение» заслуживает значительно большего внимания в вузовском курсе математики, чем это имеет место сейчас. Цель данной статьи заключается в том, чтобы предложить читателям (среди которых, возможно, есть вузовские преподаватели математики) один из возможных вариантов знакомства студентов с этим понятием.

## 2. Отношение на упорядоченном наборе множеств

Пусть  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ . Пусть  $A_1, A_2, \dots, A_n, S$  — множества.

**Определение.** Если множество  $S$  является подмножеством декартова произведения  $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$  (то есть  $S \subset A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ ), то упорядоченный набор множеств  $\langle A_1, A_2, \dots, A_n, S \rangle$  называется  $n$ -местным отношением на упорядоченном наборе множеств  $\langle A_1, A_2, \dots, A_n \rangle$ .

**Определение.** Число  $n$  называется *местностью* отношения.

**Замечание.** Выше при определении  $n$ -местного отношения на упорядоченном наборе множеств мы наложили условие  $n \geq 2$ . Тем самым мы исключили из рассмотрения одноместные отношения. Это связано с тем, что понятие одноместного отношения фактически сводится к понятию подмножества. (Одноместное отношение на множестве  $A$  — это упорядоченная пара  $\langle A, S \rangle$ , где  $S \subset A$ .) Вследствие этого понятие одноместного отношения оказывается если не математически бессмысленным, то во всяком случае бесполезным и поэтому мы это понятие не рассматриваем.



### 3. Множество отправления, множество прибытия, промежуточные множества и график отношения

Пусть  $\rho = \langle A_1, A_2, \dots, A_n, S \rangle$  —  $n$ -местное отношение на упорядоченном наборе множеств  $\langle A_1, A_2, \dots, A_n \rangle$ .

**Определение.** Множество  $A_1$  называется *множеством отправления* отношения  $\rho$ .

**Обозначение:**  $X(\rho)$  или  $Y_1(\rho)$ .

**Определение.** Множество  $A_n$  называется *множеством прибытия* отношения  $\rho$ .

**Обозначение:**  $Z(\rho)$  или  $Y_n(\rho)$ .

**Определение.** Если  $n \geq 3$ , то множество  $A_k$ ,  $k \in [2..n-1]$ , называется  $k$ -м *промежуточным множеством* отношения  $\rho$ .

**Обозначение:**  $Y_k(\rho)$ .

**Определение.** Множество  $S$  называется *графиком* отношения  $\rho$ .

**Обозначение:**  $\Gamma(\rho)$ .

**Замечание.** В пункте 2 мы дали определение  $n$ -местного отношения на упорядоченном наборе множеств  $\langle A_1, A_2, \dots, A_n \rangle$ . Это самое общее определение понятия «отношение». На практике чаще всего встречаются два частных случая этого понятия, а именно:

1)  $A_1 = A_2 = \dots = A_n$  (множество отправления, множество прибытия и все промежуточные множества отношения совпадают);

2)  $n = 2$  (отношение является двуместным).

Ниже в пункте 4 мы рассмотрим частный случай 1), а затем в пунктах 5–10 мы рассмотрим частный случай 2).

### 4. Отношение на множестве

Пусть  $\rho = \langle A_1, A_2, \dots, A_n, S \rangle$  —  $n$ -местное отношение на упорядоченном наборе множеств  $\langle A_1, A_2, \dots, A_n \rangle$ .

**Определение.** Если  $A_1 = A_2 = \dots = A_n = A$ , то отношение  $\rho$  называется  $n$ -*арным отношением на множестве*  $A$ .

**Определение.** Число  $n$  называется *арностью* отношения  $\rho$ .

Таким образом, по определению, отношение  $\rho$  является отношением на множестве  $A$ , если множество отправления, множество прибытия и все промежуточные множества отношения  $\rho$  совпадают со множеством  $A$ , то есть если  $X(\rho) = Y_2(\rho) = \dots = Y_n(\rho) = Z(\rho) = A$ .

**Замечание 1.** Пусть отношение  $\rho$  является  $n$ -арным отношением на множестве  $A$ . Тогда при  $n = 2$  отношение  $\rho$  называется бинарным, при  $n = 3$  — тернарным, при  $n = 4$  — кватернарным, при  $n = 5$  — квинарным и т. д. (названия происходят от латинских названий порядковых числительных «второй», «третий», «четвертый», «пятый» и т. д.).

**Замечание 2.** Обратим внимание на то, что в случае произвольного отношения  $\rho = \langle A_1, A_2, \dots, A_n, S \rangle$ , у которого множество отправления  $A_1$ , множество прибытия  $A_n$  и (при  $n \geq 3$ ) промежуточные множества  $A_k$ ,  $k \in [2..n-1]$ , вообще говоря, различны, мы используем термин «местность» и говорим, что отношение  $\rho$  является  $n$ -местным.

Если же отношение  $\rho$  является отношением на множестве, то есть если  $A_1 = A_2 = \dots = A_n$ , то мы используем термин «арность» и говорим, что отношение  $\rho$  является  $n$ -арным. Впрочем, в этом случае тоже можно использовать термин «местность» (поскольку отношение на множестве является частным случаем отношения на упорядоченном наборе множеств). При этом надо иметь в виду, что  $n$ -арное отношение на множестве  $A$  — это то же самое, что  $n$ -местное отношение на упорядоченном наборе множеств  $\underbrace{\langle A, A, \dots, A \rangle}_{n \text{ раз}}$ .

## 5. Отношение из множества во множество

Пусть  $\rho = \langle A_1, A_2, S \rangle$  — двуместное отношение на упорядоченном наборе множеств  $\langle A_1, A_2 \rangle$ .

**Определение.** Отношение  $\rho$  называется *отношением из множества  $A_1$  во множество  $A_2$* .

**Замечание.** В некоторых книгах говорят не об отношении из множества  $A_1$  во множество  $A_2$ , а о соответствии из множества  $A_1$  во множество  $A_2$ . Мы предлагаем в данном случае отказаться от использования термина «соответствие» и использовать термин «отношение». Это подтверждается математической практикой. Приведем два примера. 1) Обычно говорят «отношение принадлежности», а не «соответствие принадлежности», хотя множество отправления и множество прибытия этого отношения, как правило, различны (например, множество отправления — это множество точек плоскости, а множество прибытия — множество фигур на плоскости). 2) В теории графов используется термин «отношение инцидентности», а не «соответствие инцидентности», хотя множество отправления и множество прибытия этого отношения, как правило, различны (это множество вершин и множество ребер графа).

## 6. Множество определения и множество значений отношения

Пусть  $\rho = \langle A_1, A_2, S \rangle$  — отношение из множества  $A_1$  во множество  $A_2$ .

Имеет место включение  $S \subset A_1 \times A_2$  или, что то же самое,  $\Gamma(\rho) \subset X(\rho) \times Z(\rho)$ .

**Определение.** Первая проекция графика  $S = \Gamma(\rho)$  отношения  $\rho$  называется *множеством определения* отношения  $\rho$ .

**Обозначение:**  $V(\rho)$ .

**Определение.** Вторая проекция графика  $S = \Gamma(\rho)$  отношения  $\rho$  называется *множеством значений* отношения  $\rho$ .

**Обозначение:**  $W(\rho)$ .

Таким образом, по определению, имеют место следующие равенства:

$$V(\rho) = \text{pr}_1 \Gamma(\rho) = \{x \in A_1 \mid (\exists y \in A_2) : \langle x, y \rangle \in \Gamma(\rho)\},$$

$$W(\rho) = \text{pr}_2 \Gamma(\rho) = \{y \in A_2 \mid (\exists x \in A_1) : \langle x, y \rangle \in \Gamma(\rho)\}.$$

**Замечание.** Для любого двуместного отношения  $\rho$  множество определения  $V(\rho)$  является подмножеством множества отправления  $X(\rho)$  (то есть  $V(\rho) \subset X(\rho)$ ), а множество значений  $W(\rho)$  является подмножеством множества прибытия  $Z(\rho)$  (то есть  $W(\rho) \subset Z(\rho)$ ).

## 7. Нахождение одного элемента в определенном отношении к другому элементу

Пусть  $\rho = \langle A_1, A_2, S \rangle$  — отношение из множества  $A_1$  во множество  $A_2$ .

Пусть  $x \in A_1, y \in A_2$ .

**Определение.** Если упорядоченная пара  $\langle x, y \rangle$  принадлежит графику  $S = \Gamma(\rho)$  отношения  $\rho$ , то говорят, что элемент  $x$  находится в отношении  $\rho$  к элементу  $y$ .

**Обозначение:**  $x \xrightarrow{\rho} y$  (читается «икс находится в отношении ро к игрек»).

Таким образом, по определению, имеет место следующая равносильность:

$$(x \xrightarrow{\rho} y) \Leftrightarrow (\langle x, y \rangle \in \Gamma(\rho)).$$

**Замечание.** Во многих книгах для записи того факта, что элемент  $x$  находится в отношении  $\rho$  к элементу  $y$ , используется символ  $x\rho y$ . По нашему мнению, предлагаемый нами символ  $x \xrightarrow{\rho} y$  значительно удобнее, поскольку при изображении отношения в виде графа тот факт, что элемент  $x$  находится в отношении  $\rho$  к элементу  $y$ , изображается стрелкой (дугой), ведущей от точки (вершины), изображающей элемент  $x$ , к точке (вершине), изображающей элемент  $y$ . Кроме того, несколько модифицировав символ  $x \xrightarrow{\rho} y$  можно легко показать, что отношение  $\rho$  является отношением эквивалентности или отношением порядка (для этого стрелку  $\xrightarrow{\rho}$  следует заменить на тильду  $\overset{\rho}{\sim}$  или знак неравенства  $\overset{\rho}{\leq}$ ).

## 8. Функциональное отношение из множества во множество

Пусть  $\rho = \langle A_1, A_2, S \rangle$  — отношение из множества  $A_1$  во множество  $A_2$ .

**Определение.** Отношение  $\rho$  называется *функциональным* отношением, если для любого элемента  $x \in A_1$  существует не более одного элемента  $y \in A_2$  такого, что упорядоченная пара  $\langle x, y \rangle$  принадлежит графику  $S = \Gamma(\rho)$  отношения  $\rho$ .

Таким образом, по определению, отношение  $\rho$  является функциональным, если

$$(\forall x \in A_1) (\forall y_1 \in A_2) (\forall y_2 \in A_2): (\langle x, y_1 \rangle \in \Gamma(\rho)) \wedge (\langle x, y_2 \rangle \in \Gamma(\rho)) \Rightarrow (y_1 = y_2).$$

Множество всех функциональных отношений из множества  $A_1$  во множество  $A_2$  обозначается символом  $\text{Func}(A_1, A_2)$ .

## 9. Отображение

Пусть  $\rho = \langle A_1, A_2, S \rangle$  — отношение из множества  $A_1$  во множество  $A_2$ .

**Определение.** Отношение  $\rho$  называется *отображением множества  $A_1$  во множество  $A_2$* , если:

- 1) отношение  $\rho$  является функциональным отношением (то есть  $\rho \in \text{Func}(A_1, A_2)$ );
- 2) множество определения отношения  $\rho$  совпадает с множеством отправления отношения  $\rho$  (то есть  $V(\rho) = X(\rho)$ ).

**Обозначение:**  $\rho: A_1 \rightarrow A_2$ .

Множество всех отображений множества  $A_1$  во множество  $A_2$  обозначается символом  $\text{Map}(A_1, A_2)$ . Таким образом, запись  $f \in \text{Map}(A_1, A_2)$  равносильна записи  $f : A_1 \rightarrow A_2$ .

**Замечание.** Понятия «множество отправления отображения», «множество прибытия отображения», «график отображения», «множество определения отображения», «множество значений отображения» определяются точно так же, как аналогичные понятия для произвольного отношения (поскольку отображение является частным случаем отношения). При этом надо иметь в виду, что у любого отображения множество определения совпадает с множеством отправления.

## 10. Образ элемента при отображении

Пусть  $f = \langle A_1, A_2, S \rangle$  — отображение множества  $A_1$  во множество  $A_2$ .

Пусть  $x \in A_1$ .

**Определение.** Элемент  $y \in A_2$  такой, что упорядоченная пара  $\langle x, y \rangle$  принадлежит графику  $S = \Gamma(f)$  отображения  $f$ , называется *образом элемента  $x$  при отображении  $f$* .

**Обозначение:**  $f(x)$ .

**Замечание 1.** Приведенное выше определение и обозначение  $f(x)$  корректны, поскольку элемент  $y$ , о котором идет речь в определении, существует и единственен.

**Замечание 2.** Тот факт, что элемент  $y$  является образом элемента  $x$  при отображении  $f$ , записывают с помощью символа  $x \overset{f}{\rightarrow} y$  (читается «игрек является образом икс при отображении эф»). Таким образом, запись  $x \overset{f}{\rightarrow} y$  равносильна записи  $y = f(x)$ .

**Замечание 3.** Не следует смешивать записи  $x \xrightarrow{\rho} y$  и  $x \overset{\rho}{\rightarrow} y$ . В первой из них используется «обычная» стрелка, а во второй из них используется стрелка с черточкой на конце (так называемая «ограниченная» стрелка).

Запись  $x \xrightarrow{\rho} y$  означает, что элемент  $x$  находится в отношении  $\rho$  к элементу  $y$ .

Что касается записи  $x \overset{\rho}{\rightarrow} y$ , то она содержит в себе значительно больше информации, а именно, она означает, что:

1) отношение  $\rho$  является отображением (то есть  $\rho \in \text{Map}(A_1, A_2)$ );

2) элемент  $y$  является образом элемента  $x$  при отображении  $\rho$  (то есть  $y = \rho(x)$ ).

Утверждение 2) можно сформулировать также так:

2') элемент  $x$  находится в отношении  $\rho$  к элементу  $y$  (то есть  $x \xrightarrow{\rho} y$ ).

Символическая запись:

$$(x \overset{\rho}{\rightarrow} y) \Leftrightarrow (\rho \in \text{Map}(A_1, A_2)) \wedge (x \xrightarrow{\rho} y).$$

## 11. Заключение

В нашей статье мы предложили общий подход к понятию «отношение», объединив и рассмотрев с единой точки зрения как отношения на множестве (бинарные, тернарные и т. д.), так и отношения из множества во множество. Во многих книгах эти отношения рассматриваются отдельно и не объединяются, как это сделано в нашей статье, в единое понятие «отношение на упорядоченном наборе множеств». При нашем подходе понятие «отображение» рассматривается как частный случай понятия «отношение».

Автор будет благодарен читателям за любые комментарии или замечания по затронутым в данной статье вопросам.

# ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Кравчук О.М.

*Восточноевропейский национальный университет имени Леси Украинки, проспект Соборности, 4 кв. 116  
г. Луцк Волынской обл., Украина 43026, телефон дом. +38 (0332) 71-10-90, моб. +38 096 205 00 45, E-mail:  
olikr@rambler.ru*

**Abstract.** The article is devoted to a problem of effective organization of self-work of students of the University, which is the preparation of qualified specialists for educational institutions. The article provides a theoretical justification of the essence of independent work of students, analyzed the main principles of organization of independent work, is presented in the most effective forms and methods of self-work in the process of preparation of future teachers of mathematics and Informatics

В контексте евроинтеграционных процессов Украина признает необходимость единого образовательного, научного и общественно-экономического пространства европейского региона и постепенно внедряет в систему высшего образования требования Болонского процесса. Быстрая динамика развития науки, техники, экономики требует переосмысления отношения к образованию, профессиональной подготовки специалистов, в том числе и учителей математики и информатики.

Необходимым условием решения этой задачи является вооружение будущих специалистов, умениями и навыками творческого применения полученных знаний на практике. Самостоятельная работа студентов, подходы к которой требуют коренных изменений, на современном этапе должна стать основой высшего образования.

В Положении об организации учебного процесса в высших учебных заведениях Украины определяется, что самостоятельная работа студента является основным средством овладения учебным материалом во время, свободное от обязательных учебных занятий. Самостоятельность в учебной деятельности обусловлена также структурой планов высших учебных заведений, в которых она должна составлять не менее 1/3 и не более 2/3 общего объема учебного времени студента, отведенного для изучения конкретной дисциплины.

Целью нашего исследования является анализ педагогических аспектов организации самостоятельной работы будущих учителей математики и информатики в условиях кредитно-модульной системы образования.

Проблема организации самостоятельной деятельности не нова и является актуальной не только для Украины. Истории высшей школы известны имена выдающихся ученых - сторонников самостоятельной работы студентов (Г. Пирогов, Д. Менделеев, М.Лобачевский, Г. Жуковский и др.).

Еще Я. Коменский особую роль отводил самостоятельной работе в процессе обучения, отмечая что: «Альфой и омегой нашей дидактики пусть будет поиск и открытие способа, за которого бы учителя меньше учили, а ученики больше учились» [ 1, с. 162]. Он не только показал важность самостоятельности в познании, но и указал методы ее формирования: словесные, наглядные, практические.

Выдающийся представитель эпохи Просвещения Ж. Руссо лучшим воспитанием считал самостоятельное накопление жизненного опыта.

Ученые и педагоги-практики всегда уделяли много внимания исследованию различных аспектов, связанных с самостоятельной работой.

Проблемой места и роли самостоятельности во время формирования человеческой личности, уточнением их определений и классификации видов самостоятельной работы занимались А. Алексюк, Л. Выготский, М. Данилов, Б. Есипов, М. Скаткин и др. Среди ученых и педагогов, которые занимаются исследованием самостоятельности при обучении в высшей школе, следует назвать таких известных ученых и практиков педагогической мысли, как: А. Алексюк, Л. Барановская, М. Головатый, Л. Журавская, Л. Онучак и др. Рассматривали самостоятельную работу как метод обучения Ю. Бабанский., М. Дьяченко, Л. Кандибович, И. Лернер и др.; программируемое обучение как одно из направлений индивидуализации самостоятельной познавательной деятельности студентов - В. Безпалько, О. Матюшкин, Н. Галызина и др.

Ученые-педагоги по-разному трактуют понятие самостоятельной работы студентов. Среди его определений, предложенных отечественными исследователями, можно выделить следующие:

- целеустремленный, внутренне мотивирован, структурированный вид деятельности студента, при котором в условиях систематического уменьшения прямой помощи преподавателя выполняются учебные задания, способствующие сознательному и прочному усвоению знаний, умений и навыков формирования познавательной самостоятельности студента [2,9];

- спланированная работа студентов, выполняемая над задачей по методическому управлению преподавателя, но без его непосредственного участия [4, 124];

- средство организации и выполнения учащимися определенной познавательной деятельности [1, 433].

Проанализировав и обобщив различные подходы к определению, можем утверждать, что самостоятельная работа студентов - это основная форма организации обучения, которая включает различные виды индивидуальной и коллективной учебной деятельности, которую осуществляют на аудиторных и внеаудиторных занятиях с учетом индивидуальных особенностей и познавательных возможностей студентов под руководством преподавателя или без его непосредственного участия.

Сейчас в нашей стране, как и за рубежом идет интенсивный поиск таких методов, средств и форм организации процесса обучения, которые позволили бы стимулировать познавательную активность и самостоятельность будущих специалистов.

Самостоятельная работа студентов является важной формой учебного процесса под руководством и контролем преподавателя, в ходе которого происходит творческая деятельность по приобретению и закреплению научных знаний. Профессиональный рост учителя как никогда зависит от умения проявить инициативу, найти новые формы и методы обучения учащихся, выработать логическое мышление и сформировать умения решить нестандартную задачу, от способности планировать и прогнозировать результаты своих самостоятельных действий. Именно это способствует переориентации самостоятельной работы с простого усвоения знаний, приобретения умений и навыков, опыта творческой и научно-информационной деятельности на развитие внутренней и внешней самоорганизации будущего специалиста, активно преобразует отношение к получаемой информации, способности выстраивать индивидуальную траекторию самообучения. Особенно актуальна эта проблема в связи с развитием новых форм образовательного процесса: экстерната, дистанционного образования, системы непрерывного обучения.

Для того, чтобы студент осознал себя не только потребителем, но и распространителем нового знания, почувствовал общественную значимость своей индивидуальной познавательной деятельности, целесообразно использовать различные формы организации самостоятельной работы, среди них групповые. Одной из них является проектное обучение, которое мы используем в практике преподавания аналитической геометрии. При этом преподаватель оказывает консультативную помощь каждому исполнителю, оценивая его успехи по качеству выполненной им части задания. Отдельные документы в определенном порядке собираются под единым названием. На коллективное

обсуждение аудитории выносятся завершенный продукт самостоятельной деятельности, подготовленная презентация. Студент имеет возможность реально оценить свой вклад в общее дело, осознать ответственность за конечный результат.

Организация работы таким образом (знания - деятельность) является важнейшим элементом формирования мировоззрения, поскольку здесь очень важным является личное принятие основных научных принципов, идей, концепций, методов. Без этого студент не научится самостоятельно управлять собственным познавательным процессом.

Поэтому перед преподавателем стоят важные задачи - развить интерес к познавательной активности, научить студента самостоятельно овладевать новыми знаниями и информацией, творчески подходить к поиску решения той или иной проблемы, вырабатывать потребность в обучении в течение жизни.

Дидактическими условиями активизации самостоятельной работы считаются: осознание студентом, что самостоятельная работа - внутренне мотивированная деятельность; создание возможностей для оценивания уровня своих знаний, проведение самоконтроля, полное обеспечение информационно - методическими материалами для самостоятельной работы, четкое планирование индивидуальной самостоятельной работы; внедрение инновационных педагогических технологий.

Для совершенствования организации и методического обеспечения самостоятельной работы будущих учителей математики и информатики методика заданий должна соответствовать определенным требованиям, в частности:

- задания для самостоятельной работы должны быть дифференцированы;
- задания должны учитывать достигнутый уровень умений и навыков творческого использования усвоенных знаний в различных ситуациях;
- в заданиях должны найти свое отражение основные идеи развивающего обучения, интеграционные процессы и т.д.

В результате проведенного исследования мы пришли к выводу о необходимости включения в самостоятельную работу следующих типов общеизвестных в дидактике задач: репродуктивные; по образцу; реконструктивно-вариативные; частично-поисковые и исследовательские.

Во время выполнения репродуктивных задач познавательная деятельность студента проходит в форме простого воспроизводства знаний. Задачи этого типа создают для студентов предпосылки для познания, осмысления и запоминания тех или иных положений.

Ко второму типу принадлежат задачи, которые выполняются согласно образцу. Способствуя накоплению у студентов опорных знаний, умений и навыков, их прочному усвоению, эти работы создают необходимые условия для перехода к выполнению заданий более высокого уровня самостоятельно.

Существует целый ряд методов и приемов формирования у студентов практических умений и навыков при организации процесса самостоятельной учебно-познавательной деятельности. В педагогической литературе выделяют следующие методы: метод обмена информации и свободного общения по учебным вопросам; домашняя стенгазета; знаковый диктант; дидактическая игра; картотека идей; коллоквиум; тренинг; конкурс творческих работ; учебный кроссворд; «мозговой штурм»; опорный конспект; тестирование и др.

В учебном процессе помимо методов используют и различные формы обучения. Среди многих форм организации самостоятельной работы студентов математического факультета университета, можно назвать коллоквиумы, предметные научные кружки (по аналитической геометрии, например), научные студенческие конференции, конкурсы проектов при изучении аналитической геометрии и т.п. Главной целью таких форм является формирование навыков научно-исследовательской самостоятельной работы студентов. Сегодня наиболее перспективными являются те педагогические технологии, в основу которых заложена концепция самостоятельной деятельности студента, за которой отрабатываются два аспекта - получение знаний, умений, навыков и, главное, отрабатывается механизм, система, методика самостоятельного индивидуального изучения

материала сегодня, завтра и в будущем. Этим требованиям лучше соответствуют педагогические технологии: непрерывного профессионального образования; технология личностной ориентации на студента; технология учебных проектов

Специалисту сегодня недостаточно получить один раз образование - он вынужден повышать свою квалификацию, переучиваться в течение всей жизни. Поэтому современное общество ставит перед педагогами задачу подготовки будущего учителя компетентного, который умеет самостоятельно добывать и применять знания на практике.

Самостоятельное обучение будущих учителей математики и информатики обеспечивает успех в их профессиональной деятельности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Алексюк А.М. Педагогіка вищої освіти України. Історія. Теорія : підручник [для студ., аспірантів та молод. викладачів вузів] / А.М.Алексюк.– К. : Либідь, 1998. – 558 с.
  2. Внукова Н.М. Стратегія посилення самостійної роботи студентів у контексті приєднання України до Болонського процесу / Н.М.Внукова, В.М.Пивоваров, В.І.Успенко // Матеріали міжнар. наук.-практ. конф., 14-15 грудня 2004 р. – Харків, 2004. – С. 8-10.
  3. Національна доктрина розвитку системи освіти України у XXI столітті // Освіта України.- 2001.- №29.
  4. Педагогіка и психологія высшей школы : учебное пособие. – Ростов-на-Дону : Феникс, 2002. – 544 с.
  5. Про вищу освіту: Закон України від 17.01.2002 №1984- III // Відомості Верховної Ради України. -2002.- №20.
-



# COMPETENCES AND QUALIFICATIONS OF A SOCIAL CARE WORKER ACTING TO THE BENEFIT OF A DYSFUNCTIONAL FAMILY IN POLAND

Dr Tomasz Kruszewski

*Pawel Wlodkowic University College in Plock  
e-mail:tkruszewski@wlodkowic.pl*

**Key words:** social care worker, dysfunctional family, child, qualifications, competences

## Summary

A dysfunctional family in Poland receives support from self-government and government organizations. Appropriate predispositions as well as qualifications, competences and skills of a social worker performing the tasks of an assistant supporting a dysfunctional family should guarantee proper cooperation with the family. The principal objective of these activities is to help the children in this family.

In Poland it is obligatory to support families having difficulty fulfilling their care-providing and educational functions. It is assumed that effective help for a dysfunctional family may be provided by means of the cooperation of organizations and institutions with individual people. Said help is aimed at the well-being of children who need special protection and support from their families as well as from adults. Every child has the right to " the atmosphere of happiness, love and understanding"<sup>4</sup>, as well as to "a harmonious development and independence in their future lives". A natural family environment and stability of life provide the best environment for a child by means of creating the conditions which are the most similar to those in which their peers are living. Such behavior provides children with an atmosphere of understanding and happiness since they are in a proper parental and biological environment. Supporting families which have difficulty fulfilling their care-providing and educational tasks towards children involves ensuring comprehensive activities which are supposed to result in restoring their abilities to fulfill the aforementioned tasks. These activities aim at strengthening a child's biological family<sup>5</sup>.

Local government units and public administration, i.e. commune, district, province) are responsible for supporting dysfunctional families in their care-providing and educational tasks. These bodies fulfill this obligation in cooperation with the local environment including courts, the police, educational institutions, health care units, churches and social organizations.

Commune self-government, strictly speaking the mayer, is a basic unit responsible for family assistance. This assistance involves:<sup>6</sup>

- analyzing the family situation and environment as well as identifying causes of the crisis;
- strengthening roles and functions within the family;
- developing care-providing and educational skills within the family;
- raising awareness of the planning process;
- assisting in integration;
- preventing marginalization and social degradation;
- aiming at family integration.

---

<sup>4</sup>Following the Act of 9 June 2011 on Family Support and Foster Care.

<sup>5</sup> Following M. Colton, *Tendencies in Foster Care*, [in:] *Contemporary child-care trends*, edit. Z. W. Stelmaszczuk, Warsaw 1999.

<sup>6</sup>After T. Kruszewski "*Methodological background for training a family assistant*" – submitted for publication on 15.12.2012.

Family assistance is provided with their consent and active participation. This assistance includes current cooperation with the family and with raising a child. Current work with dysfunctional families involves first of all:<sup>7</sup>

- consulting and expert advice,
- therapy and mediation,
- care-providing and specialist services,
- assistance with family law,
- holding meetings aimed at sharing experience as well as preventing isolation of families.

Activities performed by local governments within social policy require appropriately trained social workers. Staff for direct cooperation with dysfunctional families are particularly in demand. Such people must have proper predispositions, education, personality features as well as competences and qualifications in order to carry out the numerous tasks regarding dysfunctional families. According to Polish legislation such people are referred to as family assistants and must obtain suitable education:

- tertiary education in pedagogy, psychology, sociology, family studies, social works or
- tertiary education in any major completed with training in working with children or with families, or post-graduate studies or
- secondary education and training in working with children or with families as well as at least three years experience of working with children or families.

Apart from formal requirements, candidates for family assistants must also meet psychophysical requirements such as emotional maturity, resistance to stress and difficult situations, ability to establish personal relationships, kindness, sensitivity, tolerance and respect for other people, perceptiveness, organizational skills, ability to overcome hardships, reliability and responsibility.

These features should be verified and evaluated while qualifying candidates to attend a suitable course for family assistants. This task has been delegated to properly trained psychologists. It has been assumed that such a course should provide suitable professional qualifications and competences. Professional qualifications have been described as follows:<sup>8</sup> "qualifications constitute a set of intentionally shaped psychophysical features of a person, conditioning their effective activity" "...Qualifications ... are also treated equally to: social features, i.e. contemporary qualities of communication and cooperation". Present discussions about qualifications of workers are increasingly often extended by the term of professional competences, e.g.<sup>9</sup> "in pedagogy a competence is understood as an ability to find personal fulfillment, a competence is a basic condition for education as a talent for particular tasks, a competence is considered to be a result of the learning process. In the context of qualifications a special role is attributed to professional competences, which are understood as a cognitive structure including particular skills, enhanced by knowledge and experience, based on a belief that these abilities are worth developing and that professional tasks may be performed in compliance with accepted standards. This is about the ability to perform particular tasks as well as to act freely and in a creative manner in every workplace".

A social worker (family assistant) supporting a family should possess, among others, the following qualifications:

- ability to provide assistance to families in solving their social, psychosocial and educational problems,
- ability to impose measures aimed at eliminating risks that children and families face,
- ability to impose measures aimed at preventing domestic violence,
- ability to impose measures aimed at integrating families with their environment,

---

<sup>7</sup>After the act...

<sup>8</sup>Z. Wiatrowski, *Kwalifikacje i kompetencje zawodowe, Encyklopedia Pedagogiczna XXI w (Professional qualifications and competences. Pedagogical Encyclopedia of the 21<sup>st</sup> century)*, v. II, (edit.) T. Pilch, Warsaw 2003, p. 997-998.

<sup>9</sup>W. Okoń, *Nowy słownik pedagogiczny (New Dictionary of Pedagogy)*, Warsaw, 2001 p. 193.

- ability to provide individual counseling for children and parents,
- ability to motivate families to introduce changes,
- ability to motivate all family members to raise their vocational qualifications and to seek employment.

The acquired competences and qualifications of a family assistant translate into their skills. The notion of a skill has been defined as<sup>10</sup> "routine, fundamentally confident, or even masterly forms of conduct towards a person himself as well as other people. This particularly applies to the effective didactic and educational impact on children and parents as well as on their local or extended social environment. Skills mean practical knowledge, efficiency, proficiency, talent, charisma, expertise in something, efficient use of relevant information while performing specified tasks."

A family assistant should display skills in:

- assisting families in solving their problems while raising children;
- providing support for children, particularly through their participation in psychoeducational activities;
- assisting families in improving their living standards, e.g. by means of teaching them how to manage their households properly;
- assisting families in solving their social and psychological problems;
- assisting them in seeking, finding and maintaining gainful employment;
- providing individual educational counseling for children and for parents;
- motivating parents to participate in group activities aimed at developing proper parental patterns and psychosocial skills;
- keeping documentation of their work with a family, including a schedule of activities performed in cooperation with family members;
- cooperation with government and local government units, proper non-governmental organizations as well as other entities and people specializing in activities performed in favor of children and families.

While learning to become a family assistant it is important to generate and activate the motivation for learning. Learning, studying and gaining knowledge independently are particularly valuable in the case of career development, its intensity and improvement as well as in raising efficiency and quality. Creative thinking plays a very significant role in the profession of a family assistant. "In order to develop it fully, one needs to use all [...] creative opportunities, experience with previous solutions and analyses, confidence in logical analysis as well as taking advantage of the reorganization of previous structures, ideas and activities which produced good results."<sup>11</sup> These elements should be taken into account while training family assistants since working in this profession requires the continuous improvement of qualifications and competences.

The profession of a social worker in the position of a family assistant is responsible and stressful. People working in this profession are entitled to use career counseling. Such counseling is aimed at maintaining and strengthening their competences as well as at preventing professional burn-out.

Appropriate predispositions as well as qualifications, competences and skills of a social worker performing tasks of an assistant supporting a dysfunctional family should guarantee their proper cooperation. The principal objective of such activities is to help a child staying with a family facing problems to develop properly. A set of scheduled tasks performed to the benefit of a dysfunctional family by competent and responsible people should produce positive results for the family and children.

---

<sup>10</sup>M. Rosiecki *Umiejętności nauczyciela* [w:] *Encyklopedia Pedagogiczna XXI w. t. VI (Teaching skills [in] Encyclopedia of Pedagogy of the 21<sup>st</sup> century v. VI)* (edit.) T. Pilch, Warsaw 2007, p. 935.

<sup>11</sup>J. Pólturzycki, *Poradnik metodyczny. Jak studiować zaocznie (A methodological guide. How to study externally)*, Wyd. Naukowe Novum, Płock 2001, p. 154.

## Literature

1. Colton M., *Tendencje w opiece zastępczej (Tendencies in Foster Care)*, [in:] *Współczesne kierunki w opiece nad dzieckiem (Contemporary child-care trends)*, edit. Z. W. Stelmaszczuk, Warsaw 1999.
2. Chodubski A. J., *Wstęp do badań politologicznych (Introduction to studies on political sciences)*, Gdańsk 2011
3. Kruszewski K., *Kształcenie w szkole wyższej. (Tertiary education. A textbook of didactic skills)*, Warsaw 1988.
4. Nowacki T., *Kształcenie i doskonalenie pracowników. Zarys andragogiki pracy (Staff training. An outline of andragogy of work)*. Warsaw, 1983
5. Nowacki T., *Leksykon pedagogiki pracy (A lexicon of pedagogy of work)*, Warsaw-Radom, 2004
6. Okoń W., *Słownik pedagogiczny (Dictionary of Pedagogy)*, Warsaw 1981
7. Półturzycki J., *Poradnik metodyczny. Jak studiować zaocznie (A methodological guide. How to study externally)*, Wyd. Naukowe Novum, Płock 2001
8. Rosiecki M. *Umiejętności nauczyciela [w:] Encyklopedia Pedagogiczna XXI w. t. VI (Teaching skills [in] Encyclopedia of Pedagogy of the 21<sup>st</sup> century v. VI) (edit.) T. Pilch, Warsaw 2007*
9. Wiatrowski Z., *Kwalifikacje i kompetencje zawodowe, Encyklopedia Pedagogiczna XXI w (Professional qualifications and competences. Pedagogical Encyclopedia of the 21<sup>st</sup> century).*, v. II, (edit.) T. Pilch, Warsaw 2003

---

## СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ СОДЕРЖАНИЯ КУРСА ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ТЕХНИЧЕСКОГО ВУЗА НА ОСНОВЕ РАСШИРЕНИЯ ТИПОЛОГИИ ЗАДАЧ

Мальгина О.А., Руденская И.Н., Шухов А.Г.

*Московский государственный технический университет МИПЭА,  
malygina58@mail.ru , irudensk@mail.ru , shuhovalexey@mail.ru*

Extension typology of problems for course of probability theory for technical university is suggested. Professional problems connected with investigation of information transfer systems, reliability theory, analysis of generalized NPS coefficient and basis of risk's theory are introduced. Introduction to the course of modern and professional range of problems gives the possibility on a high mathematic material to form both mathematical and professional competences.

В современном мире работа большого числа выпускников технических университетов связана с прикладными задачами вероятностной природы. Такие задачи возникают не только в научно-исследовательских институтах, но и в страховых компаниях, банках, в коммерческих организациях, телекоммуникационных структурах. При устройстве на работу оказывается более важным не знание формулировок теорем и их доказательств, а умение поставить задачу и построить математическую модель, описывающую практическую ситуацию. Успешное решение прикладных задач предполагает наличие у работника сформированных профессиональных компетенций, глубоких математических знаний и умений, способности использовать аппарат теории вероятностей. Часто работник, окончивший технический вуз, испытывает трудности в процессе применения вероятностных

моделей в своей профессиональной деятельности. Дело в том, что традиционный курс теории вероятностей в основном ограничивается рассмотрением только теоретических конструкций и учебных задач, не затрагивающих профессиональные аспекты.

В настоящей работе обсуждаются вопросы совершенствования содержания курса теории вероятностей технического вуза. Курс теории вероятностей для технического вуза, разработанный авторами, помимо традиционных разделов, включает анализ обобщенного коэффициента NPS, математические основы теории риска, некоторые приложения к исследованию систем передачи информации и теории надежности. Помимо введения прикладных и профессиональных задач еще одной особенностью курса является демонстрация межпредметных связей.

Курс теории вероятностей начинается с элементов комбинаторики. При подборе комбинаторных задач авторы стремились продемонстрировать связь с другими математическими дисциплинами технического вуза: математическим анализом, линейной алгеброй и дифференциальными уравнениями. В связи с этим одним из ключевых понятий этого раздела становится понятие производящей функции произвольной последовательности чисел. Первое приложение комбинаторики к математическому анализу – это простое доказательство биннома Ньютона и полиномиальной формулы. В свою очередь, с помощью производящей функции для биномиальных коэффициентов можно доказать многие свойства для биномиальных коэффициентов и получить формулу для сочетаний с повторениями. Аппарат производящих функций позволяет получить достаточно простые решения комбинаторных задач на разбиения чисел, общая формулировка которых выглядит следующим образом: найти число разбиений натурального числа  $n$  на слагаемые  $a_1, a_2, \dots, a_k$  без учета порядка слагаемых. В качестве конкретного примера здесь рассматривается комбинаторная задача из теории информации: сколько различных сообщений длительности  $T$  единиц времени можно передать с помощью сигналов различного типа длительностей  $t_1, t_2, \dots, t_k$  соответственно ( $T$  и  $t_1, t_2, \dots, t_k$  – натуральные числа)? Производящие функции оказываются очень полезными при решении комбинаторных задач, в которых возникают рекуррентные соотношения – разностные уравнения, которые можно рассматривать как дискретный аналог дифференциальных уравнений. Рассмотрение разностных уравнений в курсе теории вероятностей позволяет продемонстрировать связи с курсом дифференциальных уравнений. Для разностных уравнений формулируются теоремы об общем решении неоднородного уравнения, об общем решении однородного уравнения, о частном решении при специальной правой части. Одно из важных применений разностных уравнений – приближенное решение дифференциальных уравнений (связь с курсом численных методов). На разностных уравнениях базируются некоторые модели экономической динамики с дискретным временем: модель Самуэльсона-Хикса, паутиная модель рынка, задача об определении текущей стоимости купонной облигации (в связи с этим разностные уравнения включаются в математические курсы многих экономических вузов). Другой подход к решению комбинаторных задач с рекуррентными соотношениями связан с вычислением собственных значений некоторых матриц – здесь демонстрируется связь комбинаторики и линейной алгебры.

Содержательные задачи прикладного характера возникают в курсе на самом начальном уровне (формула полной вероятностей, формула Байеса). Здесь рассматривается много примеров, связанных с приложениями к исследованию систем передачи информации. Важность изучения этого класса задач студентами, особенно радиотехнических специальностей, подчеркивалась коллективом авторов МИРЭА в учебном пособии [1].

Обратимся к описанию раздела курса, в котором проводится анализ обобщенного коэффициента NPS. Содержание данного раздела как в отношении теоретической математической части, так и в прикладных аспектах, разработано авторами и представлено в книге [2] и ряде статей [3-5]. Коэффициент NPS (Net Promoter Score) в настоящее время является одним из ключевых инструментов измерения лояльности клиентов во многих клиентоориентированных структурах (страховых компаниях, телекоммуникационных

компаниях, банках и т.д.). Понятие чистого коэффициента лояльности NPS было впервые введено Райхельдом [6]. Авторами настоящей статьи выделены недостатки NPS-подхода Райхельда: чрезмерно жесткая шкала оценок ответов респондентов и большая чувствительность к несущественным изменениям параметров опроса, отсутствие строгой математической базы для подтверждения правильности выводов. В работе [3] введено новое понятие обобщенного коэффициента NPS с более гибкой шкалой по сравнению со шкалой Райхельда. Построена вероятностная модель NPS-подхода к оценке качества работы некоторого класса структур. В работах [4-5] проведен анализ динамики данного коэффициента, основанный на использовании теории выборок из конечной генеральной совокупности и предельных теоремах. Сформулирован критерий изменения качества функционирования структуры из рассматриваемого класса. Получена априорная оценка объема выборки при оценке обобщенного коэффициента NPS с заданной абсолютной и относительной точностью и заданным уровнем значимости. Построена компромиссная оценка коэффициента NPS на основе использования теории достоверности [7], которая позволяет получить оценку обобщенного коэффициента NPS для подсистемы. Предложен оптимальный подход к улучшению точности коэффициента NPS на основе использования нескольких оценок в классе их линейных комбинаций. Фактически авторами разработан модернизированный, математически обоснованный NPS-подход к оценке качества функционирования клиентоориентированных структур (банков, страховых компаний, учебных заведений и др.). Основные положения данного подхода и составляют содержание одного из введенных новых разделов в курс теории вероятностей.

Таким образом, в отличие от традиционного обучения студенты уже на младших курсах знакомятся с проблематикой оценки качества работы определенного класса структур, узнают о новых современных подходах к решению профессиональных вопросов, открывают для себя роль высшей математики в профессиональной деятельности. Изучение обобщенного коэффициента NPS и его свойств позволяет студентам строить различные практически значимые модели, анализ которых, с одной стороны, требует использования стандартных методов теории вероятностей, а с другой – показывает особенности работы с конечными генеральными совокупностями, позволяет строить компромиссные оценки обобщенного коэффициента NPS на основе использования теории достоверности. Анализ обобщенного коэффициента NPS дает иллюстрацию использования теории достоверности, которая широко используется в страховании.

В процессе доказательства ряда теорем, связанных с исследованием NPS, студенты используют знания и умения по математическому анализу, что обеспечивает формирование способностей учащегося применять математический аппарат при решении теоретических и практических задач. Практическая значимость данного раздела определяется еще и тем, что учащимся раскрывается разработанная авторами усовершенствованная NPS-технология оценки результатов работы структуры, которая позволяет снизить уровень субъективности, позволяет принимать оптимальные управленческие решения, экономит ресурсы.

Следующий раздел экспериментального курса теории вероятностей затрагивает математические основы теории риска. Изучение этого материала позволяет сформировать у студента технического вуза представление о вероятностных задачах, возникающих в теории риска и страховании. В содержание математического курса вводятся новые относительно традиционного изложения понятия: риски, страхование, страховая нетто-ставка и др. Поскольку риск связан с вероятностью нежелательного события, распределения вероятностей являются основой для измерения риска. В теории риска и отдельные убытки, и общие убытки страхового портфеля, описываются с помощью случайных величин. Возникает задача описания механизма взаимодействия между страховым обществом (или страховщиком) и страхователями. Решение данной задачи приводит к описанию «рыночного» равновесия в соответствующей модели, например, в простейшем случае, к определению стоимости страховых полисов. В данном разделе экспериментального курса студентам излагаются основные принципы расчета страхового тарифа в рисковом

страховании и рассматриваются две модели – модель коллективного риска и модель индивидуального риска, которые широко используются в страховании. В рамках модели индивидуального риска в предлагаемом курсе рассматривается пример вычисления страхового тарифа в том случае, когда величина требования равна некоторой (случайной) части страховой суммы, которая, в свою очередь, также предполагается случайной величиной. Рассматриваются особенности вычисления страховой нетто-ставки в условиях инфляции. В модели коллективного риска суммарный убыток и количество страховых случаев за некоторый период времени рассматриваются как случайные процессы. В курсе дается наглядная интерпретация процесса страхования в виде «модели резервуара». Уровень резервуара в некоторый момент времени – это величина «первоначальные резервы плюс собранные страховые премии минус страховые возмещения». Отметим, что модель «резервуара» естественным образом возникает в теории очередей, теории запаса и теории надежности. Эта связь имеет большое практическое значение, поскольку позволяет интерпретировать задачи одной теории на языке другой. В рамках предлагаемого раздела в задачах данного типа изучаются составные распределения, суммы случайного числа случайных величин, модель аккумуляции.

В целом экспериментальный курс теории вероятностей по своему содержанию отличается от традиционного изучением значительного числа профессиональных задач. В процессе их решения обеспечивается формирование как математических, так и целого ряда профессиональных компетенций. Усиление прикладной составляющей математических курсов путем введения современной проблематики способствует формированию профессиональной мобильности выпускников технических университетов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Белов П.В., Мироненко Е.С., Розанова С.А., Сирота А.И., Ярошевская К.Ш. Линейная алгебра и теория вероятностей в приложении к исследованию систем передачи информации. М.: МИРЭА, 1993.
  2. Малыгина О.А. Формирование основ профессиональной мобильности в процессе обучения высшей математике. М.: URSS, 2010.
  3. Малыгина О.А. Использование NPS-технологии для оценки качества обучения. // Высшее образование в России. – М., 2009, №2, с.111-115.
  4. Малыгина О.А., Руденская И.Н., Шухов А.Г. Методология NPS-подхода к оценке качества функционирования клиентоориентированных структур. Научные технологии, 10, 2011, т.12, с.51-58.
  5. Malygina O. A., Rudenskaya I. N., Shuhov A. G. Generalized NPS Approach for Education Quality Rate. Proceedings of the 8th Congress of the International Society for Analysis, its Applications, and Computation. Volume 3, p. 133 – 140. Moscow, Peoples' Friendship University of Russia, 2012.
  6. Reichheld F. The Ultimate Question: Driving Good Profits and True Growth. [Harvard Business School Press](#). 2006.
  7. Herzog T.N. Introduction to credibility Theory. Third Edition. 1999.
-

# ОТКРЫТОСТЬ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА КАК ПУТЬ К ИННОВАЦИЯМ В СИСТЕМЕ ОБРАЗОВАНИЯ.

## ПУТИ РАЗРАБОТКИ И РЕЗУЛЬТАТИВНОСТЬ.

Маслина Л.Я. к.т.н., доцент МГТУ МИРЭА г. Москва, Россия  
Мельчаков В.Н. ст. преподаватель МГТУ МИРЭА г. Москва, Россия  
Maslina L.Y. Ph.D., docent MSTU MIREA Moscow, Russia  
Mel'chakov V.N. senior Lecturer MSTU MIREA Moscow, Russia

МГТУ МИРЭА, 119454 Москва, Проспект Вернадского, д.78, 8(495)4349156, maslina-mirea@mail.ru

### Аннотация

Рассматриваются вопросы разработки структур учебных дисциплин, форм их представления и практического использования, что обеспечивает открытость учебного процесса и повышает эффективность обучения.

*Abstract.* Questions of development of structures of subject matters, forms of their representation and practical use are considered that considerably lifts learning efficiency and preparation of creative experts.

*Ключевые слова:* логически структурированная схема предмета (ЛССП), его разделов и подразделов; невербальные логически структурированные учебные пособия (НЛСУП); самоорганизация системы образования (ССО).

*Keywords:* logically structured scheme of a subject (LSSS), its sections and subsections; nonverbal logically structured manuals (NLSM); education system self-organization (ESSO).

Основой повышения эффективности образования в первую очередь является оптимизация содержания и формы учебного процесса. Это вызывает необходимость разработки соответствующего дидактического материала (ДМ) по учебным дисциплинам специальности. Дидактический материал может быть представлен в виде невербального логически структурированного учебного пособия (НЛСУП), на базе которого обеспечивается открытость учебного процесса.

Работа в этом направлении выполняется совместными усилиями педагогов учебных дисциплин в контакте со специалистами в конкретных областях науки и техники.

Последовательность разработки НЛСУП можно представить в следующем виде:

1. Анализ содержания учебной дисциплины (УД) (определение основных взаимосвязанных разделов УД);
2. Анализ внутрипредметных связей;
3. Составление логически структурированной схемы УД (ЛССУД);
4. Составление логически структурированных разделов ЛССУД;
5. Разработка невербального логически структурированного дидактического материала каждого подраздела разделов УД;
6. Оформляется полученного материала в виде невербального логически структурированного учебного пособия (НЛСУП) по учебной дисциплине.

Разработка НЛСУП первоначально реализуется каждым преподавателем учебной дисциплины и далее совершенствуется в ходе совместной работой коллектива преподавателей и представителей заказчика. Коллективная работа обеспечивает оптимизацию содержания НЛСУП и необходимую корректировку.

В соответствии с изложенным разработано НЛСУП по дисциплине «Радиотехнические системы» (см. сайт [www.mtores.ru](http://www.mtores.ru). Общество РНТОРЕС им. Попова А.С. раздел КНИГИ).

Разработанный дидактический материал прекрасно поможет при обучении молодых педагогов, обеспечит преемственность в преподавании учебной дисциплины, а также



дальнейшее совершенствование и дополнение дидактического материала в соответствии с новейшими научно-техническими достижениями.

В процессе коллективной работы преподавателей над НЛСУП по конкретной дисциплине автоматически решается задача повышения квалификации преподавателя (работа с литературой, обсуждение предложений и их структурирование в общий НЛСУП, работа с ведущими специалистами в соответствующей области (заказчик), работа с обучаемыми (апробирование уровней и стадий восприятия)).

Дидактический материал в виде НЛСУП выдается каждому студенту и используется в учебном процессе. На аудиторных занятиях учащийся освобождается от рутинной работы перерисовки иллюстраций и конспектирования, а необходимые ремарки по собственному усмотрению вносит в дидактический материал. Отсутствие текста к рисункам позволяет студенту сосредоточиться на зрительном образе и в первом приближении охватить изучаемый материал.

Визуальное восприятие дидактического материала формирует рефлексию аудитории, являясь «мотивационной пружиной», заставляющей подняться на более высокий уровень мышления, благодаря чему обеспечивается возможность реализации креативной технологии обучения.

Восприятие материала учащимися мотивирует их помощь преподавателю в виде активного участия, как в обсуждении, так и в доработке дидактического материала и составлении соответствующего текстового приложения к НЛСУП.

При использовании НЛСУП в учебном процессе реализуется принцип индивидуального подхода при групповой форме обучения. Методические приемы преподавателя с опорой на НЛСУП обеспечивают вхождение учащегося в пространство идей и понятий, подлежащих изучению.

Использование НЛСУП в учебном процессе в полной мере обеспечивают реализацию инноваций в построении учебного процесса, внедрение креативной технологии обучения и позволяет организовать высокомотивированное обучение путем раскрепощения творческого начала. При этом одновременно обеспечивается повышение не только качества обучения самих учащихся, но и собственной квалификации педагога.

Педагогический процесс реализуется в режиме диалога «преподаватель – студент» и «студент – студент», что активизирует познавательную деятельность. При этом обеспечивается самооценка качества восприятия учебного материала студентами, и его подача преподавателем, что также формирует отношение преподавателя к студенту как к равноправному партнеру. Это позволяет раскрыть потенциальные способности студентов и способствовать их росту.

У студента формируется склонность к аргументированному обсуждению изучаемой темы, что в свою очередь приводит к активации процесса мышления, формированию собственного отношения к исследуемым проблемам.

Предложенный подход позволяет превратить лекцию в живое непосредственное взаимодействие преподавателя и студента, что в конечном итоге способствует повышению авторитета преподавателя и способствует повышению его научных и профессионально-педагогических характеристик.

Изложенный подход к организации учебного процесса обеспечивает инновации в системе образования, а именно:

1. Открытость учебного процесса.
2. Взаимодействие преподавателей соответствующей дисциплины и специалистов при формировании учебного материала.
3. Анализ и выявление межпредметных связей учебных дисциплин специальности.
4. Решение задачи преемственности «Школа-ВУЗ».
5. Подход к самоорганизации системы образования (СОС)

## ЛИТЕРАТУРА

1. Маслина Л.Я. Основы теории радиотехнических систем. — М.: МИРЭА, 1993 г. — 77 с.
2. Маслина Л.Я., Адрианова Е.Г. Реализация инновационных технологий в образовании с опорой на невербальное логически структурированное учебное пособие по дисциплине. II-Международная научно-техническая конференция «Инновационные технологии в образовании», сборник статей. — Пенза: АННОО «Приволжский Дом знаний», 2009 г.
3. Корганин.Е.А и др. Высшее учебное заведение и промышленное предприятие: готовность к взаимодействию. ж. Высшее образование в России. №4/11 2011 г. — с.138-143.

---

## КОМПЕТЕНТНОСТНЫЙ ПОДХОД В ВЫСШЕМ ОБРАЗОВАНИИ США

Медникова Т.Б., Сенашенко В.С.

*Российский Университет Дружбы Народов, Россия, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6,  
tmednikova@list.ru, vsenashenko@mail.ru*

This paper is concerned with the rise of the competency-based approach in the US higher education system. The move is discussed with reference to the role of the traditional credit hour system of measuring students' academic performance, and the effort of some higher education institutions to develop a more innovative and efficient approach to learning.

В работах российских авторов представлены различные точки зрения на «компетенции» в высшем образовании, обсуждается организация учебного процесса на их основе, а также какие возникают трудности в ходе становления «компетентностной» модели выпускника высшей школы [1,2]. Помимо различных трактовок этих понятий, в ряде работ ставится под сомнение, во-первых, характер концептуальных различий между «компетентностным подходом» и «знанием триадой»: «знания-умения-навыки», во-вторых, наличие инновационного потенциала внедрения «компетентностного подхода» в российское образование [3,4]. Наконец, всё еще отсутствует единое понимание того, в какой среде, - образовательной или/и профессиональной,- и с помощью каких механизмов формируются те или иные компетенции.

В настоящей работе рассмотрено, какая роль отводится компетентностному подходу в американском высшем образовании, каковы основные причины его внедрения в учебный процесс, какие принципы и технологии его применения.

Действительно, как в России, так и в США нет единого определения компетенции, которое бы содержало бы все особенности этого конструкта. Ведь в одном случае компетенция представляет собой просто формулировку цели, в другом случае - навыка. Знания и умения также рассматриваются как своего рода компетенции [5].

В отчете NPEC (National Postsecondary Education Cooperative), анализирующем инициативы по внедрению компетентностного подхода в образование США, компетенция (competency) определяется как комбинация навыков, умений и знаний, необходимых для выполнения определенной задачи в заданном контексте [5].

В настоящий момент популярность компетентностного подхода в высшем образовании США как среди вузов-новичков, так и среди вузов-старожилов объясняется тем, что, по мнению некоторых деятелей образования, настало время пересмотреть

инструментарий, использующийся для измерения результатов освоения образовательных программ высшего образования [6,8]. Измеряться должно не время, потраченное на изучение той или иной образовательной программы, как это происходит в настоящее время, а приобретенные в результате её освоения - компетенции. Другими словами, зачетная единица как измеритель результатов обучения должна уступить место компетенциям.

В США зачетная единица (или точнее «зачетный час» - credit hour) была введена в 1906 году Фондом Карнеги для определения пенсий преподавателей вузов [6]. Затем зачетная единица стала использоваться в качестве единицы измерения нагрузки студентов и преподавателей, при составлении учебных планов и расписания занятий, оказания финансовой помощи студентам и определении требований к получаемой степени. В настоящий момент зачетная единица представляет собой один час аудиторных занятий и два часа самостоятельной работы студента в течение семестра (т.е. 15-ти недель).

Сторонники компетентностного подхода аргументируют свою позицию обширным набором фактов: в США 59% студентов переводятся из одного колледжа в другой более двух раз, и при переходе некоторые зачетные единицы не зачитываются колледжем, в который переводится студент, что приводит к потере и времени, и денег. Более того, только 14% студентов обучаются по очной форме и живут на кампусе [8]. Многие работники приобрели знания и навыки вне вуза в процессе работы, но в сложившейся ситуации не могут формально подтвердить их в виде зачетных единиц для получения диплома (т.е. фактически конвертировать полученный опыт и знания в процессе работы в зачетные единицы). Помимо этого, исследования показывают, что выпускники вузов не всегда отвечают требованиям работодателей. По их мнению, выпускники часто не обладают должной подготовкой для успешной работы.

Таким образом, по мнению сторонников компетентностного подхода, подобные изменения подхода к оценке результатов позволят студентам старшего возраста, которые не смогли закончить колледж и получить высшее образование, но работая, приобрели знания, умения и навыки, продолжить обучение с учетом реального уровня их образованности.

Однако вузами пока, как правило, компетентностный подход практикуется к организации учебного процесса параллельно с применением зачетных единиц. Причина заключается в том, что, во-первых, отказ от зачетных единиц может повлечь прекращение федеральной финансовой помощи, а во-вторых, есть риск, что «зеленый свет» новому подходу в образовании в США может спровоцировать, по сути, выдачу «купленных» дипломов (ведь на данный момент общепринятый стандарт оценки результатов в таких вузах отсутствует).

Несмотря на подобные опасения, в марте 2013 года Департаментом образования США (далее Департамент) было официально объявлено, что вузы, использующие в качестве единицы измерения компетенции, а не зачетные единицы, могут претендовать на федеральную финансовую помощь. В том же году впервые Департаментом была одобрена первая программа на основе компетентностного подхода - Колледж для Америки (College for America, на базе Университета Южного Нью-Хэмпшира), по результатам освоения которой присуждаются ассоциированные степени. По сути это гибкая образовательная «онлайн программа» с низкой стоимостью обучения, когда студенты изучают «нетрадиционные курсы» без непосредственного участия преподавателей. Студенты колледжа должны овладеть 120 компетенциями, которые объединены в 9 блоков: навыки коммуникации; критическое и творческое мышление; информационная грамотность и свободное использование цифровых устройств; математические способности; личная эффективность; этика и социальная ответственность; работа в команде и сотрудничество; основы бизнеса; наука, общество и культура.

Сами компетенции сформулированы в виде утверждений «может делать», например «может логически, аргументировано и аналитически решать бизнес проблему» или «может анализировать предметы искусства с точки зрения их исторического и культурного контекста». Студенты демонстрируют владение навыками, выполняя определенные задания.

В одном задании, к примеру, студентов просят изучить потенциальные произведения искусства для музейной выставки, отражающие изменения в изображении человеческого тела в истории. Вуз дает им список бесплатных онлайн ресурсов, а студенты должны подвести итоги изучения ресурсов, подготовив презентацию, которую они могли бы представить директору музея.

Выполненные задания передаются для оценивания преподавателям, работающим на неполную ставку, которые быстро оценивают работу и указывают на недостатки. Вуз также назначает «тренеров» (коучей, coach), помогающих студентам поставить цели и определить темп работы.

Еще один классический пример в отношении американских вузов, обучающих студентов на основе компетентностного подхода – это Университет Западных Губернаторов (Western Governors University (WGU)). WGU обучает более 40тыс. студентов из всех 50 штатов и присуждает степени бакалавра и магистра. Онлайн программы обучения в этом вузе предназначены для самоорганизованных, дисциплинированных студентов. Каждый семестр длится 6 месяцев, и учебная нагрузка составляет обычно около 4 курсов (т.е. примерно соответствует очному обучению). Для успешного обучения необходимо в среднем заниматься 20 часов (или больше) в неделю.

В пересчете на компетенции, студенты магистратуры должны изучать в семестр дисциплины, по которым оценивается как минимум 8 компетенций (competency units), в то время как студенты-бакалавры – 12 компетенций.

Каждая программа на уровне бакалавриата или магистратуры в WGU разработана советом экспертов в соответствующей сфере, которые определяют «компетенции», которые необходимо сформировать у студентов для успешного завершения программы. Достижение этих компетенций становится определяющим при составлении учебного плана. Студентам необходимо продемонстрировать навыки и знания в необходимых образовательных областях, пройдя специальные процедуры оценивания (тесты, курсовые, задания).

Если говорить о ведении профессорами традиционных занятий, то этого в WGU нет, как и, например, групповых проектов. Студент сам отвечает за свое обучение. Студентам помогают наставники, а с сокурсниками общение происходит через чаты, электронные доски объявлений и онлайн ресурсы.

Если обучающийся уже «компетентен» в определенной дисциплине или области знаний, он может пройти оценивание раньше и соответственно получить степень ранее срока.

Студенты платят не за зачетные единицы, а за время. Таким образом, есть возможность сэкономить: чем скорее студент сдаст все дисциплины и задания, тем скорее ему будет присуждена степень.

Таким образом, можно заключить, что американские программы высшего образования, построенные на основе компетенций, существенно отличаются от целей, заложенных в российском компетентностном подходе. В США подобные программы ориентированы в основном на взрослое население, обладающее определенным опытом практической работы, но не имеющее диплома об окончании вуза. Компетентностный подход в случае США – это, как правило, возможность конвертировать опыт взрослого человека в формальную единицу измерения – в данном случае компетенцию, которую он сформировал в ходе практической деятельности. Более того, вследствие того, что подобные программы обычно не требуют присутствия студента в аудитории, их стоимость существенно ниже традиционных программ и позволяет работающим студентам гибко строить свой учебный график. Поскольку стоимость обучения в американских колледжах постоянно повышается, то такие программы, несомненно, найдут свою аудиторию. Стоит отметить, что в основном, как было сказано выше, это онлайн программы, что, с одной стороны, дает доступ к образованию большому количеству людей, но с другой стороны, лишает их традиционного студенческого опыта обучения в стенах альма-матер, живого общения с сокурсниками и преподавателями. Более того, оценка результатов, достигнутых

студентом, должна быть в этом случае достаточно строгой и максимально точно оценивать сформированные компетенции.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1.Сенашенко В.С. О переходе высшей школы на новые образовательные стандарты. Alma mater (Вестник высшей школы) 2013, № 8. С. 6-14.
2. Серякова С.Б., Красинская Л.Ф. Реформа высшего образования глазами преподавателя: результаты исследования. Высшее образование в России. 2013, № 11. С. 22-29.
- 3.Сенашенко В.С. О компетентностном подходе в высшем образовании. Высшее образование в России. 2009, №4. С. 18-24.
4. Донских О.А. Дело о компетентностном подходе. Высшее образование в России. 2013, №5. С. 36-45.
5. U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics. Defining and Assessing Learning: Exploring Competency-Based Initiatives, NCES 2002-159, prepared by Elizabeth A. Jones and Richard A. Voorhees, with Karen Paulson, for the Council of the National Postsecondary Education Cooperative Working Group on Competency-Based Initiatives. Washington, DC: 2002.
- 6.The Chronicle of Higher Education, <http://chronicle.com/section/Home/5>
- 7.Inside Higher Ed, <http://www.insidehighered.com/>
- 8.Laitinen, Amy. Cracking the Credit Hour. New America Foundation, 2012
- 9.College for America, <http://collegeforamerica.org/>
10. Western Governors University, <http://www.wgu.edu/>

---

## THE EDUCATION OF ADULTS AND REQUIREMENTS OF THE CONTEMPORARY LABOUR MARKET

Dr Julia Mianecka

*PawelWlodkowic University College in Plock  
e-mail: julia.mianecka@wlodkowic.pl*

### Summary

The article is dedicated to issues of lifelong learning and adult education in the labour market in conditions of fast changes that take place in the contemporary world. The author draws attention to the needs and specification of permanent professional development of a human. Presence puts an adult before necessity of the transition of his activity, requires constant educational activation.

**Key words:** lifelong learning, professional competences, adult education, educational activation, knowledge-based society.

Development of science, technique, transitions occurring on the global, regional and local level lead to a situation that a human must develop constantly, expand the knowledge, skills and gain new qualifications. Faced with changing life and labour conditions of a human it is necessary to adjust to these changes by appropriate education and improvement of skills. Meeting these civilisation requirements is possible owing to presence of lifelong learning and increasing

educational level. The idea of lifelong learning and investment in oneself, in own development is these days extremely important and also affects the growth and development of social and economic progress. A wide offer of education (especially higher education) provides huge possibilities. This makes the lifelong learning common, available and adjusted to requirements and possibilities of a unit.

Today one cannot learn “once for all” or “once for a lifetime”. The best investment for a contemporary human is then lifelong education. It is not restricted only to obligatory school. Children, youth, adults “learn” or “can learn” increasingly beyond the frames of obligatory intentional education. No doubt it is a vital fact that the standard of living is determined by the general intellectual level of society. Therefore, lifelong education should be essential condition and part of each human’s life.

This article is devoted to the issue of lifelong learning and adult education in the contemporary labour market.

Sociological, pedagogical literature provides a plethora of synonyms to specify the described educational phenomenon i.e.: permanent, lifelong, constant, perpetual education, further education and permanent education or learning etc. They are used for identification of a lot of concepts concerning various sets of phenomena and educational issues. According to T. Sosnowski “lifelong learning is post-school education lasting from completion of school until the end of professional activity and even till the end of life (directional thesis – it is never too late for education). Whereas, permanent education is in his opinion, lifelong education lasting from the human birth until his death (directional thesis – it is never too early and too late for education).”<sup>12</sup>

According to S. Suchy lifelong learning is a set of organised education and training process of various content, level, forms and methods of action, prolonging or replacing education in various types of schools i.e. primary, vocational, high schools and universities. Owing to them, adults enrich their knowledge, develop skills and raise the level of their professional qualifications which cause changes in their social and professional attitudes.<sup>13</sup> The process of lifelong education aims at comprehensive development of personality, formulation of certain talents, interests and general intellectual ability of a human.<sup>14</sup>

Some define lifelong learning as an educational concept, some interpret its content as a process of learning and others as a rule determining the duration of a human education.<sup>15</sup> T. Aleksander claims „lifelong learning combines the concept, process and the rule together. It is a concept requiring realisation throughout the lifetime continuously and continually. (...) This means the condition of learning which lasts from the human birth until the end of his existence, the dynamic, uninterrupted process. The concept of lifelong learning is contrary to the intention of limiting it in only one or several periods of life.<sup>16</sup> The concept of lifelong learning does not belong to exclusively new ideas. This kind of learning was already considered in the antiquity by such philosophers as: Confucius, Hippocrates, Socrates and Plato. While in modern times the concept of education was created by Jan Amos Komeński who believed each age is a school for a human. Other noteworthy persons are Enlightenment philosophers - J. J. Rousseau and J. A. Condorcet. In Poland the lifelong learning was also raised by Szymon Marycjusz, Andrzej Frycz Modrzewski, and also by members of the Commission of National Education, among the others: Grzegorz Pirałowicz, Antoni Popławski, Adolf Kamieński and others. The twentieth century is a stage of proper, dynamic and reasonable lifelong learning. Basil Yeaxlee (the author of

---

<sup>12</sup>T. Sosnowski, *Kształcenie ustawiczne* [‘Lifelong Learning’], Warszawa 1976, p. 3.

<sup>13</sup>S. Suchy, *Kształcenie ustawiczne dorosłych* [‘Adult Lifelong Learning’], Warszawa 1980, p. 7.

<sup>14</sup>J. Wołczyk (red.), *Kształcenie dorosłych a potrzeby gospodarki i kultury* [‘Adult Education versus Economy and Culture Needs’], Warszawa 1979, p. 92.

<sup>15</sup>A. Cieślak, *Rozwój teorii i praktyki kształcenia ustawicznego* [‘Theory Development and Lifelong Education Practices’], Warszawa 1981, p. 80-105.

<sup>16</sup>T. Aleksander, *Kształcenie ustawiczne* [Lifelong Learning], [w:] *Pedagogika społeczna* [‘Social Pedagogy’], (red.) T. Pilch, I. Lepalczyk, Warszawa 1995, p. 295.

“Lifelong education”) is considered to be the first creator of this learning. A little later the concept of the lifelong learning was created by Richard Livingstone („The Future in Education”). In Poland Bogdan Suchodolski, Ryszard Wroczyński, Józef Pólturzycki, Andrzej Cieślak, Wincenty Okoń, Zofia Matulka and many others contributed to creation of theoretical basis for learning. Currently, the interest of the lifelong learning issue is considerable which is proved by among others: numerous conferences, seminars and published works.<sup>17</sup>

The process of lifelong learning is realised by humans individually, collectively or within definite organisations.

In the second half of the twentieth century a principle of lifelong learning was defined by humanities and social sciences according to which “in the process of programming and organising the education in all its dimensions and at all the levels it is necessary to respect the continuity of experience, needs, aspirations, information and ability of creation of conditions of permanent improving, complementing, modernising them, linking in logical and professional whole, using in various newer and newer life situations.”<sup>18</sup>

Lifelong learning as an educational process is characterised by important features which can be noticeable both in Polish and educational reality of other countries. The first feature is *multiplicity of organisers* that is pre-school establishments, schools of all levels and types, establishments of extracurricular activities, libraries, day-care centres, clubs, cultural and educational centres, art institutions. Family, workplaces, trade unions, church, press, radio, television, film companies play an important part in the organisation. Multiplicity of organisers is an *advantage* confirming large engagement of social powers into lifelong learning. *Diversity of education forms* (didactic and training) is another feature of lifelong learning. It can be divided by different criteria. There are: a criterion of purpose or the type of activity (forms of acquisition, consolidation, renewal, expansion and improvement of components comprising professional and general qualifications), a quality criterion (intensive and extensive), a criterion – attitude towards school (school and non-school forms). Taking into consideration a group of realised purposes, in lifelong learning there are didactic, training, artistic forms etc. and those relating to the number of participants – individual, team and mass forms. There are also direct and indirect forms of this kind of education. Another feature is *multi-levelling* which expresses in diversification of the content as regards their professional level, the level of complexity of the structure of various classes and the level of complexity of education methods (from easy to difficult ones). Another feature of lifelong learning is *continuity*, meaning the stability of educational and training processes, lack of breaks during not only education at various levels and forms but also during the passing between particular levels and kinds of this education. It is contrary to breaks, irregularity and temporality. This stability of the educational process is the condition of achieving considerable educational effects. The stability is a chance for maintenance of skills of learning and readiness for intellectual effort. *Permeability* between various forms and links of education is one of the most important features. It enables smooth shifting from one educational level to the next, higher than the previous one and also smooth shifting at the same level, from one educational form to another – organisationally and methodically different one. The lifelong learning is also featured by *relative compactness* and *internal consistency* of educational components of which it consists.

Education which does not constitute a system is internally inconsistent (in terms of the programme, organisation and methodology) and cannot be efficient.<sup>19</sup>

In a plethora of countries, despite differences resulting from the national specificity some common features of lifelong learning can be distinguished, in accordance with which:

- „learning processes occur in various places not only in the forms organised by the educational system;

---

<sup>17</sup>Ibidem, p. 296-298.

<sup>18</sup>Ibidem, p. 32.

<sup>19</sup>T. Aleksander, op.cit., p. 306-308.

- All employees must possess the ability of self-improvement in various circumstances and treat the workplace as an educational institution;
- The character and patterns of the work is changed;
- There is a necessity of more advanced advisory system connected with the above features;
- The development of multimedia and market of computer software affect the education considerably;
- Information and digital technologies stimulate relations between universities and enterprises of ICT sector related with distance learning in the global market;
- Lifelong learning institutions respond to the market needs flexibly and put greater emphasis on the useful and practical knowledge;
- Partnership between universities and business and industry is decisive for the success of knowledge economy;
- Limits between the professional life and the period of learning, between formal and informal education are blurred;
- Schools engage increasingly in moral and civic education<sup>20</sup>.

The process of lifelong learning can be realised in various forms. There are school and non-school forms, in both cases, however, various organisational and programme solutions are applicable. School forms cover state (public) schools for adults and also private (non-public) schools including social and private ones. Non-school forms of further education are run by: associations, social and political organisations, religious organisations, trade unions and other labour organisations, industry organisations and establishments, interest clubs and social service clubs, foundations and commercial companies of various branches of broadly defined national economy etc.”<sup>21</sup> Dominant organisational and programme forms of lifelong learning are in school forms – indicated above schools for adults and also postgraduate and specialised studies and in non-school forms – common and folk universities, universities for working classes, universities for parents, universities of the Third Age, educational studies, professional and problem courses, author and hobby meetings and a plethora of other forms. In schools for working people there is training in the form of stationary and distance learning organised. Stationary forms of education include evening classes, schools with shifts for working people; distance learning includes corresponding, extra-mural, extension studies and multi-department schools. In stationary schools, direct impact of a teacher on school pupils and students is predominant, while in distance schools there is, in different proportions, direct and indirect impact, with majority of indirect impact.<sup>22</sup> Postgraduate studies are considered by some as one of the most characteristic educational entities of scientific and technical revolution. These studies aim at: facilitation of gaining new qualifications i.e. acquiring knowledge and skills in the field not covered by the specialty gained as a result of graduation from higher education and necessary to perform professional work, make progress; facilitation of gaining specialty in narrower scope in relation to the specialty achieved as a result of graduation from university; the update of the knowledge and skills in relation to the progress of science and technique. Classes at postgraduate studies are run with the full-time, evening and extra-mural studies.<sup>23</sup>

One of the most important organisational forms of learning which is characterised by diversity and flexibility are training courses. The course, as well as school has a character of systematic learning, with the exception of short-term courses, especially conferences which are featured by temporary training.<sup>24</sup>

---

<sup>20</sup>E. Solarczyk-Ambrozik, *Kształcenie ustawiczne w perspektywie globalnej i lokalnej: między wymogami rynku a indywidualnymi strategiami edukacyjnymi* [Lifelong Learning in the Global and Local Perspective: between Market Requirements and Individual Educational Strategies], Warszawa 2004, p. 41.

<sup>21</sup>Z. Wiatrowski, *Podstawy pedagogiki pracy* [‘Basis of Labour Pedagogy’], Bydgoszcz 2005, p. 373.

<sup>22</sup>T. Sosnowski, op.cit., p. 70.

<sup>23</sup>T. Sosnowski, op. cit., p. 73-74.

<sup>24</sup>Z. Wiatrowski, op. cit., p. 374.



Dependently on the duration of the course, they are divided into: short-term, medium-term and long-term. Two factors are important: general number of course hours and their distribution in time. Depending on the organiser there are state, cooperative, social (run by various organisations and associations) and private courses. Dependently on the method of financing, courses are divided into financed from the state budget, from enterprise finance plans, from company funds and cooperative excesses and courses financed with fees paid by students. Due to the methods of recruitment of students, there are courses run for own employees, for own organisation, ordered courses and free recruitment courses.<sup>25</sup>

The essence of lifelong learning concerns intentional, planned and reasonable impact on a human development at each stage of life. This direction of development must optimally enable the learner taking the proper place in constantly changing reality. This means expansion of education in time, to all periods of life. It is a process which never ends for a human as it cannot be finished. After one phase of education, another one on higher professional level follows. This indicates that education is a lifelong activity, uninterrupted and integrated process not to be closed within one period of human life. The concept combines numerous educational and training processes in several dimensions: of time, space, methodology and content of the lifelong education.

Cognitive processes of an adult as a result of life and professional experience are generally richer and fuller. An adult person is characterised by increased emotional and volitional maturity. Therefore, in the andragogical literature the attention is often drawn to incompatibility of research methods of the psyche of children and youth to the researches of the psyche of an adult. Large and different educational possibilities of adults indicate the necessity of improvement of research methods of a human psyche. Adulthood forms, obviously, new challenges concerning methodology of researches in the field of social sciences and most of all psychology. However, the age at which one reaches psychic maturity for performance definite tasks, roles or social functions is different, and this inclines to distinction of behavioural and motivational point of view within the praxeological aspect of maturity. In this perspective the maturity is a life dynamic educational value. The human is not an „adult” but he is constantly “becoming” an adult<sup>26</sup>.

Formulation of purposes of adult education is a multilaterally complex problem. In the literature on the subject such expressions can be met: purposes of the adult education, purposes of teaching adults or purposes of adult education. Each of these aspects concerns another category of pedagogical problems. It often happens the purposes of the adult education, if using the most common expression in andragogy, are replaced with such expressions as functions or sentences. There can be also other perspectives of establishment of purposes of the adult education noticed. They are: macro- and micro-social perspective and to a lesser degree the mezzo-social perspective. The first perspective is identified with the view of the adult education as a factor of social changes. In such an approach the adult education becomes a more sociological or political than pedagogical issue<sup>27</sup>.

The understanding of purposes of adult education fulfils an important role in an adult person. Educational purposes are said to be a conscious process of management of own life and as a result of own development. Educational purposes of adults can be a component of their own life plans covering their individual development.

Globalism means these purposes refer to systems of adult education in all the countries. Regionalism means their restriction to particular regions or systems of the national education. According to K. Wojciechowski, purposes of the adult education can be defined as education of full

---

<sup>25</sup>T. Sosnowski, op. cit., p. 78-80.

<sup>26</sup>R. Urbański, *Dorosłość jako podstawowe pojęcie andragogiki* [‘Adulthood as a Basic Concept of Andragogy’]. Poznań 1991, p. 8-13

<sup>27</sup>F Urbańczyk, *Dydaktyka dorosłych*[‘AdultDidactics’]. Wrocław 1973

personality and most of all such that wants to and is able to respond to all transitions in life creatively for the benefit of all citizens.<sup>28</sup> The typology of functions of adult education is defined in various perspectives. The most common applied division is into replacement and correct functions. The replacement function means such activation which compensates the lack in adult education to the level commonly binding and guaranteed by e.g. the constitution. The correct function of the adult education is realised beyond the obligatory education and concerns the realisation of a vision of a better life, among others by education. Such understood education becomes a specific life „concept”.

Functions of adult education draw attention to its variable role both in social and individual life. Traditionally conceived adult education plays most of all a stabilisation role, so to say an adaptive role, by reproduction of existing social roles. It is expected from the modern function not to have a compensation character to the whole educational or even social system but it shall play a complementary role. Moreover, the adult education should be treated as force dynamising various social processes. There are following functions and characteristics of the adult education: compensation, emancipatory, reorientation, development, personalization, pragmatism, socialising and cultural function. These functions are characterised by: assurance of required range of knowledge to a unit allowing for realistic identification and assessment of own development possibilities so that the unit could constantly develop the life in an active way and restructure the life in all aspects in order to achieve new competences according to own aspirations, needs and possibilities<sup>29</sup>.

The issue of development of an adult and his educational competences paved its way for a long time until it was recognised as equally important as education of children and youth. There are three basic perspectives of perception of adulthood as a pedagogical category. The first of them was connected with denial of possibilities of development of an adult, most of all limited in a considerable extent, possibilities of the education. The second perspective broadened possibilities of education of a human beyond the period of childhood and youth. The adulthood was perceived, however, as a period in a human life, which was not subject to quite many changes. In another perspective adulthood is divided into various stages or phases. Special attention is drawn to development of various features of an adult's personality.

A particular role in creation of beliefs about possibilities of development of an adult was influenced by a conception of W. James who claimed that, excluding issues of own job, the only ideas people possess in their lives in practice are those acquired before the age of 25. They are unable to learn anything new. Disinterested curiosity belongs to the past for them, the mind is governed by the habit and routine, and ability to acquire new experience has passed<sup>30</sup>.

The age concept is inseparably linked to the aging process. Ewa Łuczak has written that according to a pessimist the aging process of a human becomes initiated just after the fertilisation “that is a part of our body starts to die long before our birth”, and for others the process starts with the moment of maturation. She also notices that “we get older with other people, especially our children and grandchildren aging” and also “with too early taken adult roles which make our maturation accelerated which also makes approach to the old age quicker<sup>31</sup>”.

Cognitive processes of an adult as a result of life and professional experience are generally richer and fuller. An adult person is characterised by increased emotional and volitional maturity. Therefore, in the andragogical literature the attention is often drawn to incompatibility of research methods of the psyche of children and youth to the researches of the psyche of an adult. Large and different educational possibilities of adults indicate the necessity of improvement of research methods of a human psyche. Adulthood forms, obviously, new challenges concerning methodology

---

<sup>28</sup> K. Wojciechowski, *Wychowanie dorosłych* [‘Adult Training’]. Wrocław 1966, p. 16

<sup>29</sup> H. Muszyński, *Cele Oświaty dorosłych i metodologiczne problemy ich stanowienia* [‘Aims of Adult Education and Their Methodological Problems’] 1991, p. 27

<sup>30</sup> W. Jamek, *Zasady psychologii* [‘Principles of Psychology’] 1993

<sup>31</sup> E. Łuczak, *Czterdzieści lat* [‘Forty years’]. Res Publica 1995, nr.1

of researches in the field of social sciences and most of all psychology.<sup>32</sup> However, the age at which one reaches psychic maturity for performance definite tasks, roles or social functions is different, and this inclines to distinction of behavioural and motivational point of view within the praxeological aspect of maturity. In this perspective the maturity is a life dynamic educational value. The human is not an „adult” but he is constantly “becoming” an adult<sup>33</sup>.

“Adults can learn faster and more effective that the youth”<sup>34</sup> An adult as a student – is a socialised being who is able to act in harmony with other people – the team members, able to solve, severally with others, intellectual problems connected with the process of learning. Adults can overcome laziness, they treat learning seriously. The education is for them a life chance for changing their position in a social hierarchy. Teaching adults requires knowledge of dynamics of their psychic development, factors and powers regulating functions of the psyche and its improvement, cognitive processes such as: thinking or memory and learning styles. “Each human creates own brain patterns and has skills of managing them” - *R. Bandler and J. Grinder*.

Lifelong learning is a key condition of improvement of life quality and a tool enabling achievement of individual success. Unfortunately, in Poland the number of people learning throughout their lifetime is still much lower than in other countries of the European Union. One of the key reasons of this phenomenon is psychological barriers which need to be overcome by adults who want to raise their qualifications.<sup>35</sup>

Lack of time making it difficult to undertake further education is the most common reason given by adults. It may seem to be a simple excuse but it has its own reasons, however. It is indisputable that adults are not able to devote so much time to learning as children and youth and a proper time organisation is another issue.

We may risk a statement that skilful time management is a barrier. Another barrier is connected with age. Anxiety of being e.g. „the oldest in the group” occurs<sup>36</sup>.

An important group of reasons why some adults are afraid of further education are barriers of cognitive nature; impediment in information processing, not keeping up with understanding and remembering of the passed material. These last problems derive from natural conditioning. It is simply more difficult for the elderly to learn than young people. According to research conducted by Edward Lee Thorndike, an American psychologist analysing learning processes, the maximum capacity of acquiring knowledge is achieved at the age of 25 and then it starts to decrease. However, it is a very slow process. The decline equals less than 1% per year and at least until we are 40, our efficiency of learning is larger than in childhood.

At first some difficulties in learning may occur. Some time and patience is needed to restore previous habits of learning and make some changes in thinking as for its structure and strategy. It is vital to give oneself some time and do not be discouraged by initial difficulties with learning the content.<sup>37</sup>

Most of all, the aim of teaching adults should be reorganisation and improvement of previously acquired skills and systems of knowledge. Close relationship between the level of initial level of education and later will to continue studying is an important phenomenon connected with the adult education. People with the lowest education undertake studying reluctantly. It is a rule that the higher initial education is, the more eager developed it is. It is harder for less educated people to believe in effectiveness of education and its results.

---

<sup>32</sup> R. Urbański, *Dorosłość jako podstawowe pojęcie andragogiki* [‘Adulthood as Basic Concept of Andragogy’]. Poznań 1991, p. 8-13

<sup>33</sup> R. Urbański, *Dorosłość jako podstawowe pojęcie andragogiki* [‘Adulthood as Basic Concept of Andragogy’]. Poznań 1991, p. 8-13

<sup>34</sup> Edmund Harwas, *Dorosły jako uczeń* [‘Adult as a Student’]

<sup>35</sup> Article: „Bariery w kształceniu dorosłych” [‘Barriers in Adult Education’] author Tomasz Zdun Magazyn – Do-celu.eu nr 19 October 2010,

<sup>36</sup> Interview to article: „Bariery w kształceniu dorosłych” [‘Barriers in Adult Education’] with the psychologist Agnieszka Zakrzewska author Tomasz Zdun Magazyn – Do-celu.eu nr 19 October 2010

<sup>37</sup> Ibidem.

Better educated people are focused on the lifelong learning. They set far reaching targets and realise them gradually. They are characterised by higher achievement motivation<sup>38</sup>.

As for adult education, the proper motivation is very important. It is necessary both to undertake education and also to persevere in the decision, as it often happens that adults are easily discouraged, leave the courses and resign from undertaken education. External motivation is basic and the most common motivation. It is connected with the external situation: labour market, constantly changing conditions and requirements.

Internal motivation, that is willing of development, cognition of new thematic areas, broadening the knowledge, also plays an important role. Openness to changes, constant development of the personality and strengthening self-esteem are vital in the modern approach to lifelong learning.

It is necessary to look at the lifelong learning from the view of social cohesion, due to the necessity of training these people who are threatened with being excluded from the labour market the most –because of the loss of professional skills or because of low education or being not suited to the employer needs – in order to enable these people excluded from the labour market, to return to this market. Lifelong learning is treated on one hand as an instrument of raising the general level of knowledge and skills of adjustment to changing conditions and also as a manner of raising the level of participation and activity of citizens in social, political and cultural life. It is also a basis for stability of democracy and social communication.

Among elements important for establishment of the strategy of development of lifelong education, an important role is played by analyses of processes of structural transformations, of economic development, of employment costs and relationships and also of employment and unemployment forecasts. Challenges for lifelong education include beyond integration with the Union structures, also the improvement of quality and increase in mobility of labour resources, equalisation of educational chances of inhabitants of various regions and increase in professional and territorial matching. The main purpose of Narodowa Strategia Wzrostu i Rozwoju Zasobów Ludzkich (National Strategy of Employment Growth and Development of Human Resources) is reaching higher engagement of people in the work process, while its necessary condition is increase in the qualification potential of resources as activities undertaken to increase in the level of the social education promote the development of the economy based on knowledge and also indicates mechanisms required for realisation of this kind of aims among which diversification of educational offers due to the changing social and economic needs, training and professional training at maintenance of permeability, also accreditation of programmes and establishments of lifelong learning<sup>39</sup>.

Initiative of lifelong learning is based on creation of possibilities of education at any age and at all levels both in schools and in non-school forms. Therefore, the role of lifelong learning is most of all to make it a necessary tool enabling constant complementation of knowledge and skills and adjustment to changing conditions. Learning throughout the lifetime is a concept of learning covering an individual development and development of social features in all forms and all contexts in the formal system i.e. in schools, professional learning establishments, universities and adult learning establishments and in the informal education: at home, workplace and in communities. This approach takes into account the whole system focusing on standards of knowledge and skills which should be mastered by all people, regardless of age. This emphasises the need of preparation and encouragement of all children to learn throughout the lifetime from the early age and directs the activities in such a manner to ensure proper possibilities to all the employed and the unemployed, adults who must retrain or raise their qualifications. This refers mainly to all forms of education

---

<sup>38</sup>Ibidem.

<sup>39</sup>Narodowa Strategia Wzrostu i Rozwoju Zasobów Ludzkich (National Strategy of Employment Growth and Development of Human Resources) was created by the Ministry of Labour and Social Policy. It does not include issues of taxation, housing, agricultural policy, export policy which undoubtedly have considerable impact on the situation in the labour market. They are a subject of separate government programmes and along with this Strategy they are the basis of the National Development Plan

undertaken throughout life aim at broadening knowledge, skills and competences in the individual, citizen, social and professional context.

Proper education is very important in the labour market – both from the point of view of chances of achieving and keeping employment and also the level of salary. Its effect is the increase in interest both in higher education and training. The process of development of the education system was subject to the market mechanism. Along with signals from the labour market, concerning chances connected with the education level and growth of the demand for education, the education infrastructure developed which *allowed* for satisfaction of these needs both in formal and informal education.

The main activity in an adult life is professional work and participation in social – family, municipality and cultural life. The effectiveness of meeting less or more definite aims set by oneself, depends on the accuracy of the choice of methods and forms of activity and making use of natural situations. Taking a job is mostly preceded by learning the profession but it happens these activities take place at the same time. The profession demands mastering proper skills and habits by a human, achieving necessary knowledge and development of proper personality features. Supporting professional activity by constant raising the knowledge and gaining new skills allow for becoming a more qualified and competent employee and a fuller human, and give the basis for reaching the professional success and more.

Professional education of adults many times, due to a number of factors, compel changes occurring at work. In Poland after 1989 political transformations had fundamental influence on changes at work. The transition from centrally managed command and controlled economy to the market economy had an enormous influence on education increasing the pressure on forming such features of an employee: initiative, consideration of competition as a normal phenomenon, readiness to taking a risk, responsibility for oneself and the closest relatives by keeping the job, learning throughout the lifetime, readiness to change the job, professional mobility etc.<sup>40</sup>

Moreover, changes at work take place also as a result of scientific and technical progress whose automation, robotisation and computerisation of work were important factors creating many times a need of gaining additional qualifications by employees.

All these changes confirm most of all that lifelong learning is essential for adaptation in the profession and for general development of own personality<sup>41</sup>. When talking about motives and originators inclining people to make decisions of raising the level of education it is necessary to present findings resulting from scientific reports: a direct relation between the level of initial education and willingness to continue the education in mature age was noticed. In almost all countries (belonging to UNESCO – own note) there were clear social and economic differences observed between the participants of adult education and people not taking part in it. Noticing the value of the education depends on the social status of a unit. One of the essential factors motivating adults to undertake learning is already possessed level of education and the higher the level the motivation is stronger.

My observation and experience prove the largest number of learning adults makes these decisions in connection with the professional work – done or such they would like to do after finishing learning. This approach doesn't make me surprised in times when all I think and if not, the significant majority of organised forms of adult education is payable and often payable not that little. Majority of adults counts that after finishing learning they will change the position or kind of work done or they will change the job at all and this is all mostly to lead to the improvement of their material situation (raise of salary expected). Their motives are really various. Some want to raise their professional qualifications, some want to acquire more general knowledge which will allow them for a promotion but they will be also able to use it in a wider context. Others will be satisfied

---

<sup>40</sup>R. Piwowarski (red) *Oświata dorosłych. Nowe uwarunkowania i wyzwania* [‘Adult Education. New Circumstances and Challenges’], Warszawa 1998, Wyd. IBE.

<sup>41</sup>J. Lowe: *Rozwój oświaty dorosłych. Tendencje światowe* [‘Development of Adult Education. World Tendencies’], Warszawa 1982, Wyd. Szkolne i pedagogiczne.

with gaining the desired diploma which will let them meet their target with minimal effort.<sup>42</sup> A lot of professionally active people are informed by their superiors and compelled to gain additional qualifications which will allow for their better “use” or otherwise they can be dismissed or without further education they will not be promoted to higher positions in the company. The first group takes the trouble of raising their qualifications in the fear of the loss of work, often without any help from the employer. The second group is not always so much motivated to cause willingness to learn. They often work in the position in which they feel comfortable, they know their job and no changes are necessary for them.

When talking about motives of undertaking the education one cannot forget the originators of these processes. They can be before mentioned superiors but also co-workers who urge us to undertake learning or who we want to impress by gaining additional education. They can be people who are close to us, our family whose behaviour contributes us to take this step. Social motives can be caused by pressure of surrounding, of a certain social group to which we belong. As we can see, there are various motives and factors initiating a decision to learn made by people and it depends only on us if we make such a decision or not. It should be also added that beyond the above a very important factor of the participation in the adult education is its availability. As it is hard to think about undertaking the education if we cannot afford it or there is no proper educational establishment near the place of our existence.

Fast development of scientific and technical thought and changes occurring in social and economic relations compel us to raise the level of our knowledge in order to adapt to reality changing around us. Most of us realise that not updating of possessed knowledge and skills at so fast occurring changes makes us that we are not moving ahead but we even take a step back. Regardless of the kind of motives we present at making a decision of education I think it is a compulsion which can be only internal – our own willingness to raise our qualifications, gaining new knowledge, skills etc. or external – others compelled us to make such a decision.

In knowledge-based economy, keeping the competitive advantage depends mainly on the development and full use of human resources. Employer’s expectations towards employees are higher and higher and finding a satisfactory employment in the current market depends on possession of up-to-date expertise and competences by potential employees. Lack of proper qualifications increases the risk of unemployment and affects the length of time spent on looking for a job. Since employers look for highly qualified staff and the competition in the labour market is enormous, the demand for learning confirmed with an official diploma or certificate also becomes larger. “Soft” skills and ability to look for and keep the job is also meaningful. In connection with the above, without the approach based on development, constant raising qualifications and improvement and acquiring new professional and social skills, it will be hard to keep pace with fierce competition in the today’s labour market. Not only do the access to modern information and telecommunication technology and skills connected with the use of a computer and the Internet but also availability and mobility meaning readiness for movement in search of the employment become important.

Currently, applicants who beyond the professional knowledge and thorough command of foreign languages, also possess soft skills, as for instance high communication skills, independence, ability to organise one’s own work or ability to work in a team are the most needed. Those employees who are oriented to raising qualifications, show initiative, determination to achieve the target, activity and creativity in searching for employment will become successful. People who treat their own professional development as a priority and invest in their future, regardless of age, will manage in a situation of huge competitiveness in today’s labour market. A potential of a given applicant, his eagerness to study and work, orientation on gaining new knowledge, flexibility that is ability to adaptation to constantly changing conditions and requirements which are set by the labour market and ability to retraining if needed are the most important for a lot of employers. Knowledge,

---

<sup>42</sup>A. Toffler: Szok przyszłości [‘The Shock of the Future’], wyd. II uzupełnione, Poznań 1998, Wyd. Zysk i S-ka.

information become obsolete soon and therefore a contemporary employee, regardless of a position taken and professional specialty, whether he is an owner of a company or he is employed must stay open to challenges and changes which companies and organisations market must face in the labour. As we can see, the ability of fast learning and application of acquired knowledge in practice are necessary in order to achieve good results at work and keep the competitiveness in the labour market. Care about the intellectual development, paying much attention to the issue of lifelong learning and completion of qualifications is the best way to plan and decide by oneself about the development of own professional career stream.

Human development is performed in a long period of time – it does not end in the youth and cannot be determined by a limit of thirty, forty or sixty years. No school shall give the full “finished” education. Completion of a primary, secondary school or even university does not cover the processes of education. Each of them allows for closing a certain stage in life which enables further progress. The concept of lifelong learning as a process of making planned changes in the whole personality of a human throughout the lifetime becomes a component of educational system that covers institutions realising various forms of popularisation and modernisation of knowledge, raising qualifications and professional training in the adult lifetime. Acceptation of the concept of lifelong learning sets a lot of tasks before the whole educational system which covers: improvement of qualifications of a human during his professional lifetime, preparation of young generation to lifelong education, strengthening the role of education beyond school by increase of educational impact of social, political, economic and cultural institutions, improvement of the education planning structure and educational network.<sup>43</sup>

Lifelong learning is a required necessity of a contemporary human. Learning is needed for the whole lifetime as knowledge and qualifications become obsolete, but also since a human forgets items which he learnt before. Broader knowledge and higher qualifications affect better quality and effects of work. Time and money invested in learning give profits of a better job and a higher level of life.

#### Literature:

- T. Sosnowski, *Kształcenie ustawiczne*, Warszawa 1976,  
S. Suchy, *Kształcenie ustawiczne dorosłych*, Warszawa 1980,  
J. Wołczyk (red.), *Kształcenie dorosłych a potrzeby gospodarki i kultury*, Warszawa 1979,  
Cieślak, *Rozwój teorii i praktyki kształcenia ustawicznego*, Warszawa 1981,  
T. Aleksander, *Kształcenie ustawiczne*, [w:] *Pedagogika społeczna*, (red.) T. Pilch, I. Lepalczyk, Warszawa 1995,  
E. Solarczyk-Ambrozik, *Kształcenie ustawiczne w perspektywie globalnej i lokalnej: między wymogami rynku a indywidualnymi strategiami edukacyjnymi*, Warszawa 2004,  
Z. Wiatrowski, *Podstawy pedagogiki pracy*, Bydgoszcz 2005,  
R. Urbański, *Dorosłość jako podstawowe pojęcie andragogiki*, Poznań 1991,  
F. Urbańczyk, *Dydaktyka dorosłych*, Wrocław 1973,  
K. Wojciechowski, *Wychowanie dorosłych*, Wrocław 1966,  
W. Jamek, *Zasady psychologii*, 1993 r.  
E. Łuczak, *Czterdzieści lat. Res Publica* 1995, nr.1  
M. Marczuk, *Uczeń dorosły i uczenie się dorosłych*, Radom 1994,  
Edmund Harwas, *Dorosły jako uczeń*  
H. Muszyński, *Cele Oświaty dorosłych i metodologiczne problemy ich stanowienia*, 1991  
Strategia Finansów Publicznych i Rozwoju Gospodarczego Polska 2000-2010

---

<sup>43</sup>J. Wołczyk, op.cit., p. 92-93.

R. Piwowarski (red.): *Oświata dorosłych. Nowe uwarunkowania i wyzwania*, Warszawa 1998, Wyd. IBE.

J. Lowe: *Rozwój oświaty dorosłych. Tendencje światowe*, Warszawa 1982, Wyd. Szkolne i pedagogiczne.

Toffler: *Szok przyszłości*, wyd. II uzupełnione, Poznań 1998, Wyd. Zysk i S-ka

---

## ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ НАПРАВЛЕННОСТЬ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ ЮРИДИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Мороз О.В., Бережная О.В.

*ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный университет»  
Факультет математики и компьютерных наук  
Кафедра информационных образовательных технологий;  
г. Краснодар, ул. Захарова 23 кв.6, тел.: 8-918-480-89-17,  
e-mail: kotkiot@yandex.ru, Московский Государственный Открытый Университет  
г. Кропоткин, кафедра высшей математики;  
г. Кропоткин, Микрорайон 1, д. 10 кв. 21, 8-918-248-82-48.*

Article on the problems of professional orientation of the mathematical preparation of students of legal specialties and professionally oriented modeling tasks in learning mathematics.

Изменения, происходящие в современном российском обществе, затрагивают не только идеологическую сферу и экономические основы функционирования государства, они существенным образом касаются и системы общего и профессионального образования. Общество, в котором знания становятся капиталом и главным ресурсом социального и экономического благополучия, предъявляет все более высокие требования, как к общеобразовательной, так и профессиональной школе.

Процесс математизации наук и практической деятельности человека, начавшийся сравнительно давно (А.А. Ляпунов, А.А. Дородницын, Н.Н. Моисеев, А.Н. Колмогоров, Б.В. Гнеденко и др.), активно набирает силу в постиндустриальном обществе, что само по себе не может не отразиться на системе высшего образования. Математическая подготовка становится все более необходимой и неотъемлемой частью общеобразовательной подготовки высококвалифицированных специалистов всех уровней. Не случайно, современными российскими образовательными стандартами для гуманитарных факультетов высшей и средней специальной школы предусмотрены математические курсы.

Целью обучения математике студентов-гуманитариев, в том числе и юристов, является развитие, углубление, уточнение целостной естественнонаучной картины мира, истории развития человеческого знания и взаимосвязи существующих наук. Содержание таких курсов включает вопросы истории развития математики, методов математики, приложений математики в гуманитарных науках, элементов математической логики и теории множеств, элементов стохастики, математических методов обработки информации. Естественно, изучение всех этих вопросов должно приносить весомую пользу в профессиональном становлении будущего специалиста, а целесообразность их изучения на гуманитарных факультетах вузов обусловлена использованием математических методов в соответствующих науках.

Длительное время юридическая наука занималась изучением формально-юридических сторон правовых явлений. Однако, познание лишь формально-логических



связей правовых явлений уже не может удовлетворить в полной мере усложняющихся задач юриспруденции. Предметная область юриспруденции (право, криминалистика и др.), как и любая область знания, находится в постоянном движении и обогащении, как и сам процесс познания. Ее движение зависит от таких факторов, как процесс самого научного знания, так и меняющихся потребностей общества, и отсюда социального запроса. Информационная насыщенность юриспруденции диктует необходимость применения новых технологий, с целью охватить "математическим взором" массовые явления в различных ее областях. Устойчивая тенденция усложнения теоретических и практических задач криминологической и правовой деятельности тем более требует соответствующего методологического, научно-методологического и информационного обеспечения.

Опыт практической реализации математической подготовки студентов на юридических факультетах вскрывает ряд проблем организационного и методического плана:

- непонимание студентами необходимости и целесообразности изучения математики;
- отсутствие традиций в постановке математических курсов;
- недостаточность их методического обеспечения и др.

Многие из этих проблем могут быть успешно решены при условии полноценной реализации принципа профессиональной направленности учебного процесса. Реализацию прикладной направленности математической подготовки в высшей школе традиционно связывают с показом применения математических методов в различных областях профессиональной деятельности, решением задач с межпредметным содержанием, иллюстрацией предметных моделей математических объектов. Не умаляя значимости этого подхода, заметим, что возможности его использования в сфере математической подготовки студентов-юристов ограничены и рамками часов, отводимых на изучение математики, и спецификой самой юридической деятельности, и индивидуально-психологическими особенностями студентов-гуманитариев. Гораздо большую ценность в реализации профессиональной направленности математической подготовки на юридических факультетах имеют, так называемые, профессионально ориентированные модельные задачи, органично синтезирующие в своей фабуле изучаемые математические понятия, отношения, закономерности и профессионально значимое содержание.

Выполнение студентами-юристами заданий, основанных на использовании модельных задач, делает изучение математики более целенаправленным и содержательным, способствует повышению интереса как к самой математической науке, так и к применению математических методов на практике. Эффективность использования модельных задач при изучении математики обуславливается тем, что наибольшая познавательная активность студентов достигается при исследовании вопросов, напрямую связанных с их будущей специальностью.

Задания с их использованием разрабатываются в соответствии с программой курса математики для юристов. Индивидуальные задания предлагаются студентам в виде типовых расчетов, выполнение которых рассчитано на продолжительное время, в виде самостоятельных или контрольных работ непосредственно на занятиях. Численные данные в задаче должны быть реальными и соответствовать существующим на практике, при этом в задаче необходимо, по-возможности, избегать сложных вычислений, которые могут заслонить основную идею.

**Можно представить следующую схему для использования таких задач на практических занятиях по математике. На первом этапе формулируется учебная проблема, описанная на языке специальной дисциплины (в данном случае речь идет о юриспруденции) и подлежащая исследованию средствами и методами математики. Проблема оформляется в виде задачи.**

На втором этапе сформулированная задача формализуется, переводится на язык математики, т.е. строится математическая модель. На этом этапе возможно возникновение

проблемной ситуации, заключающейся в том, что для формализации может быть недостаточно математических знаний. Разрешение этой ситуации является стимулом для расширения теоретических знаний, введения и изучения новых математических понятий, методов, алгоритмов. Созданный таким образом математический аппарат дает возможность исследовать исходную прикладную задачу математическими средствами в построенной модели.

На третьем этапе полученные в результате математического решения новые теоретические знания о прикладной задаче интерпретируются, т.е. переводятся на язык, в котором формулировалась задача. При этом снова возможна проблемная ситуация, связанная с необходимостью расширения знаний уже в соответствующей специальной дисциплине. С точки зрения методики обучения математике важным здесь является то, что вновь введенные и использованные при исследовании математической модели понятия и методы получают конкретную прикладную интерпретацию, что, естественно, способствует их успешному усвоению студентами.

Эту схему нельзя абсолютизировать, применяя на каждой лекции, семинаре или практическом занятии. Формы, методы и способы ее реализации разнообразны и определяются дидактическими задачами учебного процесса. Изложенный выше подход позволяет конструировать модельные задачи, содержание которых будет варьироваться в соответствии с юридической специальностью. При этом возникают методические трудности, связанные с тем, что возникающие в задачах по специальности зависимости имеют сложную природу. Следовательно, их надо адаптировать так, чтобы не изменились основные свойства модели.

Целью разработки и внедрения профессионально-ориентированных модельных задач является не только развитие умственных способностей учащихся, но и формирование интереса к учебному предмету, что позволяет актуализировать неожиданные ассоциации для более эффективного усвоения изучаемого материала; научить студентов владеть приемами обобщения и систематизации, которые способствуют совершенствованию математической подготовки в профессионально-ориентированной среде.

Таким образом, профессиональная направленность математической подготовки на юридических факультетах способствует активизации учебно-познавательной деятельности студентов, повышению качества усвоения математических знаний, расширению представлений о возможностях использования математических методов, поддержанию и развитию интереса студентов к будущей профессиональной деятельности, развитию профессионально значимых качеств личности обучаемых.

---

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ ВИЗУАЛИЗАЦИИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

Никитин А.А.

МГУ им М.В. Ломоносова, факультет ВМиК, nikitin@cs.msu.ru

## The computer visualization into the education process of mathematical analysis

*The work presents a new approach to the applications of information technologies in the teaching the course of mathematical analysis in universities. Report will show a few examples from the developed library of software modules and the web server of our project.*

В данный момент большую популярность и известность получили образовательные online-курсы. Много примеров которых можно найти на сайтах Coursera [1] или MIT OpenCourseWare [2]. К сожалению, большинство из предлагаемых online-курсов представляет собой internet-реализацию стандартных лекционных курсов: видео-записи лекций, текстовые записи, контрольные работы и ответы на них, экзаменационные вопросы. Нами было принято решение о недостаточной продуктивности данного способа предоставления знаний в условиях online-образования. Поэтому, предлагается реализовать несколько другой подход. А именно, создать библиотеку программных модулей визуализации: иллюстраций, последовательности чертежей, видео-материалов, java-апплетов и т.п. Примерами таких проектов могут служить, например, библиотеки Calculus with Applications [3], The d'Arbeloff Interactive Mathematics Project [4], или David Lippman's Graphing Tools [5]. Недостатком этих, безусловно, очень интересных материалов является некоторая "оторванность" их от реальных учебных курсов. Поэтому в дальнейшем нами планируется поместить наработанный материал в соответствующий образовательный контекст. В настоящий момент наиболее предпочтительным кажется формат статей, касающихся решения одной/цикла задач или утверждений из теоретического курса. Данные статьи по конкретным понятиям будут снабжены разработанными визуальными материалами. При обдуманном составлении плана статей, будет несложно создать из них автономный учебный курс, который будет помещён на специальный интернет-сайт.

Приведём далее несколько иллюстраций уже разработанных JavaScript программ.

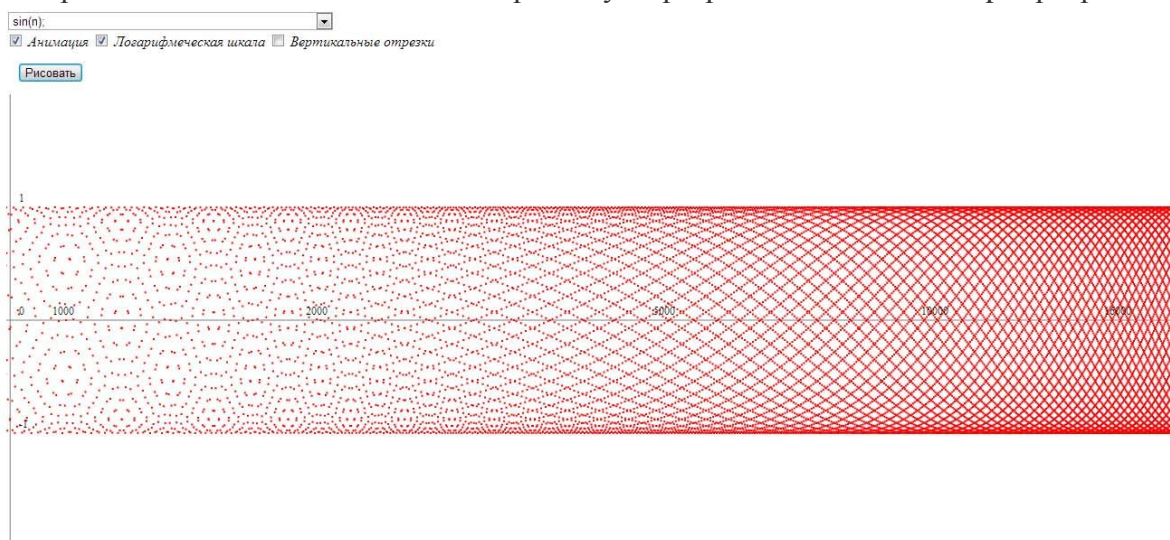
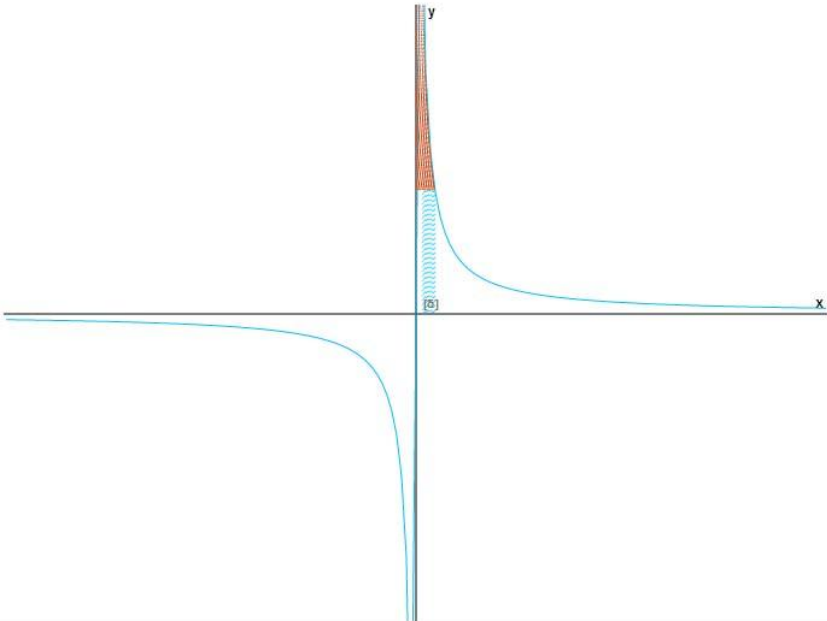


Рисунок последовательности  $x_n = \sin n$  в логарифмической шкале.

Определение равномерной непрерывности:

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \forall x_1, x_2 \in M \quad (|x_1 - x_2| < \delta) \Rightarrow (|f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon).$$


Начать показ

Пуск

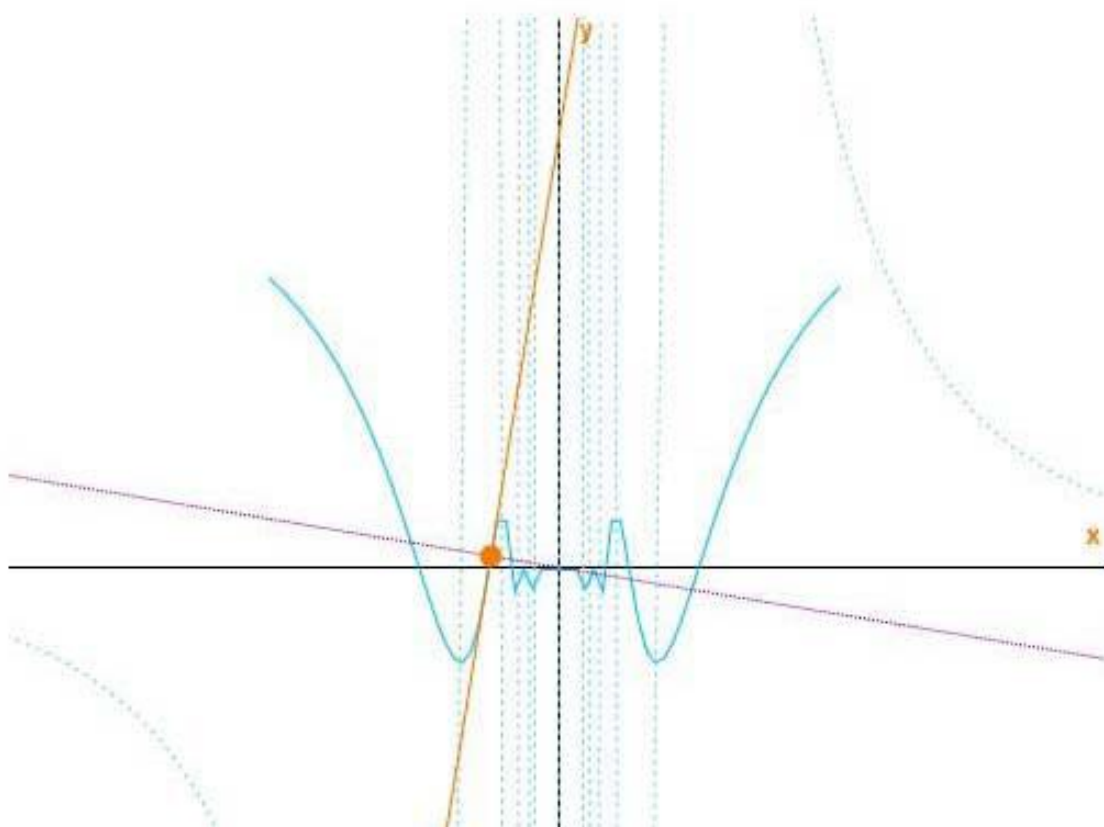
Быстрее

**Выберите функцию:**

- sin(x) - р.н.
- 1/x - не р.н.
- x - р.н.
- x<sup>2</sup> - не р.н.
- sin(x)/x - р.н.
- ln(x) - не р.н.

Демон

страция понятия равномерной непрерывности действительнoзначной функции.



Демонстрация понятий непрерывности, дифференцируемости и непрерывной дифференцируемости функции одной переменной.

$$S_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^{0.5 + \frac{1}{n}}}$$



Визуализация теоремы Римана о перестановке членов условно сходящегося ряда.

Философский подтекст этого проекта заключается в словах одного известного математика о том, что математика - самая что ни на есть опытная наука. Все важные и большие общие результаты появлялись после изучения большого числа *частных* примеров. Наша задача - создать для студентов "конструктор", который подводил бы их к более полному восприятию полученного материала. Для наглядности приведу следующие диаграммы. В данный момент происходит следующее:

**услышал/прочитал -> узнал и выучил доказательство -> принял на веру/запомнил**

Предлагается после "услышал/прочитал" дать студенту возможность собственными глазами *увидеть* выполнимость теорем/утверждений задач, а в предпочтении даже немного *покрутить в своих руках*. Это заставит человека *глубже поверить* в изложенное, что, безусловно, положительно скажется на качестве и длительности запоминания материала.

Кроме библиотеки анимированных статей, нашей группой ведётся разработка web-сервера для проекта, который призван обеспечить взаимодействие преподавателя и студентов на аудиторном занятии. Он будет включать в себя: конструктор лекций для преподавателя в виде WYSIWYG, который позволит динамически вставлять в текст слайдов разрабатываемые визуальные программные модули; показ лекции в виде динамически сгенерированной страницы; синхронный показ в режиме "чтения" для пользователей с ролью "студент" с автоматической прокруткой окна браузера вслед за действиями преподавателя; собирать статистику восприятия материала по ходу лекции, путём задания вопросов и сбора ответов на них, сгенерированных мобильными устройствами слушателей, и т.д.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1) Coursera.org <https://www.coursera.org/>
- 2) MIT OpenCourseWare <http://ocw.mit.edu/index.htm>
- 3) Calculus with Applications <http://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-013a-calculus-with-applications-spring-2005/tools/>
- 4) The d'Arbeloff Interactive Mathematics Project <http://web.mit.edu/edtechfair/projects/interactive-math.html>
- 5) David Lippman's Graphing Tools <http://dlippman.imathas.com/>

---

## ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ СОВРЕМЕННОГО ЭСТЕТИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ СТУДЕНТОВ В ВУЗЕ

Овчинникова А.Ж.

*Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,  
398055, г. Липецк, ул. Московская, д. 145, кв. 48  
e-mail dok54 @ mail.ru*

**Abstract.** The article discusses the main trends of the modern aesthetic development of students of the University, revealed its features are core competencies of artistic and aesthetic development of students. The article is of interest to students, lecturers, teachers and education workers. В статье рассматриваются основные направления современного эстетического развития студентов ВУЗа, раскрываются его особенности, определяются ключевые компетенции художественно-эстетического развития студентов. Статья представляет интерес для студентов, преподавателей вуза, учителей и работников народного образования.

Проблема эстетического развития студентов на современном этапе связана с развитием самосознания личности, её мировоззренческих взглядов и культурно-эстетических ориентаций в мире. Эстетическое развитие студентов является неотъемлемой частью формирования всесторонне развитой личности. Оно активизирует творческий потенциал студентов на основе образного и духовного постижения мира.

Однако исследование научно-теоретических и практических проблем эстетического развития студентов вуза выявило основные противоречия между необходимостью формирования личности, тонко чувствующей и понимающей прекрасное в природе, окружающей действительности, искусстве и неразвитостью эстетического вкуса у подрастающего поколения; между развитием творческих способностей студентов и погружением их в виртуальный мир, связанный с интерактивными и игровыми формами познания, оказывающие разрушительное воздействие на все психические процессы личности, что приводит к духовной слепоте, неумению почувствовать и осознать гармонию красок, форм, звуков всех граней многообразного мира, нежеланию общаться с лучшими произведениями мирового искусства. Разрешение этих противоречий позволяет определить сущность эстетического развития. Будучи социально-педагогическим феноменом, оно представляет различные смысловые блоки, каждый из которых характеризуется целью и предметом исследования. На современном этапе существует несколько точек зрения осмысления данного феномена.

**Первая точка зрения** базируется на понимании эстетического как чувственного познания мира (Н. И. Крюковский, И. Ф. Смольянинов), которое связано с ощущениями, восприятиями, представлениями, эмоциями

**Другая точка зрения** опирается на определение эстетики философами XVIII-XIX вв. как науки о прекрасном, то есть с позиций эстетического идеала. Эстетическое развитие студентов предполагает осознание богатейшего мира эстетических ценностей с позиций категорий прекрасного и безобразного, возвышенного и низменного, комического и трагического, драматического. Основной категорией эстетического является категория прекрасного, которая изучает прекрасное в искусстве и в жизни (Ю. Б. Борев, А. И. Буров, М. С. Каган).

**Третья точка зрения** (М. М. Бахтин, В. В. Бычков, В. Даль, А.Ф. Лосев, С.И. Ожегов, Л. П. Печко, П. А. Флоренский и др.) определяет категорию «эстетическое» с позиций выразительного. В основе данной категории лежат наиболее значимые для человека чувства, связанные с переживаниями ярких моментов его жизни и проявляющиеся в «выразительном,

говорящем бытие» (М.М. Бахтин), в интенциональности духовной жизни (Г.Гадамер). Различными аспектами понимания данного феномена являются: «выражение», «выражающий», «выражаемый», «выраженность». М.М. Бахтин полагает, что выразительное в эстетическом познании проявляется в реальных предметах, во внутренних состояниях эстетического существования человека, во внешних выражениях – деталях внешнего тела как эстетического явления [1]. Эти идеи созвучны А.Ф. Лосеву, который определяет эстетическое как выражение той или иной предметности, данной как самодовлеющая созерцательная ценность и обработанной как сгусток общественно-исторических отношений». [4]

Обобщая идеи данных авторов, Л.П. Печко приходит к выводу, что центральным стержнем в разработке данной точки зрения является определение природы выразительного и его отражения в сознании, деятельности, творчестве и культуре человека [7].

Таким образом, выразительное охватывает внешнее и внутренне состояние человека и проявляется во всех эстетических категориях. Через призму вышеописанных точек зрения эстетическое развитие с одной стороны, опирается на чувственную культуру студентов, с другой стороны, связано с эстетическими категориями, познаваемыми на основе эстетического идеала, с третьей стороны, раскрывается с позиций выразительного понимания эстетических объектов, по-разному преломленных в эстетических категориях.

Выразительное в эстетических категориях связано с использованием символики искусства, осознание которой происходит в связи со своеобразием, природных и социальных условий, культурных традиций и художественных средств: цвета, линии, формы, движения, образов, смыслов.

Например, цвет как символ во всём его многообразии вызывает желание воспроизвести в рисунке множество оттенков, позволяющих с позиций эстетических категорий передать различные ощущения. Интересны ассоциации, которые возникают при характеристике цвета «броцанный» в русском народном искусстве. *Это оттенок красного, он буряковый, как борщ и шероховатый, как забор. Он тяжёлый, густой, как роца* [5; 6].

**Понимание студентами выразительности цвета у М.М. Пришвина выступает как одно из эстетических качеств личности. Цвет обращён к различным поэтическим образам и характеризует различные аспекты эстетических категорий и «вызывает множество оттенков и контрастов.**

*Так голубой цвет имеет несколько значений. Отец оставил Курымушке голубых дроздов – символ несбыточного счастья, страх у Курымушке также окрашен в голубой цвет, голубой цвет становится признаком счастья и нравственного освобождения.*

*Желтый воспринимается как цвет разлуки с матерью. От него «веет холодом и тоской». «Березки кладбищенской рощи стали желтеть, и это как-то сошлось с желтой холодной антоновкой в крепкой росе. Все свое деревенское стало неизъяснимо прекрасным и утраченным навсегда»[9].*

Цвет передает точные портретные зарисовки природы, эмоциональные состояния и является духовно-нравственным средством становления личности. Это относится и к другим средствам выразительности.

Таким образом, символика искусства связана с многозначностью, изобразительностью, смысловой ёмкостью художественного образа, рассматриваемых с позиций выразительности эстетических категорий.

**Четвёртая точка зрения** связана с соотношением эстетического, творческого и художественного в познании мира (А. Ф. Лосев, А. Ф. Афанасьев).

*Эстетическое* проявляется в стремлении к гармонии, мере, совершенству, порядку, равновесию, единству содержания и формы. Оно характеризуется созерцанием, статичностью и завершённостью образа. По мнению А. Ф. Лосева, эстетическое представляет собой структурирование хаоса [4].

*Творческое* же предполагает изменение равновесия и тяготеет к разрушению порядка, хаосу, изменению, постоянному преобразованию действительности.

*Художественное*, по мнению А.Ф. Яфальян, выступает как одновременное слияние творческого и эстетического и связывается, прежде всего, мастерство высшего класса.[9]. Данные понятия взаимосвязаны между собой, хотя стержневым является понятие «эстетическое».

В контексте анализа вышеназванных точек зрения, показателями эстетического развития студентов являются: а) уровень эстетического художественного и творческого познания действительности; б) характеристика их эстетической деятельности, направленной на осмысление выразительности определённых сторон объектов; в) эмоционально-эстетическое отношение к миру; г) выразительность интуитивно-эстетической ситуации. Рассматривая эстетическое развитие студентов как целенаправленный процесс формирования творчески активной личности, способной с позиций восприятия, понимания и оценки эстетических категорий в жизни, природе и искусстве, мы выделяем следующие **особенности** данного феномена.

**Первая особенность** — это специфика восприятия, осмысления, оценки объектов с эстетических позиций.

**Вторая особенность** — образное описание мира. Объект требует при описании ярких эпитетов, сравнений, олицетворений, ассоциаций. Например, К. Чюрленис пишет: «Ночь светлая, настроение тоже просветленное, небо опутано зеленоватым туманом, словно заткано серебряной паутиной. Кое-где звезда, будто заблудившаяся, попавшая в сети мушка трепещет золотыми крылышками»[5].

**Третья особенность** — объект всегда конкретен, для художника важен именно «эта роза», именно «этот камень». Их образ неповторим и субъективен.

**Четвёртая особенность** — большое значение приобретает одухотворённое, очеловеченное бытие, связанное с воображением и фантазией.

**Пятая особенность** — в эстетике важен нравственный смысл, поиски Истины, Красоты и Добра.

**Шестая особенность** — в эстетическом воспитании важна недоговоренность, недосказанность образа [7].

С позиций вышеназванных особенностей в эстетическом развитии студентов важно учитывать многоплановость конкретности, одухотворённости, неповторимости, субъективности восприятия, оригинальности и выразительности образа. Их понимание связано с содержанием основных направлений эстетического развития студентов в соответствии с ФГОС в учебной и внеучебной деятельности и рассматривается нами в связи с личностными, регулятивными, познавательными и коммуникативными учебными действиями [10].

**Личностные** универсальные учебные действия связаны с формированием мотивации к изучению эстетических явлений в природе, действительности и в искусстве; с актуализацией личностных смыслов и ценностей в процессе осмысления эстетических категорий с позиций выразительности, с отношением студентов к событиям и явлениям окружающего мира.

**Регулятивные** универсальные учебные действия связаны с *целенаправлением (постановка конкретной цели эстетического развития личности в учебной и внеурочной деятельности); планированием деятельности по формированию эстетического восприятия, эстетических чувств, мотивации, эстетического мышления, творческой деятельности и культуры студентов вуза; прогнозированием результата, основанного на постижении идеи и содержания произведения искусства.*

**Познавательные** универсальные учебные действия студентов предполагают осведомленность о фактах, видах, жанрах, стилях, средствах выразительности, символах литературного, музыкального и изобразительного искусства; овладение навыками смыслового понимания художественных текстов в соответствии с целями и задачами, познавательным интересом к изучению искусства, эстетическими чувствами, умениями и навыками, характерных для определённых видов искусства.



**Коммуникативные** связаны с умением вести диалог, понимать позицию автора и героя, доносить свою позицию до других.

Формирование универсальных учебных действий (УУД) у студентов в системе эстетического развития осуществляется по **нескольким направлениям**.

Формирование УУД в системах Д. Б. Кабалевского и Б. М. Неменского связаны с формированием эстетической культуры, высокого эстетического вкуса, музыкальной и художественной грамотности. Д.Б. Кабалевский строит систему на 3-х китах (песне, танце, марше), которые в его системе постепенно перерастают в «песенность», «танцевальность» и «маршевость». Б. М. Неменский опирается на элементы художественной культуры и основывается на трёх основных видах художественной деятельности: конструктивной, изобразительной, декоративной. Они являются основой для интеграции всего многообразия видов искусства. На основе этих видов деятельности решаются задачи развития интереса к внутреннему миру человека, способности осознавать своё внутреннее состояние, свои переживания.

Г. С. Альтшуллер, А. А. Мелик-Пашаев делают акцент на развитии воображения и творчества с применением заданий ТРИЗа (Теория решения изобретательских задач).

В.С. Библер, М.М. Бахтин, Г. Н. Кудина, З. Н. Новлянская, делают акцент на понимание смысла и значения образа в процессе диалога между автором, слушателем и критиком, а также осознание эмоциональных характеристик произведений.

Ю. М. Лотман, А. Ф. Лосев, Н. Г. Салмина развивают эстетическое восприятие и творчество личности на основе усвоения символов, способствующих пониманию многозначности смыслов.

В. И. Ражников делает акцент на интуитивное бессознательное понимание образа.

И. В. Кошмина, В. В. Медушевский в основу музыкально-эстетического воспитания положили религиозную культуру, цель которой ввести личность в мир духовной музыки, приобщить к новому для них пласту музыкальной культуры как к средству эстетического воспитания. Их программы основываются на двух основных принципах: 1) принцип параллели духовной музыки и музыкальной классики, а также народного музыкального творчества; 2) принцип комплексного введения духовной музыки в единстве со всеми направлениями религиозного искусства и русской истории.

В процессе формирования универсальных учебных действий (УУД) в образовательном процессе вуза используются следующие **методы обучения**:

*дидактические* (репродуктивные, словесные, наглядные, практические); проблемные, частично-поисковые, творческие;

*логические* (сравнение, сопоставление, анализ, обобщение, классификация); *моделирования* (моделирующие игры, методы пластического интонирования (Н. Збруева, Е. Конорова, М. Румер), метод цветового моделирования, эмоциональная драматургия (Э.Б. Абдуллин) и др.;

*стимулирования художественно-эстетической деятельности*: осознания личностного смысла произведения с позиции слушателя, исполнителя, художника, критика; проектные методы (*подготовка докладов с презентацией, подготовка творческих проектов*).

**формы:**

- инновационные формы (информационный лабиринт, анализ конкретных ситуаций, кейс-метод, игровое проектирование, программно-ролевой метод, мастер-класс и другие)
- *формы контроля и оценки знаний* (тестирование, контрольные работы, викторины);
- *внеучебной деятельности* (творческие конкурсы, фестивали, самостоятельная работа);

**средства:**

- 1) *общепедагогические* (учебная программа, учебные пособия, учебники);

2) *методические* (вербальные и невербальные, наглядные, видеообучение, компьютерные, телекоммуникационные);

3) *специфические для каждого искусства* (инструменты, ТСО, фонотеки), обеспечивающие эффективность воздействия видов искусства на эмоциональную, познавательную, мотивационную, коммуникативную, творческую сферы личности.

Исходя из вышеизложенного, следует:

1. Полноценное эстетическое развитие студентов вуза требует глубокого осмысления основных направлений, связанных с пониманием чувственной культуры личности, постижением эстетических категорий с позиций выразительного, соотношением художественного и творческого в эстетическом познании мира.

2. Особое внимание в процессе эстетического развития студентов уделяется формированию личностных, регулятивных, познавательных и коммуникативных универсальных учебных действий, позволяющих эффективно управлять процессом на разных этапах духовного становления личности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бахтин, М.М. Автор и герой. К философским основаниям гуманитарных наук / М.М. Бахтин. – СПб, 2000.
  2. Бычков, В. В. Эстетика / В. В. Бычков. – М., 2006.
  3. История красоты / Под ред. Умберто Эко / Пер. с итал. А. А. Сабашниковой. – М.: 2005.
  4. Лосев, А. Ф. Проблема символа и реалистическое искусство / А. Ф. Лосев. – М., 1976.
  5. Овчинникова, А.Ж. Понимание младшими школьниками символики искусства / А.Ж.Овчинникова // Психология образования в поликультурном пространстве. – Т.1, №1.-Елец, 2010.- С.42-50
  6. Педагогика: учебник. – на болг. языке / Под ред. В.П. Кузовлева, А.Ж.Овчинниковой, Л.З. Цветановой-Чуруковой. – Благоевград, ЮЗУ им. Н. Рильски (България). – ЕГУ им. И.А.Бунина (Россия). – 2010.– С. 139-150.
  7. Печко, Л. П. Выразительность эстетики природы и культура личности / Л.П. Печко – Ульяновск, 2008.
  8. Пришвин, М. М. Собр. соч.: в 6 т. / М. М. Пришвин. – М., 1957. – Т.5.
  9. Яфальян, А.Ф. Теоретический аспект эстетического, художественного и творческого отношения детей к миру // Гносеологические аспекты образования и художественная культура. – Елец: ЕГУ им. И.А.Бунина (Россия) - Благоевград: Юзу им. Н. Рильского (България), 2013.
-

# САМООБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ СТУДЕНТОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ И ИНДИВИДУАЛИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Ольнева А.Б.

*Московский государственный университет путей сообщения*

*e-mail:a.olneva@gmail.com*

This paper considers the important property of self-educational activity of students in learning and its connection with the individualization of independent work.

На каждом историческом этапе развития общества была и остается актуальной проблема самообразовательной деятельности личности.

Сейчас в системе высшего образования проблема организации самообразовательной деятельности студентов является одной из ведущих. Ибо в условиях перехода на государственные стандарты третьего поколения самостоятельная работа студентов имеет особое значение в образовательном пространстве. Актуальность рассмотрения этих проблем обусловлены существующими противоречиями между: возрастающей потребностью в непрерывном самообразовании студентов и недостаточной проработанностью методологических подходов к организации самообразовательной деятельности обучающихся в высшей школе; необходимостью модернизации подходов к организации самообразовательной деятельности студентов в процессе изучения учебных дисциплин и действующей ныне традиционной практикой организации учебного процесса.

Следует заметить, что значение самообразовательной деятельности студента при обучении в высшей школе возрастает в связи с ускорением процесса устаревания знаний. По исследованиям экономистов ежегодно происходит обновление 5% теоретических и 20% профессиональных знаний, необходимых обучающемуся, через три года происходит «полуразпад компетентности» (устаревает 50% информации). Согласно требованиям ФГОС ВПО объем самостоятельной работы в общей трудоемкости дисциплины составляет не менее 50% отведенных на изучение дисциплины. Формирование личности, обладающей высоким уровнем направленности на самообразование и саморазвитие, обеспечивает переход к высокотехнологическому информационному обществу, способствует экономическому и социальному прогрессу, содействуя росту благосостояния.

Огромную роль самообразующая деятельность обучающихся играет в организации математического образования в учебных учреждениях всех уровней. Среди ключевых идей в тексте Концепции развития математического образования в России есть такие: математика является важным элементом национальной культуры, национальной идеи, предметом нашей гордости и конкурентным преимуществом России; в современном обществе каждый гражданин должен обладать необходимой математической компетентностью, формирование которой – задача образования; информационная, цифровая цивилизация, экономика, основанная на знании, требуют новых видов и уровней математической грамотности, культуры и компетентности от профессионалов; различные сегменты математического образования важны и взаимно необходимы.

Самообразование, осуществляясь в основном без детального руководства извне, является индивидуальной самостоятельной познавательной деятельностью по овладению знаниями. Самообразовательная деятельность, как и всякая другая деятельность, содержит такие компоненты как: мотивационный, целеполагающий (ориентировочный), процессуальный, организационный, энергетический, оценочный. Для самообразовательной

деятельности характерно наличие интересов и познавательной потребности. Побуждающим моментом к самообразовательной деятельности служит изменение человека к себе и к своей деятельности, вера в способность выйти за пределы заданных параметров и творчески изменить себя. Наблюдая и анализируя самообразовательную деятельность обучающихся, отмечаем, что самообразовательная деятельность выполняет следующие функции: экстенсивную (приобретение нового), компенсаторную (борьба с недостатками обучения, ликвидация «белых пятен»), саморазвития (совершенствование своего сознания, памяти, мышления и т.п.), коммуникативную (установление связей между науками и учебными дисциплинами), методологическую (преодоление профессиональной узости мышления, умение достроить картину мира), сотворческую (умение развивать творческое направление), психологическую (сохранение чувства причастности к красотам мира), геронтологическую (умение держать связь с миром и через это понятие сохранять жизнеспособность своего организма).

Важным свойством каждого обучающегося является способность к самообразовательной деятельности. Различные подходы обучения молодого поколения (деятельностный, компетентностный, личностно-ориентированный и др.) выдвигают на первое место не информированность студента, а умения решать проблемы, возникающие в познании и объяснении явлений действительности: освоении современной техники и технологии; взаимоотношениях людей, оценке собственных поступков; рефлексии жизненных проблем; самоорганизации себя, выборе стиля и образа жизни; разрешении конфликтов. Самообразовательная деятельность управляется внутренними мотивами, выходящими за рамки учебных задач. Однако считается, что обучить самообразовательной деятельности студента нельзя.

Умение самообразовательной деятельности обучающийся приобретает сам, находя и апробируя различные модели поведения в конкретной предметной области, отбирая из них те, которые соответствуют его индивидуальному стилю, притязаниям, эстетическому вкусу и нравственным ценностям. Самообразовательная деятельность выступает в качестве сложного синтеза когнитивного, предметно-практического и личностного опыта, ее нельзя сформировать, давая обучающему учебное задание или включая его «в деятельность», студенту самому следует пройти последовательность ситуаций, близких к реальности и требующих от него все более компетентных действий, оценок, рефлексии приобретаемого опыта. Природа самообразовательной деятельности такова, что являясь продуктом обучения, она не прямо вытекает из него, а является следствием саморазвития студента причем не столько «технологического», сколько личностного роста, целостной самоорганизации и синтеза своего деятельностного и личностного опыта. При этом профессиональная деятельность человека не предопределена на весь период его профессиональной карьеры, она предусматривает необходимость непрерывного образования, процесса постоянного повышения своей профессиональной компетентности.

Следует заметить, что самообразовательная деятельность студента бакалавриата и магистратуры с позиций деятельностно-компетентностного подхода проявляется как способность индивида в различных формах: высокая степень умений, способ личностной самореализации (привычка, способ жизнедеятельности, увлечение); некий итог саморазвития личности, форма проявления индивидуального стиля учебно-познавательной деятельности. Овладевая каким-либо способом деятельности, обучающийся получает опыт присвоения деятельности, формируя свой персональный ресурсный пакет.

Отметим, что формирование самообразовательной деятельности возможно при включении студента в такой вид учебной деятельности, которая моделировала бы условия высокоэффективной профессиональной деятельности. Стандарты третьего поколения ставят перед педагогическими коллективами нелегкие задачи по формированию самообразовательной деятельности в связи с уменьшением аудиторной нагрузки, выделяя половину учебного времени на самостоятельную работу студента (а для этого нужна хорошая методическая поддержка и мониторинг), требуя проведение занятий в интерактивной форме, не менее 20 % учебного времени. В связи с этим каждый студент должен иметь доступ ко всем учебным материалам, в том числе и для самостоятельной работы.

В основе самообразования лежат способы деятельности, личностные установки, качества и умения: ставить цели, определять средства и способы ее достижения, понимать значение поставленной цели; использовать уже приобретенные и производить новые приемы внутреннего стимулирования самообразовательной деятельности; расширять личностные образовательные интересы и потребности. Роль самообразования в жизни личности и общества определяется присущими ей социальными функциями, которые реализуются в их единстве и позволяют оптимально решать перспективные, долгосрочные, краткосрочные, ситуационные и единичные общественно и индивидуально значимые задачи. Важнейшим условием самообразовательной деятельности считаем укрепляющуюся у обучаемого привычку к систематическому умственному труду, складывающуюся очень трудно и медленно.

Следует отметить принципиальное отличие самостоятельной работы и самообразовательной деятельности, учитывая основания индивидуализации самостоятельной работы студентов. Это - степень субъектности, готовность к выполнению делегированных функций преподавателя, желание применять полученные знания и умения на практике, наличие опыта работы по специальности.

Реализация процесса индивидуализации самостоятельной работы, происходит с помощью таких средств, как: диагностическая карта студента; индивидуальный маршрут самостоятельной работы по освоению дисциплины; график выполнения внеаудиторной самостоятельной работы; разработанные задания разного уровня сложности для самостоятельного выполнения.

Прохождение индивидуального маршрута самостоятельной работы, под которым мы понимаем представление студента о его собственном продвижении в рамках самостоятельной работы, принципиально меняет функции и содержание деятельности участников учебного процесса – преподавателя и студентов. Педагог должен представить ему такие возможности: выбор оптимальных форм и темпов обучения; применение тех видов самостоятельной работы, которые наиболее соответствуют индивидуальным особенностям обучаемого; рефлексивное осознание полученных результатов, осуществление оценки и коррекции деятельности. Индивидуализация самостоятельной работы студентов находится в зависимости от подготовленности к ней самого преподавателя. Среди типичных затруднений педагогов отмечают: создание системы диагностики, анализ и коррекция учебных возможностей студентов; конструирование индивидуальных заданий, методика контроля. Следует учитывать, кроме того, разный уровень подготовки студентов и низкое дидактическое оснащение учебного процесса.

---

# ИНТЕГРАЛЬНЫЙ ПОДХОД К ОПТИМИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ВУЗАХ

Паршина С.В.

*Южно-Уральский государственный университет,  
454000 Россия, г. Челябинск, пр. Ленина 76, (351)2679350  
ssvetik15@yandex.ru*

Abstract. The article presents an integrated approach to the optimization of mathematical education in universities. Given directions to the characteristics of the pedagogical model of the system of mathematical competence, as disclosing the process of the formation of human culture specialist, prepared for the use of mathematics in modern conditions of production and life of society in General and used in the development of educational programs in the sphere of higher professional education. Optimization of the educational systems on the basis of an integrated approach is understood as a dialectic synthesis of control impacts on the one hand, giving properties of the integrity of the system of competences and the whole teaching and learning process, and on the other hand, as well as the establishment of cross-disciplinary ties in various spheres of educational and professional activities with a third party. Property integrity of the education system is characterised by its state of equilibrium. The system of mathematical education equilibrium is understood not only stable and orderly flow of all processes in the education system with timely correction of control actions, but also for properties that are conducive to organic growth of the level of mathematical culture of professional personality, culture of its activities in different areas of life and his professional maturity. The state of equilibrium is achieved by reallocating stabilizing and developing the elements inside the system components and process optimization as a dialectic synthesis a whole is done by combining the various stages of the development of educational systems and integration of mathematical knowledge in adjacent areas of activity.

Проблемы высшего профессионального образования на современном этапе развития общества обуславливают необходимость поиска и создания таких технологий, которые позволили бы наряду с эффективной подготовкой специалистов, проводить мобильную реорганизацию учебного процесса, сохраняя при этом стабильность и развивающий характер процесса образования. Особое значение в современных условиях жизни приобретает формирование у будущих специалистов профессиональных знаний, умений и навыков в соединении с психологическими свойствами и качествами личности, создание интегральной общечеловеческой системы ценностей, потребностей в развитии и стремлении к внутреннему росту. Основополагающими концепциями в исследовании проблем и решении задач в процессе разработки и управления образовательными системами выступают: системный подход (А.Н. Аверьянов, В.С. Тюхтин, Н. Луман и др.), современная концепция математического образования, оптимизационный подход в образовании (Ю.К. Бабанский, Я.А. Микк и др.), деятельностный подход к развитию личности (А.Н. Леонтьев и др.), теория развивающего обучения (Л.С. Выготский, Л.В. Занков и др.). В качестве основных документов используются «Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования», Концепция математического образования.

Разработка программ математической подготовки ведется на основе компетентностного подхода во всесторонней взаимосвязи предметных направлений различных циклов и психолого-педагогических аспектов развития личности и профессиональной зрелости специалиста. В любом человеке изначально заложена потребность меняться. Эта потребность обусловлена самой жизнью и является глубинной природной потребностью человека. Человек всегда стремится к изменению (развитию) своего внутреннего состояния. С другой стороны, в любом человеке заложено внутреннее

сопротивление к изменению, то есть тяга к устойчивости (стабильности), к сохранению устойчивого состояния. Эти две потребности создают потенциал для развития. В процессе образования необходимо осуществлять предметное выражение этих двух потребностей и удовлетворять их обе одновременно. Развитие стремления к развитию и познанию выступает в качестве необходимой и важной педагогической задачи на современном этапе развития общества в целом. Человек должен учиться создавать внутри себя желания и стремление к развитию и познанию. Необходимость обеспечения условий для решения соответствующей педагогической задачи неизбежно приводит к тому, что систему образования необходимо создавать на основе принципа оптимизации [2].

Процесс оптимизации обеспечивается таким образом, что отдельные компоненты образовательных систем перераспределяют внутри себя стабилизирующие и развивающие функции. Так, если в некоторый момент времени какой-либо компонент образовательной системы перестает нести развивающее воздействие, на него накладываются функции стабилизации. И, аналогично, в тот момент, когда какой-либо компонент системы начинает угрожать стабильности, он должен быть переведен на развивающие направления либо исключен (заменен). Другими словами, между компонентами системы образования должна быть организована интегральная взаимная поддержка – развивающие составляющие одного компонента должны перекрываться стабилизирующими частями другого.

Можно сказать, что свойство целостности системы образования характеризует ее состояние как равновесие [1]. Это означает, что система образования всегда остается жизненной, функциональной. Образовательная система является развивающей и развивающейся, а также контролируемой и корректируемой в зависимости от уровня реализации своих качеств и свойств. Являясь общественной системой, система образования функционирует таким образом, что наблюдение за системой происходит изнутри ее самой. Под равновесием системы будем понимать ее функциональную целостность, то есть не простое осуществление всех функций системой, а еще и своевременную ее внутреннюю реорганизацию.

Для успешной организации и эффективного функционирования образовательной системы необходимо выделять в ней развивающие и стабилизирующие элементы во всех компонентах и на всех уровнях систематизации (структурирования) и развития системы. Такая необходимость обусловлена тем, что образовательные системы это, в первую очередь, общественные системы. В связи с этим, важно отметить свойство коммуникации образовательной системы как внутреннее, обусловленное общественной природой самого процесса образования [6].

Образовательная система в этом смысле выступает как необходимое для жизни человека средство, помогающее человеку жить и меняться нужным определенным образом в соответствии с закономерностями развития не только самого общества в целом, но и законами природы. Развивать стремление человека к развитию и гармоничному взаимодействию с природой, другими людьми и обществом в целом – это одна из наиболее важных функций системы современного образования.

В практику создания и управления образовательными системами внедряется компетентностный подход. Формализовать педагогические процессы и строить педагогические модели не просто, но именно компетентностный подход в педагогике очень хорошо высвечивает всевозможные аспекты системы образования на предмет оптимального управления и обеспечения условий представления системы в стадии целостности. То есть, компетентностные педагогические технологии целесообразно строить на основе принципа оптимизации.

Особую роль в компетентностном подходе занимают идеи конструктивизма как теории восприятия, познания и знания. Психологические аспекты восприятия действительности человеком раскрываются в работах Ж. Пиаже. Так, в основе идеи конструктивизма лежит то обстоятельство, что знания, ценности, интеллект, мышление не передаются человеку извне, а структурируются внутри самого человека. Процесс восприятия

не отражает никакой действительности, но человек конструирует свою относительную и субъективную реальность.

В этом смысле компетентностный подход отражает внутреннее становление личности специалиста, профессионала в определенной области деятельности. Поэтому современное образование целесообразно представлять как переход от знания к компетентности, которая может быть выражена через компетенции.

Систему компетенций можно представлять как своеобразную целостную интерпретацию педагогической модели системы образования. При этом любую компетенцию можно характеризовать некоторым выделенным, определенным набором основных свойств, которые в разных жизненных ситуациях на всевозможных этапах и уровнях развития проявляются по-разному. Да и сами свойства, выраженные компетенциями, не являются статичными, а имеют динамичный развивающийся характер. Таким образом, в плане оптимального управления система компетенций характеризует (может характеризовать) всевозможные состояния процесса образования, а, значит, может функционировать эффективно. Возможность перехода системы компетенций из одного состояния в другое позволяет принять ее в качестве педагогической модели системы образования на современном этапе развития общества.

В соответствии с особенностями состояний профессиональных ситуаций общественных коммуникаций, компетенции целесообразно охарактеризовать в различных ипостасях как проявление функций выполнения тех или иных действий, создания, творчества и становления личности специалиста, по типу: делать, создавать, творить, быть. Форма той или иной компетенции представляется на основании выделенных в психологии нейробиологических уровней человеческой психики (делать, иметь, знать, быть способным, относиться – иметь отношение) [3].

При отборе компетенций для той или иной профессии и организации соответствующего образовательного процесса важно обеспечить всестороннее развитие личности будущего специалиста, придать процессу образования целостный характер и создать условия для гармоничной коммуникации в образовательной и общественной среде. Компетенции необходимо разрабатывать по следующим направлениям:

1. Постановка задач, которые необходимо решить и идея, образ, вдохновляющий на действие. Создание внутреннего настроя на решение необходимых профессиональных задач и внутреннее осознание роли математики для профессиональной деятельности.
2. Эталон профессиональных действий и математическая культура, которые заложены в основу профессиональной активности и создают личностную готовность к работе, к выполнению специалистом своих профессиональных обязанностей.
3. Внутренняя опора на смысл профессии и понимание роли математики в достижении профессионализма специалистом в целом.
4. Профессиональная взаимовыручка, ориентация на положительный результат. Гармоничное протекание процесса профессиональной деятельности с использованием математических знаний.
5. Профессиональная иерархия. Осознание меры самостоятельности и подчиненности, достижения в освоении и применении математических знаний, проявление профессиональной воли и логики действий гармоничного сотрудничества.
6. Качество профессиональной деятельности. Извлечение сознательного опыта от применения математики в профессиональной деятельности, стремление к гармонии в работе, вдохновение, свобода действий.
7. Получение практического результата от использования математики в профессиональной деятельности. Культивирование совпадений личностных потребностей и потребностей общества. Общение с коллегами по работе,



союзниками, единомышленниками, создание окружающей ситуации, располагающей к успеху и достижениям.

8. Воплощение результатов освоения математики в жизнь общества, в окружающий мир. Правильное отношение к успеху, к славе, торжество позитивных желаний, совпадающих с потребностями и желаниями других членов общества.
9. Внутренний рост в результате профессиональной деятельности, способность применять математику в реальной профессиональной деятельности, реальное осознание профессиональной деятельности как возможности и способа внутреннего роста.
10. Выполнение профессиональных обязанностей с умением применять математику, внутренняя и внешняя дисциплина, профессиональная и общечеловеческая этика.

В своей совокупности представленное содержание компетенций единого банка наиболее полно характеризует процесс становления человека – специалиста, способного эффективно жить работать и развиваться как личность в современных условиях развития общества, экономики и производства. Кроме этого, компетенции единого банка довольно хорошо взаимосвязаны между собой. Они образуют некоторый разрез системы образования и могут быть определены, проинтерпретированы на различных уровнях понимания и осознания, в том числе и на уровне освоения математики [8].

Дадим характеристику взаимосвязей между компонентами системы выделенного единого банка компетенций. Так, первые шесть компетенций представляют собой личностные внутренние возможности освоения математики и профессионального оценивания ситуаций, переживания и основу для профессиональной деятельности человека. По существу эти компоненты несут в себе основу, создающую свойство целостности системы компетенций как проявление равновесия.

При этом второй, третий и шестой компоненты обеспечивают воплощение в жизнь внутренних идеалов и математической культуры в профессиональном творчестве и устремлении человека к достижению этих результатов.

Первая четвертая и пятая составляющие обеспечивают возможность соотнесения математической культуры специалиста с эталоном профессиональной деятельности.

Седьмой, восьмой, девятый и десятый компоненты раскрывают поведенческие проявления психолого-эмоциональных аспектов профессиональной деятельности специалиста. Формируют разворачивание творческой деятельности современного специалиста в рамках производства и общественной жизни, отражают конкретные плоды освоения математики и реальную оценку профессионализма человека современного общества.

Компоненты первый, второй и третий отражают подсознательные механизмы профессионального поведения и значимость математики в профессиональной деятельности.

Четвертый, пятый, шестой, седьмой и восьмой компоненты характеризуют собственно процесс становления специалиста, развитие его математических способностей, показывают уровень его субъективной и объективной готовности к выполнению своих профессиональных обязанностей, отражают способность применять полученные знания и умения, осуществлять переоценку идеалов и ценностей в соответствии с новыми мировыми производственными технологиями. Показывают умение специалиста согласовывать личную волю и программу действий с общей социальной целью развития производственной ситуации.

Четвертая, пятая и шестая составляющие характеризуют уровень профессиональной инициативы специалиста, стремлений и желаний трудиться в выбранной производственной сфере, внутреннюю склонность к определенным ситуациям и мыслям, теоретическую подготовленность к использованию математики и других знаний, построение планов действий и то, как будет развиваться производственная ситуация и проходить взаимодействие с коллегами и сотрудниками.

Седьмой, восьмой и девятый компоненты оказывают влияние на практическую реализацию профессиональной деятельности, учитывают планы других участников производства, отражают логику производственной ситуации, позволяют осуществлять разносторонние и разно уровневые согласования математических знаний с другими сферами профессиональной деятельности, находить оптимальные и реальные действия, учитывают конкретную роль и воздействия общества.

Десятый компонент представляет результат профессиональной деятельности, логическое следствие производственных событий и возможность правильной реализации производственной задачи с использованием математики.

Практическая реализация приведенных теоретико-методологических основ оптимизации математического образования осуществляется в рамках разработки учебно-образовательных программ для подготовки специалистов гуманитарных направлений (психология, история, социология, политология) в Южно-Уральском государственном университете [5].

Особую роль и специфику приобретает формирование профессиональных знаний, умений и навыков у будущих специалистов в процессе отдельных предметных дисциплин (в частности речь идет о математике для профессиональной деятельности психологов). Математическая (естественнонаучная) подготовка специалистов гуманитарных направлений неизбежно сопряжена с трудностями процесса формализации научных знаний одной предметной области на уровень другого предмета. Основным условием, при котором применение математики в гуманитарных направлениях может дать полезный результат, является, прежде всего, разработка проблем самого гуманитарного направления. Сам по себе количественный анализ без выяснения качественной определенности изучаемых явлений ничего не дает. Но вместе с тем, математические методы позволяют преобразовать данные конкретной науки в форму, удобную для теоретических построений.

Особенности профессиональной деятельности специалистов гуманитарных направлений заключаются в том, что специалист в этой области должен уметь выходить на концептуальный уровень мышления и осуществлять, так называемое, чувственное моделирование. В этом смысле, чтобы пользоваться математикой, ее надо уметь чувствовать.

Трудности методологического характера связаны с современным состоянием математики. Здесь следует отметить, что современная математика есть метод познания количественных, прежде всего, пространственных свойств и отношений объектов. Математика отвлекается от всех качественных свойств вещей и явлений. Поэтому, применение математики в гуманитарных сферах деятельности требует разработки и выявления некоторых «идеализированных» понятий в той конкретной области, в которой применяется математика.

Таким образом, при разработке программ по математике для осуществления учебно-образовательной деятельности на гуманитарных направлениях возникает задача балансирования терминологии на естественно – гуманитарном уровне. Это связано с необходимостью преодоления языковых, понятийных барьеров. Сложность осуществления взаимных переходов в рамках естественно-гуманитарного широкого понимания научного знания приводит к тому, что гуманитарные направления отказываются от изучения математики, а математика все больше и больше уходит к «горным вершинам абстрактной мысли».

Однако роль математики для гуманитарных направлений неопределима: математика – форма всеобщего знания, математика – средство управления внутренними психическими процессами, математика – средство анализа эффективности прохождения и управления различными процессами, в том числе и психическими.

Математика как форма всеобщего научного знания раскрывает разно уровневые ассоциации между математическими понятиями и понятиями из других областей. Поэтому, всегда можно построить изоморфизм математики и психологии, например. Математика как

средство управления психическими процессами означает, что, работая с математическими объектами, можно развивать (изменять, улучшать) психические процессы, состояния и свойства личности. Математика как средство анализа эффективности понимается так, что подтверждая, подкрепляя, психологию (гуманитарное направление) математикой, можно от количества переходить к качеству. Другими словами, можно осуществлять переход на новый качественный уровень развития в гуманитарном направлении, накапливая знания математики [4].

Поэтому изучение математики при подготовке специалистов гуманитарных направлений необходимо и важно. Стоит отметить, что на современном этапе развития профессионального образования при разработке условий проведения учебно-образовательного процесса важно отталкиваться не от самого научного предмета (математики), а обязательно нужно исходить из профессиональных задач гуманитарного плана. От профессиональной гуманитарной задачи к ее предметной математической обработке, интерпретации и, вообще, все предметные направления следует представлять как вытекающие из профессии. С другой стороны, важно учить студентов способам и возможностям интерпретировать математические знания и результаты решения математических задач на уровень профессиональной гуманитарной задачи, то есть учить приводить гуманитарную интерпретацию математических основ.

Можно определить основные типы задач, возникающие в профессиональной деятельности специалистов гуманитарных направлений. Среди этих задач выделены задачи: моделирование ситуаций (психологических, политических, исторических,...); построение методик и средств измерения различных параметров ситуаций (психотехника, социологические тесты,...); проведение гуманитарных исследований и обработка получаемой эмпирической информации. Различные предметные направления (в частности математика) призваны не просто раскрывать свои предметные специфические структуры, а, в первую очередь, формировать именно профессиональное мышление специалиста.

Так особенности изучения основ математики в процессе профессиональной подготовки специалистов гуманитарных направлений состоят в том, что студентам сообщаются не только математические знания необходимые и полезные в сфере профессиональной деятельности, но и развивается у них видение возможности представлять информацию на различных уровнях осознания (понимания).

Кроме этого у будущих специалистов развивается способность осуществлять переходы с одного уровня восприятия на другой. И не просто переходить с одного уровня на другой, а делать это осознанно. В процессе математической подготовки происходит развитие такого способа мышления, при котором человек, осваивая знания высшей математики, начинает еще и замечать различные тонкости, нюансы в сфере профессиональной гуманитарной дисциплины. Осуществляется хорошее взаимное увязывание естественного и гуманитарного аспектов научного знания необходимого для профессиональной деятельности. Другими словами, освоение предметных знаний (математики) способствует развитию у будущих специалистов еще и специальных профессиональных качеств, свойств гуманитарного плана.

Курс обучения строится таким образом, что в процессе освоения математики, студенты начинают работать над выданной им в начале учебной деятельности профессиональной темой. Изучение основ математики проходит при одновременной учебной и самостоятельной работе над профессиональной гуманитарной темой.

Весь процесс обучения разделен на небольшие этапы, в ходе которых осуществляется проработка содержательных единиц, дидактических модулей, представленных в виде отдельных структурных блоков. Каждый модуль включает в себя несколько лекций, практических занятий и деловую игру типа «мозговой штурм».

Так, например, осваивая дидактический модуль по математической статистике, в ходе лекций студенты накапливают теоретические знания по математическим методам обработки эмпирических данных и знакомятся с примерами их возможного применения. Теоретический материал и примеры рассматриваются на различных уровнях обобщения и

интерпретируются в различных аспектах. На практических занятиях проходит реальная проработка математической теории как за счет решения задач математического плана, так и задач с психологическим содержанием. Кроме этого студентам предлагаются задачи, связанные с обработкой массива абстрактных числовых данных и предлагается подобрать к этим данным реальную психологическую ситуацию. Разбираются и обсуждаются вопросы, связанные с формулировкой основных и конкурирующих гипотез. Осуществляется выявление и описание условий экспериментальной работы, подбор статистических критериев для решения психологической задачи, анализ ограничений на использование критерия. Проводится работа по сравнению нескольких критериев при использовании их для решения одной и той же задачи, выбора уровня значимости, проведения необходимых математических вычислений и формулировки вывода. Все шаги в решении задачи разбираются в движении от психологии до теоретических основ математики и наоборот. Работа по освоению всех дидактических модулей проходит на обобщенном естественно-гуманитарном уровне. В конце изучения каждого дидактического модуля проводится обсуждение профессиональных тем гуманитарного плана в аспекте математики и в форме деловой игры.

Также в ходе учебно-образовательного процесса проводятся контрольные мероприятия в форме тематического тестирования с использованием специально разрабатываемых для этой цели тестов [7]. В рамках самостоятельной работы студенты выполняют задания, которые являются составными частями больших профессиональных задач, работают над профессиональной темой и наряду с этим, отрабатывают математические аспекты профессионального гуманитарного знания. В заключении всего курса проводится деловая игра, в которой обобщается материал, изученный в работе над отдельными дидактическими модулями. Такой подход к организации учебного процесса позволяет рассмотреть предметные научные знания несколько раз на разных уровнях представления, в разных интерпретациях, в том числе и на уровне профессиональной темы. Отбор материала для изучения, составление заданий для практической и самостоятельной работы, организация учебно-образовательного процесса осуществляется на основе компетенций представленных для обеспечения эффективных результатов подготовки современных специалистов и отражаемых в учебно-образовательных программах третьего поколения. Реализация компетентного подхода осуществляется с использованием в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий. Проводятся деловые игры, разбор конкретных ситуаций, тренинги личностного и профессионального роста.

Подобная организация учебного процесса требует использования компьютерных технологий в образовании. Система дистанционного образования становится неотъемлемой частью образовательной системы. Другими словами, дистанционное образование может выступать не только как альтернативная форма обучения, но и быть его составной частью, входить как компонент в систему образования. Отметим, что в процессе только дистанционного образования без личного живого общения субъектов учебно-образовательной деятельности нередко теряется концептуальное начало как основа познания. Поэтому, целесообразно дистанционные формы обучения совмещать с обучением в рамках живого общения преподавателей и студентов в ходе учебно-воспитательного процесса.

В работе представлены теоретико-методологические основы разработки и управления образовательными системами. Выделена система общечеловеческих компетенций, в виде единого банка компетенций, которые могут быть приняты в качестве эталонов при разработке различных образовательных технологий. Начата работа, связанная с реальной практической реализацией целостного подхода, разработкой конкретных курсов и их методического обеспечения.

Особое значение имеет техническое обеспечение учебно-образовательного процесса с элементами дистанционного обучения. Производство слайдов, тестов, разработка систем

быстрого поиска информации – важная и необходимая часть процесса управления математической и профессиональной подготовкой будущих специалистов. Эти вопросы требуют своего решения. Для работы с использованием дистанционного обучения требуются не только преподаватели – специалисты предметных направлений, но и программные кураторы и операторы компьютерной техники. Особую роль приобретает и алгоритм в обучении и деятельность связанная с наполнением структурных единиц математическим и другим необходимым предметным содержанием.

Компетентностный подход в профессиональном образовании обуславливает необходимость тесного сотрудничества не только преподавателей по математическим дисциплинам, но и преподавателей других предметных направлений. В связи с этим, появляется необходимость в том, чтобы координировать их работу на предмет профессиональных задач, в которых интегрируются отдельные предметные направления. Для этого нужны специалисты-профессионалы с широким спектром предметно-научных знаний, способные применять эти знания в реальной профессиональной деятельности.

Интегральный подход как методологическая основа оптимизации образовательных систем способствует представлению структуры математических компетенций в единстве многообразия аспектов профессиональной деятельности и внутренних свойств личности специалиста. Он также отражает способ управления математической подготовкой специалистов на основе свойства целостности, позволяет организовывать процесс учебно-образовательной деятельности наиболее эффективным образом и дает возможность для своевременного реагирования и корректирования различных компонентов учебно-образовательного процесса и образования в целом. Компетентностный подход, идеи конструктивизма и проблемно-развивающего обучения в рамках интегрального подхода представляются в качестве инновационных педагогических технологий, которые целесообразно использовать при организации образовательных систем и их отдельных компонентов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Аверьянов А.Н. Системное познание мира: Методолог. Проблемы. - М. Политиздат, 1985. – 263 с.
2. Бабанский Ю.К. Оптимизация учебно-воспитательного процесса: Методические основы. – М.: Просвещение, 1982. – 192 с.
3. Выготский Л.С. Педагогическая психология/ Под. Ред. В.В. Давыдова.–М.:Педагогика-Пресс, 1996 –480 с.
4. В.И. Заляпин. Математическое образование как элемент общей культуры. /В кн. «Математика, Компьютер. Образование».Сборник научных трудов, вып.10, часть 1, Изд. РХД, Москва-Ижевск, 2003, С.54-64
5. Zalyapin V., Evnin A. Extramural student math competition./В кн. “The Ethos of the Academe Standing - the Test of Time”, Proceedings of the 10th International Conference on Contemporary Issues in Higher Education, Ariel University, Ariel, Israel, 2013, p.267-277
6. Луман Н. Общество как социальная система. Пер. с нем./А. Антоновский. М: Издательство «Логос». 2004 –232 с.
7. Паршина С.В. Особенности планирования эксперимента в психолого-педагогических исследованиях. – Теоретические и методологические проблемы современного образования: Материалы XIII Международной научно-практической конференции 29-30 июня 2013 г. / Науч.-инф. Издат. Центр «Институт стратегических исследований». – Москва: Изд-во – «Спецкнига», 2013.-с.197-199.
8. Parshina S.V. Quality Control of professional competency in higher education institution./ Science and Education: materials of the IV international research and practice conference, Vol. II, Munich, October 30th – 31st, 2013 / publishing office Vela Verlag Waldkraiburg – Munich – Germany, 2013. –с.183-187.

# ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ – ПРЕДИКТОР ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ КУЛЬТУРЫ

Печерская С.А.

*Университет Российской академии образования (Москва)  
115054, Россия, г. Москва, ул. Бахрушина, д. 13 кв. 10  
sa-pecherskaya@yandex.ru*

Abstract. The article discusses the problem of the transition of higher education in Russia from the old stereotypes to fundamentally new paradigms and strategies that require a radical revision of goals, values, principles and pedagogical educational technology. At the end this is an organization of such an educational environment that would promote activation of self-knowledge, reflection on their own experiences and, on the other hand, would include the active interpersonal interaction, that would allow to estimate the productivity of their "own" and "foreign" ways of acting, communicative models, systems based on accounting style of individuality future specialists. However, you must consider the fact that an objective or a different reality also changes personality, and therefore, within certain limits, can change style of personality. Accordingly, the change of style of individuality of identity goes through change of the human personality and human culture, which is very important for any professional career in terms of the formation of professionalism and professional culture.

Наш мир стремительно изменяется. Мы живем в мире экономически развивающемся, но теряющем духовность, культуру, нравственность. Современное сообщество организовано на широчайшем использовании цифровых технологий. Не вызывает сомнений тот факт, что построить устойчиво и динамично развивающееся сообщество могут только люди глубоко образованные, способные гибко и разумно реагировать на постоянные изменения, обладающие развитым чувством ответственности за свою судьбу и судьбу страны. Современное высшее профессиональное образование сегодня не может существовать в традиционном виде, ему требуется принципиальное обновление. Однако, переход высшего образования в России от старых стереотипов к принципиально новым парадигмам и стратегиям требуют коренного пересмотра целей, ценностей, педагогических принципов и образовательных технологий. Но, как не странно это звучит, проблема нашего образования состоит в том, что современные знания устаревают быстрее, чем мы успеваем их получить или хотя бы ознакомиться с ними. Процессы, происходящие сегодня в обществе, в науке и образовании, поднимают огромное количество проблем. Сколь бы полезным не был нормативный подход к таким частным целям, как выбор вуза, выбор специальности, программы обучения и т.п., он не обеспечивает достаточно глубокого знания ни психологических процессов, ни законов развития личности, ни условий культуры, которые его формируют. И тогда возникает вопрос, как же наиболее разумно подойти к проблеме развития современной личности в высшей школе?

Итак, в центре перестройки современного общества – человек, который не должен и не может быть пассивным продуктом социализации. В социуме постоянно возрастает интерес к индивидуальности человека, который ощущает острую потребность не только в познании самого себя, но и в понимании других. Глубокое понимание своего «Я», своей индивидуальности должно стать одной из главных составляющих образования личности. Образ мира в значительной степени определяет «парадигму жизни» конкретного человека, образ его собственной жизни. С одной стороны, он в определенной степени ситуативен и процессуален, но с другой стороны, этот образ концепции собственной жизни достаточно устойчив. Поэтому любое объяснение личностно-познавательного развития должно учитывать характер культуры, в условиях которой оно происходит. Так как культура представляет собой, помимо всего прочего, некоторую систему приемов, формирующих и усиливающих способности человека. И чем лучше каждый человек будет разбираться в себе,

своем внутреннем мире, в своих возможностях и способностях, тем более успешным он станет в своей жизни и профессиональной деятельности, более удовлетворенным собой и окружающими людьми. Его образ мира будет развиваться в процессе деятельности, возникая на стыке внутренних и внешних впечатлений, характеризоваться социальной и деятельностной природой, являться диалектичным и динамичным, а не неизменным и застывшим.

Актуальность и острота заявленной проблемы обусловлена тем, что сегодня в нашей стране уровень высшего профессионального образования не соответствует требованиям мирового сообщества в условиях глобальной информатизации и интерактивных технологий взаимодействия. Я хочу привлечь внимание к проблеме подготовки специалистов помогающих профессий, не смотря на актуальность обозначенных трудностей для всех заявленных специальностей высшей школы. Сегодня мы много говорим о том, что школе, вузу и любой профессиональной отрасли требуется целостный человек, активный деятель, преобразующий не только окружающий мир, но и самого себя. Однако, мы не хотим признавать, что требуемый уровень определяет чрезмерное психологическое и физическое напряжение личности, поэтому на выходе мы получаем человека-«трудоголика» с синдромом хронической усталости, отсутствием личной жизни, в лучшем случае, а в худшем – не возможностью иметь семью и детей. В свете такой не простой сложившейся социально-экономической ситуации и в связи с возникшими потребностями общество или, точнее, в некоторой части общества, осознается необходимость качественной профессиональной психологической помощи специалистам и населению для преодоления возникших трудностей. В противном случае мы получим саморазрушающее поведение личности, профессиональный тупик, депрессию и аддикцию. Поэтому вопрос о необходимом присутствии квалифицированных специалистов помогающих профессий (врачей, психологов, социологов и др.) в учреждениях и организациях самого различного профиля для работы с персоналом стоит очень остро, что выводит на первый план качественную подготовку специалистов требуемого профиля.

Необходимо уже давно обратить внимание на проблему подготовки специалистов в области психологии. Именно среди психологов непомерно быстро увеличивается армия «специалистов-дилетантов». Следовательно, повышение качества психологического образования становится основной задачей высшей школы и психологической практики. Для этого, на наш взгляд, необходимо изменить условия получения психологического образования в России. В данном случае речь идет о невозможности подготовки качественного специалиста-психолога в условиях заочной или очно-заочной формы обучения. В целях доказательства нашего утверждения мы провели исследование стилевых особенностей индивидуальности будущих психологов, получающих высшее образование в рамках различных форм обучения. Мы исходили из того, что стиль индивидуальности опосредован базовыми потребностями, поведением и сферой бессознательного субъекта (Г.А. Берулава. Стиль индивидуальности, 1996).

С точки зрения данного подхода стиль индивидуальности проявляется во всех сферах деятельности и поведения человека, воплощен в стратегии отношения к окружающему миру: обобщенностью образа мира, динамичностью образа мира и эмоциональной насыщенностью образа мира, из чего можно выделить стили индивидуальности на полюсах интегральности-дифференциальности и их подтипов (теоретического, деятельностного и эмоционального).

В эффективной профессиональной реализации психолога значительную роль играют его личностные качества, которые в русле гуманистического подхода должны характеризоваться эмпатийным, позитивным отношением к людям, коммуникативно-активной позицией, умением находить эффективные способы интеракций, пониманием чужой точки зрения и чужих эмоций. Главенствующее значение имеет самоактуализация психолога, стремление к развитию и совершенствованию собственной личности, высокая профессиональная культура.

Анализ полученных данных свидетельствует о том, что доминирующим оказался *интегрально-теоретический стиль* индивидуальности (42,5%), для студентов этой группы характерен низкий уровень социальной адаптации и интеграции в межличностных

отношениях; но высокая потребность в самоактуализации, творческая активность и ориентация на долгосрочное планирование «глобальных» целей; для стиля понимания присуще целостное восприятие объекта, при обобщении и систематизации информации не дифференцируется на различные аспекты и не имеет эмоциональной насыщенности.

Следующим по значимости оказался *дифференциально-деятельностный стиль* (15,8%), студенты данной группы отличаются низким уровнем социальной адаптации и интеграции, предпочитают работу с документами работе с людьми. Потребность в самоактуализации значительна, ориентирована на предметную деятельность и решение практических задач. При данном когнитивном стиле отмечается дифференциация нескольких равнозначных фрагментов в целостном образе без придания им эмоциональной окраски.

*Дифференциально-теоретический стиль* индивидуальности (10,5%) выявлен у студентов с низким уровнем социальной адаптации и интеграции, характеризуется слабой потребностью в самоактуализации, ориентированностью на краткосрочные цели, привычные способы решения задач, общепринятые стандарты. Для них не приемлемы новые взгляды и не желательна смена сфер деятельности. Стиль понимания характеризуется структурированием информации на несколько аспектов, без придания им эмоциональной насыщенности.

Вызывает интерес группа студентов с *интегрально-эмоциональным стилем* (10,5%), которые в межличностных отношениях демонстрируют высокий уровень социальной интеграции и адаптации, отличаются высокой потребностью в самоактуализации, ориентированы на деятельность в сфере социального общения, стиль понимания отмечает целостное восприятие образа с устойчивой эмоциональной окрашенностью.

Представленным у наименьшего количества студентов оказался *интегрально-деятельностный стиль* (5,2%). В межличностных отношениях студентов данной группы наблюдается низкий уровень социальной адаптации и средний уровень социальной интеграции, но при этом они испытывают высокую потребность в самоактуализации и достаточно активны творчески. Стиль понимания отличается целостным восприятием ситуации в динамичном развитии без тенденции к эмоциональной окрашенности.

К сожалению, в ходе эксперимента не были выявлены студенты с *дифференциально-эмоциональным стилем индивидуальности*. Тем не менее, именно этот стиль имеет огромное значение для нашего исследования, так как характеризуется такими важными и необходимыми для личности психолога показателями как: высокий уровень социальной интеграции и адаптации; сильная потребность в самоактуализации и ориентированность на деятельность в сфере социального общения; фрагментарным восприятием целостного образа с последующей системной проработкой и устойчивой эмоциональной окрашенностью.

Таким образом, согласно концепции стиля индивидуальности, желательными качествами для психолога являются: высокий уровень социальной интеграции и адаптации, сильная потребность в самоактуализации, эмоциональная насыщенность процесса понимания, что больше всего соответствует эмоциональному стилю индивидуальности на интегральном и дифференциальном полюсах. Работа психолога подразумевает работу с людьми, и очень важным является понимание и эффективное взаимодействие с другим человеком. Достичь более высоких результатов в профессиональной деятельности смогут психологи, обладающие комплексным стилем индивидуальности, при котором способ понимания ситуации и личностных особенностей другого человека является наиболее универсальным.

Интересующий нас комплексный стиль обнаружен у студентки, имеющей средне-специальное медицинское образование. Профессиональная специфичность внутри класса «помогающих» профессий, таких как: врач, медицинская сестра, психолог, определяет содержание стереотипов профессиональной активности как периферическое отражение образа мира, опосредованное коммуникативными условиями профессиональной



деятельности и предполагает наличие комплексного стиля индивидуальности для эффективной профессиональной реализации и успешности.

Нами были выявлены смешанные стили индивидуальности (считаются не сформированными) на полюсе Интегральность - студент пытается реализоваться в профессии юристконсультанта, на полюсе Дифференциальность - студентка начинает работать официанткой в ресторане. Студенты, обладающие смешанным стилем индивидуальности, только начинают реализовываться в профессии, их прямые профессиональные компетенции еще слабо сформированы, но, в тоже время, они пытаются постичь знания еще одной специальности – психолога, имея слабые представления о необходимом знании для успешной профессиональной реализации в этой области деятельности.

Таким образом, выявленные стили индивидуальности будущих психологов отличаются характеристиками в межличностном общении, стремлением и характером самоактуализации, эмоциональной насыщенностью познавательного процесса. Анализ профессиональной реализации каждого студента, выявленные стилевые особенности позволяют заключить, что у студентов-психологов очно-заочной и заочной форм обучения отмечается сформированный стиль индивидуальности, но имеющаяся профессия не требует от них развития стилевых особенностей для успешного выполнения деятельности. Одной из причин такого положения является то, что система высшего профессионального образования традиционно ориентирована на развитие сферы рационального сознания, делая преимущественно упор на вербально-теоретические технологии обучения. В связи с этим имеют место противоречия между требованиями общества к развитию личности, недостаточным качеством профессионального образования, социальной и профессиональной компетентностью. Своевременная рефлексия студентом характерного для него стиля индивидуальности является существенным фактором формирования его компетентностного потенциала в профессиональной и социальной сферах. Изменение стиля индивидуальности идет через изменение самой индивидуальности человека, важно при отборе на психологический факультет учитывать стиль индивидуальности абитуриентов, прогнозируя возможности реализации и успешности в профессии психолога. Желательным при выборе профессии психолога наличие среднего или высшего медицинского образования.

Сегодня можно говорить о единственно реальной форме обучения будущих психологов – очной форме обучения в течение пяти лет, завершающейся сдачей государственных экзаменов по общей психологии, психологии развития, педагогической психологии и специальной психологии. Далее обучение продолжается в рамках обязательной стажировки по специальности с профессиональным сопровождением (наставником-супервизором) в течение года после окончания вуза. Стажировка должна завершиться написанием исследовательской работы с последующей публичной защитой, обязательным представлением характеристики наставника (супервизора) о профессиональной деятельности молодого специалиста с видео записью фрагмента его непосредственной деятельности. Завершением базового этапа обучения по специальности психология будет присвоение квалификации и выдача диплома специалиста в области психологии.

В современном вузе необходимо создавать условия, стимулирующие развитие системы профессиональной подготовки психологов с учетом современных методологических платформ и основных направлений внедрения новых образовательных технологий; создания сертифицированной системы учреждений для прохождения практики; увеличения внеаудиторных форм работы; оптимизации психологического обеспечения профессиональной подготовки и другое. Дистанционное образование в подготовке психолога должно расширять возможности специализации, использоваться в программе повышения квалификации, проведения сессий, круглых столов, конференций и др. Но никогда не выступать как единственное базовое образование в подготовке специалиста. Форма получения образования обязательно должна указываться в дипломе специалиста. Важно формирование психолога как специалиста с достаточно широкими и сложными профессиональными характеристиками помогающей профессии, и тогда на первое место выступают уровень и характер развития индивидуальных стилевых особенностей личности

будущего специалиста. Профессионально значимые качества специалиста основываются не столько на критериях объема и полноты конкретного знания, сколько на готовности самостоятельно пополнять их, ставить и решать профессиональные задачи, вырабатывать критерии отбора наиболее эффективных из них. В подобной ситуации выросли требования к профессиональной культуре личности.

В то же время, удивляет и настораживает, что при разработке содержания и технологий профессионального обучения психологов не анализируются и, соответственно, не учитываются индивидуальные стилевые особенности личности студентов. Соответственно, одна из задач психологического образования – организация такой образовательной среды, которая бы содействовала активизации процессов самопознания, рефлексии над собственным опытом и, с другой стороны, включала бы в активное межличностное взаимодействие, позволяющее оценить продуктивность собственных и «чужих» способов действия, коммуникативных моделей, установок на основе учета стиля индивидуальности будущих психологов. Однако, необходимо учитывать и то, что объективная или иная реальность также изменяет индивидуальность, и, следовательно, в определенных пределах может изменить ее стиль. Соответственно, изменение стиля индивидуальности личности идет через изменение самой индивидуальности человека, его культуры, что очень важно для профессии психолога и других специалистов помогающих профессий, специфика которой состоит в ее инструментальной основе, составляющей личность самого профессионала.

В результате размышления о будущем высшего профессионального образования в России, становится понятным, что необходима глобальная интеграция усилий ученых и преподавателей для решения возникающих проблем в области создания новой культурно-образовательной профессиональной среды, обусловленной не только созданием электронного образовательного пространства, но и уважением к самой индивидуальности человека.

Таким образом, развитие системы высшего профессионального образования является неотъемлемой частью общей стратегии культурного развития государства и, в частности, выступает как прогностический параметр профессиональной культуры будущего специалиста.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Берулава Г.А. Стиль индивидуальности. М.: МАГО, 1996. 44 с.
  2. Берулава Г.А. *Стиль индивидуальности: теория и практика. Учебное пособие. М.: Педагогическое общество России, 2001. 236 с.*
  3. Печерская С.А. Современная модель психологического образования. / Россия и Европа: связь культуры и экономики: Материалы VI международной научно-практической конференции (21 июня 2013 года) / Отв. редактор Уварина Н.В. – Прага, Чешская Республика: Изд-во WORLD PRESS s r.o., 2013. - 394 с. - С. 163-168.
-

# ПРОБЛЕМЫ ПОСТАНОВКИ И ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ

Пунтус А.А.

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)  
125993, г. Москва, А-80, ГСП, Волоколамское шоссе, д.4.  
E-mail: artpuntus@yandex.ru. Факс: 7(499) 158-29-77.

*Abstract. Contents of the report is the author of many years of experience in teaching individual sections of higher mathematics at the Faculty of Applied Mathematics and Physics at the Moscow Aviation Institute (MAI). The contents of this experience is not only a lecture presentation of material mathematics courses to students, but also the consolidation of this material at the appropriate practical training. Successful implementation of the goals of mastering the material of courses in higher mathematics is achieved as the author and his colleagues in three ways, namely: the use of modern methods of teaching of mathematical disciplines, attracting the most advanced students in active research work, and, finally, justified such an effective form as the training of students on Individual Education Plans. As for the new modern methods of teaching of mathematical disciplines, for example, when teaching a particular course of ordinary differential equations, in contrast to the traditional approach, the author offers a modern and sufficiently rigorous exposition of the theory and methods of individual sections of the course in a compact vector-matrix and operator form. Let us consider each of these effective forms and their interaction.*

Содержанием доклада является многолетний опыт автора по преподаванию отдельных разделов высшей математики на факультете прикладной математики и физики Московского авиационного института (национального исследовательского университета). В содержание данного опыта входит не только лекционное изложение материала математического курса студентам, но и закрепление этого материала на соответствующих практических занятиях. Успешная реализация цели усвоения материала курсов высшей математики достигается как автором, так и его коллегами тремя путями, а именно: использование современных методов преподавания математических дисциплин, привлечение наиболее продвинутых студентов к активной научно-исследовательской работе, и, наконец, оправдавшая себя такая эффективная форма, как обучение студентов по индивидуальному учебному плану. Что касается новых современных методов преподавания математических дисциплин, то, например, в процессе преподавания отдельного курса обыкновенных дифференциальных уравнений в отличие от традиционного подхода, автором предлагается современное и достаточно строгое изложение теории и методов отдельных разделов данного курса в компактной векторно-матричной и операторной форме. Остановимся подробнее на каждой из этих эффективных форм и на их взаимодействии.

Примером современного метода преподавания математических дисциплин может служить преподавание автором курса обыкновенных дифференциальных уравнений путём достаточно строгого изложения теории и методов отдельных разделов данного курса в современной векторно-матричной и операторной форме. Так, в данной форме нормальная линейная система дифференциальных уравнений записывается в виде:  $y' = A(x)y + f(x)$ , где  $y$ ,  $f(x)$  – векторы,  $A(x)$  – функциональная матрица, или в эквивалентной операторной форме  $L(y) = f(x)$ , где  $L(y) = y' - A(x)y$  – линейный оператор. В этой форме достаточно наглядно и строго легко доказываются как свойства решений соответствующей линейной однородной системы, так и данной неоднородной. При такой современной форме изучения свойств решений системы дифференциальных уравнений обязательно проводится сравнительное рассмотрение понятия и определения оператора с понятием и определением функции и функционала (их определённая общность и различие). Теоретические выводы и

доказательства, а также выводы основных алгоритмов интегрирования дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений излагаются достаточно подробно, просто и доступно для среднего уровня студенческой аудитории.

При изложении в данном курсе объединённого раздела линейных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений даётся наглядное и строгое обоснование возможности сведения задачи интегрирования одного из данных объектов к задаче интегрирования другого из них. В этом случае дается строгое доказательство теоремы существования и единственности решения начальной задачи для системы дифференциальных уравнений и её важнейших следствий, а также проводится исследование свойств гладкости этих решений и их зависимости от параметров, начальных данных и правой части системы. При изложении единого раздела курса линейных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений дается наглядное и строгое обоснование возможности сведения задачи интегрирования одного из данных объектов к задаче интегрирования другого из них. Методы исследования и доказательство основных теорем о свойствах решений линейных дифференциальных уравнений и линейных систем дифференциальных уравнений, как соответственно однородных, так и неоднородных, рассматриваются в математически строгой форме с использованием операторной записи этих уравнений и систем. Излагаемые методы интегрирования иллюстрируются примерами, решаемыми с достаточно подробными комментариями. При использовании такого компактного операторного метода изложения материала и доказательства основных теорем о свойствах решений линейных уравнений и систем достигается краткость формулировок соответствующих теорем и следствий из них. Данный подход в изложении линейной теории курса позволил сформулировать и доказать в строгой математической форме одновременно теоремы о суперпозиции решений, о методах интегрирования Лагранжа (вариации произвольных постоянных) и методе Коши (с применением матрицы Коши) для линейных неоднородных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.

*Кажется, что привлечение студентов к научно-исследовательской работе меньше всего связано с усвоением материала различных математических курсов. Однако, целый ряд возможностей открывается при этом не только с точки зрения взаимодействия в этом случае научного и учебного процессов, но и появляется вероятность более глубокого усвоения традиционных учебных курсов, входящих в цикл фундаментальной подготовки. Здесь, прежде всего, используются самые широкие возможности для иллюстрации связи учебного процесса с практическим применением получаемых в учебном процессе знаний, используемых в практической научно-производственной деятельности. В данном случае, при преподавании фундаментальных математических дисциплин постоянно включаются примеры приложений методов данных дисциплин в прикладных задачах физики, механики и техники. Важную роль в развитии первых навыков самостоятельной научно-исследовательской деятельности студентов играют задания по учебным дисциплинам, включающие в себя как вопросы, ответ на которые можно получить известными традиционными методами, так и такие вопросы, которые требуют от студентов самостоятельного расширения знаний на основе не только изучаемой учебной дисциплины, но и изучения дополнительной учебной или специальной литературы. Студенты, выполняя по таким работам некоторый объем необходимых исследований и расчётов, имеют возможность при необходимости пользоваться консультациями преподавателя данной дисциплины или специально выделяемого с такой целью руководителя. Входящие в структуру учебного плана подготовки специалистов в вузе вычислительная и исследовательская практики студентов способствуют повышению уровня их квалификации, в том числе математического образования. Это находит своё выражение в том, что студенты выполняют по данным практикам задания, ориентированные на решение прикладных задач, причем для их решения студенты сталкиваются с необходимостью проведения соответствующего математического моделирования, более глубокого исследования*

*полученной математической модели заданной прикладной задачи, включающего в себя не только оптимальную программную реализацию, но и исследование свойств данной модели с использованием физико-математического аппарата изученных фундаментальных дисциплин, таких как единственность, гладкость и устойчивость решений, сходимости и устойчивость применяемого вычислительного алгоритма, необходимая точность полученного результата и т.п.*

*Более широкие возможности для развития связи учебного и научного процессов открывают различные специальные курсы, в том числе и курсы обеспечивающие повышение математических знаний, которые разрабатываются на выпускающих кафедрах по направлению специализации подготовки ее выпускников и включаются решением Совета факультета в учебный план. Лекции по предметам спецкурсов, с одной стороны, предоставляют возможность преподавателю разработать актуальную область научных и прикладных знаний. С другой стороны, это позволяет реализовать по данным спецкурсам подготовку специалистов кафедрой с учетом возможности проведения соответствующих научных исследований. Разрабатывая соответствующий специальный курс, преподаватель не только включает в учебный процесс новую область знаний, но и, обучая студентов, привлекает их к освоению данной учебной дисциплины, что способствует реализации их практических навыков в этой новой для них области знаний. В таких лекционных специальных курсах часто находят отражение результаты выполненных, а иногда и только ещё проводимых на кафедре научно-исследовательских работ по актуальной научно-прикладной тематике. Таким образом, студенты оказываются вовлеченными в святая святых науки – «кухню» научных исследований. При этом одновременно открываются возможности для привлечения желающих студентов к проводимым научно-прикладным исследованиям. Всегда полезно, чтобы, если не по каждому специальному курсу, то хотя бы по двум-трем родственным специальным курсам проводились специальные семинары для студентов, на которых, как студенты, так и преподаватели, участвующие в данном семинаре, делали научные доклады, как реферативного плана, так и по результатам выполненных или, в порядке обсуждения, выполняемых научно-исследовательских работ.*

*Дальнейшим развитием системы учебных специальных курсов является внедрение в практику кроме обязательных специальных курсов достаточного количества таких курсов по выбору студентов, которые они могли бы посещать и изучать независимо от того, выпускниками какой кафедры являются. В результате изучения специальных курсов, повышается заинтересованность студентов в участии в научных исследованиях, проводимых по соответствующей тематике. Результатом такого участия является эффективное выполнение студентами содержательных и практически достаточно актуальных по своему научно-прикладному содержанию дипломных работ.*

*Введение в Московском авиационном институте индивидуальной формы учебного плана обучения студентов способствует дальнейшему развитию существовавших к этому времени эффективных учебных и учебно – научных форм подготовки квалифицированных специалистов, в том числе и на реальной базе научно-исследовательских работ. Индивидуальная форма подготовки способствует также своевременному выявлению наиболее талантливых и творчески одаренных студентов, которым необходимо дополнительное внимание и обеспечение необходимых условий для более эффективного творческого их развития, воспитанию из них профессионально подготовленных творческих специалистов с активной жизненной позицией. Реализация данной индивидуальной формы подготовки предполагает привлечение к этой форме обучения студентов как с первых шагов учебы в институте, так и с любого из последующих курсов. Каждый из таких студентов, как правило, подключается к научно-исследовательской работе на кафедре, достигает заметных успехов в учебе и научной деятельности, принимает активное участие в различных конкурсах,*

*олимпиадах, выполняет творческую научную работу под руководством преподавателя или научного сотрудника кафедры. Индивидуальная форма обучения студентов создает все необходимые условия к тому, чтобы обеспечить подготовку квалифицированных специалистов в соответствующей области, способных к полностью самостоятельной научно-исследовательской или научно-практической деятельности.. Эта форма обучения позволяет ввести в учебный план, как наряду, так и вместо позиций стандартного учебного плана дисциплины, повышающие знания студентов и включающие дополнительные элементы самостоятельной работы студентов, в том числе и на основе выполняемых научно-исследовательских работ. Это обеспечивает больший удельный вес самостоятельной работы студента. Кроме того, реализуется тесный контакт обучающегося студента с его научным руководителем, передающим не только свои знания и навыки активной самостоятельной работы, но и умение работать с необходимой учебной и научной литературой. Эффективность реализации данной индивидуальной формы обучения студентов в Московском авиационном институте характеризуется следующим показателем. Только на одном факультете прикладной математики и физики в последние годы подавляющее большинство выпускников, поступивших в аспирантуру, будучи студентами, сочетали успешную учебу с научной работой на основе индивидуальной формы обучения.*

В период завершения своей учёбы в институте студенты выполняют, как правило, свои задания и лабораторные работы по специальным курсам с широким привлечением элементов исследований по тематике специализации в учебных и научных подразделениях профилирующих кафедр. Данные задания и работы выполняются с использованием современной вычислительной техники. Завершением всего периода обучения является выполнение дипломного проекта или дипломной работы, базирующихся, как правило, на реальной тематике соответствующей кафедры института или базовой организации. Они представляют собой в большинстве случаев законченный творческий научно–исследовательский практический результат, составляющий основу некоторого реального законченного научно–технического исследования, научной статьи, конкурсной студенческой научно–исследовательской работы, и характеризуют студента – дипломника – выпускника института, как сложившегося квалифицированного специалиста, способного к самостоятельной научно–практической творческой деятельности.

---

# ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМООБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ НА ОСНОВЕ МАТРИЧНОЙ МОДЕЛИ

Рябинова Е. Н., Хайруллина Р. Н.

*Самарский государственный технический университет (СамГТУ), eryabinova@mail.ru  
Самарский государственный университет путей сообщения (СамГУПС), y-abc@mail.ru*

The article describes an innovative approach to psycho-pedagogical provision for students self-educational activity. There was reviewed the invariant structure of self-educational activity of competences. The concept of selfeducational jurisdictions of four levels of complication was entered.

В настоящее время проблема организации самообразовательной деятельности студентов (СОДС) является одной из основных в системе высшего образования. В условиях перехода на государственные стандарты третьего поколения самостоятельная работа студентов приобрела особое значение в новом образовательном пространстве, стала не просто одной из форм учебного процесса, а, по сути дела, его основой. Требования Федерального Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) предусматривают, что ее объем в общей трудоемкости дисциплины, как правило, должен составлять не менее 50% часов. Изменение соотношения часов аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов в сторону увеличения последней является, с одной стороны, отражением устойчивых мировых тенденций в сфере практики образования европейских стран, участниц Болонского процесса, с другой, социальным заказом общества. Так, формирование личности, обладающей высоким уровнем направленности на самообразование и саморазвитие, выступает одним из важнейших предпосылок, обеспечивающих переход к высокотехнологическому информационному обществу, способствующих экономическому и социальному прогрессу, содействующих росту благополучия и благосостояния населения.

В современных условиях значение СОДС возрастает также в связи с постоянным ускорением процесса устаревания знаний. Согласно исследованиям экономистов ежегодно происходит обновление 5% теоретических и 20% профессиональных знаний, которыми должен владеть специалист, а через 3 года происходит «полураспад компетентности», т.е. устаревают 50% информации, которой обладает выпускник вуза. Более того в рыночных условиях самообразование, выступая одним из основных направлений профессионального роста, является средством, обеспечивающим востребованность и конкурентоспособность выпускнику вуза на рынке труда, что позволяет ему добиться успеха и сделать достойную карьеру.

Возрастание роли и значения СОДС настоятельно требует принципиального пересмотра организации всего учебно-воспитательного процесса в вузе. В его основу должны быть положены такие принципы, подходы и методы, которые направлены на развитие у студентов умения учиться; формирование способностей к саморазвитию и самосовершенствованию, творческое применение полученных знаний в практической деятельности; выработку навыков адаптации к профессиональной деятельности в быстроменяющихся условиях.

В современной научно-педагогической литературе достаточно работ, которые могут служить предпосылкой для решения проблемы исследования. Однако, обоснование потенциальных возможностей СОДС высшей школы в формировании профессиональных

компетенций, отвечающих современным потребностям системы образования России, требует дальнейших разработок.

В основу предлагаемого исследования положена модель адаптивной профессиональной подготовки Е.Н. Рябиновой, ориентированная на приспособление системы обучения к индивидуальным особенностям обучающихся, что даёт возможность подстраиваться под личностные возможности субъекта, создавать и поддерживать условия для его продуктивной работы [1]. Возникает необходимость проектирования модели и педагогической технологии организации СОДС в системе высшей школы.

На кафедре «Высшая математика» Самарского государственного университета путей сообщения разрабатываются учебно-методические комплексы на основе матричной модели, согласно которой усвоение учебной информации рассматривается как «движение» по её элементам [2-6]. Построение матричной модели организации СОДС связано с объединением познавательных уровней с четырьмя рассмотренными уровнями самообразовательной деятельности. Каждый элемент матричной модели, соответствует сформированной компетенции отдельным студентом. Первый репродуктивный уровень СОД формирует умения отражать (имеется в виду предметно – смысловое отражение), осмысливать, алгоритмизировать и контролировать информацию на уровне узнавания, что означает начальное овладение учебными навыками, готовность к формированию компетенции следующего уровня сложности. В данной работе контроль информации означает осуществление рефлексии решения, то есть промежуточные и окончательные результаты сопоставляются с условием и требованиями задачи, при необходимости выполняется коррекция выполненного решения. Второй уровень репродуктивной СОД продолжает формировать умения отражать, осмысливать, алгоритмизировать и контролировать информацию на уровне воспроизведения, что означает способность приобретения новых профессиональных знаний и понимания базовых дисциплин, интерпретирование смысла полученного результата.

Продуктивная самообразовательная деятельность на уровне применения продолжает формировать умения отражать, осмысливать, алгоритмизировать и контролировать информацию на уровне применения, что дополнительно формирует следующие компетенции: владение логическим мышлением, способами доказательности утверждений как основной составляющей когнитивной и коммуникативной функций, глубокими знаниями базовых дисциплин и умение использовать их в новых ситуациях.

Продуктивная СОД на уровне творчества формирует самый высокий уровень компетентности: овладение методами анализа и синтеза изучаемых явлений и процессов, умение применять аналитические и численные методы решения поставленных задач, демонстрировать способность к абстракции и логическому мышлению.

Последовательность формирования предложенных уровней самообразовательной деятельности представляет собой системный подход освоения парадигмы образования в условиях современной инновационной концепции.

Самообразовательная компетенция существенно влияет на динамику развития компетенций, являясь основной характеристикой студента. Самообразовательная компетентность (СК) - качество личности, характеризующее ее способность к систематической самостоятельно организуемой познавательной деятельности, направленной на продолжение собственного образования в общекультурном и профессиональном аспекте.

В исследовании системообразующим фактором формирования самообразовательных компетенций является матричная модель организации самообразовательной деятельности студентов, согласно которой формирование СОД подчиняется принципу последовательного восхождения по деятельностным уровням сложности, что отражает иерархию возможностей человека.

Матричная модель формирования самообразовательной деятельности даёт возможность построения инвариантной структуры компетентности самообразовательной деятельности будущего выпускника вуза (табл.1).



Матричная модель организации самообразовательной деятельности

Деятельностные уровни $d_j$	Репродуктивная самообразовательная деятельность (РСОД)		Продуктивная самообразовательная деятельность (ПСОД)	
	СОД на уровне узнавания $d_1$	СОД на уровне воспроизведения $d_2$	СОД на уровне применения $d_3$	СОД на уровне творчества $d_4$
Познавательные уровни $\psi_i$				
Отражение $\psi_1$	$K_{11}$	$K_{12}$	$K_{13}$	$K_{14}$
Осмысление $\psi_2$	$K_{21}$	$K_{22}$	$K_{23}$	$K_{24}$
Алгоритмирование $\psi_3$	$K_{31}$	$K_{32}$	$K_{33}$	$K_{34}$
Контролирование $\psi_4$	$K_{41}$	$K_{42}$	$K_{43}$	$K_{44}$

Самообразовательная компетенция первого уровня сложности  $СК_1$  состоит из четырех инвариантных составляющих (элементов):  $K_{11}$  – отражение на уровне узнавания;  $K_{21}$  – осмысление на уровне узнавания;  $K_{31}$  – алгоритмирование на уровне узнавания и  $K_{41}$  – контролирование на уровне узнавания, которые формируются при выполнении учебных заданий первого уровня сложности в последовательности  $K_{11} \Rightarrow K_{21} \Rightarrow K_{31} \Rightarrow K_{41}$  и может быть представлена формулой

$$K_1 = K_{11} + K_{21} + K_{31} + K_{41} = \sum_{i=1}^4 K_{i1} \quad (1)$$

Самообразовательная компетенция второго уровня сложности  $СК_2$  РСОД на уровне воспроизведения состоит из восьми инвариантных составляющих: к четырём элементам  $СК_1$ , определяемых формулой (1), добавляются:  $K_{12}$  – отражение на уровне воспроизведения,  $K_{22}$  – осмысление на уровне воспроизведения,  $K_{32}$  – алгоритмирование на уровне воспроизведения,  $K_{42}$  – контролирование на уровне воспроизведения. Компетентность  $СК_2$  формально может быть представлена формулой

$$СК_2 = СК_1 + \sum_{i=1}^4 K_{i2} \quad (2)$$

Поскольку формирование  $СК_2$  происходит строго в определенной последовательности инвариантных элементов  $K_{11} \Rightarrow K_{12} \Rightarrow K_{21} \Rightarrow K_{22} \Rightarrow K_{31} \Rightarrow K_{32} \Rightarrow K_{41} \Rightarrow K_{42}$ , то логично формулу (2) переписать в виде

$$\begin{aligned} СК_2 &= K_{11} + K_{12} + K_{21} + K_{22} + K_{31} + K_{32} + K_{41} + K_{42} = \\ &= \sum_{j=1}^2 K_{1j} + \sum_{j=1}^2 K_{2j} + \sum_{i=1}^2 K_{3i} + \sum_{i=1}^2 K_{4i} \end{aligned} \quad (3)$$

Самообразовательная компетенция третьего уровня сложности  $СК_3$  ПСОД на уровне применения состоит из двенадцати составляющих: к восьми элементам  $СК_2$  добавляются  $K_{13}$  – отражение на уровне применения,  $K_{23}$  – осмысление на уровне применения,  $K_{33}$  – алгоритмирование на уровне применения,  $K_{43}$  – контролирование на уровне применения, что можно записать формулой

$$СК_3 = СК_2 + \sum_{i=1}^4 K_{i3} \quad (4)$$

Учитывая строгую поэлементную последовательность инвариантных элементов  $K_{11} \Rightarrow K_{12} \Rightarrow K_{13} \Rightarrow K_{21} \Rightarrow K_{22} \Rightarrow K_{23} \Rightarrow K_{31} \Rightarrow K_{32} \Rightarrow K_{33} \Rightarrow K_{41} \Rightarrow K_{42} \Rightarrow K_{43}$ , представим формулу (4) в виде аналогичном (3)

$$СК_3 = \sum_{j=1}^3 K_{1j} + \sum_{j=1}^3 K_{2j} + \sum_{j=1}^3 K_{3j} + \sum_{j=1}^3 K_{4j} \quad (5)$$

Самообразовательная компетенция четвертого уровня сложности  $СК_4$  ПСОД на уровне творчества формируется из шестнадцати инвариантных составляющих: к двенадцати элементам  $СК_3$  добавляются  $K_{14}$  – отражение на уровне творчества,  $K_{24}$  – осмысление на уровне творчества,  $K_{34}$  – алгоритмирование на уровне творчества и  $K_{44}$  – контролирование на уровне творчества, что формально можно представить формулой

$$СК_4 = СК_3 + \sum_{i=1}^4 K_{i4} \quad (6)$$

Учитывая строгую последовательность инвариантных составляющих

$K_{11} \Rightarrow K_{12} \Rightarrow K_{13} \Rightarrow K_{14} \Rightarrow K_{21} \Rightarrow K_{22} \Rightarrow K_{23} \Rightarrow K_{24} \Rightarrow K_{31} \Rightarrow K_{32} \Rightarrow K_{33} \Rightarrow K_{34} \Rightarrow K_{41} \Rightarrow K_{42} \Rightarrow K_{43} \Rightarrow K_{44}$ , представим формулу (6) в виде

$$СК_4 = \sum_{j=1}^4 K_{1j} + \sum_{j=1}^4 K_{2j} + \sum_{j=1}^4 K_{3j} + \sum_{j=1}^4 K_{4j} \quad (7)$$

Самообразовательные компетенции четырех уровней сложности  $СК_1, СК_2, СК_3, СК_4$  СОД и их составляющие (элементы) образуют инвариантную матричную модель формирования самообразовательной компетенции (СК), которую можно записать в виде формулы

$$СК = СК_1 + СК_2 + СК_3 + СК_4 \quad (8)$$

Общекультурные (ОК) и профессиональные компетенции (ПК) связаны с СК следующими формулами

$$ОК = СК + \sum_{i=1}^n (ОК)_i, \quad (9)$$

где  $n$  – число общекультурных компетенций рассматриваемого направления и профиля подготовки, связанных с целями и задачами профессиональной деятельности, указанными в ФГОС ВПО и

$$ПК = СК + \sum_{i=1}^n (ОК)_i + \sum_{j=1}^m (ПК)_j = ОК + \sum_{j=1}^m (ПК)_j \quad (10)$$

где  $m$  – число профессиональных компетенций рассматриваемого направления и профиля подготовки, связанных с целями и задачами профессиональной деятельности, указанными в ФГОС ВПО.

Результаты исследования состава компетенций показывают, что формирование ОК и ПК невозможно без СК: самообразовательные компетенции являются необходимой составляющей как общекультурных, так и профессиональных компетенций. Анализ использования инвариантных составляющих самообразовательных компетенций в формировании ОК и ПК показал, что количество необходимых СК разных уровней различно.

Реализация любой педагогической системы возможна только при выполнении основных дидактических принципов обучения: доступности и систематичности, научности, постепенности в нарастании трудностей, сознательности и творческой активности, дифференцированного подхода к обучаемым (принцип индивидуализации) и т.д.

К известным перечисленным принципам следует добавить современные, касающиеся непосредственно организации СОДС. Прежде всего назовём принципы регламентации обучения, отражающий необходимость выбора стратегии и планирования организации

СОДС; опоры на базовые знания и умения, предусматривающий наличие у студента минимальных навыков работы с техническими средствами, а также умения рационально использовать свободное время для организации СОДС; опережающего обучения, обеспечивающий направленность самостоятельной работы на активизацию, развитие мыслительной деятельности обучаемого, формирование способности самостоятельно прогнозировать, выбирать и решать дидактические задачи, добывать знания в сотрудничестве с другими студентами, обучаемыми по данной дисциплине или курсу; интерактивности, определяющий необходимость сотрудничества студентов и обмена информацией с преподавателем, другими студентами, техническими средствами и т.д.; идентификации, обосновывающий необходимость контроля СОДС, который актуален при использовании технических средств; учета трудоемкости учебных дисциплин и оптимального планирования самостоятельной работы.

Концепция использования матричной модели для систематизации учебного материала естественным образом выделяет учебные модули по уровням сложности усвоения информации. Каждый модуль содержит учебные задания только одного уровня сложности. Принципы построения модулей одинаковы. В начале каждого модуля расположен теоретический материал, включающий определения и основные понятия, а также пояснения для понимания темы. Далее приводятся разобранные задачи, использующие приведенный выше теоретический материал. После них приводятся задачи для самостоятельного решения. В конце каждого модуля приведены тесты для самопроверки, с помощью которых каждый студент может самостоятельно оценить уровень полученных им знаний. С помощью разработанных учебно-методических комплексов [2-6], составляющих основу психолого-педагогического обеспечения СОДС, каждый субъект может самостоятельно с индивидуальной скоростью и возможностями усваивать учебный материал и виды умственной деятельности, приобретая навыки самообразования и самооценки.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Рябинова, Е.Н. Адаптивная система персонифицированной профессиональной подготовки студентов технических вузов [Текст] / Е.Н. Рябинова - М.: Машиностроение, 2009.-258с.
2. Рябинова, Е.Н. Организация самостоятельной работы студентов на основе матричной модели познавательной деятельности при изучении линейной алгебры: учебно-методическое пособие [Текст] / Е.Н. Рябинова, Т.В. Рудина, В.П. Кузнецов- Самара: «Издательство СамГУПС», 2011-160с.
3. Рябинова, Е.Н., Организация самообразовательной студентов при изучении кривых второго порядка: учебно-методическое пособие[Текст] / Е.Н. Рябинова, О.Ю. Данилкина, Р.Н. Хайруллина- Самара: «Издательство СамГУПС», 2011-202с.
4. Рябинова Е.Н. Организация самообразовательной деятельности студентов технического университета при изучении векторной алгебры: учебно-методическое пособие для самостоятельной профессиональной подготовки студентов технических университетов [Текст] / Е.Н. Рябинова, Е.Н. Бесперстова. – Самара: «Издательство СамГУПС», 2012.- 162с.
5. Рябинова Е.Н. Самообразовательная деятельность студентов: изучаем комплексные числа: руководство к выполнению индивидуальных заданий. [Текст] / Е.Н. Рябинова, Р.Н. Хайруллина. – Самара: «Издательство СамГУПС», 2013.- 67 с.
6. Рябинова Е.Н. Организация самостоятельной работы студентов на основе матричной модели познавательной деятельности при изучении дифференциальных уравнений: учебно-методическое пособие для самостоятельной профессиональной подготовки студентов технических университетов [Текст] / Е.Н. Рябинова, Ю.А. Генварева, Р.Н. Хайруллина – Самара: «Издательство СамГУПС», 2013. – 124 с.

## О НЕКОТОРЫХ ПРОБЛЕМАХ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ КУРСАНТОВ

Ситнова С.Р.

*Ярославский филиал Военно-космической академии имени А. Ф. Можайского (ЯФ ВКА им. А. Ф. Можайского) 150001, Ярославль, Московский проспект, 28.  
150054, Ярославль, ул. Тургенева 24А, кв. 59, e-mail: osr200021@mail.ru, + 7 910 810 72 74*

Проблематика исследования. В концепции модернизации российского образования основными ориентирами его развития являются: приведение направлений и содержания подготовки специалистов в соответствие с современным уровнем развития науки и технологии, разработка новых информационных технологий и новых способов проверки знаний. Результатом такого процесса должно стать, прежде всего, повышение качества образования. К числу актуальных психолого-педагогических проблем принадлежит проблема подготовки высококвалифицированного офицера. Деятельность современного офицера связана с применением знаний, умений в области эксплуатации, диагностики и прогнозирования ресурса современной военной техники, организации ее безопасной и эффективной работы, разработки тактических задач и управления боевыми подразделениями. Сложный характер деятельности офицера при выполнении боевой задачи, качественное усложнение его обязанностей требует творческого типа мышления, широкого спектра знаний и умений, и в конечном итоге более высокого уровня профессиональной подготовки, что, в свою очередь, предполагает не только изменение учебных планов и программ, но и требует пересмотра ценностных основ военного образования в сторону фундаментальной подготовки.

Мы обращались к исследованиям таких известных педагогов, как: Ю.К. Бабанский, П.И. Пидкасистый, С.Я. Батышев, В.Н. Боголюбов, А.А. Вербицкий, М.В. Кларин, М.М. Левина, П.И. Образцов, М.П. Сибирская, С.А. Смирнов, Ю.Г. Татур, А.И. Уман, И.А. Шаршов и др. В частности, в исследованиях Ю.К. Бабанского, П.И. Пидкасистого получили научное обоснование место педагогического контроля в структуре образовательного процесса, его функции, формы, методы. Вышесказанное подтверждает актуальность исследования на социально-педагогическом уровне.

Актуальность настоящего исследования определяется наличием следующих **противоречий:**

**на социально-педагогическом уровне** – между растущими требованиями, предъявляемыми обществом к качеству подготовки будущих военных специалистов, и фактическим состоянием профессиональной подготовки курсантов военно-инженерных вузов;

**на научно-педагогическом уровне** – между объективной необходимостью повышения качества профессиональной подготовки будущих военных специалистов и недостаточной разработанностью одного из эффективных средств совершенствования профессиональной подготовки курсантов военно-инженерных вузов – комплексного дифференцированного обучения.

Вместе с тем, изучение проблемы организации педагогического контроля в высшей школе на современном этапе ее развития свидетельствует о том, что в педагогической практике преобладают субъективные методы контроля профессиональной подготовки, зачастую игнорируется применение быстрых и эффективных методов диагностирования знаний, преобладает организация репродуктивного контроля, при котором основой положительной оценки является воспроизведение студентами предметных знаний (В.П. Симонов, Н.Ф. Талызина).

**Объект исследования:** профессиональная подготовка курсантов в военно-инженерном вузе.

**Предмет исследования:** процесс комплексного дифференцированного тестирования знаний по инженерной графике и начертательной геометрии курсантов Ярославского филиала Военно-Космической Академии им. А.Ф. Можайского.

**Наша гипотеза** состояла в том, что письменное тестирование курсантов по инженерной графике и начертательной геометрии будет давать более объективные оценки успеваемости, чем устный экзамен.

**Целью исследования** было выявить наиболее эффективный метод проверки знаний обучающихся курсантов.

В соответствии с целью и выдвинутой гипотезой определены следующие **задачи** исследования.

1. Выявить состояние проблемы повышения качества профессиональной подготовки курсантов на основе комплексного дифференцированного обучения в теории и практике высшего образования.

2. Разработать методические рекомендации по организации комплексного тестирования усвоенных знаний курсантами военного ВУЗа.

**Метод**, который мы использовали в нашем тестировании – это педагогический эксперимент. Согласно классической теории тестирования дисперсия результатов всегда складывается из двух составляющих: дисперсии истинного балла и дисперсии ошибки измерения. Как мы все знаем, ошибка измерения бывает двух типов: систематическая и несистематическая. Систематическая всегда связана с поведением индивида. Выделяют несколько типов когнитивных искажений: потребность в завершении, потребность целостных объектов, эффект контраста и др. В нашем случае систематическая ошибка вносит вклад в дисперсию результатов тестирования.

В нашем случае, мы выдвигаем гипотезу о том, что коммуникативные навыки курсантов снижены, именно по этой причине значительно более высоких результатов они достигают при тестировании письменном. Как доказала в своем исследовании И.В. Иванова, коммуникативные навыки студентов-инженеров значительно ниже, чем у студентов гуманитариев.

Мы выбрали метод корреляционного исследования – дисперсионный анализ сравнения двух средних в разных группах: письменный тест и устный тест. При подсчете АНОВы различия между значениями двух групп оказались статистически значимыми, что позволило нам продолжить наше исследование.

Эти данные статистически значимы, а дисперсионный анализ данных двух испытуемых групп показал, что письменное тестирование на экзамене более эффективно для показателей успеваемости и усвоения учебного материала.

Нами была взята репрезентативная выборка учащихся мужского пола в возрасте от 17 до 19 лет, каждая группа состояла из 150 человек.

#### **Результаты и их обсуждение.**

В результате эксперимента было выяснено, что письменное тестирование показывает себя более эффективным.

Модой в группе проходившей устные экзамены в традиционной форме является оценка «3», при этом модой в группе проходившей письменное тестирование модой является оценка «4». При этом среднее арифметическое при устном экзамене = 3,44, а при - письменном экзамене = 4,52.

*Мода – наиболее часто встречающийся показатель в группе*

*Медиана – это среднее арифметическое*

Начертательная геометрия традиционно считается предметом, сложным для изучения и еще до начала занятий вызывает у многих курсантов отторжение. Причиной является низкий уровень подготовки абитуриентов (45% поступивших в ВУЗ черчению в школе не обучались). При первичном опросе в начале обучения 68% курсантов не считали, что знания

по начертательной геометрии могут пригодиться в их профессиональной деятельности, и имели очень слабое представление об инженерной графике.

#### **Выводы.**

Разработанная автором система тестов позволяет учитывать индивидуальные особенности личности курсантов, различия в подготовке и восприятии учебного материала. На основе системного подхода выявлены и проанализированы функциональные взаимосвязи и взаимозависимости между компонентами содержания естественнонаучных и общепрофессиональных дисциплин, показана необходимость начертательной геометрии и инженерной графики, как в ходе дальнейшего обучения, так и в приобретаемой специальности, что мотивирует курсантов на получение необходимых навыков и компетенций.

*Дифференциация тестового контроля* – это дидактический принцип воздействия на отдельные группы курсантов, предназначенный для наиболее полного раскрытия индивидуальных склонностей и способностей каждого курсанта этих групп и предполагающий создание оптимальных, достаточно комфортных условий, как для развития личности каждого курсанта, так и для достижения учебно-воспитательных целей и более полного восприятия материала.

Таким образом, педагогический эксперимент показывает целесообразность письменного тестирования.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. П. Андриеш, В.А. Профессиональная подготовка на основе дифференцированного педагогического тестирования / В.А. Андриеш // Профессиональное образование. Столица.- М. 2008.- №10. - С. 33-35.
2. Бабанский, Ю.К. Рациональная организация учебной деятельности / Ю.К. Бабанский М.: Знание, 1981. - 96С.
3. Беспалько, В.П. Педагогика и прогрессивные технологии обучения / В.П. Беспалько. М.: ИРПО, 1995. - 336 с.
4. Дружинин, В.Н. Экспериментальная психология / 2-е изд., доп. – СПб.: Питер, 2003. – 319 с.
5. Концепция модернизации российского образования на период до 2010 года // Вестник образования России. 2002. - №6. - С. 10-40
6. Кравцов // Профессиональное образование. Столица. 2002. - №7. - С. 1621.
7. Логинова, Л.А. Исследование мотивации военно-профессиональной деятельности курсантов вуза /
8. Матушанский, Г.У. Педагогическое тестирование в России / Г.У. Матушанский // Педагогика. 2002. -№2. - С. 15-21.
9. Новиков, А.М. Российское образование в новой эпохе/ А.М. Новиков // Парадоксы наследия, векторы развития. М.: Эгвес, 2000. - 272 с.
10. Образцов, П.И. Информационные технологии в системе дистанционного обучения вуза / П.И. Образцов // Материалы межвузовской научно-методической конференции. Орел: ОГИИК, 1997. - С.55- 57.
11. Образцов, П.И. Методы и методология психолого-педагогического исследования / П.И. Образцов СПб.: Питер. 2004. - 268с.
12. Шаповалова, Т.Р. Методические аспекты тестирования учебных достижений учащихся в условиях дистанционного обучения : моногр. / Т.Р. Шаповалова. Южно-Сахалинск: Сахал. гос. ун-т, 2004. - 111с. - Библиогр.: С. 99-112

#### Research about how to raise quality educational results

The purpose of the study was to know more effective method of quiz for cadets. The researchers submitted hypotheses. It was that writing exam of descriptive geometry and engineering graphics would be more effective than verbal exam for cadets. Subject of research was professional education of cadets. We research two groups which includes 150 survivors, male, age 17-19 years old. We choose method pedagogical experiment and correlational calculus. As result we get direct average was 3,44 in writing group. It was 4.52 in verbal group. This results show us that writing exams more effective for quiz of cadets. Our hypotheses is confirmed.

---

# СОСТОЯНИЕ И ПРОБЛЕМЫ РАЗВИТИЯ МАГИСТЕРСКОЙ ПОДГОТОВКИ В ПОВОЛЖСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Смоленникова Л.В.

*ФГБОУ ВПО «Поволжский государственный технологический университет»,  
Российская Федерация, Республика Марий Эл, г. Йошкар-Ола, пл. Ленина, 3  
8(8362)687861, SmolennikovaLV@volgatech.net*

Abstract. The paper analyzes the training of masters in the Volga State Technological University, identifies its strengths and problems. Conclusion is drawn that the main competitive advantage of the university in the field of master training is introduction practice-based learning. The author formulates proposals for the development of the training of masters.

Развитие магистерской подготовки в современной России является отражением общемировой тенденции, направленной на создание единого европейского пространства высшего образования и унификацию программ и дипломов.

В соответствии с Федеральным законом № 273 «Об образовании в Российской Федерации» программа специализированной подготовки магистра относится к образовательным программам второго уровня в системе высшего образования и предполагает получение профессиональных знаний, умений и навыков на базе углубленной фундаментальной и профессиональной подготовки.

ФГБОУ ВПО «Поволжский государственный технологический университет» одним из первых в стране - с 1996 года - начал многоуровневую подготовку по программам магистратуры. Стратегическая цель развития магистратуры - обеспечение как главной ценности гарантированного качества подготовки магистров, формирование высокой репутации и известности программ магистратуры, реализуемых в университете.

В настоящее время сформирован значительный портфель образовательных программ в рамках следующих укрупненных групп направлений подготовки: 05.00.00 Науки о Земле, 08.00.00 Техника и технологии строительства, 09.00.00 Информатика и вычислительная техника, 10.00.00 Информационная безопасность, 11.00.00 Электроника, радиотехника и системы связи, 15.00.00 Машиностроение, 19.00.00 Промышленная экология и биотехнологии, 20.00.00 Техносферная безопасность и природообустройство, 21.00.00 Прикладная геология, горное дело, нефтегазовое дело и геодезия, 22.00.00 Технологии материалов, 27.00.00 Управление в технических системах, 35.00.00 Сельское, лесное и рыбное хозяйство, 38.00.00 Экономика и управление, 39.00.00 Социология и социальная работа, 43.00.00 Сервис и туризм. Перечень направлений подготовки соответствует приоритетным направлениям модернизации и технологического развития экономики России. Качество предоставляемых образовательных услуг подтверждено международным сертификатом ISO 9001:2008.

В университете разработаны программы магистратуры, ориентированные как на научно-исследовательский, так и на производственно-технологический виды профессиональной деятельности, в том числе авторские программы, совместные образовательные программы с вузами-партнерами и работодателями, программы на основе научной тематики инновационных научных структур университета, малых инновационных предприятий, позволяющие настраивать подготовку под актуальные потребности современной экономики.

Конкурентными преимуществами университета в сфере магистерской подготовки являются:

1. Инновационные технологии обучения (дистанционные образовательные технологии, электронное обучение, блочно-модульная технология организации учебного процесса, практико-ориентированные технологии, технологии оценивания результатов обучения).

2. Партнерские связи и развитие сетевых форм реализации образовательных программ с российскими и зарубежными вузами, предприятиями и организациями.

3. Практика приглашения визит-лекторов из ведущих вузов РФ и из-за рубежа для проведения занятий с магистрантами.

4. Высокотехнологичная материальная база. Университет располагает мощным политехническим научным потенциалом, включающим центр коллективного пользования с современным уникальным оборудованием, научно-образовательные центры на базе признанных научных школ, технопарк, бизнес-инкубатор, студенческое конструкторское бюро, малые инновационные предприятия, Ботанический сад-институт, Учебно-опытный лесхоз. Для магистрантов созданы специальные аудитории, оснащенные компьютерной техникой.

5. Возможность пройти домагистерскую подготовку для тех, кто решил изменить свою траекторию образования.

Особое внимание в процессе подготовки магистров уделяется практико-ориентированному обучению, что означает включенность работодателей в разработку образовательных программ магистратуры и учебный процесс, в том числе через филиалы кафедр и базовые кафедры, создаваемые на предприятиях и в организациях реального сектора экономики, привлечение работодателей для проведения общественно-профессиональной экспертизы образовательных программ магистратуры. Внедрение сетевых форм реализации образовательных программ обеспечивает возможность использования ресурсов организаций-партнёров (работодателей) в ходе теоретического обучения, проведения практик и научно-исследовательской работы магистрантов. Проводятся совместные научно-практические конференции и семинары для преподавателей кафедры, магистрантов и представителей организаций-партнеров (работодателей); руководители и ведущие специалисты предприятий, организаций приглашаются на научные семинары магистрантов. По заявкам работодателей магистрантами выполняются научные исследования и, как следствие, высокий процент магистрантов после прохождения практики в организации и написания на базе этой организации магистерской диссертации, направленной на решение конкретной производственной проблемы, получает предложение о трудоустройстве.

В качестве положительной практики реализации программ магистратуры в Поволжском государственном технологическом университете следует отметить:

1) обязательное привлечение магистрантов к научно-исследовательской работе кафедр, подготовке заявок на получение грантов и выполнению грантов, патентной деятельности, участию в программах УМНИК, СТАРТ;

2) заключение договоров с российскими и зарубежными ВУЗами об обмене научными статьями, совместном издании научного журнала; подготовку и публикацию совместно с магистрантами статей в ведущих журналах с высоким индексом цитирования;

3) внедрение в учебный процесс видеомостов, вебинаров, видеоконференций, в том числе с зарубежными ВУЗами;

4) обязательное изучение магистрантами дисциплины «Инновационный менеджмент», усиленную языковую подготовку;

5) внедрение интегрированной подготовки «бакалавр-магистр», когда результаты исследования, выполненного при подготовке выпускной квалификационной работы в бакалавриате, являются частью магистерской диссертации;

6) формирование сквозных учебных планов «магистратура – аспирантура» и обеспечение магистрантам, желающим далее продолжать обучение в аспирантуре, возможности сдачи вступительного испытания в аспирантуру по дисциплинам «Иностранный язык», «Философия».



Для контроля за состоянием подготовки в магистратуре проводятся анкетирование преподавателей и обучающихся, анализ текущей, промежуточной и итоговой успеваемости магистрантов, мониторинг качества реализации образовательных программ магистратуры. По результатам мониторинга выявляются проблемы магистерской подготовки и формулируются предложения по развитию магистратуры.

В настоящее время, по мнению научных руководителей программ магистратуры, основными проблемами являются:

1. Неравномерное распределение нагрузки преподавателей в течение учебного года вследствие внедрения в магистратуре блочно-модульной системы организации учебного процесса.

2. Сохранность контингента магистрантов. Прием в магистратуру абитуриентов со слабой базовой подготовкой (с низким уровнем знаний или непрофильным образованием) обусловил низкую успеваемость магистрантов, а совмещение магистрантами работы и обучения в магистратуре - низкую посещаемость занятий.

3. Необходимость проведения занятий с магистрантами в вечернее время и по субботам вследствие совмещения магистрантами обучения в университете с работой снижает качество магистерской подготовки.

Возможные пути для преодоления выявленных проблем:

- постоянная актуализация информации о реализуемых программах магистратуры на сайте университета;

- активизация профориентационной работы, проведение дней открытых дверей и презентаций магистерских программ;

- расширение возможностей домагистерской подготовки, особенно для тех, кто получил высшее образование ряд лет назад;

- изучение спроса на рынке труда и на рынке образовательных услуг, обновление и разработка востребованных программ магистратуры, развитие подготовки по целевому заказу;

- технологизация учебного процесса (расширение практики внедрения в учебный процесс современных образовательных технологий, обучение им профессорско-преподавательского состава, работающего с магистрантами);

- проведение в первые недели обучения в магистратуре обучающих семинаров «Современные требования к организации и результатам магистерской подготовки», в рамках которых происходит ознакомление магистрантов с особенностями обучения в магистратуре, доведение основных принципов организации учебного процесса по блочно-модульной технологии обучения, требований к результатам научно-исследовательской работы и публикационной активности, магистерской диссертации, обучение доступу к информационным базам журналов и патентов;

- регулярное заслушивание на заседаниях кафедр отчетов научных руководителей магистрантов о результатах обучения, анализ результатов текущих аттестаций и сессий;

- развитие системы материального стимулирования. Проведение конкурса «Лучшая программа магистратуры ПГТУ», направленного на выявление наиболее эффективно реализуемых программ магистратуры, распространение прогрессивного опыта по реализации процесса подготовки магистров, стимулирование деятельности научных руководителей программ магистратуры, научных руководителей магистрантов, преподавателей, ведущих занятия в магистратуре.

Таким образом, Поволжский государственный технологический университет делает ставку на качественное образование, подготовку магистров, востребованных на рынке труда. В университетском комплексе созданы условия для эффективного освоения учебного процесса, проведения научных исследований и параллельного приобретения производственных навыков на ведущих предприятиях Республики Марий Эл.

# Тьюторское сопровождение первокурсников в образовательном пространстве университета

Смоленникова Л.В., Стрельникова Н.М.

*ФГБОУ ВПО «Поволжский государственный технологический университет»,  
Российская Федерация, Республика Марий Эл, г. Йошкар-Ола, пл. Ленина, 3  
8(8362)687861, SmolennikovaLV@volgatech.net  
8(8362)686075, StrelnikovaNM@volgatech.net*

**Abstract.** The paper examines the models and possibilities of introducing tutor support in tertiary education institutions, summarizes the experience of providing tutor support for first-year students at Volga State University of Technology. The author covers the possible fields of tutor support practice and draws conclusions on the importance of establishing a tutor position aimed at strengthening of training and learning at the University.

Востребованность современной экономикой специалистов, творчески и критически мыслящих, способных к целостному видению и анализу сложных проблем, поиску их нестандартных решений обусловило появление в образовательном процессе запроса на построение индивидуальной образовательной программы обучающегося, введение новых образовательных практик и технологий, использование при подготовке специалиста образовательного и научного ресурса не только университета, но и внешней среды. Ориентирование обучающихся в существующих ресурсах внутренней и внешней среды университета, содействие их обращению к культуре инженерной деятельности может осуществляться с позиции тьютора.

Как показали исследования, возможны различные модели тьюторского сопровождения в университете.

Первая модель – классическое тьюторское сопровождение, когда тьютор отвечает за проведение практических занятий, консультирование обучающихся (образовательное сопровождение).

Вторая модель предполагает, что тьютор осуществляет сопровождение формирования и реализации обучающимися своих индивидуальных образовательных программ. Его деятельность связана с информированием обучающихся об образовательном ресурсе в университете, местном сообществе (ресурсное сопровождение), выявлением посредством процесса коучинга внутренних ресурсов обучающихся и оказанием помощи в применении их на практике, формированием и корректировкой индивидуальных образовательных программ обучающихся, оцениваем результативности их выполнения.

Третья модель - тьюторское сопровождение научно-исследовательской работы обучающихся. Тьютор осуществляет деятельность по вовлечению обучающихся в научно-исследовательский процесс, стимулированию их научной активности, формированию навыков научной работы, организует образовательные события (научные конференции студентов, конкурсы научных работ и др.), консультирует и содействует в оформлении научных статей, заявок на конкурсы, портфолио для получения именных и повышенных стипендий.

Особой моделью тьюторского сопровождения является кураторство как сопровождение социализации обучающихся в образовательном пространстве университета.

Поволжский государственный технологический университет готовит специалистов для предприятий и организаций лесного комплекса, машиностроительной, радиотехнической и приборостроительной промышленности, гражданского, промышленного и автодорожного строительства, финансово-кредитных учреждений. Миссия Университета – удовлетворение потребностей личности в качественном образовании, а общества – в конкурентоспособных специалистах, востребованных на рынке труда, адаптированных к реальной рыночной экономике. В университете внедряются инновационные технологии обучения (технология электронного обучения, блочно-модульная технология организации учебного процесса, практико-ориентированные технологии, технология оценивания результатов обучения), авторские программы, краткосрочные курсы, сетевые формы реализации образовательных программ с российскими и зарубежными вузами, предприятиями и организациями реального

сектора экономики, практика приглашения визит-лекторов из ведущих вузов Российской Федерации и из-за рубежа, создают исследовательские центры, учебно-научные лаборатории и др.

В соответствии с Комплексной программой развития Поволжского государственного технологического университета на 2011-2015 годы с 1 сентября 2013 года начата реализация проекта по внедрению тьюторского сопровождения студентов первого курса с целью их успешной адаптации к условиям обучения в университете, ориентирования в образовательных ресурсах.

Выбранная модель тьюторского сопровождения предусматривает организацию образовательной среды и сопровождение формирования и реализации обучающимся индивидуальной образовательной программы для достижения успешного образовательного, исследовательского, профессионального и личностного становления. Деятельность тьютора рассматривается как распределенная позиция, ключевые носители которой - кураторы академических групп, реализующие воспитательный процесс в вузе.

Основными сферами деятельности куратора с тьюторской позицией являются:

1) реализация учебно-воспитательной программы университета в академической группе, создание условий для успешной адаптации к обучению в университете, раскрытия личности обучающегося, формирования и развития мотивации достижения успеха;

2) сопровождение формирования и реализации индивидуальной образовательной программы обучающегося:

- обеспечение формирования и развития индивидуального образовательного запроса обучающегося (целеполагание);

- проведение совместно с обучающимся анализа ресурсов образовательной среды университета, местного сообщества для реализации образовательного запроса (выбор);

- содействие обучающемуся в планировании и реализации индивидуальной образовательной программы (движение);

- организация анализа и оценки обучающимся процесса реализации индивидуальной образовательной программы (рефлексия);

3) организация образовательной среды для формирования и реализации индивидуальной образовательной программы обучающегося:

- обеспечение рационального использования (при возможности – расширения) ресурсов среды для реализации индивидуальной образовательной программы;

- организация образовательных событий, сотрудничество с субъектами образовательной деятельности и иными заинтересованными сторонами для создания условий, способствующих реализации индивидуальной образовательной программы.

В университете сформирован пакет методических разработок по организации деятельности куратора с тьюторской позицией (Положение о кураторе с тьюторской позицией; рекомендуемые виды деятельности и примерный план работы; рабочая тетрадь первокурсника; форма индивидуального учебного плана обучающегося; пример карты ресурсов образовательной среды, портфолио; презентация об организации учебного процесса в университете и др.). Кураторами с тьюторской позицией разработаны планы тьюторского сопровождения академических групп на текущий учебный год и учебно-методическая документация для работы с тьюторантами.

Видами деятельности куратора с тьюторской позицией могут являться:

1. Семинары «Погружение в образовательную деятельность», на которых происходит знакомство обучающихся с университетом, молодежной политикой в стране и регионе, Болонским процессом, федеральными государственными образовательными стандартами, учебным планом по выбранному направлению подготовки, предоставляется информация о механизмах закрепления в университете, материально-технической базе университета и факультета, возможностях учебных лабораторий, компьютерных классов, библиотеки, ресурсах образовательной среды (внеучебная деятельность, конференции и др.), а также о профессорско-преподавательском составе кафедры и направлениях научных исследований преподавателей. В рамках проведения семинаров-погружений могут быть организованы встречи со старшекурсниками, работодателями, успешными выпускниками прошлых лет, посещение потенциальных рабочих мест в организациях разного типа. Результат семинаров – знакомство с университетской системой образования, формирование корпоративной культуры и личной культуры обучающегося; формирование карты образовательной среды.

2. Деловая игра по формированию индивидуального образовательного запроса и проектированию индивидуальной образовательной программы. Деловая игра направлена на создание обучающимися индивидуального образовательного профиля специалиста и формирование карты образовательных запросов, проведение ресурсной ориентации и составление индивидуального рабочего плана на год для каждого обучающегося.

3. Практикумы, на которых куратор с тьюторской позицией определяет учебный потенциал группы, проводит диагностику начального и текущего состояния обучающихся (подготовка к зачетной и экзаменационной сессии; анализ результатов сессии; сбор информации по ходу зачетной сессии).

4. Тренинги, проводимые совместно со специалистами-психологами: «Коммуникативные компетенции», тренинг стрессоустойчивости перед первой сессией, тренинг в конце года «Личностно-профессиональная рефлексия». Цель тренингов - эмоциональная сплоченность группы, профилактика эмоционального состояния обучающихся, овладение навыками преодоления стресса перед сессией.

Важным является и проведение специалистами-психологами диагностики состояния обучающихся и их мотивированности к обучению, по результатам которой организуются индивидуальные консультации для обучающихся и консультации для кураторов с тьюторской позицией. Так, по результатам диагностики выявлены проблемы, возникающие у первокурсников: деструкция взаимоотношений в группе, низкие показатели психологического самочувствия и активности (примерно у 30% обучающихся), что объясняется такими причинами, как оторванность от семьи (особенно у иностранных студентов), семейные проблемы, взаимоотношения с однокурсниками, сомнения в правильности выбора направления подготовки.

Формы и методы работы кураторов с тьюторской позицией в академических группах могут быть различными и зависят от индивидуальности и уровня развития личности обучающихся, развития их коммуникативных, организаторских умений, умений самоорганизации и самоуправления, от направленности их интересов, специфики факультета, курса.

Таким образом, тьюторское сопровождение дает возможность обучающемуся успешно адаптироваться к обучению в университете и не просто получить знания, предусмотренные основной образовательной программой по выбранному направлению подготовки, но и как можно раньше начать профессиональное становление, определяя свои интересы и раскрывая свои внутренние ресурсы. В условиях реформы высшего образования реализация тьюторской позиции позволяет усиливать образовательную и воспитательную деятельность в университете, увеличивать активность обучающихся в области научных исследований и разработок, что обеспечивает более устойчивое позиционирование университета на существующих рынках образовательных услуг и дает возможность охвата новых.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бендова, Л.В. Педагогическая деятельность тьютора в сети открытого дистанционного профессионального образования. Автореферат диссертации на соискание ученой степени канд. педагогич. наук по специальности 13.00.08 - Теория и методика профессионального образования / Л.В. Бендова. – М., 2006.

2. Ковалева, Т.М. Возможности тьюторского сопровождения в современном ВУЗе / Т.М. Ковалева // Выступление на XI Международной тьюторской конференции «Сопровождение процессов индивидуализации в образовании и управлении». – Томск, 5-7 февраля 2007г.

3. Кошелева, Л.В. Система тьюторства как условие реализации уровневой модели подготовки в высшем учебном заведении / Л.В. Кошелева, Л.В. Смоленникова, Н.М. Стрельникова // Тьюторство в открытом образовательном пространстве: профессиональный стандарт тьюторского сопровождения: материалы IV Международной научно-практической конференции и XVI научно-практической Межрегиональной тьюторской конференции [9-10 ноября 2011 г., г. Москва]. – М.: МПГУ; АПКИППРО, 2011. – С.251-218.

# ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЙ МОДУЛЬ ДЛЯ ПЕРВОКУРСНИКОВ: ОПЫТ РЕАЛИЗАЦИИ В ПОВОЛЖСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Старыгина Н.Н., Шебашев В.Е.

*ФГБОУ ВПО «Поволжский государственный технологический университет»  
Российская Федерация, Республика Марий Эл, г. Йошкар-Ола, пл. Ленина, 3  
8(836) 686091, Staryginann@volgatech.net, Shebashevve@volgatech.net*

Abstract. The article contains the analytical information about the innovative experience of the preparatory module for the first-year students of the Volga State University of Technology. The preparatory module is aimed at the complex, intensive and fast adaptation of the interrelated education, technological, professional, social, psychological and organization components.

Ежегодный мониторинг знаний первокурсников по математике, физике, химии, информатике и другим дисциплинам приводит к выводу о том, что уровень подготовки вчерашних абитуриентов зачастую не в полной мере соответствует требованиям к освоению учебных дисциплин образовательных программ высшего образования. Как и в других вузах России, в Поволжском государственном технологическом университете существует многолетняя система работы со студентами-первокурсниками, направленная на их адаптацию к обучению в вузе в течение первого года обучения. Однако в последнее время стало очевидным, что длительность адаптационного периода не обеспечивает необходимых результатов: например, для успешного освоения вузовских дисциплин нужны прочные базовые (школьные) знания, которые следует вовремя актуализировать, то есть в кратчайшие сроки, к моменту начала освоения образовательной программы. Именно поэтому в 2010 году в Поволжском государственном технологическом университете мы приступили к реализации идеи **подготовительного модуля (ПМ)**, то есть комплексной, интенсивной и скорейшей адаптации вчерашних школьников к условиям вузовской жизни. Реализация подготовительного модуля нацелена на достижение следующих результатов: 1) актуализация знаний первокурсников и мотивация к обучению в вузе по выбранному направлению подготовки (специальности), 2) формирование коллективов студенческих групп первокурсников, 3) создание условий для быстрого вхождения первокурсников в общий коллектив факультета и вуза, 4) социально-психологическая адаптация первокурсников к новым условиям жизни. Комплексный подход к реализации идеи ПМ проявился в выделении и разработке таких его составляющих, как обучающая, технологическая, профессиональная, социально-психологическая, воспитательная, организационная, а также в реализации «поддерживающих» и «развивающих» научно-методических проектов «Разработка системы тьюторства как условие реализации двухуровневой модели обучения в ПГТУ», «Научно-методическое и технологическое обеспечение самостоятельной работы студентов», «Элитная подготовка специалистов в ПГТУ», «Электронное обучение», «Балльно-рейтинговая система оценивания результатов обучения РИТМ» и др.

В течение четырех лет реализации ПМ в университете на основании постоянного мониторинга вносились коррективы в его содержание, организацию учебной деятельности, в том числе менялся объем учебной нагрузки, сроки проведения и др. В настоящее время ПМ для первокурсников реализуется в течение двух недель (в 2013 г. - с 26 августа по 7 сентября). Наши потенциальные студенты знают, что для них занятия начнутся раньше, чем для студентов старших курсов. Но за дни, когда в вузе обучаются только первокурсники, они осваиваются в зданиях университета, знакомятся с расположением корпусов, факультетов и

кафедр, учебных аудиторий, структурных подразделений, знакомятся с университетским сайтом, информационными стендами, получают все необходимые документы (электронные пропуска, логины/пароли, студенческие билеты и др.). Конечно, первокурсники знакомятся с персоналом, как профессорско-преподавательским, так и учебно-вспомогательным и административным. К 1 сентября он чувствуют себя достаточно уверенно в стенах вуза.

**Обучающая** составляющая подготовительного модуля направлена на решение конкретных задач: актуализация и углубление знаний первокурсников по «школьным» дисциплинам «математика», «физика», «химия», «черчение», «иностранный язык», «информатика». На изучение дисциплин (аудиторные занятия) выделяется от 4 до 10 часов в неделю. Общий объем недельной учебной (аудиторной) нагрузки. При распределении видов учебных занятий акцент сделан на практические занятия и консультации, проводимые с целью организации и руководства преподавателями самостоятельной работы студентов. Все дисциплины обеспечены рабочими учебными программами, необходимыми дидактическими материалами и т.п.

Результаты анкетирования студентов первого курса в 2013 г. показали, что только 0,01% первокурсников считают, что учебные дисциплины ПМ не приносят никакой пользы, 99,99% опрошенных (в анкетировании участвовали студенты всех 10 факультетов вуза, 38 направлений подготовки, всего 890 человек, что составляет 80,5% от приема 2013 г.) признали, что интенсивное повторение базовых дисциплин и освоение новых (см. ниже) было полезным. Примечателен тот факт, что в ежегодно студенты-первокурсники, отвечая на довольно простой вопрос «Интересно ли им было посещать занятия ПИ?», говорили, что им было интересно (от 95 до 97%) и только 3-4% опрошенных признавались, что им было неинтересно. Это также подчеркивает значимость и необходимость актуализации базовых знаний вчерашних школьников.

Важным элементом подготовительного модуля стала диагностика знаний студентов первого курса, проводимая в разные годы учебно-методическим управлением совместно с НИИ мониторинга качества образования (г. Йошкар-Ола) и преподавателями дисциплин. Опыт показал, что более значима практика диагностирования преподавателями: проведение входного и итогового контроля знаний по дисциплине с целью определения уровня подготовки студентов, уровня сформированности навыков и умений самостоятельной работы, эффективности занятий в период ПМ, корректировки содержания и организации учебных занятий. По результатам итогового тестирования появляется возможность целенаправленного формирования групп выравнивания для менее подготовленных к освоению вузовских дисциплин студентов. Возможность рейтингования студентов по итогам изучения дисциплин подготовительного модуля позволяет выявлять талантливых студентов для обучения в группах элитной подготовки специалистов. Наконец, результаты итогового тестирования позволяют более эффективно внедрять технологию практико-ориентированного обучения в учебный процесс в вузе.

ПМ для первокурсников особенно актуален в условиях реализации компетентностного подхода к обучению в соответствии с требованиями ФГОС. В этот период становится возможным проведение входной оценки общекультурных и общепрофессиональных компетенций первокурсника. Определение и характеристика уровня сформированности компетенций студентов первого курса, проектирование компетентностной модели первокурсника позволят сделать вывод о степени подготовленности первокурсников к обучению в вузе, определить стратегию и тактику формирования общекультурных и профессиональных компетенций в процессе подготовки специалистов, осуществить поэтапный контроль за развитием компетенций и сделать возможным сравнение компетентностных моделей первокурсника и выпускника, что послужит основанием для выводов о качестве обучения в вузе, для рекомендаций по выработке корректирующих действий и т.д. Мы считаем это перспективным направлением в обучении студентов вуза.

**Технологическая** составляющая подготовительного модуля – это, собственно, организация учебных занятий и самостоятельной работы студентов-первокурсников. Задача –

подготовить первокурсника к обучению в вузе таким образом, чтобы он уверенно чувствовал себя в процессе освоения содержания вузовских дисциплин.

Традиционное репродуктивное обучение, предполагающее пассивную роль обучающегося, в период ПМ явно недостаточно, поскольку небольшое количество часов, отведенных на повторение-изучение дисциплин, потребует интенсификации освоения учебной информации. Поэтому используются личностно-ориентированные, реализующие деятельностный подход, педагогические технологии; активные методы обучения. В период ПМ необходимо «настроить» студента на интенсивное «восстановление» и углубление знаний: он должен понять, для чего ему нужны «школьные» знания. В этом плане важно осуществить «погружение» в будущую профессию, дать ему возможность понять логику вузовского обучения (учебного плана), убедить в необходимости базовых знаний для изучения не только знакомых ему дисциплин (математика, физика и т.д.), но и дисциплин профессионального цикла.

В ситуации интенсивного освоения учебного материала существенно меняется роль преподавателя: он выступает в роли модератора образовательного процесса, каждого занятия, системно применяющего активные технологии на каждом этапе занятия. Его цель – эффективное управление группой в процессе занятия, максимально полное вовлечение всех обучающихся в образовательный процесс, поддержание высокой познавательной активности на протяжении занятия, гарантированное достижение целей занятия. Преподаватель становится консультантом, наставником, старшим партнером для студента, активизирующим его аналитическую и рефлексивную деятельность, развивающим исследовательские умения, коммуникативные способности, навыки работы в команде.

Характерно, что в 2013 г. студенты первого курса отметили (82% опрошенных) активное использование преподавателями Интернет-технологий, информационных технологий, медиатехнологий, видеопрезентаций и др. (в 2012 г. только 46% первокурсников отмечали этот факт).

В связи с возрастающей ролью самостоятельной работы студентов в 2013 г. в ПМ была включена дисциплина «Организация самостоятельной работы студентов в вузе» (4 час.). Цель – помощь первокурснику в организации СР и управлении своим учебным процессом. В процессе изучения дисциплины решались такие задачи: знакомство с особенностями внутренней организации вуза, учебного процесса, норм и правил поведения, основами самоорганизации: пояснение сути и основных условий эффективной организации СРС в вузе (требования, виды и формы); рассмотрение системы сопровождения СРС в ПГТУ (службы вуза и их функции): разъяснение специфики и ключевых моментов системы балльно-рейтинговой оценки знаний РИТМ; обучение тайм-менеджменту.

С целью подготовить первокурсников к вузовским условиям в ПМ обучения введена дисциплина «Технология электронного обучения», цель которой – подготовить студентов к работе с электронными ресурсами, разработанными преподавателями вуза для более эффективной организации самостоятельной работы студентов, имеющимися в электронно-библиотечной системе ПГТУ и др. (электронные учебно-методические комплексы дисциплин, электронные учебные курсы, разработанные в среде LMSMOODLE, электронные образовательные ресурсы).

**Профессиональная** составляющая подготовительного модуля направлена на «погружение в профессию». Для решения этой задачи в модуль введена дисциплина «Презентация будущей профессии (экскурсии)» (2 часа в неделю), нацеленная на ознакомление первокурсников с производством. Для реализации этой составляющей ПМ привлекаются кураторы-тьюторы (в ПГТУ реализуется подход к организации работы кураторов как носителей тьюторской позиции). Как тревожный симптом мы рассматриваем то, что около 13% опрошенных первокурсников после реализации программы данной дисциплины признались, что «засомневались в выборе будущей профессии». При организации дальнейшей работы в группах первого курса кураторы-тьюторы планируют проведение дополнительных профессионально-ориентирующих мероприятий (встречи с выпускниками,

экскурсии на другие предприятия отрасли, участие в профессиональных состязаниях, знакомство с достижениями преподавателей выпускающих кафедр и др.).

**Социально-психологическая** составляющая подготовительного модуля – это та часть адаптивного процесса, которая наиболее «разработана» в ПГТУ. Задача – социально-психологическая адаптация первокурсников к вузу. Во внеучебное время организуется (силами кураторов-тьюторов, прежде всего) общее знакомство с университетом (посещение музея истории университета, экскурсия по университету, в Ботанический сад-институт, в научно-исследовательские лаборатории, научно-образовательные центры и т.д.); информирование о современных достижениях коллектива ПГТУ по всем направлениям деятельности; о возможностях получения дополнительной профессии или квалификации (Институт дополнительного профессионального образования, интегрированные образовательные программы и т.д.) и др. Социализация первокурсников предполагает знание ими правовых аспектов образовательной деятельности (права и обязанности). Важнейшей задачей является адаптация первокурсников к жизни в общежитии. Основная нагрузка в этом плане ложится на Центр социально-психологической помощи, кураторов-тьюторов и старшекурсников.

Хотя по итогам анкетирования студентов-первокурсников очевидно, что более половины из них полностью удовлетворены взаимоотношениями в группе, с преподавателями и представителями администрации, с октября 2013 года к работе с первокурсниками подключились специалисты-психологи: проведена диагностика состояния обучающихся и их мотивированности на обучение, по результатам которой организованы индивидуальные консультации для обучающихся, проведены тренинги коммуникативных компетенций и тренинги по сплочению коллектива студенческой группы.

**Воспитательная** составляющая подготовительного модуля также основывается на традициях, сложившихся в университете. Вовлечение первокурсников во внеучебную деятельность студентов предполагает, прежде всего, выявление личностных качеств, необходимых для активной студенческой жизни (участие в трудовой деятельности, в творческих коллективах, разного рода культурно-массовых мероприятиях и др.), формирующей общекультурные компетенции. В период подготовительного модуля рекомендуется определить актив студенческой группы, провести групповые мероприятия, факультетские, а также - общеуниверситетские мероприятия для первокурсников. В организации внеучебной работы первокурсников участвуют управление социальной и воспитательной работы, кураторы-тьюторы, студенты-старшекурсники.

**Организация подготовительного модуля** для первокурсников осуществляется в соответствии с Положением о подготовительном модуле для студентов первого курса МарГТУ (СМК-ПИ-3.01-21-2011). Ежегодно издаются приказы, в которых обозначены все основные мероприятия подготовительного модуля, определены сроки их выполнения. Организация подготовительного модуля потребовала интенсификации учебного процесса, внесения изменений в календарный график учебного процесса, формирования педагогического коллектива, участвующего в работе ПМ (характерно, что в первые годы большинство задействованных преподавателей были совместителями, в частности школьными учителями, в 2013 г. практически вся учебная нагрузка ПМ была выполнена вузовскими преподавателями), согласованности в работе многих структурных подразделений вуза, решения финансовых вопросов и др. Обычно в мае предшествующего учебного года издается приказ ректора ПГТУ о проведении подготовительного модуля в следующем учебном году.

Ежегодно группой социологических исследований при Совете по качеству ПГТУ проводится анкетирование первокурсников и преподавателей по итогам подготовительного модуля. Путем анкетирования, опроса, собеседования, обсуждения на заседаниях Ученого совета центра фундаментального образования, ректората выявляется мнение преподавателей, кураторов, заведующих кафедрами и деканов об эффективности ПМ, целесообразности его проведения и др. Проводимые анализ успеваемости и мониторинг адаптации первокурсников в течение первого года обучения позволяют сделать вывод о том, что подготовительный модуль способствует успешной образовательной «карьере» студентов. По итогам анализа результатов вырабатываются рекомендации и составляется план



корректирующих мероприятий по организации подготовительного модуля в следующем учебном году.

К сожалению, сложно найти абсолютные численные показатели, свидетельствующие об эффективности подготовительного модуля.

В какой-то степени таким показателем может стать средняя успеваемость студентов 1 курса по результатам зимней экзаменационной сессии:

1 курс факультет а	2008	2009	2010	2011	2012
ЛПФ	3,74	3,66	3,71	3,90	3,63
ММФ	3,72	3,58	3,75	3,86	3,96
РТФ	3,67	3,61	3,69	4,22	4,00
СФ	3,73	3,78	3,91	4,01	3,91
ФИиВТ	3,99	3,79	4,07	4,06	3,96
ФЛХиЭ	3,77	3,63	3,612	3,80	3,79
ФПиВР	3,78	3,65	3,45	4,00	3,82
ФСТ	4,22	4,02	4,16	3,94	4,14
ФУП	3,87	3,71	3,94	4,18	3,79
ЭФ	3,90	4,00	4,27	4,16	3,93
ПГТУ	3,84	3,74	3,86	4,01	3,89

Возможно, интенсивная работа с первокурсниками в период ПМ и в течение первого семестра обусловила некоторое повышение среднего балла в 2011, 2012 гг. (на момент написания статья отсутствуют результаты 2014 г.). При этом важно и то, что уровень качества знаний первокурсников достаточно стабилен, что также, вероятно, можно рассматривать как один из результатов подготовительного модуля.

В настоящее время организация подготовительного модуля педагогическим сообществом вуза признана целесообразной и эффективной. ПМ помогает студентам-первокурсникам осваиваться в вузовском и профессиональном пространствах. Преподаватели полагают, что ПМ обеспечивает преемственность между школой и вузом в освоении учебного материала. В 2013 г. наиболее эффективными были признаны новые дисциплины «Организация самостоятельной работы студентов в вузе» и «Технология электронного обучения». Вместе с тем студенты-первокурсники активно восстанавливали знания по математике, физике, химии: преподаватели вуза сумели сформировать у первокурсников понимание того, какую важную роль эти дисциплины будут играть при освоении ими инженерных и технических профессий. Следует отметить, что иностранный язык и информатика преподавались на уровне школьных знаний: преподавателями не был сделан акцент на необходимости изучения этих дисциплин в вузе, не было показано, что владение иностранным языком и информационными технологиями – часть профессиональной компетентности, обеспечивающей востребованность выпускников инновационной экономикой. В этом отношении ПМ предстоит совершенствоваться. Кроме того, преподавателями был поставлен вопрос о необходимости введения учебной дисциплины (модуля) «Корпоративная культура».

Таким образом, подготовительный модуль стал органической составляющей учебного процесса в Поволжском государственном университете. Совершенствуется его содержание, структура и организация. Более подробную и конкретизированную информацию можно получить в научно-методическом сборнике «Подготовительный модуль: опыт и перспективы реализации» (Йошкар-Ола: Поволжский государственный технологический университет, 2013).

---

## МОДЕЛЬ УСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА ГУМАНИТАРНЫХ ДИСЦИПЛИН В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

Титов Б.А., Павлова И.О.

*Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П.Королёва (национальный исследовательский университет), Россия, Самара, Московское шоссе, 34; titov@ssau.ru*

Abstrakt. The article gives the results of working out the mathematical model of mastering the educational material based on continuous monitoring of developments of learning abilities of students and corresponding adjustment of process of education by definite, structured in advance its component parts

Проблема формирования целостной личности современного выпускника технического вуза специфическим образом проявляет себя в процессе научного обоснования целей, содержания, методов, средств и организационных форм обучения по предметам гуманитарного цикла, закладывающего основы профессионально-технического, общекультурного и интеллектуального потенциала будущего специалиста. Именно гуманитарные дисциплины, будучи неотъемлемой частью бакалавриата, углубляют понимание студентами значения и места своей профессии в научно-техническом прогрессе, стимулируют использование иноязычных знаний как средства решения профессиональных задач, повышения социального престижа профессии и тем самым содействуют углублению профессионального мировоззрения. В указанной связи важным дидактическим аспектом в области гуманитарных дисциплин является разработка и использование математических моделей усвоения учебного материала, учитывающих мотивацию и свойство инерционности психолого-деятельностных процессов [1].

Рассмотрим один из возможных подходов к построению модели усвоения учебного материала, основанный на применении современной теории управления [2]. С этой целью при разработке модели будем учитывать следующие основные свойства процесса усвоения:

- определённая часть учебной информации неизбежно забывается в силу несовершенства механизма человеческой памяти [3];
- имеет место отвлечение учащихся от учебного процесса, что также приводит к утрате части учебной информации [4];
- часть утраченной учебной информации может быть восстановлена за счёт формирования умозаключений и регламентированной самостоятельной работы [5];
- процесс усвоения характеризуется свойствами инерционности и насыщения, что происходит по причинам психологического и физиологического характера [4], и не зависит от вида (статуса) учебной информации;
- учебная информация содержит так называемую мотивационную составляющую, которая инициирует у учащихся определённый интерес к овладению изучаемым предметом [6].

Введём следующие обозначения:  $\Delta Y_j(t)$  - объём усвоенной нормированной учебной информации за заданный промежуток времени  $\Delta t$ , измеряемый от момента начала трансляции учебного материала учащимся до момента квалиметрии;  $\Delta Z_j(t)$  - объём транслируемой нормированной учебной информации за промежуток времени  $\Delta t$ ;  $\Delta M_j(t)$  - объём мотивационной составляющей нормированной учебной информации.

Под нормированным объёмом учебной информации понимается отношение  $\Delta Y^P_j(t)/\Delta Y^{cm}_j(t)$ , где  $\Delta Y^P_j(t)$  - реально усвоенный объём учебных элементов на момент времени  $t$ ;  $\Delta Y^{cm}_j(t)$  - объём учебных элементов, подлежащих усвоению в соответствии со стандартом обучения по данной дисциплине на тот же момент времени  $t$ .

Перечисленные выше величины определяются для  $j$ -го уровня учебных задач ( $j = \overline{1,4}$ ) в соответствии со структуризацией учебного материала, предложенной в [1]. С учётом введённых обозначений уравнения в конечных разностях баланса информации в дидактической системе для заданного промежутка времени  $\Delta t$  будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} \Delta Y_j(t) &= k_1(1 - \alpha + \beta + \gamma)_{ij} \Delta Z_j(t) - v_{ij} Y_j(t) \Delta t + v_{ij} M_j(t) \Delta t, \\ \Delta M_j(t) &= k_2(1 - \alpha + \beta + \gamma)_{ij} \Delta Z_j(t) - \eta_{ij} M_j(t) \Delta t, \\ k_1 + k_2 &= 1; \quad i = \overline{1, N}; \quad j = \overline{1, 4}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь коэффициенты  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  характеризуют соответственно объём теряемой учебной информации за счёт отвлечения учащихся от процесса усвоения, а также прирост объёма учебной информации за счёт формирования умозаключений и регламентируемой самостоятельной работы; коэффициенты  $v$  и  $\eta$  характеризуют потери объёмов учебной информации и ее мотивационной составляющей, вызванные несовершенством механизма человеческой памяти; коэффициенты  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $v$ ,  $\eta$  определяются для  $i$ -го момента квалиметрии и  $j$ -го уровня учебных задач; коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$  определяют соотношение между объёмом учебной информации, подлежащей усвоению, и объёмом мотивационной составляющей учебной информации.

Таким образом, первое слагаемое в правой части первого уравнения в (1) представляет собой ту часть транслируемой учебной информации, которая может быть усвоена; второе слагаемое определяет потери информации, обусловленные забыванием, а третье слагаемое – пополнение учебной информации за счёт мотивационной составляющей. В правой части второго уравнения в (1) первое слагаемое – мотивационная составляющая учебной информации, а второе слагаемое – ее потери, вызванные несовершенством механизма памяти.

Разделим левую и правую часть первого уравнения из (1) на  $v_{ij} \Delta t$ , а второго уравнения – на  $\eta_{ij} \Delta t$ , перейдем к пределу при  $\Delta t \rightarrow 0$  и в результате получим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{v_{ij}} \frac{dY_j(t)}{dt} + Y_j(t) &= k_1 \frac{(1 - \alpha + \beta + \gamma)_{ij}}{v_{ij}} \frac{dZ_j(t)}{dt} + M_j(t), \\ \frac{1}{\eta_{ij}} \frac{dM_j(t)}{dt} + M_j(t) &= k_2 \frac{(1 - \alpha + \beta + \gamma)_{ij}}{\eta_{ij}} \frac{dZ_j(t)}{dt}, \\ i = \overline{1, N}; \quad j = \overline{1, 4}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Введём обозначения:

$$\frac{1}{v_{ij}} = 2T_{ij}\xi_{ij}; \quad \frac{1}{\eta_{ij}} = T_{M_{ij}};$$

$$k_1 \frac{(1 - \alpha + \beta + \gamma)_{ij}}{v_{ij}} = k_{ij}; \quad k_2 \frac{(1 - \alpha + \beta + \gamma)_{ij}}{\eta_{ij}} = k_{ij}^M.$$

В результате (2) переписывается в виде:

$$\left. \begin{aligned} 2T_{ij}\xi_{ij} \frac{dY_j(t)}{dt} + Y_j(t) &= k_{ij} \frac{dZ_j(t)}{dt} + M_j(t), \\ T_{M_{ij}} \frac{dM_j(t)}{dt} + M_j(t) &= k_{ij}^M \frac{dZ_j(t)}{dt}, \\ i = \overline{1, N}; \quad j = \overline{1, 4}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Учтём в полученной модели усвоения учебной информации важный аспект дидактического процесса, а именно, его инерционность. Для этого в первое уравнение (3) введём инерционный член, пропорциональный второй производной от функции усвоения. А во второе уравнение (3) также введём инерционный член, пропорциональный второй производной от мотивационной составляющей процесса усвоения.

В результате будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} T_{ij}^2 \frac{d^2 Y_j(t)}{dt^2} + 2T_{ij}\xi_{ij} \frac{dY_j(t)}{dt} + Y_j(t) &= k_{ij} \frac{dZ_j(t)}{dt} + M_j(t), \\ T_{M_{ij}}^2 \frac{d^2 M_j(t)}{dt^2} + 2T_{M_{ij}}\xi_{M_{ij}} \frac{dM_j(t)}{dt} + M_j(t) &= k_{ij}^M \frac{dZ_j(t)}{dt}, \\ i = \overline{1, N}; \quad j = \overline{1, 4}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Первое уравнение (4) определяет нарастание объёма усвоенной информации в зависимости от скорости трансляции  $dZ_j(t)/dt$  учебного материала и мотивационной составляющей  $M_j(t)$ , а второе уравнение определяет нарастание объёма усвоенной мотивационной составляющей только в зависимости от скорости трансляции. Производная  $dZ_j(t)/dt$  выступает в роли управляющей переменной. Если каким-либо способом эта величина может быть задана через переменные  $Y_j(t)$ ,  $dY_j(t)/dt$ ,  $M_j(t)$ ,  $dM_j(t)/dt$ , то система (4) становится замкнутой и совместной и может быть проинтегрирована при заданных начальных условиях.

Три потока циркулирующей информации: усваиваемая  $Y_j(t)$ , транслируемая  $Z_j(t)$  и мотивационная  $M_j(t)$  находятся в определённом балансе и определяют суть процесса усвоения в дидактической системе.

Особо следует оговорить выделение из общего объёма транслируемой учебной информации так называемой мотивационной составляющей. На основе современных представлений [7] «под мотивацией следует понимать генетическое стремление человека к самореализации в определённых видах деятельности в соответствии с его врождёнными задатками -

способностями». Это активное и устойчивое стремление реализуется в конкретные достижения, когда создаются необходимые условия. В этой связи будем считать, что весь объем учебной информации, транслируемой учащимся, должен содержать информацию, способствующую развитию генетического стремления человека к обучению по данной дисциплине. Например, специально подобранный лекционный материал, практические или лабораторные занятия, разработанные тестовые задачи и т.п. Важно отметить, что мотивационная составляющая учебной информации должна быть величиной измеримой, исчисляемой количеством учебных элементов.

Рассмотрим собственные свойства системы (4), положив вместо управляющей функции  $dZ_j(t)/dt$  функцию Хевисайда  $hev(t)$ . В результате система (4) может быть проинтегрирована любым из известных численных методов.

Проинтегрируем систему (4), используя программный комплекс «Моделирование в технических устройствах» («МВТУ» ver. 3.7) – современную среду интеллектуального САПР, предназначенную для детального исследования и анализа нестационарных процессов в любых технических, социальных и экономических системах, описание динамики которых может быть реализовано методами структурного моделирования. Результат интегрирования системы (4) может быть проиллюстрирован следующим графиком (рисунок 1), где по оси абсцисс отложено время обучения, измеряемое в условных единицах времени (в данном случае в неделях), а по оси ординат – нормированное число усвоенных учебных элементов, представленное в долях единицы. Таким образом, площадь под кривой функции усвоения представляет собой суммарное число учебных элементов, которые подлежат усвоению в течение, например, семестра в соответствии с имеющимся стандартом обучения по данной дисциплине:

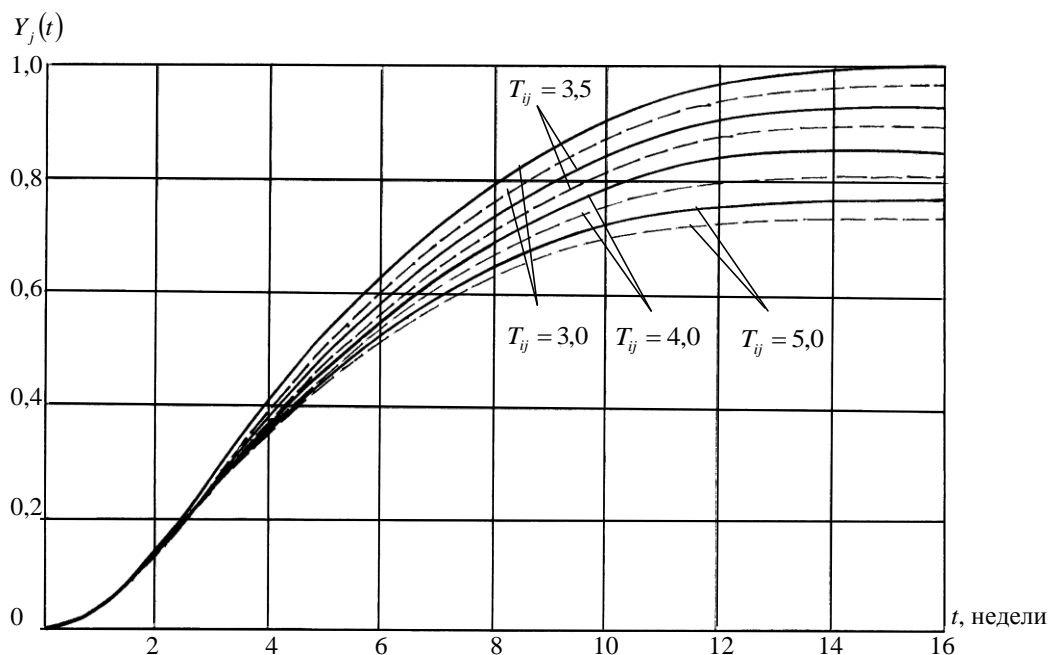


Рисунок 1. Зависимость функции усвоения от времени для различных значений постоянной времени  $T_{ij}$  [ед. времени]

$$\int_0^T Y(t)dt = J = const . \quad (5)$$

При проектировании технологии обучения, опирающейся на вышеизложенные соображения, эта величина является заданной.

На рисунке 1 представлены четыре пары кривых усвоения, соответствующие разным значениям постоянной времени  $T_{ij}$ . Остальные параметры системы (4) приняты следующими:  $\xi_{ij} = 1$ ;  $k_{ij} = 1,0$  [нормированные учебные элементы];  $k_{ij}^M = 0,05$  [нормированные учебные элементы];  $T_M = 10,0$  [ед. времени].

Из множества кривых усвоения  $Y_j(t)$ , получаемых при различных значениях параметров системы (4), можно определить такую, которая при  $t = T$  будет иметь значение, равное единице:  $Y_j(T) = 1$ . Будем называть её эталонной траекторией усвоения, поскольку площадь под такой кривой, выраженная произведением числа учебных элементов на время, будет соответствовать, согласно (5), стандарту обучения.

Например, по гуманитарной дисциплине «Менеджмент» в высшем учебном заведении в соответствии с существующим ныне государственным стандартом общее число учебных элементов, согласно предложенной структуризации [1], по всем четырем уровням учебных задач будет составлять 750 ...800. Таким образом, для данного курса это число учебных элементов в соответствии с рассматриваемой моделью усвоения учебного материала должно быть равно величине площади криволинейного треугольника, ограниченного снизу линией абсцисс, справа вертикальной прямой  $t = T$ , а сверху – кривой усвоения  $Y_j(t)$ .

Полученная модель (4), таким образом, является более точной моделью усвоения по сравнению [1], поскольку в ней учтён механизм инерционности при усвоении не только основного массива транслируемой учебной информации, но и его мотивационной составляющей. Разработанная модель далее может быть использована для моделирования процесса усвоения материала гуманитарных дисциплин в техническом вузе.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Рябинова, Е.Н. Феноменологическая модель усвоения учебного материала с учетом фактора мотивации [Текст]/ Е.Н.Рябинова, Б.А.Титов // Вестник СГАУ. – 2006. - №1(9). – С. 246-258.
2. Андреев, Ю. Н. Управление конечномерными линейными объектами [Текст]/ Ю.Н. Андреев – М.: Наука, 1976. – 424 с.
3. Аткинсон, Р. Человеческая память и процесс обучения[Текст]/Р.Аткинсон – М.: Прогресс, 1980. – 528 с.
4. Рябинова, Е. Н. Формирование учебной нагрузки в процессе обучения [Текст]/ Е.Н.Рябинова, Б.А.Титов // Сборник трудов Всероссийской научно-методической конференции «Системный подход к обеспечению качества высшего образования», 27, 28 января 2000 г., г. Тольятти. Тольятти: Изд-во ТолПИ, 2000. – С.130-137.
5. Рябинова, Е. Н. К построению модели обучения с повторением изучаемого материала [Текст]/ Е.Н.Рябинова, Б.А.Титов // Межвузовский сборник научных трудов «Наука, техника, образование г. Тольятти и Волжского региона». Ч. 1. Тольятти: Изд-во ТолПИ, 2000. – С.73-75.
6. Рябинова, Е. Н. О мотивации учебной деятельности [Текст]/ Е.Н.Рябинова, Б.А.Титов // Материалы Всероссийской научно-практической конференции «Управление качеством образования в вузах», 24 – 26 сентября 2003 г., г. Самара, СамГТУ. – Самара: Изд-во СамГТУ, 2003. – С.128-130.
7. Беспалько, В. П. Образование и обучение с участием компьютеров (педагогика третьего тысячелетия) [Текст]/ В.П.Беспалько – М.: Изд-во Московского психолого-социального института; Воронеж: Изд-во НПО «МОДЭК», 2002. – 352 с.

---

## АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИЙ С ПОМОЩЬЮ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПОЛИНОМОВ

Фримучков А.Н.

*Московский государственный технический университет радиотехники, электроники и автоматики, email:  
afrimuchkov@yandex.ru*

The report is considered an approximation of a radio engineering signal of the given form by means of a trigonometric Fourier series, Chebyshev polynomials, Legendre polynomials, Walsh functions. Some practical examples of this theory were reviewed.

Аппроксимация - (от лат. approximo - приближаюсь) - замена одних математических объектов другими, в том или ином смысле близкими к исходным. Аппроксимация позволяет исследовать числовые характеристики и качественные свойства объекта, сводя задачу к изучению более простых или более удобных объектов (например, таких, характеристики которых легко вычисляются или свойства которых уже известны). Такими удобными объектами являются обобщённые ряды Фурье по ортогональным системам функций.

Фурье – французский математик (1768-1830). Изучая теорию тепла, ввел ряды и интеграл, которые впоследствии ученики назвали его именем. Тригонометрические ряды Фурье – яркие представители функциональных рядов.

Функция  $f(x)$ , удовлетворяющая условиям Дирихле на отрезке  $[-l; l]$  и периодически продолженная на всю числовую ось может быть разложена в ряд:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cdot \cos \frac{n\pi x}{l} + b_n \cdot \sin \frac{n\pi x}{l} \right) \quad (1) \text{ где}$$

$$a_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{n\pi x}{l} dx, n = 0, 1 \dots b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{n\pi x}{l} dx, n = 1, 2 \dots \quad (2)$$

Тригонометрический ряд Фурье является частным случаем обобщённого ряда Фурье по ортогональной системе функций  $\{\varphi_n\}$ :

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} C_k \varphi_k(x), \quad (3)$$

где коэффициенты  $C_k$  имеют вид:

$$C_k = \frac{(f, \varphi_k)}{\|\varphi_k\|^2} = \frac{\int_a^b f(x) \varphi_k(x) dx}{\int_a^b \varphi_k^2(x) dx} \quad (4)$$

$(f, \varphi_k)$ -скалярное произведение функции  $f(x)$  на  $\varphi_k(x)$ ;  $\|\varphi_k(x)\|^2$  – квадрат нормы функции  $\varphi_k(x)$

$\|\varphi_k(x)\|^2$  определяют мощность, или энергию базисных функций

Одним из основных методов в теории спектрального анализа радиосигналов является разложение сигналов по системе ортогональных функций..

Существует множество систем ортогональных полиномов, которые используют в качестве базисных, но в данной работе мы остановимся только на полиномах Лежандра, Чебышева и на функциях Уолша.

### 1. Полиномы Лежандра

Полиномы Лежандра определяются следующей формулой:

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n, n = 0, 1, 2 \dots \quad (5)$$

Так же полиномы Лежандра можно задать рекуррентной формулой:

$$(n + 1)P_{n+1}(x) - x(2n + 1)P_n(x) + nP_{n-1}(x) = 0, n = 0, 1, 2 \dots \quad (6)$$

При помощи рекуррентной формулы удобно находить полиномы последовательно.

Используя интегрирование по частям, можно доказать ортогональность этих полиномов на отрезке  $[-1; 1]$  с весовой функцией, равной 1:

$$\int_a^b P_n(x)P_m(x) dx = 0 \text{ при } m \neq n$$

и вычислить норму:

$$\|P_n(t)\| = \sqrt{\frac{2}{2n + 1}}$$

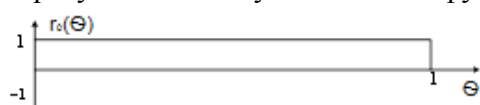
2. Аналогичные рассуждения можно провести для полиномов Лагерра, Чебышева и Эрмита.

Таблица для 4-х систем полиномов:

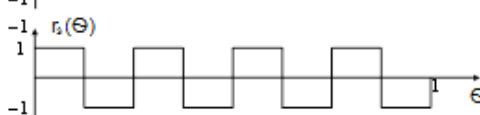
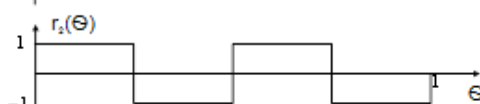
Название полиномов	Формула	Весовая функция	Интервал ортогональности
Полиномы Лагерра	$L_n(x) = \frac{e^x d^n}{n! dx^n} (x^n e^{-x})$	$e^{-\frac{x}{2}}$	$(0; +\infty)$
Полиномы Чебышева	$T_n(x) = \frac{(-2)^n n!}{(2n)!} \sqrt{1-x^2} * \frac{d^n}{dx^n} (\sqrt{1-x^2})^{2n-1}$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(-1; 1)$
Полиномы Эрмита	$L_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x^2})$	$e^{-\frac{x}{2}}$	$(-\infty; +\infty)$
Полиномы Лежандра	$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx} (x^2 - 1)^n$	1	$(-1; 1)$

### 3. Функции Уолша

Система функций Уолша впервые была описана математиком Уолшем (J. Walsh) в 1923 году. Функции Уолша определяются через функции Радемахера. Последние, в свою очередь, образуются из синусоидальных функций с помощью формулы:



$$r_0(\theta) \equiv 1, r_i(\theta) = \text{sign}(\sin(2^i \pi \theta)), i = 1, 2 \dots \quad (10) \theta = \frac{t}{T}, T - \text{период}$$



Система функций Радемахера ортогональна на  $[0, 1)$ , но она не является полной, на её основе можно построить систему функций Уолша, которая является расширением системы функций Радемахера до полной системы.

Функции Уолша формируются из функций Радемахера при помощи следующего соотношения:

$$\text{wal}_0(\theta) \equiv 1, \text{wal}_i(\theta) = \prod_{j=1}^i [r_j(\theta)]^{i_j} \quad (8)$$

Основные свойства системы функций Уолша:

1. Система Функций Уолша ортогональна и нормирована.



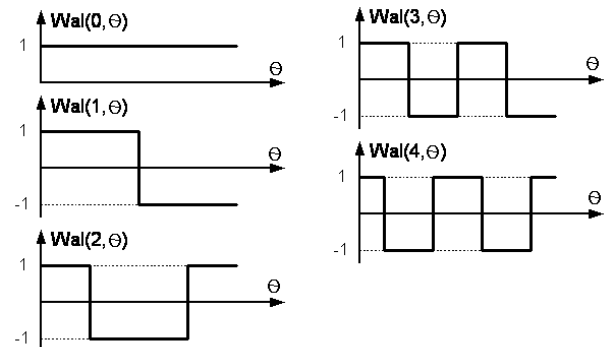
- Среднее значение функций Уолша для всех  $i \neq 0$  равно 0
- Произведение двух функций Уолша равно новой функции Уолша из этой же системы:  $wal_i(\theta)wal_j(\theta) = wal_k(\theta)$ , при этом  $k = i \oplus j$
- Чётным относительно середины интервала функциям соответствуют чётные значения  $i$ , а нечётным нечётные.

### Практический пример применения полиномов

Аппроксимируем исходный сигнал

$$S(t) = \begin{cases} \sin(\pi t), & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & -1 \leq t < 0 \end{cases}$$

разложив его по ортогональной системе тригонометрических функций, по системам ортогональных полиномов Лежандра, Чебышева и по системе функций Уолша и сравним точность полученных аппроксимаций.



#### 1) Разложение в ряд Фурье по тригонометрической системе функций:

$$a_0 = \int_0^1 \sin(\pi t) dt = \frac{2}{\pi} \Rightarrow \frac{a_0}{2} = \frac{1}{\pi}$$

$$a_n = \int_0^1 \sin(\pi t) \cos(n\pi t) dt = \begin{cases} 0, & n = 2k - 1 \\ \frac{2}{\pi(1 - n^2)}, & n = 2k \end{cases}$$

$$b_n = \int_0^1 \sin(\pi t) \sin(n\pi t) dt = 0$$

$$b_1 = \int_0^1 \sin^2(\pi t) dt = \frac{1}{2};$$

Ограничимся такой ошибкой аппроксимации, чтобы  $\delta^2 \leq 0,01$ , поэтому запишем ряд, используя первые 5 членов ряда Фурье:

$$S(t) \approx \frac{1}{\pi} + 0 \cos(\pi t) + \frac{1}{2} \sin(\pi t) - \frac{2 \cos(2\pi t)}{3\pi} + 0 \cos(2\pi t)$$

Вычислим мощность сигнала:

$$W = \frac{1}{a-b} \int_a^b S^2(t) dt \quad (12)$$

$$W = \frac{1}{2} \int_0^1 \sin^2(\pi t) dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Теперь вычислим мощности ортогональных функций, по которым разлагается наш сигнал.

$$W_k = \frac{1}{a-b} \int_a^b \varphi^2(t) dt \quad (13)$$

$$W_0 = 1; W_2 = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \sin^2(\pi t) dt = \frac{1}{2}; W_3 = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \cos^2(\pi t) dt = \frac{1}{2}$$

Используя мощность сигнала, можно вычислить ошибку аппроксимации:

$$\sigma^2 = W - \sum_{k=0}^n C_k^2 W_k$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{\pi^2} - \frac{1}{8} - \frac{4}{9\pi^2} \cdot \frac{1}{2} = 0,00116$$

#### 2) Разложение сигнала по полиномам Лежандра:

$$P_0(t) = 1; P_1(t) = t; P_2(t) = \frac{1}{2}(3t^2 - 1); P_3(t) = \frac{1}{2}(5t^2 - 3t)$$

$$||P_n(t)|| = \sqrt{\frac{2}{2n+1}} - \text{норма, } \omega = 1 - \text{весовая функция}$$

Коэффициенты для обобщённого ряда Фурье (Здесь и далее в работе большинство определённых интегралов будут вычисляться на компьютере):

$$C_k = \frac{2k+1}{2} \int_{-1}^1 S(t) P_k(t) dt = \int_0^1 \sin(\pi t) P_k(t) dt$$

$$C_0 = \frac{1}{\pi}; C_1 = \frac{3}{2\pi}; C_2 = -0,08588; C_3 = -0,57912; C_4 = -0,38487$$

Вычислим мощности и найдём ошибку аппроксимации:

$$W = \frac{1}{4}; W_0 = 1; W_1 = \frac{1}{3}; W_2 = \frac{1}{3}; W_3 = \frac{1}{7}; W_4 = \frac{1}{9};$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{\pi^2} - \frac{9}{4\pi^2} \frac{1}{3} - (-0,08588)^2 \frac{1}{5} - (-0,57912)^2 \frac{1}{7} - (-0,38487)^2 \frac{1}{9} = 0,00684$$

### 3) Разложение сигнала по полиномам Чебышёва:

$$T_0(t) = 1; T_1(t) = t; T_2(t) = 2t^2 - 1; T_3(t) = 4t^3 - 3t; T_4(t) = 8t^4 - 8t^2 + 1;$$

$$C_n = \frac{1}{\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} T_n^2(t) dt} \int_{-1}^1 S(t) \frac{T_n(t)}{\sqrt{1-t^2}} dt$$

$$C_0 = 0,22716; C_1 = 0,23756; C_2 = -0,16051; C_3 = -0,31177; C_4 = -0,13691$$

Запишем ряд, используя полученные результаты:

$$S(t) \approx 0,22716 + 0,23756t - 0,16051(2t^2 - 1) - 0,31177(4t^3 - 3t) - 0,13691(8t^4 - 8t^2 + 1)$$

Найдём ошибку аппроксимации:

$$W = \frac{1}{4}; W_0 = \frac{\pi}{2}; W_1 = \frac{\pi}{4}; W_2 = \frac{\pi}{4}; W_3 = \frac{\pi}{4}; W_4 = \frac{\pi}{4}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{4} - (0,22716)^2 \frac{\pi}{2} - (-0,23756)^2 \frac{\pi}{4} - (-0,16051)^2 \frac{\pi}{4} - (-0,31177)^2 \frac{\pi}{4} - (-0,13691)^2 \frac{\pi}{4} = 0,01331$$

### 3) Разложение сигнала по функциям Уолша.

Для начала изменим интервал ортогональности:

$$t = \frac{x-1}{2} \Rightarrow \text{wal}_k\left(\frac{x-1}{2}\right) = \text{wal}_k(t)$$

Общий вид у ряда будет такой:

$$S(t) = a_0 \text{cal}_0(t) + a_1 \text{cal}_1(t) + b_1 \text{sal}_1(t) + a_2 \text{cal}_2(t) + b_2 \text{sal}_2(t)$$

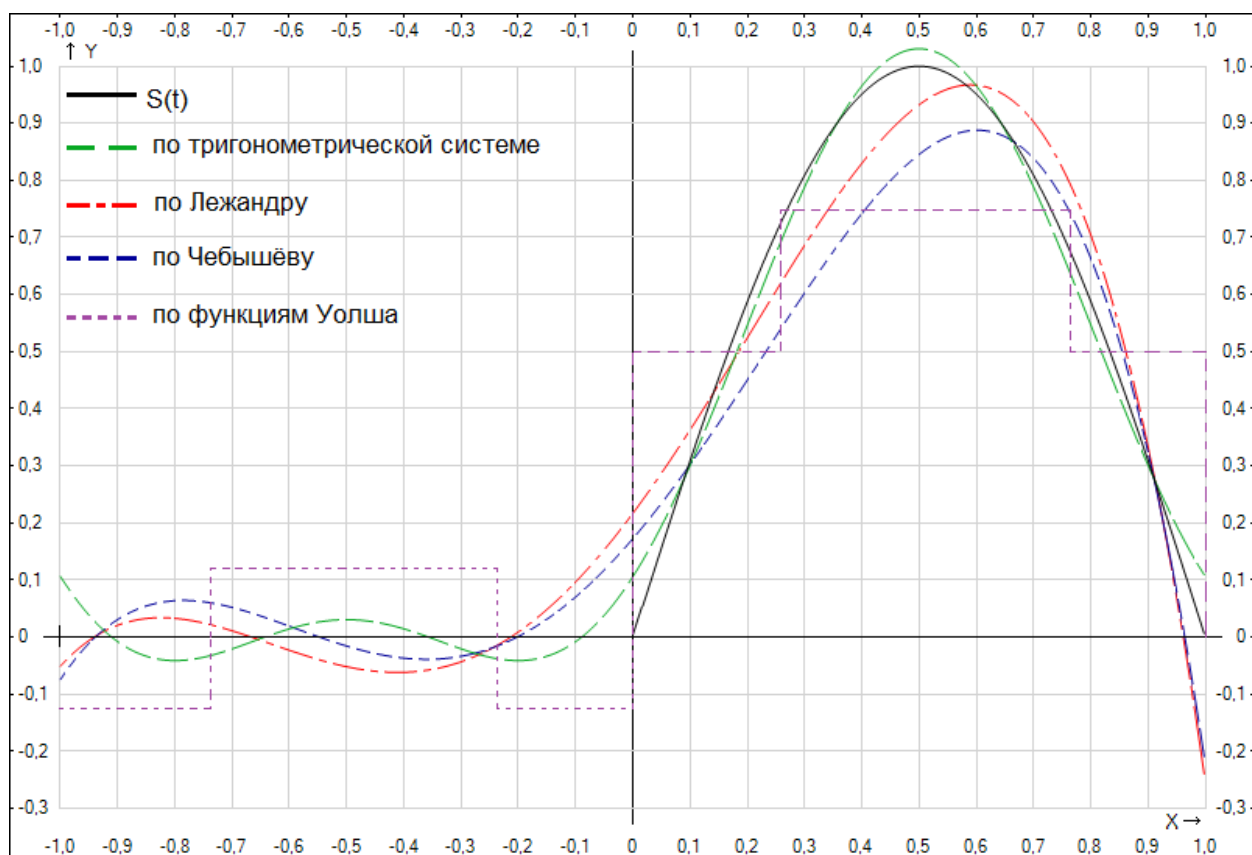
Коэффициенты в данном случае будут:

$$a_0 = \frac{1}{\pi}; a_1 = 0; b_1 = \frac{1}{\pi}; a_2 = -0,1318; b_2 = 0$$

$$\Rightarrow S(t) \approx \frac{1}{\pi} \text{cal}_0(t) + \frac{1}{\pi} \text{sal}_1(t) - 0,1318 \text{cal}_2(t)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi^2} - \frac{1}{2\pi^2} - \frac{0,1318^2}{2} = 0,14$$

Далее представлен график исходной функции и функций, аппроксимирующих её: (график построен с помощью программного пакета Maple):



### Некоторые примеры приложения теории аппроксимации функций

В данной работе рассмотрена аппроксимация функций, которая имеет колоссальное значение в прикладных задачах, она используется практически везде: от создания компьютерных игр до добычи нефти.

Необходимость аппроксимации сигналов возникает во многих радиотехнических задачах, в том числе при исследовании помехоустойчивости, в задачах информационной безопасности и других.

Функции Уолша и основанные на них функции получили широкое распространение при обработке речевых сигналов, при обработке изображений в биологии и медицине, в цифровой голографии и многих других областях. Отдельно стоит отметить, что широкое применение функции Уолша находят в спектральном анализе генетических секвенций и при создании новых генетических алгоритмов.

### ЛИТЕРАТУРА

- “Высшая математика” под редакцией С.А.Розановой. ФИЗМАТЛИТ, 2009
- Суперкомпьютеры в жизни нефтяной компании (<http://www.svoruem.com/forum/7613.html>)
- Прохоров Г.В., Колбеев В.В., Желнов К.И., Леденев М.А. Математический пакет Maple V Release 4: Руководство пользователя

## СОВМЕСТНЫЕ МАГИСТЕРСКИЕ ПРОГРАММЫ САФУ В РАМКАХ МЕЖДУНАРОДНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОЕКТОВ

Хаймина Л.Э., Крылов А.С., Хаймин Е.С., Фатеева К.С.

*Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова  
163000, г. Архангельск, наб. Северной Двины, д.17  
+7 (8182) 21-61-00 (доб.19-16)  
e-mail: khaimina@mail.ru, a.krylov@narfu.ru, e.khaymin@narfu.ru, k.fateeva@narfu.ru*

The article contains the analysis of the Institute of Mathematics, Information and Space Technologies projects in the sphere of information technology and international educational programmes.

Модернизация содержания высшего образования, основанного на компетентностном подходе и в сотрудничестве с работодателями; а также оптимизация способов и технологий организации образовательного процесса есть одна из актуальных задач современности.

В связи с реализацией принципов Болонского процесса, созданы в настоящее время благоприятные условия для углубленного взаимодействия между отдельными вузами в образовательной и исследовательской деятельности, максимально облегченной мобильности студентов и преподавателей в пределах единого образовательного пространства.

Институт математики, информационных и космических технологий (ИМИКТ) Северного (Арктического) федерального университета имени М.В. Ломоносова имеет многолетние международные связи с различными европейскими университетами. Все эти годы накапливался опыт по созданию взаимно согласованных учебных планов и программ, по организации мобильности преподавателей и студентов, по созданию модулей и курсов на английском языке и т.д. Активно применялось обучение студентов в международных группах, смешанные технологии обучения, выполнение совместных научных проектов.

В САФУ имеется многолетний опыт действующих международных бакалаврских программ. Ярким примером тому является программа «Бакалавр приполярного регионоведения». Студенты САФУ проходят регистрацию в Университете Нурланда (Норвегия) и обучаются одновременно в двух университетах. Часть дисциплин из Норвегии они изучают дистанционно, один семестр учатся в Норвегии (30 ECTS), а оставшиеся 150 кредитов набирают из дистанционных курсов и релевантных курсов САФУ. В итоге студенты получают два диплома. Проект финансово поддерживается Университетом Арктики и норвежским национальным фондом.

Существует положительный опыт и совместных международных магистерских программ в рамках проектов VCBU+ и KITENPI программы КолАрктик.

За последние пятнадцать лет институт математики, информационных и космических технологий участвует в следующих международных проектах:

- Сравнение систем школьного математического образования в странах Северной Европы;
- Избранные вопросы геометрии;
- Динамические системы и фракталы;
- Сандвич-проекты для аспирантов и магистрантов;
- RUSSIAN-FINNISH BARENTS CROSS BORDER UNIVERSITY;
- Создание виртуального музея М.В. Ломоносова;
- VCBU+;
- KITENPI;
- MITE;

- Повышение финансовой грамотности школьников и др.

Одним из наиболее крупных проектов является международный проект «RUSSIAN-FINNISH BARENTS CROSS BORDER UNIVERSITY» по созданию совместных международных магистерских программ университетами Финляндии и России. Институт математики, информационных и космических технологий принял участие в создании магистерской программы «Information technology» совместно с университетом г. Оулу (Финляндия). Постоянно происходит обмен преподавателями с целью чтения лекций в вузе - партнере и обмена опытом в образовательной и научно-исследовательской деятельности. Разработаны и предлагаются на выбор студентам модули и курсы на английском языке. Преподаватели нашего университета и Университета Оулу (Финляндия) предлагают студентам «пилотные» курсы на английском языке, которые могут слушать не только магистранты, но и студенты всех специальностей и направлений, реализуемых в институте. Часть курсов реализуется в дистанционном режиме.

В рамках проектов VCBU+ и KITENPI были созданы магистерские программы «Высокопроизводительные и облачные вычисления» и «Информационные технологии в медицине и социальной сфере». Результаты научных исследований в рамках российско-болгарского проекта MITE успешно используются в магистерской программе «Математическое образование». Создание виртуального музея М.В. Ломоносова в рамках российско-германского проекта является частью научно-исследовательской работы магистрантов магистерской программы «Корпоративные информационные системы».

В чем особенность российской магистратуры?

Во-первых, обучение проводится на русском языке, за исключением отдельных курсов или модулей.

Во-вторых, поступая в магистратуру, студенты выбирают направление подготовки, а не конкретную тему исследования (магистерскую программу), предлагаемую профессором (руководителем магистратуры).

В-третьих, магистратура обычно воспринимается, как учебный процесс, а магистерское исследование воспринимается как не самая большая часть его.

В-четвертых, магистранты обычно совмещают учебу с работой, но работа не всегда связана с темой магистерской диссертации.

В чем особенность европейской международной магистратуры?

Во-первых, магистерские программы реализуются на английском языке.

Во-вторых, научное исследование является основным. Тема исследования часто заказывается бизнесом или государством.

В-третьих, поддерживаются мобильность студентов и двойное руководство магистерскими диссертациями профессорами университетов разных стран.

В Северном (Арктическом) федеральном университете проводится большая работа по созданию и развитию международных магистерских программ. Например, в рамках проекта KITENPI установлены связи между руководителями магистерских программ института математики, информационных и космических технологий САФУ и Университетом Тромсе (Норвегия) и Университетом Лулео (Швеция). Реализуется аналог сандвич-программ. Создается совместный пул тем магистерских исследований по высокопроизводительным и облачным вычислениям, по информационным технологиям в медицине и социальной сфере. Ежегодно проводятся летние и зимние школы с выдачей сертификатов и зачетных единиц, признаваемых партнерами.

В 2013-2014 учебном году в магистратуры ИМИКТ поступили выпускники, имеющие высшее образование по специальностям «Социальная работа», «Филология», «Журналистика». Есть выпускники с высшим медицинским образованием. Они поступили в магистратуру, имея конкретную задачу, поставленную руководством их предприятия.

В рамках проектов VCBU+ и KITENPI в 2012 году прошел набор на магистерские программы «Информационные технологии в образовании», «Корпоративные информационные системы» и «Высокопроизводительные и облачные вычисления», когда

магистранты поступали на обучение к конкретным профессорам и на конкретные темы исследования. Магистранты программы «Информационные технологии в образовании» в первый год обучения приняли участие в междисциплинарной летней школе в Рованиеми (Финляндия), прошли курс обучения в Университете Оулу (Финляндия); во второй год обучения прошли научно-исследовательскую практику в институте информатизации образования РАО (Москва), приняли участие в междисциплинарной зимней школе в Петрозаводском государственном университете. Уже второй год магистранты участвуют в областном проекте по повышению компьютерной грамотности пенсионеров, выступая в роли волонтеров.

Мобильность магистрантов является элементами не только международных проектов ВСВU+ и KИTENPI программы КолАрктик, но и многих других. Например, FIRST российско-финских обменов.

В рамках международных проектов в институте математики, информационных и космических технологий созданы три мультимедиа студии, где организовано инновационное обучение магистрантов (видеолекции, видеоконференции, дистанционные курсы и т.д.).

В современном информационном обществе возрастает спрос на знания. Важную роль в этом должны сыграть инновационные учебные заведения.

---

## СЕКЦИЯ 6.

### АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ШКОЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ С НЕОДНОЗНАЧНОЙ ТРАКТОВКОЙ УСЛОВИЙ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Аммосова Н.В., Коваленко Б.Б.

*Астраханский государственный университет, тел. 89086108069, n\_ammosova@mail.ru*

*Expediency of an adequate combination in the course of training of pupils in mathematics of problems with the accurate and unambiguously understood formulation with problems with an superfluous, inconsistent condition is considered, examples are given.*

Как известно, одним из методических направлений синергетического подхода в образовании является создание условий, способствующих получению знаний самими учащимися. Общепринято, что задачный материал является благоприятной почвой для этого. К задачам, наиболее содействующим достижению выше названной цели, относятся задачи-альтернативы, задачи с неоднозначно понимаемым условием, недостающими (неопределенные), избыточными (переопределенные), противоречивыми данными. Кроме того, такие задачи способствуют расширению кругозора, устранению формализма в знаниях, адекватному применению их на практике, развитию мыслительных операций, логики рассуждений, критичности и нелинейности мышления.

Учащиеся обычно игнорируют важные вопросы о переизбыточности, недостаточности или противоречивости задач, так как задачи из школьных учебников не требуют размышления над такими вопросами – в них, как правило, всегда имеется столько данных, сколько необходимо для решения. Этот факт является недостатком в математическом образовании школьников, так как не побуждает их к оценке условия задачи, а между тем задачи, возникающие из практики, как раз нуждаются в подобно анализе.

Остановимся на двух последних из перечисленных выше типов задач.

1. В прямоугольнике стороны равны 8,4 см и 3,9 см, а периметр 24,6 см. Найти площадь прямоугольника.

Периметр в задаче является лишним данным, его не нужно использовать для решения, т. е. условие задачи *избыточно*. (Заметим, что можно считать излишним и любое из других данных). Учащиеся, как правило, поудивляются на переопределенность задачи, и только. Поэтому следует им предложить задачу, убеждающую их в том, что данные условия, кажущиеся лишними, помогают оценить корректность задачи.

2. В прямоугольнике длины сторон равны 6,7 см и 4,2 см, а площадь равна 25,3 кв. см. Требуется найти периметр прямоугольника.

Учащиеся делают вывод, что площадь – лишнее данное. Однако длины сторон в задаче не соответствуют периметру данного прямоугольника (т. е. с заданной площадью). Иначе говоря, формально «решив» задачу:  $(6,7 + 4,2) \cdot 2 = 21,8$  (см), учащиеся нашли периметр не того прямоугольника, который дан, а прямоугольника с площадью  $6,7 \cdot 4,2 = 28,14$  кв. см. Данная же задача решения не имеет в силу противоречивости условия, т. е. условие этой задачи не только *избыточно*, но и *противоречиво*.

Эта задача побуждает учащихся вернуться к предыдущей задаче и решить, является ли полученный формально ответ ее решением. Школьники приходят к положительному

заклучению, так как в ситуации первой задачи длины сторон соответствуют периметру:  $(8,4 + 3,9) \cdot 2 = 24,6$ , что, как они только что убедились, бывает не всегда и требует проверки.

3. Найти площадь треугольника со сторонами 10 см, 19 см и 8 см.

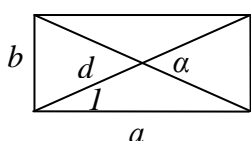
Учащиеся привыкли к тому, что им предлагаются всегда лишь корректные задачи, т.е. с однозначно трактуемым и «правильным» условием, допускающие вполне определенное (однозначное) решение. Поэтому, нисколько не сомневаясь, они используют формулу Герона, но под квадратным корнем получают отрицательное число. Это приводит их в тупик, но они и мысли не допускают, что здесь что-то не так в условии задачи, и перепроверяют свои вычисления. Редкий ученик обратится к критической оценке условия. Учителю приходится давать учащимся необходимую подсказку – воспользоваться неравенством треугольника, т.е. необходимым и достаточным условием (критерием) существования треугольника. Проверив условие при помощи неравенства треугольника, учащиеся убеждаются, что условие задачи *противоречиво* ( $8 < 19 - 10$ , т.е. одна из сторон треугольника меньше разности двух других сторон, а не больше!), откуда и следует вывод, что задача не имеет решения.

4. Найти площадь прямоугольного треугольника с катетами 9 см, 40 см и гипотенузой 42 см.

Учащиеся подходят формально к решению задачи:  $9 \cdot 40 : 2 = 180$  (кв. см) и торопятся сообщить ответ учителю и классу. Каково же их удивление, когда учитель говорит, что их ответ неверен. Некоторые учащиеся по аналогии с предыдущей задачей начинают проверять корректность условия задачи с помощью неравенства треугольника, и поскольку оно выполняется для каждой из трех сторон, подтверждают ответ. Однако они забывают, что прямоугольный треугольник, кроме того, должен удовлетворять равенству теоремы Пифагора. Нередко учащимся в выборе критерия нужна помощь со стороны учителя, и обсуждение теоретической стороны этого вопроса весьма полезно для школьников. Треугольника с заданными длинами катетов и гипотенузы не существует:  $9^2 + 40^2 \neq 42^2$ , а потому неправомерно говорить о площади не существующего объекта. Ответ здесь: задача не имеет решения, так как условие *противоречиво*. Без этого выяснения решение задачи не полно.

5. Найти площадь прямоугольника по стороне  $a$ , диагонали и углу между диагоналями.

Эта задача хороша тем, что имеет, по крайней мере, три различных способа решения. После совместного поиска и обсуждения путей решения задачи учитель может предложить разным группам учащихся (например, организовать работу по рядам) осуществить решение одним из рассмотренных способов.



1-й способ, при котором сторона прямоугольника  $a$  становится лишним данным. Площадь прямоугольника находится как половина произведения диагоналей на синус угла между ними:

$$S = 0,5d^2 \sin \alpha \quad \text{кв. ед.}$$

2-й способ, при котором угол  $\alpha$  становится лишним данным, причем вторая сторона  $b$  находится по теореме Пифагора:  $b^2 = d^2 - a^2$ , тогда площадь прямоугольника

$$S = a \cdot \sqrt{d^2 - a^2} \quad \text{кв. ед.}$$

3-й способ, при котором диагональ  $d$  – лишнее данное. В этом случае площадь прямоугольника ищется как произведение его смежных сторон:  $S = a \cdot a \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ , поскольку  $\angle 1 = \frac{\alpha}{2}$ . Итак,  $S = a^2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$  кв. ед.

Далее следует установить, что все три выражения для площади прямоугольника равны. Например, преобразовать первые два выражения в выражение третьего вида:

$$S = 0,5d^2 \sin \alpha = 0,5 \left( a^2 + a^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \right) = 0,5a^2 \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}} = a^2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \quad \text{кв. ед.,}$$



$$S = a \cdot \sqrt{d^2 - a^2} = a \cdot \sqrt{a^2 + a^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} - a^2} = a^2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \text{ кв. ед.}$$

Таким образом, одна задача с избыточным условием превратилась в три однозначно трактуемые задачи, причем данная задача – пример задачи именно с избыточным условием; в нем нет противоречий, благодаря чему задача имеет решение, и это решение единственно (хотя пути его нахождения, как мы видели, многообразны).

6. В параллелограмме стороны 3 см и 5 см, а высота 4 см. Найти площадь параллелограмма.

Учащиеся, как правило, уверенно проводят высоту к каждой из сторон параллелограмма и получают два разных ответа ( $12 \text{ см}^2$  и  $20 \text{ см}^2$ ), т. е. рассматривают два случая, не задумываясь, возможны ли они. Между тем, высота длиной 4 см может быть опущена лишь на сторону параллелограмма длиной 3 см, так как в противном случае перпендикуляр к прямой оказывается длиннее наклонной, проведенной к этой же прямой из той же точки. Иначе говоря, при рассмотрении второго случая условие задачи становится *противоречивым*. Ответ один:  $12 \text{ см}^2$ .

7. В параллелограмме стороны 4 см и 5 см, а высота 3 см. Найти площадь параллелограмма.

Если через некоторое время дается эта задача (а она похожа на предыдущую), то учащиеся, чаще всего, дают один ответ. Как говорится: обжегшись на молоке, дуют на воду. Между тем, в этой задаче оба случая возможны (это можно обосновать, и к этому надо приучать школьников). Ответ:  $12 \text{ см}^2$  или  $15 \text{ см}^2$ .

8. Отрезок BD является биссектрисой  $\triangle ABC$ . Найдите DC, если  $AB=30$ ,  $AD=20$ ,  $BD=16$  и  $\angle BDC = \angle C$ .

На первый взгляд эта задача не вызывает недоумений, и учащиеся ее решают, при этом реализуются разные пути решения. Одни учащиеся используют теорему о свойстве биссектрисы внутреннего угла треугольника (кстати, это самый короткий путь решения), другие используют свойства получающегося равнобедренного треугольника, теорему Пифагора, формулы площади треугольника (Герона и исходную), теорему косинусов ... И оказывается, что ответы не одинаковы. Это заставляет учащихся задуматься над возникшей проблемой. Высказывается сомнение о существовании такой конфигурации. Попытки построить полученную конфигурацию приводят к неудачам: либо DC не является продолжением AD, либо BD – не биссектриса. Тогда учащиеся делают правильный вывод: задача не имеет решения в силу *противоречивости* ее условия.

Заметим, что учащиеся могли и не заметить противоречия в задаче, если бы решили ее одним способом, что чаще всего и происходит в школе. В процессе работы с этой задачей школьники приобретают нестандартный опыт и делают вывод: не все, что легко разрешается, корректно. Подобные ситуации нередки в задачах, возникших из практических потребностей. Приведем пример практической ситуации.

9. В одной мензурке имеется некоторое количество кислоты, в другой мензурке – такое же количество воды. Для приготовления раствора сначала вылили из первой мензурки во вторую 30 г кислоты. Затем  $\frac{2}{3}$  раствора, получившегося во второй мензурке перелили в первую. После этого в первой мензурке оказалось в 1,4 раза меньше жидкости, чем во второй мензурке. Сколько кислоты и воды было взято первоначально?

Учащиеся, обозначив первоначальное количество воды (или кислоты) в мензурке через  $x$  г, составляют уравнение:  $\frac{1}{3}(x + 30) = 1,4 \left( \frac{2}{3}(x + 30) + (x - 30) \right)$ .

Затем решают его и получают ответ:  $x = 12$ , делают вывод: 12 г воды и 12 г кислоты было первоначально.

Учителю следует предложить школьникам вернуться к условию задачи. Подставив полученный результат в условие, учащиеся получают *противоречие*: из мензурки, содержащей 12 г жидкости, требуется вылить 30 г. Формально полученный результат не

является ответом к данной конкретной задаче. Правильный ответ к данной задаче: нет решений.

Учащимся более привычны задачи, сформулированные в повествовательном стиле. Задачи-альтернативы (предполагающие один исход из двух трактовок условия) или их обобщенные варианты (допускающие более, чем два исхода) часто вызывают затруднения у учащихся уже самой формулировкой. К таким задачам, в частности, относятся задачи с параметром (или несколькими параметрами). Чтобы школьники увидели путь решения задачи (т. е. узнали знакомую задачу в непривычной формулировке), учителю следует предложить учащимся переформулировать ее.

10. Могут ли не пересекаться графики функций  $y = ax^2 + 3x - 4$  и  $y = ax - 5$ ?

В такой формулировке задачи учащиеся не видят путей ее решения. Здесь два исхода: 1) графики не пересекаются, 2) графики пересекаются. Практика показывает, что для учащихся легче решение задач позитивного характера. Поэтому учитель предлагает учащимся подумать над вторым исходом и вспомнить, когда это бывает. Учащимся известно (знакомая задача): если графики пересекаются, то они имеют общую точку, а ее координаты являются решением системы данных уравнений. Значит, чтобы ответить на вопрос задачи, надо исследовать квадратное уравнение:  $ax^2 + 3x - 4 = ax - 5$  на предмет отсутствия решений, а для этого требуется найти дискриминант (что учащиеся умеют делать) и потребовать, чтобы он был отрицательным. Если при этом найдутся значения параметра  $a$ , то верным будет заключение, что графики данных функций могут не пересекаться, причем будет найдено соответствующее множество значений параметра  $a$ .

Из всего сказанного видно, что учащиеся не задумываются над вопросами об избыточности, недостаточности или противоречивости условий задач, не анализируют условие задачи, прежде чем начать её решение, не находят все возможные решения задач с неоднозначно понимаемым условием, не возвращаются с полученным решением к началу задачи, чтобы проверить его. Работает стереотип: задача дана, значит, надо найти ее решение. Между тем, обоснованный вывод об отсутствии решения у задачи – это тоже решение, и понимание этого следует формировать у учащихся на протяжении всех лет обучения в школе.

---

# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ КЛАССОВ ФУНКЦИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ GEOGEBRA

Безумова О. Л., Рабинович Т. С.

ФГАОУ ВПО «Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В.Ломоносова», институт математики, информационных и космических технологий  
e-mail: [o.bezumova@narfu.ru](mailto:o.bezumova@narfu.ru), [taja261988@rambler.ru](mailto:taja261988@rambler.ru)

**Abstract.** The article presents examples of the use GeoGebra in solving problems on the research of properties of elementary functions. The article proves that GeoGebra is an effective means of solving two types of problems: researching property changes under the influence of changes in the parameters and searching values of parameters for which the function possesses desired properties. All examples include the description of the construction of the dynamical model, computer and analytical solution of the problem. Using GeoGebra improves efficiency of learning of solving problems with a parameter on the research of properties the classes of functions.

Функциональная линия школьного курса математики является в настоящее время одной из ведущих. Основу содержания данной линии составляют элементарные функции. К их числу относятся базисные элементарные функции, задаваемые выражениями:  $C$  (где  $C \in R$ ),  $x$ ,  $e^x$ ,  $\ln x$ ,  $\sin x$ ,  $\arcsin x$ , которые рассматриваются во всей области, где они имеют значение; функции вида  $f + g$ ,  $f \cdot g$  и  $f \circ g$ , где  $f$  и  $g$  – элементарные функции [1].

Некоторые из этих функции изучаются в школьном курсе алгебры сразу целыми классами (например, линейная:  $y = kx$ ,  $y = kx + b$ ), другие вводятся как индивидуально заданные, а затем подвергаются обобщению (например, квадратичная:  $y = x^2 \rightarrow y = ax^2 \rightarrow y = ax^2 + bx + c$ ). Класс функций в школьном курсе алгебры задаётся обобщенным уравнением, поэтому под классом функции в рамках данной статьи мы будем понимать: «Функции, описываемые обобщенным уравнением  $y = f(a, b, c, \dots, n, x)$ , где  $x$  – независимая переменная,  $y$  – зависимая переменная,  $a, b, c, \dots, n$  – параметры» [2, 186].

Одной из основных целей изучения классов функции является исследование характера изменения их свойств под влиянием изменения значения параметров. Так, например, в программу подготовки учащихся 7 класса входит изучение изменения расположения графика линейной функции в системе координат под влиянием изменений свободного члена и углового коэффициента, а также взаимного расположения графиков двух линейных функций. Традиционно для решения подобных задач используется численный эксперимент, связанный с построением графиков нескольких функций по точкам.

Так, например, в учебнике А.Г. Мордковича решение подобной задачи описывается следующим образом. На рисунке 1 изображены «графики линейных функций  $y=x$  (прямая  $l_1$ ),  $y=2x$  (прямая  $l_2$ ),  $y = \frac{x}{3}$  (прямая  $l_3$ ),  $y = -2x$  (прямая  $l_4$ ).

Обратите внимание: от коэффициента пропорциональности зависит угол, который построенная прямая образует с положительным направлением оси  $x$ . Если  $k > 0$ , то этот угол острый...; если  $k < 0$ , то этот угол тупой... Далее, если  $k > 0$ , то чем больше  $k$ , тем больше угол. Так ... для прямой  $l_3$  имеем  $k = \frac{1}{3}$ , для прямой  $l_1$  имеем  $k = 1$ , для прямой  $l_2$  имеем  $k = 2$ ; при увеличении коэффициента  $k$  увеличивается и угол между прямой и положительным направлением оси абсцисс» [3, 124].

Приведенный пример показывает, что выводы, сделанные с опорой на статический чертеж, не являются убедительными, так как взаимовлияние (зависимость) свойств остается

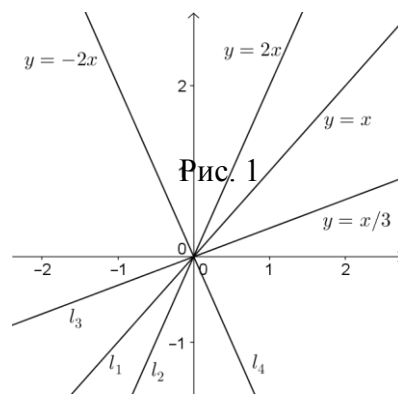


Рис. 1

скрытой для учащихся. Кроме того, в представленном фрагменте текста исследование влияния изменения величины коэффициента  $k$  на угол наклона прямой является неполным, так как не рассмотрен случай  $k < 0$ . Ограниченность вывода определена недостаточностью представленных на рисунке данных для демонстрации зависимости (рассмотрен лишь случай  $k = -2$ ).

Получение подобных выводов лучше осуществлять с использованием динамических чертежей, под которыми понимаются «геометрические конструкции, которые можно изменять при сохранении алгоритма их построения путем задания изменений одного или нескольких геометрических величин конструкций (параметров)» [4, 7]. Возможности создания таких чертежей предоставляю интерактивные геометрические среды, в частности GeoGebra. Представим особенности построения и использования динамического чертежа для решения задач исследования характера изменения свойств функции, входящих в класс, под влиянием изменения значений параметра на примере рассмотренной выше задачи.

1) Зададим параметр  $k$  с помощью инструмента  $\overset{a=2}{\text{Ползунок}}$  «Ползунок», изменяющийся на  $[-50; 50]$  с шагом 0,1.

2) Построим график функции  $y = kx$ , записав уравнение в строке ввода.

3) С помощью инструмента «Угол» зададим измерение угла наклона прямой к положительной полуоси  $Ox$ .

4) При перемещении движка ползунка от меньшего значения к большему наблюдаем динамику изменения величины угла наклона прямой к положительной полуоси  $Ox$  (рис. 2, 3).

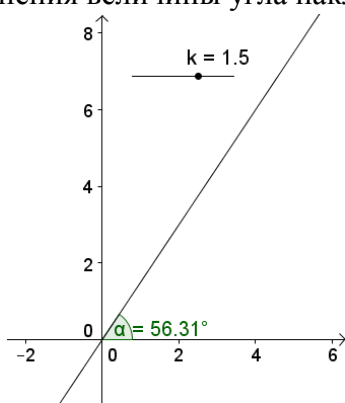


Рис. 2

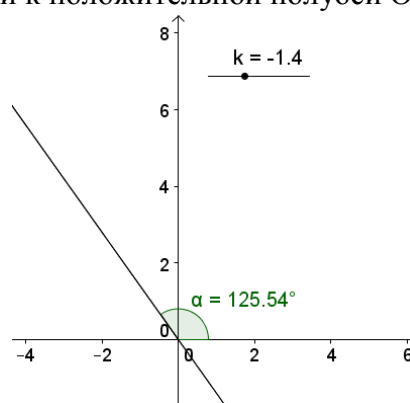


Рис. 3

Эти наблюдения позволяют сделать вывод, что при  $k < 0$  угол тупой и при изменении  $k$  от наименьшего значения до 0 изменяется в интервале от  $90^\circ$  до  $180^\circ$ ; при  $k > 0$  угол острый и при изменении  $k$  от 0 до наибольшего значения изменяется в интервале от  $0^\circ$  до  $90^\circ$ ; при  $k = 0$  угол наклона  $0^\circ$ .

Привлечение интерактивных геометрических сред к изучению свойств классов элементарных функций существенно расширяет круг задач, которые могут быть поставлены и решены учащимися из наглядных соображений. Строка ввода обеспечивает возможность построения графиков любых элементарных функций с любым количеством параметров. При этом от учащихся не требуется никаких дополнительных знаний и умений. Если данные задачи ставятся с целью формирования умений описывать по графику поведение и свойства функции, то решение их может быть ограничено компьютерным экспериментом.

Пример 1. Исследовать на четность и нечетность функции, входящие в класс с общим уравнением  $y = (a^2 - a)x^2 + (a^2 - 1)x + (a - 1)2a$ .

Решение (методом компьютерного эксперимента):

1) Введем параметр  $a$  с помощью инструмента «Ползунок».

2) Построим график данной функции с помощью строки ввода. График функции отобразится в рабочем поле программы.

3) При перемещении движка ползунка от меньшего значения к большему выделяем значения параметра, при которых график функции имеет ось  $y = 0$  или центр симметрии точку  $(0; 0)$ .

Таковыми значениями будут

1)  $a = 1$ , функция четная и нечетная одновременно (рисунок 4).

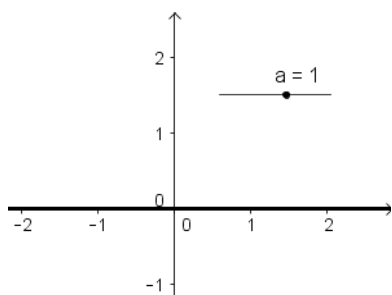


Рис. 4

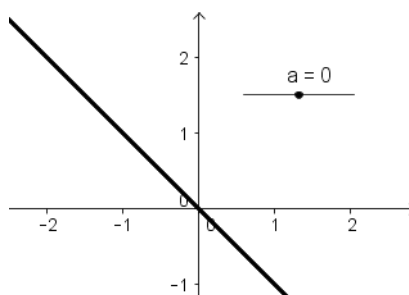


Рис. 5

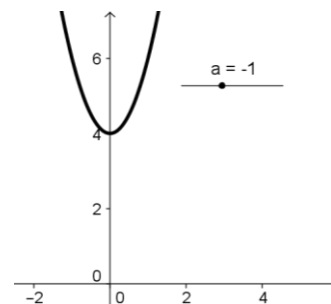


Рис. 6

2)  $a = 0$ , функция нечетная (рисунок 5).

3)  $a = -1$ , функция четная (рисунок 6).

Во всех остальных случаях функция не является ни четной, ни нечетной.

Представленная в примере 1 задача допускает достаточно простое аналитическое решение, которое полезно провести с опорой на выводы, полученные из наглядных соображений, для развития умений аналитически исследовать свойства элементарных функций.

Аналитическое решение:

1) При  $a = 1$   $y = 0$ , следовательно, функция четная и нечетная.

2) При  $a = 0$   $y = -x$ , следовательно, функция нечетная.

3) При  $a = -1$   $y = 2x^2 + 4$ , следовательно, функция четная.

4) При  $a \neq \pm 1, a \neq 0$

Функция четна, если при любых  $x$  из области определения функции справедливо равенство  $f(-x) = f(x)$ , то есть  $(a^2 - a)x^2 - (a^2 - 1)x + (a - 1)2a = (a^2 - a)x^2 + (a^2 - 1)x + (a - 1)2a$ , откуда следует, что равенство справедливо только при  $x = 0$ .

Функция нечетна, если при любых  $x$  из области определения функции справедливо равенство  $f(-x) = -f(x)$ , то есть  $(a^2 - a)x^2 - (a^2 - 1)x + (a - 1)2a = -(a^2 - a)x^2 - (a^2 - 1)x - (a - 1)2a$ , откуда следует, что равенство справедливо только при  $x = \pm\sqrt{2}$ .

Следовательно, функция не является ни четной, ни нечетной.

Динамические чертежи могут быть использованы и для решения задач другого типа, требованиями которых определяется необходимость выделения функции или подкласса функций, обладающих интересующими свойствами. Такие задачи могут быть использованы для обоснования причин конкретизации изучаемых функций в логике развития содержания курса (например,  $y = kx + b \rightarrow y = kx$ ), для объяснения причин ограничений, наложенных на значения параметров (например, почему в определении квадратичной функции  $a \neq 0$ ), в качестве пропедевтического средства развития знаний о классах функций, заданных набором свойств.

Пример 2. Найдите значения параметра  $a$ , при каждом из которых функция  $y = -5 + 5a + \sin^2 x + a(3 - \cos x)^2$  принимает на всей области определения положительные значения.

Решение (методом компьютерного эксперимента):

1) Введем параметр  $a$  с помощью инструмента «Ползунок».

2) Построим график данной функции с помощью строки ввода. График функции отобразится в рабочем поле программы (рисунок 7).

3) При перемещении движка ползунка от наименьшего значения к наибольшему наблюдаем за изменением промежутков знакопостоянства функции по ее графику.

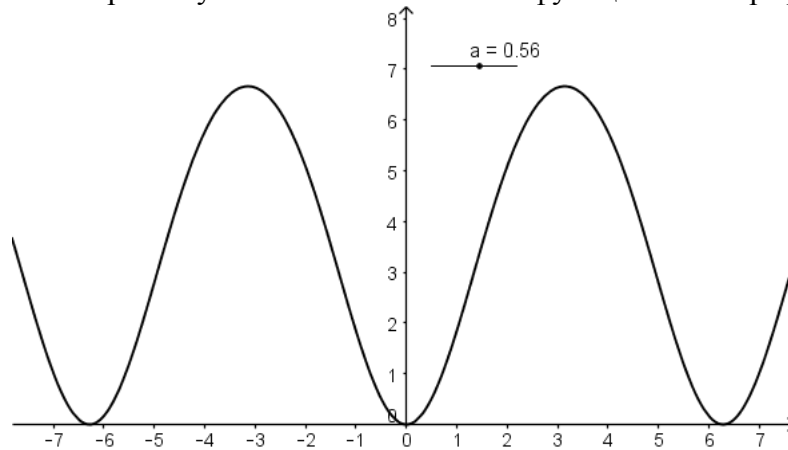


Рис. 7

Проведенный эксперимент позволяет прийти к выводу, что знакоположительными являются функции задаваемые параметром, который принимает значение  $a \approx 0,56$  и большие. Увеличивая точность отображения значений параметра, получаем последовательность приближенных значений 0,56; 0,556; 0,5556 ... Это наводит на мысль, что мы имеем дело с бесконечной периодической дробью 0,(5). Далее, используя алгоритм перевода бесконечной периодической дроби в обыкновенную, получим  $a = \frac{5}{9}$ . Тогда можем сделать вывод: функция знакоположительна при  $a \in (\frac{5}{9}; +\infty)$ .

Аналитическое решение:

Сформулируем данную задачу на языке неравенств: Найти все значения параметра  $a$  при которых неравенство  $-5 + 5a + \sin^2 x + a(3 - \cos x)^2 > 0$  справедливо для любого  $x$ .

Заменим данное неравенство ему равносильным:  
 $(a - 1)\cos^2 x - 6a \cdot \cos x + 14a - 4 > 0$

Выполним замену переменной:  $\cos x = t$  где  $t \in [-1; 1]$ . Теперь наша задача звучит так: Найти все значения параметра  $a$ , при которых неравенство  $(a - 1)t^2 - 6at + 14a - 4 > 0$  справедливо для любого  $t \in [-1; 1]$ .

Решение данной задачи может быть осуществлено с опорой на свойства квадратичной функции (рисунки 8-11), за исключением случая  $a = 1$ , который должен быть рассмотрен отдельно. Таким образом, выделяется 5 случаев.

1) Проверим, является ли функция знакоположительной при  $a = 1$ . Получаем неравенство  $-6t + 10 > 0$ , значит  $t < \frac{5}{3}$ . Учитывая, что ограничения на  $t$ , получаем, что при  $a = 1$ ,  $t \in [-1; 1]$ , значит  $f(x)$  действительно принимает положительные значения при любом  $x$ .

2) Найдем значения  $a$  из условия  $\begin{cases} a > 1 \\ D < 0 \end{cases}$ . Для данной функции

получаем  $\begin{cases} a > 1 \\ a > \frac{9+\sqrt{61}}{5}, \text{ тогда } a \in (\frac{9+\sqrt{61}}{5}; +\infty). \\ a < \frac{9-\sqrt{61}}{5} \end{cases}$

3) Найдем значения  $a$  из условия  $\begin{cases} a > 1 \\ D \geq 0 \\ f(1) > 0 \\ x_2 > 1 \end{cases}$ . Получаем

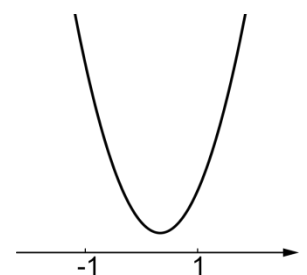


Рис. 8

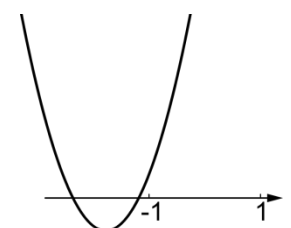


Рис. 9

$$\left\{ \begin{array}{l} a > 1 \\ \frac{9-\sqrt{61}}{5} \leq a \leq \frac{9+\sqrt{61}}{5} \\ a > \frac{5}{9} \end{array} \right. , \text{ тогда } a \in \left( 1; \frac{9+\sqrt{61}}{5} \right].$$

$$\left[ \begin{array}{l} a > 1 \\ a < -\frac{1}{2} \end{array} \right.$$

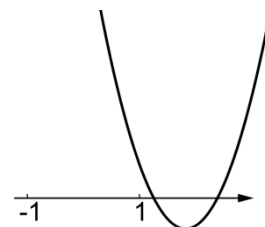


Рис. 10

4) Найдем значения  $a$  из условия  $\left\{ \begin{array}{l} a > 1 \\ D \geq 0 \\ f(-1) > 0 \\ x_в < -1 \end{array} \right.$  Получаем

$$\left\{ \begin{array}{l} a > 1 \\ \frac{9-\sqrt{61}}{5} \leq a \leq \frac{9+\sqrt{61}}{5} \\ a > \frac{5}{21} \\ \frac{1}{4} < a < 1 \end{array} \right. , \text{ тогда решений нет.}$$

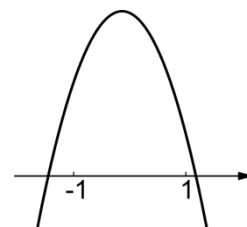


Рис. 11

5) Найдем значения  $a$  из условия  $\left\{ \begin{array}{l} a < 1 \\ D > 0 \\ f(-1) > 0 \\ f(1) > 0 \end{array} \right.$  Получаем  $\left\{ \begin{array}{l} a < 1 \\ \frac{9-\sqrt{61}}{5} < a < \frac{9+\sqrt{61}}{5} \\ a > \frac{5}{21} \\ a > \frac{5}{9} \end{array} \right.$  , тогда

$$a \in \left( \frac{5}{9}; 1 \right).$$

Объединяя результаты, получим, что условию задачи удовлетворяют все функции данного класса, задаваемые значением параметра  $a \in \left( \frac{5}{9}; +\infty \right)$ .

Представленные примеры показывают, что включение учащихся в деятельность по решению подобных задач формирует у них умения, связанные с графическим и аналитическим решением задач с параметрами двух видов: задачи на нахождение параметра при которых функции, входящие в класс обладают указанным свойством (на выделение подкласса функций); задачи на исследование характера изменчивости интересующего свойства под влиянием изменения параметра (на классификацию функций, входящих в класс).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Виленкин Н.Я., Дуничев К.И., Столяр А.А. Современные основы школьного курса математики: Пособие для студентов пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1980.
2. Элективные математические курсы: Учебное пособие/ М.В. Шабанова, О.Л. Безумова, С.Н. Котова, Е.З. Минькина, И.Н. Попов. – Архангельск: Поморский университет, 2005.
3. Мордкович А.Г. Алгебра. 7 кл.: Учеб. для общеобразоват. учреждений. – М.: Мнемозина, 2001.
4. Обучение геометрии с использованием возможностей GeoGebra: Учебно-методическое пособие / О.Л. Безумова, Р.П. Овчинникова, О.Н. Троицкая и др. – Архангельск: КИРА, 2011.

# ФОРМИРОВАНИЕ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ КАК ЦЕЛЬ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Боженкова Л.И.

ФГБОУ ВПО «МПГУ», [krasel1@yandex.ru](mailto:krasel1@yandex.ru)

*Abstract.* In article the purposes of school mathematical education are considered. They are correlated with the new educational Standard, universal educational actions.

Социальный заказ российской общеобразовательной школе в настоящее время представлен в «Концепции духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России» (Концепция), являющейся методологической основой разработки и реализации ФГОС основного и среднего (полного) общего образования (Стандарт) [1]. В Стандарте эта цель конкретизирована в виде предметных, личностных и метапредметных результатов обучения, которые должны быть достигнуты в процессе обучения каждому предмету [2], [3]. К метапредметным результатам относятся универсальные учебные действия (УУД): личностные, регулятивные, познавательные, коммуникативные. Поставленная в Стандарте задача формирования УУД, включение их в цели обучения, в частности, математике - одна из его характерных отличительных особенностей.

В предметной области цели представлены в новой примерной программе по математике, соответствующей Стандарту. В этой программе, согласно содержанию школьного курса математики, даётся характеристика основных видов деятельности ученика на уровне специфических для математики учебных действий [4]. Относительно метапредметных результатов, следует отметить, что в теории и методике обучения математике усилиями таких учёных, как М.Б. Волович, О.Б. Епишева, Е.И. Лященко, И.Л. Никольская, Г.И. Саранцев и др., достаточно полно разработана проблема формирования интеллектуальных умений, частично соответствующих познавательным УУД. Этот опыт необходимо использовать с учётом современных требований при обучении математике.

Сформированность ПУД является необходимым условием формирования регулятивных УУД, к которым в соответствии со Стандартом, относятся: 1) целеполагание, 2) планирование, 3) реализация, 4), контроль, 5) коррекция, 6) оценка, 7) волевая саморегуляция. В психологических теориях, связанных с проблемой реализации субъектом осознанной саморегуляции, отмечается необходимость наличия таких информационных средств, которые обеспечивают функционирование конкретных психических процессов. Только при этом условии процесс саморегуляции будет процессом собственной психической активности субъекта с содержательным и личностным смыслом целей, отношением человека к способам их достижения, условиями деятельности и многими другими факторами [5]. Психические процессы обеспечиваются познавательными общеучебными (знаково-символические действия; структурирование учебной информации и знаний; построение устного и письменного речевого высказывания; выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от условий и др.) и логическими (анализ объекта; синтез; сравнение; подведение под понятие; выведение следствий; построение логической цепи рассуждения и др.) учебными действиями. Таким образом, следует прежде сформировать у учеников познавательные действия, и только затем включить соответствующие умения в систему полной осознанной саморегуляции на соответствующих этапах учебно-познавательной деятельности (УПД) [5, 6].

К постановке целей на уровне реального учебного предмета предъявляется ряд требований (Б. Блум, О.Е. Лебедев, Н.Ф. Талызина, В.Д. Шадриков и др.). Первое из этих требований - диагностичность целей, т.е. такая их формулировка, по которой можно однозначно сделать заключение о степени реализации целей и построить дидактический



процесс, гарантирующий их достижение учениками. Т.е. цели следует формулировать через учебную деятельность учащихся, включая задачу формирования УУД с учётом специфики учебного предмета. Это требование конкретизируется в формулировках учебных задач, решая которые, ученик обнаруживает достоинства и недостатки своих знаний. Второе требование - открытость и дифференцируемость целей, т.е. предоставление ученику возможности выбора уровня целей, адекватного его собственным способностям и возможностям. Третье требование - опознаваемость целей – обеспечение ученика средствами, помогающими ему достичь целей в соответствии с уровнем ниже базового.

В соответствии со Стандартом, целеполагание – первое учебное действие регуляторного процесса. Для его формирования учителю необходимо иметь карты обобщённых целей и учебных задач (карты целей). Рассмотрим, например, содержание таблиц целей и учебных задач освоения числовой линии геометрии (таблицы 1, 2). Они содержат пять обобщённых целей (Ц 1 – Ц 5), которые отражают задачу формирования у учащихся УУД при обучении математике и достигаются на следующих этапах УПД учащихся: открытие знаний, их применение, контроль и коррекция [7, 8, 9]. Первая обобщённая цель (Ц 1): приобретение и преобразование учебной информации (УИ) и формирование познавательных учебных действий (ПУД, первый столбец таблиц 1, 2). Познавательные УД формируются у учеников в неразрывной связи с освоением учебной информации темы. Результат усвоения подлежит первоначальному контролю, поэтому формулировка второй обобщённой цели (Ц 2): контроль усвоения теории и ПУД. Третья цель (Ц 3): применение знаний и умений – сформированных некоторых познавательных и регулятивных УД (ПУД, РУД). Переработка учебной информации происходит во взаимодействии субъектов УПД, поэтому на каждом этапе УПД учитель планирует учебное сотрудничество, используя групповую работу. Ученики формулируют вопросы, строят речевые высказывания, согласовывают действия спартнером и др. Поэтому четвертая обобщённая цель (Ц 4): формирование коммуникативных УД. Пятая цель – формирование организационных умений (общеучебные ПУД) и регулятивных учебных действий (Ц 5). Обобщённые цели конкретизируются в уровневые учебные задачи, посредством решения которых эти цели достигаются, и которые делают их диагностическими (таблицы 1, 2 колонки 2-4). Содержанием последнего блока (таблицы 1, 2 последняя колонка) являются средства, обеспечивающие требование опознаваемости целей при освоении математики (учебные модели: схемы, таблицы, приёмы УУД), являющиеся результатом структурирования УИ. Таблицы целей конкретизируются учителем для каждой темы и предъявляются обучающимся за 1 – 1,5 недели до начала изучения новой темы.

Кроме этого для обеспечения планирования процесса освоения темы учителю следует разработать карту изучения темы (таблица 3), которая также предъявляется ученикам. Эта карта позволяет ученику увидеть перспективы изучения темы: последовательность и количество уроков, отведенных на её изучение, место контроля и коррекции знаний и умений, цели, которые ставятся на определённом уроке (блок I). Например, цели третьего урока (Ц 1 - 4) позволяют ученику понять, что на этом уроке планируется: изучение новой учебной информации (Ц 1); контроль знаний (Ц 2); их применение (Ц 3); групповая работа (Ц 4). Свою готовность к изучению новой учебной информации ученик определяет степенью владения понятиями, указанными в блоке II. В блоке III перечислены термины понятий, названия теорем и т.п., входящих в содержание новой учебной информации, уровни усвоения которой, выраженные через учебные задачи, представлены в таблице обобщённых целей (таблицы 1, 2). Блок IV содержит задания, аналогичные заданиям предстоящей контрольной работы. В блоке V перечисляются средства обучения, обеспечивающие опознаваемость целей. В блоке VI – номера задач для дифференцированной домашней работы. Функция содержания блока VII – предоставление ученику возможности проявления интеллектуальной инициативы, познавательной самостоятельности, формирование коммуникативных умений в процессе подготовки сообщений, докладов, рефератов при освоении темы. Описанный подход к постановке и реализации целей обучения математике способствует решению задач, определённых Стандартом и предъявляет к учителю высокие профессиональные требования, связанные с его управленческой компетентностью.

**Формулировки целей и учебных задач освоения числовой линии в условиях формирования УУД**

Формулировки обобщённых целей	Формулировки учебных задач, с помощью которых достигается обобщённая цель;			Средства для достижения целей
	цель считается достигнутой, если ученик на уровнях:			
	первом	втором	третьем	
<b>Ц 1:</b> <i>приобретение и преобразование УИ и формирование ПУД</i>	а) сравнивает решение задач из учебника и данных задач, выбирает задачи, приводящие к необходимости введения нового множества чисел; б) анализирует решение задач в учебнике, и сравнивает их решение с готовым алгоритмом	а) решает практические задачи, приводящие к необходимости расширения известного множества чисел; б) обобщает решение задач одного типа и составляет алгоритм, используя частично заполненную блок-схему	а) решает практические задачи, приводящие к необходимости расширения известного множества чисел; б) обобщает решение задач одного типа и составляет алгоритм, используя пустую блок-схему	Таблицы: а) алгоритмы выполнения действий с числами; б) алгоритмы сравнения чисел; в) классификация числовых множеств; г) «Виды выражений»; д) приём саморегуляции для заданий типа: «Вычислить»
<b>Ц 2:</b> <i>контроль усвоения теории и ПУД</i>	<b>а) называет:</b> числа по их виду; компоненты действий, результаты; виды величин и взаимосвязь между ними; <b>б) проговаривает</b> алгоритмы: выполнения действий с числами; округления чисел; приём саморегуляции при выполнении заданий типа: «Вычислить»; <b>в) формулирует</b> законы и правила: выполнения арифметических действий, сравнения чисел; нахождения неизвестных компонент, с использованием конкретного примера	<b>знает:</b> а) классификацию числовых множеств; б) приём саморегуляции при выполнении заданий типа: «Вычислить»; в) некоторые свойства числовых множеств		«Вычислить» ; е) приёмы решения текстовых задач;
<b>Ц 3:</b> <i>применение знаний и умений по теме</i>	<b>умеет:</b> а) использовать приём саморегуляции для выполнения заданий типа «Вычислить» своего уровня сложности; б) решать текстовые задачи своего уровня сложности арифметическим способом; в) составлять текстовые задачи своего уровня сложности: по данному числовому и буквенному выражениям; г) использовать приёмы контроля вычислений;			
<b>Ц 4:</b> <i>формирование коммуникативных умений (КУД)</i>	<b>на своём уровне освоения темы:</b> а) работая в группе, оказывает помощь, рецензирует ответы товарищей, организует взаимоконтроль, взаимопроверку на всех этапах УПД по выполненным заданиям предыдущих уровней с обоснованием; б) оказывает помощь товарищам, работающим на предыдущих уровнях; в) в соответствии с темой готовит сообщение и выступает с ним; г) составляет контрольную работу в соответствии со своим уровнем освоения темы, предлагает её для решения товарищу и проверяет решение.			Приёмы контроля, оценки, коммуникативных взаимодействий

<p><b>Ц</b> 5: формирование организационных умений</p>	<p><b>В соответствии со своим уровнем освоения темы</b> а) сам выбирает уровень освоения темы; б) выбирает темы для дополнительного изучения; в) формулирует цели своей учебной деятельности; г) осуществляет самопроверку с использованием образцов, алгоритмов, приёмов; д) оценивает свою УПД по данным объективным критериям; по собственным критериям, сравнивая их с объективными критериями; е) делает выводы по итогам предыдущей УПД, о дальнейших действиях, направленных на коррекцию УПД, планирует коррекцию</p>	<p>Приёмы постановки целей; приёмы итоговой саморегуляции УПД</p>
--	---	---

Таблица 2

**Формулировки целей и учебных задач освоения геометрии в условиях формирования УУД**

<p>Формулировки обобщённых целей</p>	<p>Формулировки учебных задач, с помощью которых достигается обобщённая цель; цель считается достигнутой, если ученик на уровнях:</p>			<p>Средства для достижения целей</p>
	<p>первом</p>	<p>втором</p>	<p>третьем</p>	
<p><b>Ц 1:</b> Приобретение учебной информации и становление ПУД при изучении: а) понятий; б) теорем; в) типов задач</p> <p><b>Ц 2:</b> Контроль усвоения теоретических знаний при работе: а) с геометрическими понятиями; б) с теоремами; в) с типами и классами задач (РУД)</p> <p><b>Ц 3:</b> Применение знаний и интеллектуальных умений при решении геометрических и учебных задач (ПУД, РУД)</p> <p><b>Ц</b> 4:</p>	<p><b>Ц 1:</b> а) составляет схему определения понятия с использованием учебника и набора объектов; б) создаёт знаковую модель теоремы с использованием учебника, карточек с пропусками; в) <b>сравнивает</b> решение однотипных задач 1-го уровня сложности, классифицирует эти задачи, используя помощь.</p> <p><b>Ц 2:</b> а) воспроизводит схему определения понятия и формулирует определение; приводит примеры; перечисляет признаки; выбирает из данных формулировок определение; вставляет пропущенные в определении слова; <b>раскрывает термин понятия; подводит объект под понятие;</b> б) формулирует теорему; заполняет пропуски в доказательстве, используя готовую схему; переходит от одной модели теоремы к другой; в) использует предписания для решения задач первого уровня</p>	<p><b>Ц 1:</b> а) самостоятельно составляет схему определения понятия с использованием набора объектов взаимосвязи понятий, изученных в теме; б) ищет доказательство с помощью схемы поиска; составляет план доказательства; выделяет базис доказательства; в) <b>обобщает</b> решение задач одного типа, составляет приёмы их решения с помощью подсказки;</p> <p><b>Ц 2:</b> а) формулирует определение понятия; подводит объект под понятие; приводит контрпримеры; выводит следствия из условия принадлежности объекта данному понятию; воспроизводит схему взаимосвязи понятий; б) выполняет доказательство на своей модели; заполняет пустую готовую схему доказательства; называет базис доказательства; воспроизводит план доказательства; в) использует предписания для решения типов задач второго уровня</p>	<p><b>Ц 1:</b> а) исследует расположение указанных объектов, самостоятельно составляет схему определения понятия; б) ищет доказательство теоремы, самостоятельно или с помощью неполной схемы поиска; составляет блок-схему доказательства теоремы; в) составляет приемы решения типов задач самостоятельно или по плану</p> <p><b>Ц 2:</b> а) формулирует определение понятия; устанавливает связи данного понятия с ранее изученными; различает свойства и признаки понятия; указывает область применения данного понятия; воспроизводит алгоритм распознавания; составляет полный набор объектов для подведения под понятие; и др. б) описывает основную идею доказательства; указывает область применения теоремы; описывает способы рассуждений на этапах «открытия», поиска доказательства теоремы; в) <b>решает</b> задачи рассмотренных классов уровня 3</p>	<p><b>1:</b> а) приёмы составления схемы опр. понятия, блок-схем; б) общие приёмы поиска доказательства утверждений; в) карточки – информаторы различного уровня</p> <p><b>Ц 2:</b> схемы решения задач всех типов, рассматриваемых в теме;</p> <p><b>Ц 3:</b> а) учебник; словарь, схемы определения понятий, алгоритм распознавания, классификации; б) схема доказательства теоремы; образец записи доказательства теоремы; в) образцы записей решений задач в учебнике и тетради</p>

<p>Формирование коммуникативных УУД через: включение в групповую работу; взаимопомощь, рецензирование ответов; организацию взаимоконтроля и взаимопроверки на всех этапах УПД</p> <p><b>Ц 5:</b> Формирование организационных умений (общеучебные ПУД, РУД)</p>	<p><b>Ц 3:</b> решает задачи своего уровня сложности, составляет задачи: по готовому чертежу и требованию, по неполному условию и требованию, по условию без требования; аналогичные, обратные задачи и решает, используя помощь; составляет контрольную работу</p> <p><b>Ц 4:</b> рецензирует ответы товарищей по выполненным заданиям предыдущих уровней с обоснованием; оказывает помощь, работающим на предыдущих уровнях;<b>Ц 5:</b> а) формулирует цели своей учебной деятельности; б) выбирает задачи и решает их, в) осуществляет самопроверку с использованием образцов, приёмов;г) составляет контрольную работу для своего уровня усвоения; д) оценивает свою итоговую деятельность по данным объективным критериям; по собственным критериям, сравнивая их с объективными критериями; е) делает выводы о дальнейших действиях, планирует коррекцию УПД</p>	<p><b>Ц 4:</b> приемы контроля усвоения понятия, доказательства теоремы, решения задачи; рецензирования; <b>Ц 5:</b> приёмы выбора и рефлексии достижения целей; диагностики, коррекции собственной УПД</p>
---	--	---

*Карта изучения темы « \_\_\_\_\_ »*

<i>I. Последовательность уроков и цели изучения темы (таблица целей)</i>								
§, п. 1 Ц 1,5	§, п. 1 Ц 1 -3	п. 2. Ц 1 - 4	С.Р. Ц 2 - 5	п. 3 Ц 2,4	Ц 3 - 5	Ц 3,5	К.Р. Ц 2,3,5	Коррекция Ц 3, 4, 5
<i>II. Блок актуализации знаний учащихся</i>								
Знать:								
Уметь:								
<i>III. Основные предметные результаты изучения темы (Ц 2, 3)</i>								
<i>УІ. Образец заданий итоговой контрольной работы (Ц 3, 5)</i>								
<i>1 уровень (баллы)</i>			<i>2 уровень (баллы)</i>			<i>3 уровень (баллы)</i>		
<i>У. Перечень средств обучения теме</i>								
<i>УІ. Задания для домашней работы (Ц 2, 3, 4, 5)</i>								
1 уровень (обязательный уровень стандарта): №№								
2 уровень: №№								
3 уровень: №№								
4 уровень: №№								
<i>УІІ. Темы индивидуальных заданий (Ц 4, 5):</i>								
1)		2)		3) Самостоятельно выбранная тема				
<i>УІІІ. Метапредметные результаты</i>								

В качестве функций управления рассматриваются следующие этапы: формирование целей, создание информационной основы обучения, педагогическое прогнозирование, принятие решений, организация исполнения, коммуникация, контроль и оценка результатов, коррекция, которые конкретизируются для процесса обучения математике [9].

## Литература

1. Концепция духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России. - М.: Просвещение, 2009. - 24 с.
2. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. – М.: Просвещение, 2011. – 48 с.
3. ФГОС среднего (полного) общего образования. – М.: Просвещение, 2011. – 63с.
4. Примерные программы по учебным предметам. Математика. 5 – 9 классы. – М.: Просвещение, 2010. – 67 с.
5. Конопкин О.А. Психологические механизмы регуляции деятельности. – М.: ЛЕНАНД, 2011. – 320 С..
6. Холодная М.А. Психология интеллекта - М.: Барс, Томск: ТГУ, 1997. - 392 с.
7. Боженкова Л.И. Типовые задания для формирования УУД: Алгебра. Учебно-методическое пособие. Изд. 4-е доп. - Калуга: Эйдос, 2014. – 72 с.
8. Боженкова Л.И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении геометрии. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 205 с.
9. Боженкова Л.И. Интеллектуальное воспитание учащихся при обучении геометрии: Монография. – М., Калуга: КГПУ, 2007. - 281 с.

# О КОРРЕКТИРУЮЩЕМ КУРСЕ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ НА ПЕРВОМ КУРСЕ ФАКУЛЬТЕТА ВМК МГУ

Будак А.Б.

*МГУ, факультет ВМК, кафедра общей математики, +7 (495)-939-55-91,  
e-mail, abbudak@cs.msu.su*

Abstract.

In the given message is spoken about the compelled measures on additional preparation after elementary mathematician acted on first rate of faculty of calculus mathematics and cybernetics MSU of the entrants attempted per 2013/14 educational years. It is told and about, how the similar measures were attempted and for the students first rate of faculty of computer mathematics of Branch MSU in Sevastopol.

В данном сообщении хотелось рассказать об опыте проведения так называемого корректирующего курса элементарной математики для студентов 1 курса факультета вычислительной математики и кибернетики Московского университета в начале их обучения.

Необходимость проведения такого курса возникла в результате того, что в последние несколько лет после введение обязательного Единого государственного экзамена, отмены школьных устных выпускных экзаменов по алгебре и геометрии, а также последующей отмены устного вступительного экзамена по математике для абитуриентов факультета ВМК, произошло существенное снижение уровня подготовки студентов первого курса по элементарной математике. Положение становится каждый год все более тяжелым, пробелы в школьном образовании студентов таковы, что освоение материала первого курса по курсам «Алгебра и геометрия», «Математический анализ», «Дискретная математика» становится крайне затруднительным. Студенты не знают требуемых на занятиях фактов из элементарной математики: не владеют техникой преобразований тригонометрических и логарифмических выражений, не помнят основные теоремы из курсов планиметрии и стереометрии, многие из них не понимают что значит сформулировать и доказать теорему, привести контрпример, рассмотреть частный случай.

С инициативой проведения этого курса выступили преподаватели кафедры общей математики факультета, которые в течение лета 2013 г. вели активную интернет-переписку по вопросам подготовки этого курса и его проведения. Перед этим в мае-июне 2013 г. неоднократно проводились собрания этих преподавателей по поводу обсуждения корректирующего курса элементарной математики, и эта идея была одобрена ученым советом факультета.

В качестве неотложных мер уже в самом начале 2013/14 учебного года (в конце первой недели обучения) для всего первого курса была проведена проверочная контрольная работа по элементарной математике, в которой было предложено решить ряд задач и доказать некоторые теоремы школьного курса элементарной математики. При этом была собрана информация о балле, полученном на ЕГЭ по математике, суммарном балле ЕГЭ по 4-м предметам, учитываемым при поступлении на факультет ВМК (математика, физика, информатика, русский язык), и балле, полученном на дополнительном вступительном испытании (ДВИ) по математике (письменно) в июле 2013 г. Результаты оказались как более или менее соответствующими оценкам, полученным на ЕГЭ и ДВИ по математике, так и порой существенно хуже.

После этого в рамках курсов математического анализа и алгебры и аналитической геометрии было прочитан ряд лекций (по две) соответственно по вопросам элементарной алгебры с тригонометрией и геометрии. Помимо этого было проведено по 4 семинарских занятия по

алгебре с тригонометрией и геометрии. На них в основном разбирались задачи, но помимо этого разбирались и теоретические вопросы.

Затем (в конце шестой недели обучения) для всего курса была проведена вторая проверочная контрольная работа по элементарной математике, к которой на проведенных семинарских занятиях шла определенная к ней подготовка. В эту работу вошли некоторые задачи, список которых был роздан студентам после первой контрольной работы. Что касается результатов этой контрольной работы, то по сравнению с первой контрольной работой некоторые студенты улучшили свои результаты, некоторые же наоборот. По всей видимости, тут сыграла роль как изначальная математическая подготовка того или иного студента, так и отношение к повторению элементарной математики.

С одной стороны, преподавательским коллективом ведущих семинарские занятия по математическому анализу и алгебры и аналитической геометрии со студентами I курса было решено учитывать результаты тех частей контрольных работ, в которых содержались задачи по алгебре и тригонометрии при аттестации студентов по дисциплине "математический анализ", а тех частей, в которых содержались задачи по геометрии – при аттестации студентов по дисциплине "алгебра и геометрия".

С другой стороны, многим студентам, имеющим слабые и средние результаты по обеим контрольным работам, было предложено продолжать посещать лекционные занятия по элементарной математике, проводившиеся раз в неделю. На этих лекциях в основном освещались вопросы, касающиеся ряда тем, которые можно было отнести скорее к развивающему курсу элементарной математики, нежели к курсу корректирующему. Но для хорошо подготовленных студентов они, безусловно, были интересны и, в общем, способствовали их дальнейшей математической образованности.

По окончании прослушивания курса элементарной математики (перед началом зачетной сессии) примерно половине студентов было предложено написать третью контрольную работу по элементарной математике. Ее результаты показали, что определенная часть студентов явно подтянулись в области знаний элементарной математики, но некоторые, к сожалению, остались на низком уровне ее подготовки (в основном это те, кто, имея невысокие баллы на ЕГЭ и ДВИ по математике, не прошли по основному конкурсу и были приняты на платное обучение). По всей видимости, этим студентам в случае их успешной сдачи экзаменационной сессии следует подтягиваться по элементарной математике и во втором семестре.

Остановимся на конкретных вопросах элементарной математики, пройденных в корректирующем курсе, в связи с их использованием в курсах высшей математики: математического анализа, алгебры и аналитической геометрии.

На лекциях и семинарах по алгебре и тригонометрии рассматривались следующие вопросы: свойства функций линейной, дробно-линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической, тригонометрических и обратных тригонометрических: области определения и значений, промежутки монотонности и выпуклости, четность, нечетность, периодичность, ограниченность, неограниченность, наибольшее и наименьшее значения, вывод основных тригонометрических формул, графики функций, преобразования графиков функций, графики суперпозиций элементарных функций, примеры ГМТ на декартовой плоскости, нахождение площадей и периметров; неравенства Коши между средним арифметическим и средним геометрическим, неравенство Коши-Буняковского, применения неравенств для решения задач на максимум и минимум, уравнения и неравенства особенно иррациональные и тригонометрические, системы уравнений и неравенств, уравнения и неравенства с модулями и параметрами, примеры применения неравенств для решения задач на максимум и минимум, метод математической индукции и его различные применения, биномиальные коэффициенты, решения задач на целые числа, делимость, НОД и НОК. Значительный упор делался на задачи, близкие к использованию в математическом анализе и тех типов, которые не отражены в последние годы в ЕГЭ по математике.

На лекциях и семинарах по геометрии рассматривались следующие вопросы: геометрические места точек на евклидовой плоскости: равноудаленных от двух точек, равноудаленных от двух прямых, отрезок виден под фиксированным углом и ряд других, нахождение длин основных элементов треугольника: медиан, высот, биссектрис, радиусов вписанных и описанных окружностей, применение основных свойств медиан, биссектрис внутренних и внешних углов треугольника, высот треугольника; ряд задач на построение треугольников циркулем и линейкой на плоскости, обоснование возможностей явного вычисления (в радикалах) длин отрезков при построении циркулем и линейкой, задачи на вычисление длин элементов треугольников и многоугольников и на доказательство; геометрические неравенства и экстремальные задачи, в частности, отыскание минимумов функций с одной и двумя переменными с помощью координатной плоскости; задачи на тетраэдры, параллелепипеды, призмы, пирамиды (в основном правильные), цилиндры, конусы, сферы. Значительный упор делался на задачи, близкие к использованию в векторной алгебре и аналитической геометрии и тех типов, которые не отражены в последние годы в ЕГЭ по математике.

На контрольных работах предлагались задачи следующих типов.

*На первой контрольной:* линейное уравнение с модулями, причем с модулями в подмодульных выражениях, неравенства с квадратным корнем из квадратного трехчлена, кубическим многочленом с показательной функцией, сводящееся к иррациональному неравенству; определение арксинуса и арккосинуса, построение графиков функций арксинус и арккосинус, построение графика суперпозиции показательной и квадратичной функций с исследованием ее монотонности на некотором интервале ее области определения; задача с параметрами в некоем тригонометрическом выражении с использованием теоремы Виета для корней квадратного уравнения, логарифмическое неравенство с параметром, которое должно выполняться для всех значений фигурирующей в нем неизвестной, формулировка и доказательство теорем синусов и косинусов, задачи на построение прямоугольного треугольника по заданным длине одного из катетов и сумме или разности длин гипотенузы и другого катета, при этом требовалось исследовать возможность построения и возможное количество решений; задачи на вычисление площади некоего плоского четырехугольника, получающегося в результате проведенных касательной к описанной около некоего треугольника окружности (точка касания — одна из вершин треугольника) и прямой, проходящей через вершину треугольника, противоположную стороне, содержащей вершину — точку касания и параллельную этой стороне, эта прямая пересекает указанную касательную.

*На второй контрольной:* построение графиков суперпозиции логарифмической функции и модуля дробно-линейной функции, а также графика арксинуса косинуса или косинуса арксинуса; неравенство с фигурирующими в нем квадратным корнем из линейного выражения и модулем линейного выражения, которое следовало решать, применяя свойства монотонности функций на том или ином промежутке числовой прямой с учетом ОДЗ; вывод формул выражений тангенса или котангенса тройного аргумента через соответственно тангенс или котангенс основного аргумента с обязательным указанием ограничений на аргумент; исследование равносильности двух линейных неравенств с модулем или, когда одно из них есть следствие другого, в зависимости от значений фигурирующего параметра, задача на доказательство свойства медиан треугольника (которые в точке их пересечения делятся в отношении 2:1, считая от вершины) и обратного этому утверждения или утверждения о свойстве биссектрисы внутреннего угла треугольника, делящей противоположную сторону не отрезки, длины которых пропорциональны длинам соответствующих сторон и аналогичного утверждения о биссектрисе внешнего угла треугольника такого, что из его вершины исходят неравные стороны; задачи на построение треугольника по заданным длинам высоты, медианы и биссектрисы, выходящих из одной точки или по заданным длинам стороны и двух высот, проведенных к прямым, содержащим две другие стороны с требованием исследовать возможность построения и количество



решений; вычислительные задачи, задачи на отыскание неких ГМТ на плоскости и в пространстве, при решении которых следовало применить координатный метод.

*На третьей контрольной:* построение графиков суперпозиции показательной функции и дробно-линейной функции, на отыскание ГМТ на координатной плоскости, координаты которых удовлетворяют уравнению с двумя неизвестными с модулем; на вычисление  $\arcsin(\sin 14)$  или  $\arccos(\cos 10)$  с обоснованием; на квадратный трехчлен с параметром при старшей степени, значения которого при соответствующих значениях параметра содержат соответствующий отрезок числовой прямой; решение уравнения с заданной линейной функцией с модулем, имеющей периодическое продолжение на числовую прямую с заданным периодом; доказательство или формулы Герона вычисления площади треугольника или тождества параллелограмма; задачи на отыскание расстояний между точками пересечения биссектрис и медиан или точками пересечения биссектрис и высот соответственно прямоугольного или равнобедренного треугольника, построение отрезка, длина которого выражается через длины двух других заданных отрезков, для решения которых требовалось применять обобщенную теорему Фалеса или построение отрезка, длина которого равна среднему геометрическому заданных длин двух других отрезков; доказательство о том, что сумма длин медиан треугольника или больше  $\frac{3}{4}$  его периметра, или меньше его периметра; вычисление площади фигуры на координатной плоскости, координаты точек которой определяются системой неравенств, решать которую можно было или с применением определенного интеграла, или сведением к вычислению площади прямоугольника на основе симметрий графиков взаимно обратных функций относительно биссектрисы первого и третьего координатных углов.

Для студентов северокавказского Филиала МГУ автором статьи было прочитано девять дистанционных лекций (из Москвы), на которых освещались следующие темы: вывод основных свойств квадратичной функции с обоснованием ее графика (кроме свойства выпуклости), был получен важный вывод о неположительности дискриминанта квадратного трехчлена с положительным коэффициентом при старшей степени, принимающем только неотрицательные значения (это свойство может применяться при доказательстве неких утверждений даже об абстрактных гильбертовых пространствах), разобраны примеры решений квадратных уравнений со сложными (иррациональными) коэффициентами, решений неравенств с дробно-линейными функциями, а также доказательства некоторых неравенств с тригонометрическими выражениями, примененными к величинам углов треугольника;

понятие модуля действительного числа и его основные свойства, сформулированы понятия линейной, степенной, показательной и логарифмической функций;

приведены примеры решений иррациональных уравнений и неравенств, доказательств неравенств для выражений, представляющих или сводящихся к многочленам второй степени с двумя переменными на основе применения метода выделения полных квадратов выражений, примеры решений комбинаций логарифмических и показательных неравенств, сложных показательных уравнений, решения которых основаны на свойстве строгой монотонности показательных функций, задачи на ГМТ на координатной плоскости, построение графиков суперпозиций алгебраических функций;

некоторые вопросы тригонометрии: определения тригонометрических функций с помощью единичной окружности, вывод основных тригонометрических формул в том числе и формулы преобразования выражения  $a \sin x + b \cos x$  с помощью вспомогательного аргумента, решений простейших тригонометрических уравнений, о выражениях тригонометрических функций от аркфункций и аркфункций от тригонометрических функций и их графиках, ряд важных соотношений между аркфункциями, рассмотрены примеры решений тригонометрических неравенств, сводящихся к простейшим тригонометрическим неравенствам;

некоторые вопросы планиметрии: о равенстве и подобии треугольников, о свойствах их элементов (медиан, высот, биссектрис, выражения для их длин), теорема Фалеса, о схемах доказательства теорем синусов, косинусов, о пропорциональных отрезках в прямоугольном треугольнике и круге, о квадрате длины отрезка касательной к окружности и свойствах касательных к окружности, проведенных из одной точки, об измерении вписанных в окружность углов и углов, образованных касательной и хордой, некоторые задачи на построение, в общем, те же, о которых говорилось выше, четырехугольников, правильных многоугольников, их радиусов и формулах их выражений через длины сторон соответствующих многоугольников, о касании окружностей, в частности задача о выражении расстояния между точками касания двух окружностей их общей касательной через радиусы окружностей, доказательства некоторых геометрических неравенств, в том числе и на наибольшие и наименьшие значения;

некоторые вопросы стереометрии: о взаимоотношении прямых и плоскостей в пространстве, пересечение прямых и плоскостей, скрещиваемость прямых, параллельность и перпендикулярность, угол между прямыми и плоскостями, наклонная и проекция, теорема о трех перпендикулярах, о двугранном угле и его измерении, линейном угле двугранного угла, многогранном угле;

тетраэдр, правильный тетраэдр, правильная многоугольная пирамида, параллелепипед и его частные случаи, призма и ее частные случаи о вписанных в многогранники и описанных около многогранников сферах, выражении их радиусов, о цилиндре, конусе, шаре и сфере, разбор двух задач на вычисление радиуса вписанного в треугольную пирамиду шара (через длины ее высот) на основе обобщений теоремы Виета для корней многочлена четвертой степени, вычисление площади полной поверхности и объема прямоугольного параллелепипеда на основе обобщений теоремы Виета для корней многочлена третьей степени, при этом была исследована корректность постановки задачи;

примеры решений некоторых задач, уравнений, неравенств, систем, содержащих параметры, в том числе и решение систем двух линейных уравнений с двумя неизвестными и на применение тригонометрической формулы вспомогательного аргумента (о ней выше говорилось).

Под конец прослушивания этих лекций студентам Филиала МГУ были высланы по электронной почте индивидуальные задания, содержащие по 12 задач каждая (в общем, по тем же тематикам, что и в перечисленных выше трех контрольных для московских студентов, в том числе и задачи по стереометрии). Из 16 разосланных заданий их выполняли 12 человек с результатами от 10,5 решенных задач до всего 1/3 решенной задачи, наиболее успешно с заданием справились первые 6 приславших работу студентов, следующие 2 похуже, сделав примерно половину задания, и последние 4 совсем плохо (от 1/3 до 5/3 задач). Судя по всему, и тут сказывалась различная математическая подготовка студентов и их отношение к этой работе. Но в общем можно надеяться, что эти занятия не прошли даром и для севастопольских студентов, и определенные дополнительные знания и навыки решения задач по элементарной математике, важные для изучения высшей математики, они приобрели. Важно еще отметить, что для этих студентов действительно был прочитан именно корректирующий курс элементарной математики, преподавание которого, возможно, в определенном аспекте будет продолжено и во втором семестре.

20 декабря 2013 г. с этими студентами было проведено еще одно дистанционное занятие по результатам выполнения ими индивидуального задания. Были проанализированы наиболее распространенные ошибки и разобраны некоторые из задач, при решении которых эти ошибки в основном были сделаны.

Многие задачи были заимствованы из книги И.Ф. Шарагин, В.И. Голубев «Математика, Факультативный курс, 11 класс. Решения задач» М: 1992.

## О ЦЕЛЕСООБРАЗНОСТИ РАСШИРЕНИЯ СИСТЕМЫ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫХ ШКОЛ ПО ФИЗИКО- МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ЦИКЛУ

Великоруссов П. В.

*Санкт-Петербургский государственный университет  
Санкт-Петербург, 198504, Петродворец, Ульяновская ул., д. 1  
Тел. (812) 927-69-98  
E-mail [P.Velikorussov@gmail.com](mailto:P.Velikorussov@gmail.com)*

Следует признать, что мы пришли к кризисной ситуации в области образования, в первую очередь, в отношении проблемы снижения уровня школьных знаний. Сейчас много говорят о различных инновациях в этой области. Я пришел к выводу, что лучшая инновация в настоящий момент – это консерватизм. Моим мыслям созвучны слова академика Б.Раушенбаха: «В свое время на Западе педагоги поддались влиянию модной в первой четверти или в первой половине XX века идеи о том, что должно происходить саморазвитие ребенка, ему не надо мешать в этом процессе, все должно идти самотеком. В какой-то малой мере это правильно, но в основном — глупость. Детей, конечно, надо "натаскивать"; кто же из них, к примеру, будет по своей воле учить таблицу умножения? Ребенку это в голову не придет!... По своему многолетнему педагогическому опыту могу сказать, что надо заставлять учиться...И в этом смысле наша школа лучше, чем школа на Западе, потому что она... отсталая, как ни парадоксально это звучит, потому что она держится за XIX, а не за XX век, в ней сохранилась педагогическая методика XIX века»<sup>44</sup>.

Если в большинстве обычных школ, благодаря введению ЕГЭ, дети, практически, разучились размышлять, долго думать над решением какой-либо задачи, проблемы, то в специализированных физико-математических школах Петербурга еще сохранилась система, принятая в советских школах – система широкого образования. (Речь идет, в первую очередь, о старейших школах – 239, основанной в 1961 году, и 45 школе интернате при Ленинградском государственном университете (1963 г.)). В дополнение к этому в этих школах учащихся заставляют учиться по всем предметам. Возьмем, например, географию. Попросите учащихся обычных школ назвать хотя бы одну страну Южной Америки. Самый поразительный ответ был у выпускника школы из г. Архангельска. Он ответил: «Штат», - «Что за штат?», - «Ну, есть же штаты в Америке, вот штат – страна». Самая распространенная ошибка: спросите про летнюю температуру. Вам ответят – ох, как жарко, температура на солнце + 40 градусов. Выпускники же специализированных школ вам объяснят, что температура, которую показывает градусник, оказавшийся на солнце, зависит от цвета жидкости в нем. Таких примеров можно привести достаточное количество.

Несмотря ни на что, у нас в стране много детей ищущих, стремящихся получить знания, амбициозных, честолюбивых – что прекрасно само по себе и является стимулом к созданию чего-либо нового, нетривиального. Осталось решить задачу: как создать общественное мнение, (в противовес нашим средствам массовой информации) что учеба – это достаточно тяжелый труд. Вспомните слова Гете: «Гений – это один процент таланта и 99 процентов пота». Вторая задача: а кто будет в дальнейшем учить детей?

---

<sup>44</sup> Борис Раушенбах, Постскриптум, М., «Аграф», 2002 г., с. 272-273.

# ПРОПЕДЕВТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА – ОСНОВА ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ УЧАЩИХСЯ

Виситаева М.Б.

*Чеченский институт повышения квалификации работников образования, г. Грозный*

*maretv@rambler.ru*

Abstract. Propaedeutic studying of a geometrical material in 5-6 classes, as a basis of formation of mathematical abilities of pupils of this age group, consisting is proved: in development of spatial representations and spatial imagination, geometrical intuition, geometrical sight, graphic and graphic skills, an eye estimation, an ingenuity, etc.

Обзор современных учебников, обеспечивающих пропедевтику элементов в геометрии, показывает, что геометрический материал в них не выстроен в единую линию, имеет как бы вспомогательный характер для отработки некоторых приёмов для решения задач, или служит средством иллюстрации отношений между величинами, и только изредка встречаются задачи действительно геометрического содержания. Представленное в них небольшое количество объёмных фигур дано в основном в одном положении.

В конце XX века появляется ряд научных работ А.Д. Александрова, Н.Я. Виленкина, Г.Д. Глейзера, Б.В. Гнеденко, В.А. Гусева, Г.И. Саранцева, Р.С. Черкасова и др., в которых они обсуждают проблемы построения непрерывной геометрической линии в структуре школьного математического образования. Эти авторы выдвигают в качестве цели изучения геометрии детьми 6-12 лет – развитие пространственных представлений и пространственного воображения, геометрической интуиции, изобразительно-графических навыков, глазомера, изобретательности и т.д. На данном этапе геометрия имеет черты естественнонаучного предмета, где основными методами получения знаний служат наблюдение, измерение, эксперимент, использование которых предполагает обращение к деятельности органов чувств, опору на практические действия.

Н.Я. Виленкин [3] считает, что без пропедевтики дальнейшее изучение курса геометрии вызывает затруднение. Для того чтобы изучать дедуктивный курс геометрии, надо обладать достаточно большим запасом геометрических знаний и понятий. Г.Д. Глейзер, говоря о курсе «Практической геометрии», который может изучаться в V-VI классах, пишет: «Главная его цель состоит в том, чтобы существенно обогатить пространственные представления учащихся, ознакомить их с основными фактами планиметрии и стереометрии. В этом курсе учащиеся практическими методами с помощью опыта или эксперимента устанавливают основные геометрические факты (свойства плоских и пространственных фигур), учатся их использовать при трудовом обучении, в практической деятельности» [9, С. 70]. Г.И. Саранцев отмечает что «в 5–6 классах основная цель обучения геометрии заключается в формировании образов основных геометрических фигур и стандартов логических рассуждений. Достижение этой цели осуществляется в рамках совместного изучения плоскостных фигур и пространственных тел, причем первые рассматриваются как элементы вторых» [14, С. 20]. «В новом тысячелетии получают развитие, не только содержание предметов, методы их изложения, но и формы организации учебного процесса. ... В дальнейшем, образование, как в классах со смешанным составом обучаемых, так и в специализированных, будет строиться с учетом способностей, склонностей, желаний учащихся» [6, С. 53]:

В связи с необходимостью построить образовательные системы, обеспечивающие оптимальные возможности для развития личности, методика обучения геометрии обращается вновь к идеям «наглядной геометрии», способствующим созданию курса. Он должен обеспечивать оптимальное развитие детского интеллекта на начальном этапе изучения курса геометрии. Методическое направление это основано на принципе целостного восприятия пространства, вплотную связано с разработкой подготовительных курсов геометрии, осуществляющих взаимосвязанное изучение свойств плоских и пространственных фигур. Идея такого курса геометрии общеобразовательной школы обычно именуется «фузионистской».

Наиболее глубоко фузионистская методическая идея проникла в область геометрической подготовки на раннем этапе (5–6 классы). Соответствующий подход в

геометрии требуют опоры на чувственные и интуитивные методы получения знаний; моделирование, конструирование, практические и лабораторные работы и т.д., способствующие выявлению и развитию математических способностей. В частности, эту концепцию поддерживает академик РАО И.С. Якиманская, исследования которой посвящены проблемам психического развития человека, и в частности математическом образовании. Фузионизм поддерживал и всемирно известный математик, создатель неевклидовой геометрии – Н.И. Лобачевский, написавший первый учебник «Геометрия», названный историками одним из первых курсов геометрии, основанных на идее фузионизма [8].

В пользу взаимосвязанного изучения свойств плоских и пространственных фигур говорит и то обстоятельство, что в литературе за последнее время все чаще встречается подобный материал, включенный в курс планиметрии различными авторами. К примеру, учебное пособие авторов «дает возможность учителю, работающему по учебникам геометрии 7–9 классов, в которых элементы стереометрии помещены в конце этих учебников, изучать стереометрический материал, вместе с аналогичным ему планиметрическим материалом» [2, С. 3].

Отметим то, что появились новые учебники математики, содержащие самостоятельную геометрическую линию, которая соответствует идее развития: к примеру, учебный комплект для 5–6 классов Г.В. Дорофеева и Н.Ф. Шарыгина. Также появились учебники и учебные пособия по геометрии для 5–6 классов (В.А. Гусев, В.А. Панчишина, Т.Г. Ходот и др.). Эти авторы ставят своей целью раннее введение школьников в реальный мир пространственных форм и количественных отношений. Главной задачей в них является обучение школьников построению, исследованию и применению геометрических моделей окружающего их мира.

Диссертационные исследования Н.С. Подходовой, Т.В. Расташанской, Л.О. Рословой, В.Н. Фрундина, и др. в качестве объекта исследования выдвигают процесс изучения геометрического материала, который построен на основе взаимодействия практических и мысленных методов исследования объектов в 1–6 классах и изменения, происходящие в развитии учащихся под влиянием этого процесса.

Преподавание геометрии ставит перед учителем целый ряд серьезных проблем, разрешить которые можно лишь путём разумного сочетания требований научной строгости, с одной стороны, и соблюдения дидактических принципов – с другой. Авторы Э.Ж. Гингулис [7], О.С. Куликова [11] и др. считают, что в процессе развития математических способностей учащихся следует учитывать некоторые методические рекомендации: 1) развитие способностей у каждого ученика требует создания специальных условий; 2) развитию способностей учащихся способствует целесообразный отбор одновременно и трудных и посильных задач, причём «потолок трудности» фактически для каждого ученика свой. Начало систематического курса геометрии связано с преодолением значительных трудностей: учащиеся долго привыкают к дедуктивным рассуждениям, не видят в них необходимости. В применении к нашей проблеме это обстоятельство указывает на ограниченность возможностей развития логической составляющей в V-VI классах, на необходимость очень тщательного отбора задач. Аналитический аппарат, необходимый для решения геометрических задач (а, следовательно, и для формирования и развития аналитических способностей) практически отсутствует на протяжении V-VI классов.

Шестиклассники как указывает Э.Ж. Гингулис, находятся в возрасте, благоприятном для развития имеющихся у них задатков. (Угасание интереса к геометрии в этом возрасте трудно компенсировать позднее). И в этом отношении имеются следующие возможности: 1) постановка задач, для решения которых могут привлекаться не только факты из школьного курса геометрии, но и опираться на факты интуитивно ясные, наглядно очевидные (и, естественно верные); 2) обращение к интересным стереометрическим и доступным задачам, должно стать необходимым элементом по развитию математических способностей учащихся шестых классов (и более раннего возраста) на практике гораздо чаще имеют дело именно с пространственными, а не плоскими фигурами [7, С. 54-58]; «... мы живем в пространстве трех измерений, и плоскостные (двумерные), а тем более линейные (одномерные) геометрические образы получаются лишь в результате некоторого абстрагирования ...» [1, С. 335]. Более того в реальном пространстве, которое окружает человека, «нет ни одного плоского объекта, изучаемого в планиметрии» [13, С. 114];

Главная цель изучения «Практической геометрии» в V-VI классах [9], требует соответствующей ей модели обучения, направленной на формирование математических способностей учащихся при изучении геометрического материала, а также ее последовательной реализации на практике. Эта модель обучения, должна обеспечить учащихся

систематизированными, прочными одновременно оперативными знаниями и предоставить условия, содействующие реализации требования – научить учащихся учиться самостоятельно, стандарт [15] для каждой ступени общего образования содержит личностный ориентир: выпускник основной школы – умеющий учиться, осознающий важность образования и самообразования для жизни и деятельности, способный применять полученные знания на практике, строящий индивидуальную образовательную траекторию; при этом имеется в виду и «учет индивидуальных и возрастных особенностей имеющихся возможностей школьников» [12].

Фузионистский подход к изучению пропедевтического курса геометрии в 5–6 классах являющийся основой формирования математических способностей учащихся этой возрастной группы отражен и в публикациях автора [4, 5, 16 и др.]. «Формирование современного содержания геометрической подготовки учащихся 5-6 классов осуществляется в русле развивающейся вариативности форм организации учебного процесса, учебных планов, программ и учебников, с помощью современных образовательных технологий. Эти условия требуют создания механизма, обеспечивающего развитие математических способностей учащихся 5-6 классов при изучении геометрического материала» [5, С. 111].

Таким образом, *фузионистский подход к изучению пропедевтического курса геометрии в 5–6 классах (в условиях единства планиметрических и стереометрических элементов геометрии) является основой формирования математических способностей учащихся этой возрастной группы и заключается: в развитии пространственных представлений и пространственного воображения, геометрической интуиции, геометрического зрения, изобразительно-графических навыков, глазомера, изобретательности и т.д.* На данном этапе геометрия имеет черты естественнонаучного предмета, где основными методами получения знаний служат наблюдение, измерение, эксперимент, использование которых предполагает обращение к деятельности органов чувств, опору на практические действия.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Брадис, В.М. Методика преподавания математики в средней школе. – М., 1954.
2. Вернер, А.Л. Стереометрия: учебное пособие для учащихся 7–9 кл. общеобразоват. учреждений / А.Л. Вернер, Т.Г. Ходот. – М.: Просвещение, 2006.
3. Виленкин, Н.Я. Современные проблемы школьного курса математики и их исторические аспекты // Математика в школе. – 1988. – № 4. – С. 7–12.
4. Виситаева, М.Б. Об изучении пропедевтического курса геометрии в школах Чеченской Республики // Математика в школе. – 2007. – № 5. – С. 26–30.
5. Виситаева, М.Б. «Ecole intellectuelle» – école de l'éducation active [«Школа интеллекта» – школа развивающего обучения]: Actes du Colloque International, France, Sables d' Olonnes, 8–12 juillet 2007 // Des jeux a la creativite: Methodes d' education active. – © Editions du LIPTO, 2007. – P. 110–113.
6. Гнеденко, Б.В. О преподавании математики в предстоящем тысячелетии / Б.В. Гнеденко, Р.С. Черкасов // Математика в школе. – 1996. – № 1. – С. 52–56.
7. Гингулис, Э.Ж. Методика развития математических способностей учащихся 6–8 классов в ходе решения геометрических задач: дис. ... канд. пед. наук. – М., 1987.
8. Глейзер, Г.Д. Каким быть школьному курсу геометрии // Математика в школе. – 1991. – № 4. – С. 68–74.
9. Глейзер, Г.И. История математики в школе. IX– X классы. – М.: Просвещение, 1983.
10. Гнеденко, Б.В. О преподавании математики в предстоящем тысячелетии [Текст] / Б.В. Гнеденко, Р.С. Черкасов // Математика в школе. – 1996. – № 1. – С. 52–56.
11. Куликова, О.С. Геометрические задачи на построение как средство развития математических способностей учащихся: дис. ... канд. пед. наук. – М., 1998.
12. Лазарев, В.А. Педагогическое сопровождение одаренных старшеклассников: Монография – Ярославль: Изд-во ЯГПУ им. К.Д. Ушинского, 2005.
13. Методика обучения геометрии: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений [Текст] / В.А. Гусев, В.В. Орлов, В.А. Панчицина [и др.]; под ред. проф. В.А. Гусева. – М.: Издат. центр «Академия», 2004.
14. Саранцев, Г.И. Методика обучения геометрии: учеб. пособие для студентов по направлению «Педагогическое образование». – Казань: Центр инновационных технологий, 2011.
15. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования / Режим доступа: <http://www.standart.edu.ru/>
16. Visitaeva, M.B. The structure of conception “ mathematical abilities”: сб. материалов [XXXIII Международной научно– практической конф.](#) 16–17 мая 2013 г. [Тенденции развития науки.](#) – Украина, Горловка.: Академия Наук, 2013. – P. 104–107.

---

## ОБ ОБЯЗАТЕЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТАХ ОБУЧЕНИЯ

Воказе К. Е.

*Евразийский Национальный университет им.Л.Н.Гумилева  
vokaze61@mail.ru*

Abstract. What is mandatory learning outcomes, what results and at what level should receive student in the learning process? Who determines this level? What methods can achieve good results? Author seeks answers to these questions

Сложившаяся к настоящему времени казахстанская национальная модель образования является результатом реформ, носивших системный характер. Одним из свидетельств реформ являются изменения, внесенные в государственную политику в области образования, которые нашли свое отражение в новой редакции «Закона об образовании» РК [1]:

«Статья 3. Принципы государственной политики в области образования

1. Основными принципами государственной политики в области образования являются:

- 1) равенство прав всех на получение качественного образования;
- 2) приоритетность развития системы образования;
- 3) доступность образования всех уровней для населения с учетом интеллектуального развития, психофизиологических и индивидуальных особенностей каждого лица;
- 4) светский, гуманистический и развивающий характер образования, приоритет гражданских и национальных ценностей, жизни и здоровья человека, свободного развития личности;
- 5) уважение прав и свобод человека;
- 6) стимулирование образованности личности и развитие одаренности;
- 7) непрерывность процесса образования, обеспечивающего преемственность его уровней;
- 8) единство обучения, воспитания и развития;
- 9) демократический характер управления образованием, прозрачность деятельности системы образования;
- 10) разнообразие организаций образования по формам собственности, формам обучения и воспитания, направлениям образования.

Статья 4. Компетенция Правительства Республики Казахстан в области образования  
Правительство Республики Казахстан:

- 1) разрабатывает и реализует государственную политику по развитию образования;
- 2) разрабатывает и представляет на утверждение Президенту Республики Казахстан государственные программы развития образования и стратегические планы развития системы образования, осуществляет меры по их реализации;...
- ... б) определяет порядок разработки государственных общеобязательных стандартов образования»;

В Государственном стандарте общего среднего образования РК[2] указаны требования к уровням подготовки учащихся общеобразовательных учебных заведений следующим образом:

«7.1 Требования, предъявляемые к уровню подготовки учащихся, задаются на двух уровнях: обязательном (минимальном) и базовом.

7.2 Обязательный уровень, предъявляемый к подготовке учащихся общеобразовательных учебных заведений, определяет минимальный уровень подготовки учащихся. Достижение минимального уровня является обязанностью учащихся.

7.3 Базовый уровень подготовки учащихся устанавливает уровень полноценного содержания общего образования, подлежащего обязательному изучению, но не

обязательного для усвоения. Выбор этого уровня подготовки определяется самими учащимися соответственно их познавательным способностям, интересам.

7.4 Обязательный и базовый уровни подготовки учащихся задаются в виде описания ожидаемых результатов обучения и обеспечивают возможность контроля их достижения.

7.5 Перечень состава и структуры содержания среднего общего образования, подлежащего обязательному изучению в общеобразовательных учебных заведениях, достаточного для продолжения обучения на последующих ступенях и уровнях системы образования Республики Казахстан, определяет базовое содержание среднего общего образования.

7.6 В стандартах учебных предметов описываются базовое содержание образования, требования к обязательному (минимальному) уровню подготовки учащихся.

7.7 Проверка достижения ожидаемых результатов в рамках обязательного (минимального) и базового уровней подготовки учащихся определяется с помощью различных форм контроля.

Оценка выполнения достижения обязательного (минимального) уровня подготовки учащихся по учебному предмету осуществляется на рубежных этапах учебного процесса: 4, 9, 11 классы в соответствии с общеобязательными стандартами по предмету.

Стандарт среднего общего образования по предмету фиксирует тот безусловный минимум, который должны освоить все учащиеся.

В качестве оценки достижения обязательного (минимального) уровня подготовки учащихся при организации внешней экспертизы используется дихотомическая (двоичная) шкала: «достиг», «не достиг».

Оценка результатов обучения учащихся в рамках базового уровня подготовки осуществляется по пятибалльной системе. Итоговые оценки выставляются в документах соответствующей ступени образования».

Как отмечает И.Ф. Шарыгин [3]: «деятели нашего образования объявляют, что образовательный стандарт - это минимальный уровень, на котором ведется обучение в школе. По окончании каждого класса ученик должен соответствовать соответствующему (извините!) стандарту по каждому предмету. И так вплоть до окончания школы. ...

... образовательный стандарт, навязываемый школе, - это тяжелая гиря на ее шею, с которой уже невозможно будет выплыть. Сам термин "образовательный стандарт" - чистой воды лицемерие. Его цель - ввести в заблуждение общество. ... А на самом деле правильной является аналогия с понятием "минимальная зарплата". На минимальную зарплату жить нельзя. Человек, соответствующий образовательному стандарту, необразован».

Согласно уровневой дифференциации обучения на основе обязательных результатов по В.В. Фирсову[4] предлагается «введение двух стандартов: для обучения (уровень, который должна обеспечить школа интересующемуся, способному и трудолюбивому выпускнику) и стандарта обязательной общеобразовательной подготовки (уровень, которого должен достичь каждый). Пространство между уровнями обязательной и повышенной подготовки заполнено своеобразной "лестницей" деятельности, добровольное восхождение по которой от обязательного к повышенным уровням способно реально обеспечить школьнику постоянное пребывание в зоне ближайшего развития, обучение на индивидуальном максимально сильном уровне».

Уровневая дифференциация способствует более прочному и глубокому усвоению знаний, развитию индивидуальных способностей, развитию самостоятельного творческого мышления. Наблюдения и практика преподавания показывает, что данная форма обучения имеет большее преимущество в сравнении с традиционной методикой обучения, но возникает проблема деления класса на группы. От того, как учитель сможет решить эту проблему, будет зависеть весь дальнейший ход обучения.

Решение этой проблемы в рамках общеобразовательной школы возможно следующим образом:



1. Если объединять учащихся в одноуровневые группы, то учитель имеет возможность организовывать работу слабых учеников по усвоению материала.
2. Если же объединять в разнородные группы, то создаются более благоприятные условия для взаимодействия и сотрудничества.

Спорным вопросом являются обязательные результаты при обучении в средних специальных учебных заведениях (колледжах) и вузах.

Литература

1. Закон Республики Казахстан «Об образовании» от 27 июля 2007 года N 319-III ЗРК/  
[http://nkaoko.kz/documents/law\\_of\\_education/](http://nkaoko.kz/documents/law_of_education/)
2. Государственный общеобязательный стандарт образования Республики Казахстан. Среднее образование. Образование среднее общее. Основные положения. ГОСО РК 2.003-2002. -Справочная правовая система ЮРИСТ,- 03.10.2008.
3. И.Ф.Шарыгин. «Обязательные результаты. Минималистский подход к образовательным стандартам — это угроза обществу и государству» /Независимая газета, №179(2730)28 августа 2002 г.
4. В.В.Фирсов [Уровневая дифференциация обучения на основе обязательных](http://psyvision.ru/help/pedagogika/43-ped-tech20/483-ped-tech6)  
<http://psyvision.ru/help/pedagogika/43-ped-tech20/483-ped-tech6>

---

## ОПЫТ ПРИМЕНЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ДОВУЗОВСКОМ ОБРАЗОВАНИИ

Евдокимов А. А.<sup>1)</sup>

Захарова В. И.<sup>1)</sup>

Сагадеева Г. А.<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>*Московский государственный технический университет радиотехники, электроники и автоматики, Москва, пр. Вернадского, 78*

<sup>2)</sup>*МКОУ СОШ №9 города Аши Челябинской области  
Челябинская обл., г. Аша, ул. 40-летия Победы, 13-70  
9634648831 sagadeeva\_g@mail.ru*

The main idea of teaching of natural technological science is the formation and development of theoretical scientific thinking of students. Information age poses the need to give students informational and communicational technologies. Their use in everyday educational activities, research, presentation of their results helps to develop natural-scientific thinking of students. This article suggests to combine methods of various forms of training classes with computer skills and other means of ICT to promote the development of scientific thinking from the empirical to the theoretical.

Междисциплинарный подход и переход от отдельного преподавания отдельных предметов, формирующих естественнонаучные знания у учащихся к конвергенции (взаимному проникновению) таких дисциплин, как математика, информатика, биология, химия, физика, экология, определяют современные концепции в преподавании предмета «Естествознание» в довузовском обучении.

В данном сообщении обобщен опыт осуществления обучения по рабочей программе по естествознанию основного общего образования базового уровня обучения в муниципальном казенном общеобразовательном учреждении средней общеобразовательной школе №9 г. Аши Челябинской области (с начальной профессиональной подготовкой).

## СТРУКТУРА КУРСА

### *Раздел 1. Современное естественнонаучное знание о мире (природа — наука — человек) (94 ч, 11 ч — резервное время)*

Тема 1. Структура естественнонаучного знания: многообразие единства (17 ч). Лабораторные работы, лекции, семинары, конференция.

Тема 2. Структуры мира природы: единство многообразия (30 ч). Лабораторные работы, лекции, семинары, практические занятия, конференция

Тема 3. От структуры к свойствам (13 ч). Лабораторные работы, лекции, семинары, конференция.

Тема 4. Природа в движении, движение в природе (17 ч). Лабораторные работы, лекции, семинары, конференция.

Тема 5. Эволюционная картина мира (17 ч). Лабораторные работы, лекции, семинары, конференция.

### *Раздел 2. Естественные науки и развитие техники и технологий (природа — наука — техника — человек) (61 ч, 3 ч — резервное время)*

Тема 6. Развитие техногенной цивилизации (12 ч). Лабораторные работы, лекции, семинары, конференция.

Тема 7. Взаимодействие науки и техники (23 ч). Лабораторные работы, лекции, семинары, конференция.

Тема 8. Естествознание в мире современных технологий (26 ч). Лабораторные работы, лекции, семинары, конференция.

### *Раздел 3. Естественные науки и человек (природа — наука — техника — общество — человек) (39 ч, 2 ч — резервное время)*

Тема 9. Естественные науки и проблемы здоровья человека (24 ч). Лабораторные работы, лекции, семинары, конференция.

Тема 10. Естественные науки и глобальные проблемы человечества (15 ч). Лабораторные работы, лекции, семинары, конференция.

Обратимся к основным видам занятий, посредством которых развивается естественнонаучное мышление учащихся при преподавании естествознания. К ним относятся: лекции, семинарские занятия, практические занятия по решению биофизических задач, лабораторные занятия, учебные конференции, учебные экскурсии. Методика проведения различных форм учебных занятий реализуется как органическое единство цели, содержания, обучающих средств и методов изучения естествознания (рис. 1).

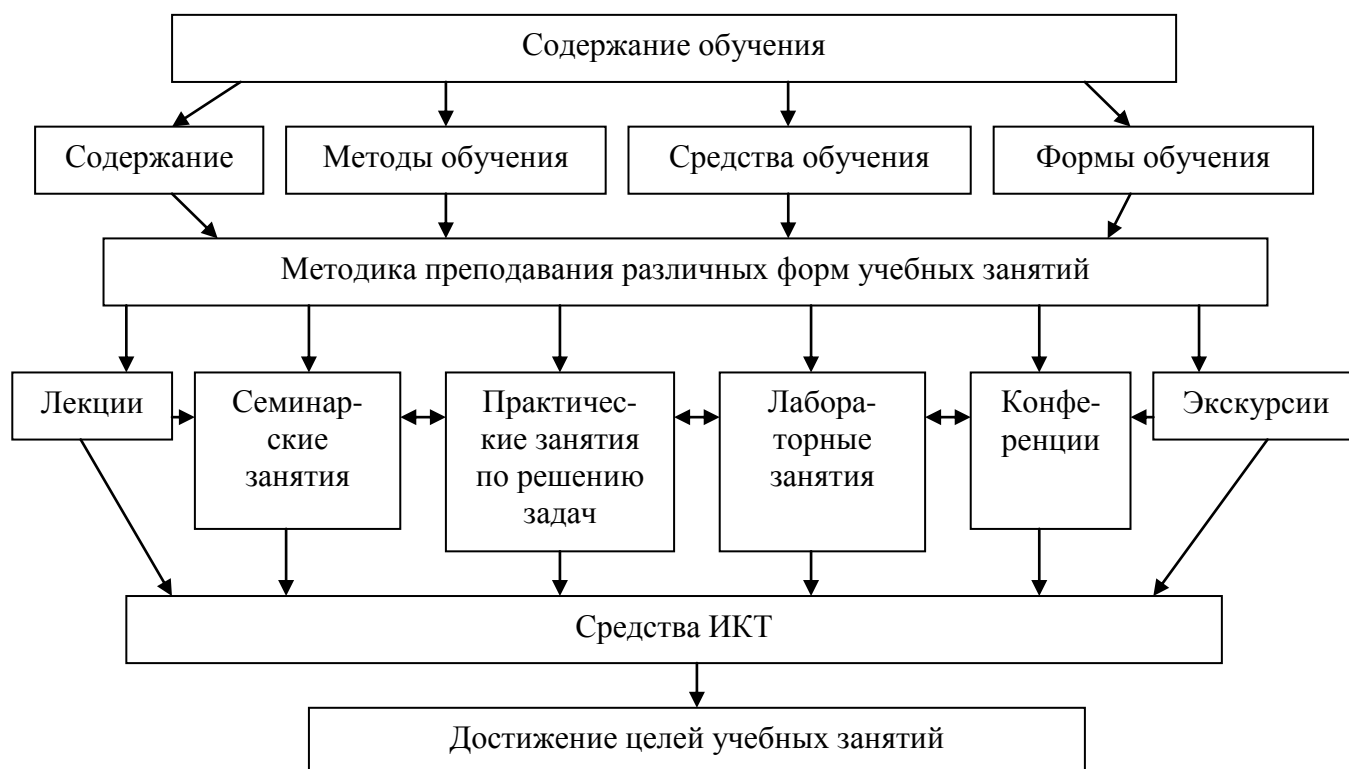


Рис 1. Схема единства цели, содержания, обучающих средств и методов

На лекциях рассматриваются проблемные и системные естественнонаучные знания, которые знакомят учащихся с основными теоретическими положениями естествознания, с его приложениями и перспективами развития.

Семинарские занятия – это форма учебного занятия, на котором в результате предварительной работы над программным материалом преподавателя и учащихся в обстановке их непосредственного активного общения, в процессе выступления учащихся по вопросам темы, решаются задачи познавательного, развивающего и воспитательного характера, прививаются методологические и практические умения и навыки учащимся.

Практические занятия по решению физико-химических задач призваны повысить уровень развития естественнонаучного мышления, сформировать обобщенную структуру умения решать задачи и задачные ситуации межпредметного характера.

Естествознание – наука экспериментальная, в связи с этим, в учебном процессе должны присутствовать формы учебных занятий, на которых отрабатываются экспериментальные умения и навыки, адекватно отражающие и моделирующие структуру деятельности естествоиспытателя. Такими формами являются лабораторные занятия.

Учебные экскурсии – это форма организации обучения, которая позволяет проводить наблюдения, а также изучение различных предметов, явлений и процессов в естественных условиях.

Творческое отношение к изучаемому предмету особенно проявляется на конференциях, где учащиеся самостоятельно выбирают темы для докладов, актуальную современную литературу, свой взгляд на проблемные вопросы. Некоторые примеры по тематике конференций:

- История развития и перспективы информационных технологий.
- Коэволюция природы и цивилизации.
- Электроэнергетика и экология.
- Загрязнение окружающей среды и его последствия.
- Биосфера.
- Эволюция технической мысли.
- Великие эксперименты в естественных науках.
- Медико-генетическое консультирование и планирование семьи.

Основным средством ИКТ для информационной среды любой системы образования является персональный компьютер, возможности которого определяются установленным на нем программным обеспечением. Основными категориями программных средств являются системные программы, прикладные программы и инструментальные средства для разработки программного обеспечения. К системным программам, в первую очередь, относятся операционные системы, обеспечивающие взаимодействие всех других программ с оборудованием и взаимодействие пользователя персонального компьютера с программами. В эту категорию также включают служебные или сервисные программы. К прикладным программам относят программное обеспечение, которое является инструментарием информационных технологий – технологий работы с текстами, графикой, табличными данными и т.д. В современных системах образования широкое распространение получили универсальные офисные прикладные программы и средства информационно-коммуникационных технологий: текстовые процессоры, электронные таблицы, программы подготовки презентаций, системы управления базами данных, органайзеры, графические пакеты и т.п.

С появлением компьютерных сетей и других, аналогичных им средств информационно-коммуникационных технологий образование приобрело новое качество, связанное в первую очередь с возможностью оперативно получать информацию из любой точки земного шара. Через глобальную компьютерную сеть Интернет возможен мгновенный доступ к мировым информационным ресурсам (электронным библиотекам, базам данных, хранилищам файлов, и т.д.). В самом популярном ресурсе Интернет – всемирной паутине опубликовано порядка двух миллиардов мультимедийных документов.

В сети доступны и другие распространенные средства информационно-коммуникационных технологий, к числу которых относятся электронная почта, списки рассылки, группы новостей, чат. Разработаны специальные программы для общения в реальном режиме времени, позволяющие после установления связи передавать текст, вводимый с клавиатуры, а также звук, изображение и любые файлы. Эти программы позволяют организовать совместную работу удаленных пользователей с программой, запущенной на локальном компьютере. С появлением новых алгоритмов сжатия данных доступное для передачи по компьютерной сети качество звука существенно повысилось и стало приближаться к качеству звука в обычных телефонных сетях. Как следствие, весьма активно стало развиваться относительно новое средство информационно-коммуникационных технологий – Интернет-телефония. С помощью специального оборудования и программного обеспечения через Интернет можно проводить аудио и видеоконференции.

Для обеспечения эффективного поиска информации в телекоммуникационных сетях существуют автоматизированные поисковые средства, цель которых – собирать данные об информационных ресурсах глобальной компьютерной сети и предоставлять пользователям услугу быстрого поиска. С помощью поисковых систем можно искать документы всемирной паутины, мультимедийные файлы и программное обеспечение, адресную информацию об организациях и людях.

С помощью сетевых средств информационно-коммуникационных технологий становится возможным широкий доступ к учебно-методической и научной информации, организация оперативной консультационной помощи, моделирование научно-исследовательской деятельности, проведение виртуальных учебных занятий (семинаров, лекций) в реальном режиме времени. Существует несколько основных классов информационных и телекоммуникационных технологий, значимых с точки зрения систем открытого и дистанционного образования. Одними из таких технологий являются видеозаписи и телевидение. Видеоопенки и соответствующие средства информационно-коммуникационных технологий позволяют огромному числу учащихся прослушивать лекции лучших преподавателей. Видеокассеты с лекциями могут быть использованы как в специальных видеоклассах, так и в домашних условиях.

Телевидение, как одна из наиболее распространенных информационно-коммуникационных технологий, играет очень большую роль в жизни людей: практически в каждой семье есть хотя бы один телевизор. Обучающие телепрограммы широко используются по всему миру и являются ярким примером дистанционного обучения. Благодаря телевидению, появляется возможность транслировать лекции для широкой аудитории в целях повышения общего развития данной аудитории без последующего контроля усвоения знаний, а также возможность впоследствии проверять знания при помощи специальных тестов и экзаменов.

Мощной технологией, позволяющей хранить и передавать основной объем изучаемого материала, являются образовательные электронные издания, как распространяемые в компьютерных сетях, так и записанные на CD-ROM. Индивидуальная работа с ними дает глубокое усвоение и понимание материала. Эти технологии позволяют, при соответствующей доработке, приспособить существующие курсы к индивидуальному пользованию, предоставляют возможности для самообучения и самопроверки полученных знаний. В отличие от традиционной книги, образовательные электронные издания позволяют подавать материал в динамичной графической форме.

Для проведения семинарских занятий и лабораторных работ на занятиях естествознания используются различные средства информационно-коммуникационных технологий (таблица 1).

Таблица 1. Средства информационно-коммуникационных технологий, используемые при проведении учебных занятий по естествознанию

Виды учебного занятия	Виды учебной деятельности естествознания	Используемые средства информационно-коммуникационных технологий
Семинарское занятие	Поиск и отбор, передача информации Моделирование опытов, явлений и процессов. Оформление результатов исследований для публичного выступления.	Интернет-технологии  Редактор презентаций Microsoft Power Point
Лабораторное занятие	Оформление отчетов исследований в виде текста, рисунков, таблиц и графиков  Исследование физико-химических явлений	Текстовый редактор Microsoft Word. Графические возможности редактора Microsoft Word. Графический редактор Paint. Графический редактор Adobe Photoshop. Редактор электронных таблиц Microsoft Excel. Цифровая лаборатория «Архимед» Цифровой микроскоп Цифровая фото- и видеоаппаратура

Для проведения семинарского занятия необходимы умения по поиску и обработке информации в глобальной сети, умения по созданию компьютерных анимаций и компьютерных презентаций.

Во время проведения лабораторной работы необходимо уметь работать с файловой системой, писать, рисовать и желательнее строить графики с помощью компьютера. Освоение учащимися умений и навыков работы с цифровой фотокамерой (или видеокамерой), цифровым микроскопом, цифровой лабораторией «Архимед» с последующей компьютерной обработкой материалов способствуют проведению широкого спектра естественнонаучных исследований и более качественного анализа полученных результатов.

В ходе констатирующего эксперимента были получены данные об уровне компьютерных умений учащихся в начале их обучения естествознанию, об обеспеченности учащихся домашними компьютерами, о видах домашней компьютерной деятельности школьников и начальные данные о заинтересованности учащихся в применении информационно-коммуникационных технологий при обучении естествознанию. Было проведено диагностическое критериально-ориентированное тестирование по методике оценки развития естественнонаучного мышления учащихся, разработанной академиком Г.А. Берулавой, которое выявило тип и уровень развития естественнонаучного мышления школьников.

Определение влияния информационно-коммуникационных технологий на развитие естественнонаучного мышления учащихся выявило наиболее любимые программы обучающихся, например: Adobe Photoshop, Macromedia Flash и др. Некоторые из учащихся в этой категории называли создание анимаций в программе Power Point. Именно благодаря поощрению ребят к использованию этой программы для иллюстраций своих исследований у учащихся повышается интерес к оформлению домашних заданий на компьютере.

Интерес к описанию своих наблюдений и опытов у школьников очень высок – более 52%. На 14% возрос интерес к цифровой фотографии как к способу регистрации своих наблюдений и исследований. Увеличилось количество учащихся, умеющих работать с цифровыми средствами обучения (на 35%). Развитие навыков создания мультимедийных анимаций (на 18%) привлекло учащихся к работе с мультимедийными презентациями. Применение цифровых средств обучения повысило интерес к построению графиков на компьютере.

Таким образом, число учащихся, которым нравится выполнять домашние задания по естествознанию на компьютере, возросло на 24%.

Следует поощрять интерес подростков к самостоятельному изучению новых средств информационно-коммуникационных технологий для использования их в учебных целях, прежде всего для выполнения заданий по естествознанию. Например, проведение фото и видеосъемки для регистрации наблюдений и опытов с последующей обработкой изображений на компьютере, создание компьютерных рисунков и анимаций различных наблюдаемых процессов и явлений, построение графиков и диаграмм на компьютере, составление отчетов о проведенных исследованиях с помощью доступных на данный момент для каждого конкретного ученика программных средств.

Компьютер – рабочий инструмент учащихся и педагогов. Навыки работы с компьютером и другими средствами информационно-коммуникационных технологий должны использоваться для подготовки, проведения и оформления результатов исследований. Компьютерная сеть может выступать средством хранения и источником учебных материалов как среда для организации совместной деятельности учащихся и педагогов.

---

# ПОЗНАНИЕ КАК ПРОБЛЕМА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ И НЕКОТОРЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ЕЁ РЕШЕНИЯ

ZhohovAL, Жохов А.Л., доктор пед. н., профессор  
GilmullinMF, Гильмуллин М.Ф., канд. пед. н., доцент

*Аннотация.* В статье рассматривается актуальная проблема постановки современного математического (и не только) образования в отечественной общеобразовательной и высшей школе. Обосновываются авторские позиции и намечаются перспективы решения проблемы на основе переориентации процесса познания с усвоения готовых сведений на обучение использованию определённым и процедурам познавательной деятельности, конкретным действиям, овладение которыми необходимо школьнику и студенту для успешного познания ими математики, для развития их способностей и математической культуры. Показывается, что в качестве методологической базы решения проблемы может служить сконструированная одним из авторов обобщённая модель познания (ОМП).

1. В подходах к пониманию процесса зарождения и развития математических знаний, процесса овладения ими подрастающим поколением в науке и практике математического образования издавна как бы соперничают, а на самом деле поддерживают друг друга две различные тенденции. Одна из них: математические знания содержатся в природных объектах, хотя и скрыты от нас, задача человека – открывать, *изобретать* их. В силу этого цель математического образования – усвоение обучаемыми накопленных знаний, т.е. ранее уже открытых наиболее одаренными в математике людьми и представленных в математических, в частности учебных, книгах. Назовем эту тенденцию *присвоением известных знаний и опыта математической деятельности* [6, 1].

Другая тенденция основывается на понимании и принятии того, что математическое, как и любое другое познание сопряжено, прежде всего, с «удвоением мира человеком», с декартовым *cogito*, т.е. с производством человеком новых знаний не из природных объектов, а «из себя», что, собственно, и принято называть творчеством. Как следствие получаем другую цель математического образования: приобщая учащегося к математике, необходимо развивать у него его природную способность мыслить. Назовем эту тенденцию *развитием способности учащегося к (математическому) познанию* [2].

В докладе представлена позиция авторов по поводу обеих тенденций и связей между ними в их проекции на организацию математического образования как в школе, так и в педагогическом вузе.

2. Возникновение личностного смысла математических знаний и процедуры их **понимания** пояснил выдающийся философ современности М. Мамардашвили. На примере понимания человеком числа 5 он подчеркивал: "... любое мое объяснение чего-либо всегда упирается в зазор, отделяющий все, что я скажу, от того акта, который только *вы* можете выполнить на свой страх и риск – в акт понимания... Чтобы он был, он должен совершиться. Лично... <Понимание> *не выводимо*, должно *совершиться заново и без оснований*. В числе "пять" тоже есть эта сторона – сторона понимания как "конкретный акт бытия", который "*не выводим из известного*". Этот акт как раз и превращает *одно* (в данном случае понятие "пять") во *многое, личное* – "в силу самобытия каждого акта бытия" [6, с.34-36] (выделено нами – А.Ж., М.Г.).

Но как это понимание осуществляется, что этому способствует? На эти вопросы помогают найти ответ работы мыслителей прошлого и настоящего и других исследователей вопроса. Они убеждают, что *человек познающий* должен быть, прежде всего, *способен к мысленному эксперименту*.

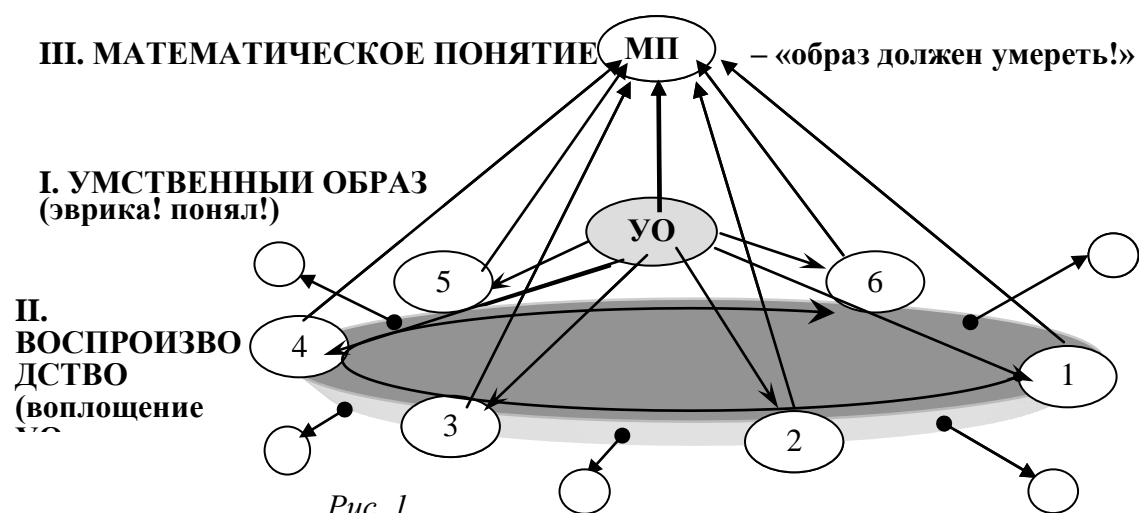
Суть мысленного эксперимента составляют такие сложные процедуры, как *придумывание* (*при-мысливание* [1]) каких-то *идеальных*, в действительности *не существующих* качеств и *воплощение* придуманного в конкретном материале. Эти

процедуры – еще и **действия-ориентир**, определяющие **логику** деятельности познающего человека и, как показано в [3], **логику акта учебной познавательной деятельности**. Тогда обучение математике в современных условиях должно быть направлено в первую очередь на развитие способностей школьников выполнять именно эти процедуры. В некоторых основных моментах сказанное согласуется с мнением других авторов [4]. В докладе показывается, что принятие высказанной позиции задает логику учебного математического познания, отличающуюся от традиционной.

3. Особо отметим своеобразную, характеризующую начало процесса математического познания – **триаду его этапов** и соответствующих им **идеальных средств** (рис. 1) – **кодов снятия, записи и переработки информации** [4, 6].

**Первый** этап – самый неясный для науки по его осуществлению. Его суть –

### МОДЕЛЬ НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПОЗНАНИЯ – *cogito*



**I – III** – «этапы» начала познания.

**1- 6** – коды записи и переработки информации: 1 – словесный (описание на естественном языке); 2 – символический (словесно-символический); 3 – изобразительный (рисунки, картины, схемы и т.п.); 4 – предметный (вещи, овеществленные модели); 5 – язык движений, жестов; 6 – другие коды;

● → ○ – возможные моменты зарождения новых мыслей (умственных образов) при переходах от одного кода записи информации к другому.

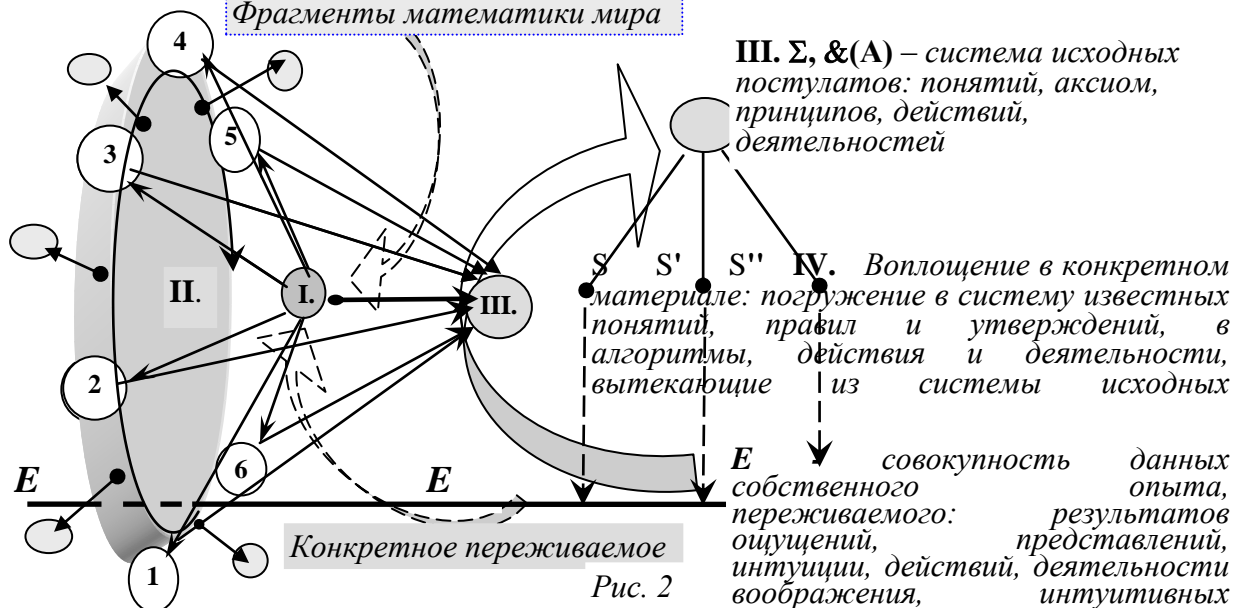
«порождение акта мысли» [6, с. 230], когда человек каким-то чудом вдруг «усматривает» некоторый *фрагмент* математической «матрицы» мира [5], когда у него возникает *мысль, умственный образ* (УО). **Второй этап** – *воспроизводство образа, материализация мысли в различных культурных и наглядных для человека знаках – идеальных средствах познания* и, тем самым, средствах «удержания (дления) себя в мысли» [6, с. 230]. **Третий этап** – «символизация» как устранение привязки сознания к наглядному образу [6, с. 103]: «образ должен умереть». В результате **всего этого** и появляются *понятие, формулы, система понятий* и т.п. как **символы-средства** дальнейшей познавательной или практической деятельности. **Закономерность** здесь такова: полнота овладения человеком тем или иным понятием увеличивается с увеличением числа использованных культурных знаков и, особенно, *при осуществлении переходов* между ними. В учебном познании полезно задействовать все компоненты триады.

4. Но что дальше? Завершается создание понятия использованием триады? – Нет и нет! Нужны последующие этапы: обратный процесс *развоплощения понятия; погружение понятия в систему понятий и деятельность; развитие понятия и деятельности с ним*... Модель триады нуждается в пополнении (рис. 2).



## ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ НАУЧНОГО (УЧЕБНОГО) ПОЗНАНИЯ

*Фрагменты математики мира*



Обобщённая модель познания (ОМП) была создана как пополнение предыдущей (рис. 1) на основе переосмысления трудов Р.Декарта, А.Пуанкаре, Н.К. Рериха, А. Эйнштейна и других. В представленной ОМП довольно чётко обозначены основные **4 стадии** познания [2, 3]:

- *зарождение* умственного образа (УО) познаваемого объекта (ОП) как отклик человека о «встрече» с ним, как первая попытка и *мотив* его понимания;
- *материализация* УО, то есть попытка воплощения УО в некоторых культурных знаках с целью его дальнейшего понимания, детализации в культурных знаках и ознакомления с ним других;
- *создание* понятия как логико-математического обобщения, теоретической модели познаваемого объекта в форме *определения* понятия, как правило, «через род и видовые отличия»;
- *опробование* понятия «на достоверность» и «действенность» путём включения понятия в связи с другими понятиями, включения в деятельность с ним как с моделью изучаемых фактов и явлений с последующей коррекцией определения и получения обогащённого понимания ОП.

В реальном процессе познания и у *подготовленного* субъекта стадии I – III (рис. 1) зачастую протекают почти одновременно, но в процессе обучения нуждаются в специальном методическом и организационном сопровождении. Они от человека **требуют настрой, усилий** для их осознания и *воплощения* в деятельности познания, в *опыте* применения понятия. В нашем опыте использования ОМП в качестве методического приёма мы практикуем *учебные диалоги* [2]. Это же особенно относится к IV-й стадии, хотя она, как правило, оказывается растянутой во времени, разбросана по темам и отличается своими особенностями. Такие требования необходимо обнаруживаются всякий раз, когда познаётся другой объект, в чём-то отличающийся от исходного объекта. Именно такие ситуации имеют место и наблюдаются в процессе обучения студентов азам физико-математических наук (особенно современных первокурсников). Часто они находятся в наивном заблуждении, что они *уже знают то, что им будут преподавать в вузе*, и дело заключается лишь в том, чтобы поскорее и словесно поточнее *заучить новые формулировки*. Так обстоит дело, например, с понятиями окрестность, предел, непрерывность, производная, интеграл, с пониманием их определений и опоры на них.

Чаще всего обучение математике в школе и вузе строится на пути экстенсивного усвоения известных знаний и накопленного человечеством опыта деятельности. Это не

способствует мотивации учения и развитию творчества обучаемых. Нам представляется перспективной постановка цели образования, отличающаяся от традиционной, а именно: обучать учащегося, студента – значит, в первую очередь, «выращивать» у него механизмы познания и творчества, развивая его природные способности [3,4,5]. Поэтому поиск и использование новых подходов, форм и методов привлечения молодежи к постижению и порождению научных знаний и к развитию творческого потенциала является актуальной задачей. Нами используется ОМП как методологическая и технологическая основа организации развития самостоятельной познавательной деятельности студентов в рамках комплексно-интегративного подхода к организации самостоятельного исследования и при широком привлечении обучаемых к созданию объектов (продуктов) собственной интеллектуальной деятельности в разных областях знаний с их защитой на каждом из этапов.

Возникает вопрос: с какой главной целью математика должна вводиться в учебный план современной школы? В наших работах [2 – 5] обосновано, что *основное назначение математического образования* в современной школе должно определяться **предметом математики как своеобразной грани культуры** и, как следствие, задаваться *двумя ведущими компонентами*:

1) специфическими для математики *способами и средствами познания* объектов природы, продуктов человеческой деятельности и способов ориентировки человека в окружающем мире;

2) вполне определенным, *специфическим для математики* целостно структурированным (образно-символическим, абстрактно-теоретическим) восприятием, *видением мира*.

В работах [4, 5] обосновано, что *математика*, первоначально явившаяся человеку как своеобразный язык, на котором «написана матрица» развития мира, *изобретена человеком* и стала *гранью культуры человечества*. **Совокупный предмет математики составляют идеальные, отвлечённые от природы познаваемые объекты, системные средства познания и идеального преобразования окружающего мира и себя в нём (комплексы математических моделей), а также способы оперирования моделями и результаты такой деятельности, отнесенные к различным видам человеческой практики.** Такие средства и способы чаще всего оказываются представленными с помощью различных *кодов записи информации*. Именно в развитии способности человека, в том числе учащегося школы или студента, раскрывать «для себя» этот предмет хотя бы в некоторых его фрагментах, *овладеть им как средством познания разумного и социокультурного (культуросообразного) преобразования* окружающего мира и себя в нём видятся основания и тенденция дальнейшего совершенствования математического образования.

Анализ с позиций ОМП структуры и состава познавательной деятельности человека позволил выявить её составляющие: **логика познания**: выбор – осмысление – переживание – акт воли и воспроизводство (не воспроизведение) новых знаний – ответственность (обоснование, презентация) – перенос [2, 3]; **средства познания** (особенно на начальных этапах): **различные коды** записи и переработки информации, **серии вопросов** к познаваемому объекту, его моделям и к себе как познающему субъекту (про *это*), **диалог культур** с другими участниками познания, с авторами пособий и др.;

В связи со сказанным можно наметить *начальные шаги* в создании необходимых условий приобщения учащихся к познанию. Мы видим их такими.

1. Решительный, хотя и постепенный отказ от господствующей сейчас установки и практики обучения: учить многому понемногу, подробно разясняя программные вопросы «спущенного сверху» объёма различных, часто разрозненных сведений, зафиксированных в ЕГЭ. Такая установка противоречит как потребностям детей, так и закономерностям их умственного и психического развития, их нравственного становления как граждан своей страны. Она так или иначе сводится лишь к *натаскиванию* детей на *запоминание* разрозненных единиц информации из различных областей знаний, на их *простое воспроизведение*, а не на их *изобретение* (М.М. Бахтин), и преследует лишь цель «формировать потребителя» (Фурсенко).

2. Этой другой целью отечественного образования должен стать триединый процесс воспитания-обучения-развития на основе приобщения к познавательно-преобразующей

деятельности, к социальным поступкам, к познанию себя в мире для себя, для окружающих и для мира. В связи с этим необходимо отказаться от распространённой политики диагностики результатов обучения в школе и вузе и оценки работы учителей и выпускников образовательных учреждений лишь по результатам ЕГЭ или его аналогов. *Замена этой установки на другую – оказание школой помощи растущему человеку в развитии его познавательных способностей и мировоззрения.*

3. Принятие этой иной установки как *ведущей образовательной цели* повлечет за собой и потребует пересмотра *ведущих* целей обучения отдельным дисциплинам, тщательного отбора *обязательных дидактических единиц*, подлежащих усвоению учащимися. Это, в свою очередь, потребует пересмотра ныне действующего объёма, содержания и уровня научных сведений, включаемых сегодня в программы таких дисциплин, как математика, физика, химия, русский язык и литература. Потребуется замена части их другими, прежде всего – приёмами и средствами познания, различного рода компетенциями, творческими процедурами и другими мировоззренческими микромеханизмами, согласующимися с содержательной стороной соответствующих граней культуры, представленных этими дисциплинами. Для математики такой набор в основном определён в ниже приведённых книгах.

4. Уменьшение недельной нагрузки учителям указанных дисциплин до 12-15 час/нед. (не более) с включением в их нагрузку времени по руководству *самостоятельной* работой учащихся (студентов), увеличение их заработной платы (не менее 30 тыс. руб./месяц) и ограничение числа учащихся в классе/группе (не более 12-15 человек). Только в этом случае можно надеяться, что учитель/преподаватель «дойдёт» до каждого ученика и сможет действительно помочь ему в его мировоззренчески направленном обучении предметам, в его воспитании и развитии его мировоззрения и личности.

5. Создание на базе ведущих педагогических вузов страны условий «штучной» подготовки учителей (в том числе переподготовки из числа желающих и частично подготовленных студентов, бакалавров, магистрантов или практикующих молодых специалистов) для проведения соответствующей работы и достижения поставленных целей в заданном направлении. С этой же целью – целенаправленное привлечение к решению этих вопросов государственных средств и частного капитала.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Декарт Р. Рассуждение о методе с приложениями: Диоптрика, Метеоры, Геометрия. [Текст] М., 1953; Избранные произведения. М., 1950.
2. Гильмуллин, М.Ф. Формирование исторического компонента профессионального опыта и культуры будущего учителя математики [Текст] / М.Ф. Гильмуллин, А.Л. Жохов // Ярославский педагогический вестник. – 2009. - № (60). – С. 103-106..
3. Жохов А.Л. Требования к построению методических концепций как следствия комплексно-интегративного подхода [Текст]. // Сб. трудов «6-е Колмогоровские чтения». Ярославль: Изд-во ЯГПУ. 2008.С. 261 – 268.
4. Жохов, А.Л. Формирование начал научного мировоззрения школьников при обучении математике [Текст]. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2011. – 211 с.
5. Жохов, А.Л. О метафизических основаниях математики, математической культуры и образования [Текст] //Труды IX международных Колмогоровских чтений: сборник статей. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2011. – 324с. – С.141 - 149.
6. Мамардашвили М.К. А. Необходимость себя. /Лекции. Статьи. Философские заметки./Под общ. ред. Ю.П. Сенокосова. М.: Изд-во "Лабиринт", 1996. – 432 с. Б. Картезианские размышления. – М.: Издательская группа «Прогресс»; «Культура», 1993–352 с.
7. Наглядное моделирование в обучении математике: теория и практика: Учебное пособие / Под ред. Е.И. Смирнова. Ярославль: ИПК «Индиго», 2007. 454 с.
8. Новиков А.М. Методология образования [Текст]. – М.: ЭГВЕС, 2002. – 320 с.
9. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования (компьютерный вариант) – М.: 2007. 27 с.
10. Эйнштейн А. Собр. науч. трудов в 4 т. [Текст]– М.: Наука, 1967, т. 4. Письма к Морису Соловину, с. 547 – 575.

# О РЕТРОСПЕКТИВНОМ ИЗУЧЕНИИ НЕКОТОРЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ТЕМ В СТАРШИХ КЛАССАХ ГУМАНИТАРНОГО ПРОФИЛЯ

Имайкин В. М.

*Редакция журнала «Математическое образование», ул. Авиамоторная 6, офис 305, Москва, 111116 Россия,  
+7 499 763 61 97, matob@yandex.ru*

Abstract. Students of last years of the high school in Russia who have chosen the profile of humanities have a rather limited time to complete their mathematical education. Nevertheless all of them have to pass the obligatory graduate examination of the state level. That is why it is reasonable to introduce some blocks of intensive studying and repeating of the most important or complicated mathematical questions. The author has worked out some of these blocks, e.g. on percents, probability, and “Length, Area, Volume” in geometry. The later block is shown in detail.

Изучение ряда тем в школьном курсе математики разбито на небольшие фрагменты, которые проходятся в разных классах. Например, тема длин, площадей (фигур и поверхностей) и объемов геометрических тел хотя и занимает значительное место в школьном курсе геометрии, изучается фрагментарно в 9 и 11 классах – видим большой разрыв. Заметим, что к этой теме относятся многие задания итоговых аттестаций ГИА и ЕГЭ. Общеизвестно, что тема полезна и с точки зрения практического применения. Другой пример – тема «Проценты». Она изучается в средних классах, а затем вновь «всплывает» при подготовке к решению задач ГИА и ЕГЭ. Аналогично обстоит дело с теорией вероятностей – дети заканчивают ее изучение в 9 классе, сдают ГИА, включающее задачу по теории вероятностей, а затем задача на эту тему возникает в ЕГЭ. Наш многолетний опыт преподавания в старших классах гуманитарного профиля (школы №№ 1314, 179 и 261 г. Москвы) показывает, что в последний год обучения в багаже учащихся по таким «разорванным» темам остаются лишь некоторые разрозненные рецепты вычислений. Скажем, по первой теме – некоторые формулы для вычисления длин (например, теорема Пифагора) и площадей некоторых стандартных фигур. Из теории вероятностей обычно остается в памяти только формула классической вероятности без понимания смысла, а проценты, в основном, оказываются прочно забытыми. Учащиеся не осознают единства таких тем, а также лежащих в их основе идей. В гуманитарных классах положение усугубляется меньшим (на 1 час в неделю) количеством часов по математике по сравнению с базовой школой.

Для улучшения ситуации автором разработаны небольшие учебные блоки ретроспективного изучения этих тем. Например, тема «Длина, площадь, объем» дается в единстве (длина и площадь фигуры на плоскости – повторение, а объемы тел и площадь поверхности в пространстве – новый материал); об этом блоке в заметке будет рассказано более подробно. По теме «Проценты» (6 часов) повторяем элементарные вычисления с процентами, в качестве нового материала добавляем непрерывный процент и возникновение показательной функции, а также небольшое введение в финансовую тематику: ставка рефинансирования и виртуальная экономическая игра, цель которой – виртуально получить прибыль на колебаниях курсов валют. По теории вероятностей (6 часов) тщательно изучаем понятие вероятностного пространства и повторяем формулы классической и геометрической вероятности. Обсуждаем прогностическое значение вероятностных результатов (примеры из практики) и, факультативно, рассматриваем парадоксы теории вероятностей, связанные с неоднозначностью интерпретации вероятностного пространства (парадокс Бертрана и т.п.).

Общеобразовательная цель таких блоков для учащихся гуманитарного профиля – чтобы эти идейно богатые темы осталась частью их общей культуры, даже после того, как они забудут все конкретные формулы (плюс, разумеется, локальная прагматическая цель повторения перед ЕГЭ).

Расскажем о блоке «Длина, площадь, объем». Ввиду ограниченности заметки, изложим блок в виде развернутого плана, при необходимости комментируя те или иные положения.

Если материал блока подается в лекционном стиле, а упражнения даются на дом, блок занимает 8 часов. Однако, разумно закреплять основные пункты упражнениями в классе, тогда блок длится 12 часов.

1. Идея измерения (т.е. сравнения измеряемой величины с выбранной единицей измерения - эталоном), лежащая в основе понятий длины, площади и объема.

2. Каким числом может быть выражен результат измерения длины отрезка:

Натуральным (примеры), рациональным положительным (натуральных недостаточно, примеры), иррациональным положительным (пример – несоизмеримость диагонали и стороны квадрата). Стандартное доказательство иррациональности числа  $\sqrt{2}$ . *Комментарий: в этот момент дети хорошо мотивированы, чтобы воспринять это доказательство.*

3. Какими числами в итоге могут быть выражены длины отрезков?

3.1. Геометрический взгляд: набор чисел-длин расширяется при помощи геометрических построений циркулем и линейкой, исходя из единичного отрезка. Таким образом возникает новая для детей числовая система – совокупность **построимых чисел**.

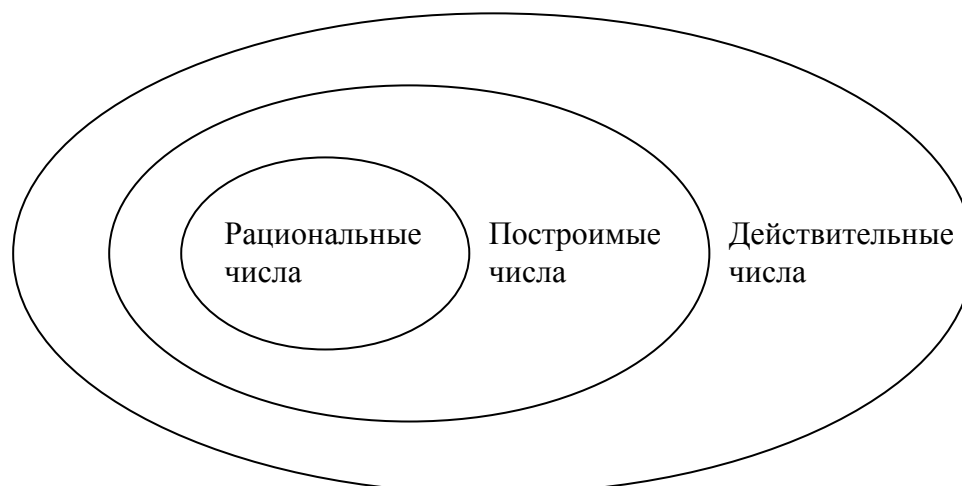
**Теорема:** если числа  $a$  и  $b$  построимы, то построимы и числа  $a+b$ ,  $a-b$ ,  $a \cdot b$ ,  $a/b$ ,  $\sqrt{a}$ . *Комментарий: теорема дается с доказательством, таким образом, интенсивно повторяем тему построений циркулем и линейкой и вспоминаем некоторые важные геометрические конструкции.*

3.2. Алгебраический взгляд: действительные числа как все возможные бесконечные десятичные дроби. а) Почему следует исключить дроби с 9 в периоде. б) Рациональные числа выражаются периодическими дробями. в) Наоборот, периодические дроби являются десятичной записью рациональных чисел. г) Пример построения непериодической десятичной дроби. *Комментарий: пункты а) и б) поясняются примерами. Пункт в) поясняется примером с применением формулы суммирования бесконечной геометрической прогрессии (кстати, повторяем и эту тему) и обратной проверкой, что полученная сумма выражается исходной периодической десятичной дробью. В пункте г) строим конкретную непериодическую десятичную дробь, например,  $0,1001000100001000001\dots$  и обосновываем ее непериодичность. Сравниваем этот пример с десятичной записью числа  $\sqrt{2}$ , в чем разница?*

**Теорема:** всякое построимое число является действительным числом. *Комментарий: с пояснением, без доказательства.*

4. **Вопрос:** всякое ли действительное число построимо? Ответ отрицательный, рассказ о трех знаменитых неразрешимых задачах древности.

В итоге приходим к следующей схеме:



5. **Понятие длины.** Каждому отрезку ставится в соответствие единственное положительное действительное число, называемое длиной отрезка. Длина отрезка обладает свойствами: если точка  $C$  лежит внутри отрезка  $AB$ , то длина отрезка  $AB$  равна сумме длин отрезков  $AC$  и  $BC$  (аддитивность); длины равных отрезков равны (инвариантность). *Комментарий: существование длины фактически следует из аксиом (повторяем нужные аксиомы), свойство инвариантности в случае длины тавтологично. Обсуждаем, что понятие длины построено на основе идеи измерения, но не совпадает с ней буквально.*

6. **Площади многоугольников и объемы многогранников.** Трудность непосредственного измерения площадей фигур и объемов при помощи эталона, примеры. Понятие площади многоугольника: каждому многоугольнику ставится в соответствие единственное положительное действительное число, причем выполнены свойства аддитивности, инвариантности и нормированности: площадь квадрата со стороной 1 равна 1. **Основная теорема:** площадь прямоугольника равна произведению длин его сторон. *Комментарий: с пояснением, без полного доказательства.* Вывод из этой теоремы формул площадей некоторых многоугольников. *Комментарий: существование площади - довольно трудная теорема. Важно показать единый тип работы с понятием при выводе всех формул.* Равносоставленность равновеликих многоугольников (без доказательства, примеры). Аналогично определяем понятие объема многогранника и выводим основные формулы.

7. **Расширение класса фигур:** плоские фигуры с криволинейной границей и пространственные тела, ограниченные искривленными поверхностями. **Частные приемы:** приближение площади круга площадями правильных многоугольников (вписанных и описанных), квадрирование параболы взвешиванием по Архимеду, площадь поверхности цилиндра и конуса как площадь развертки, невозможность развертки сферы. *Комментарий: основная цель – показать идеи на максимально простых примерах.*

8. **Общий подход** – взгляд с точки зрения математического анализа. Определенный интеграл, формула Ньютона-Лейбница (повторяем). Длина кривой, площадь фигуры и объем тела как интегралы. *Комментарий: учащимся гуманитарного профиля особенно интересен логический прием: интегральные формулы можно принять за определения. Показываем на примерах, что в частных случаях многоугольников и многогранников получаются уже известные формулы.* Обсуждение инвариантности относительно системы координат, примеры. Принцип Кавальери. Конструкция Архимеда (цилиндр, конус, шар). Частные случаи: объемы тел вращения и площади поверхностей вращения. *Комментарий: главная*

идея в том, что всегда возникает конструкция интегральной суммы, по которой пишется требуемый интеграл, а техническое обеспечение вычислений берет на себя математический анализ. Факультативно еще один вариант общего подхода – площадь поверхности по Минковскому.

В заключение еще раз подчеркнем, что блок направлен не столько на отработку технических навыков вычисления расстояний, площадей и объемов, сколько на выявление и осознание учащимися единого комплекса важных идей данной тематики. Эти идеи связали, в ходе истории развития математики, различные ее разделы (алгебру, анализ, геометрию), причем некоторые идеи и факты имеют достаточно ярко выраженную эстетическую сторону (например, конструкция Архимеда).

---

## КОРЕННАЯ ПРИЧИНА ПАДЕНИЯ КАЧЕСТВА ОТЕЧЕСТВЕННОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Костенко И. П.

*Ростовский государственный университет путей сообщения (филиал в г. Краснодаре).*

*Адрес домашний: 350058. Краснодар, ул. Стасова, 144, кв. 59.*

*Телефон домашний: 8-(861)-233-27-22.*

*E-mail: [kost@kubannet.ru](mailto:kost@kubannet.ru)*

Abstract: The author introduces the qualitative indicators of the knowledge of secondary graduates in different periods, draws a diagram reflecting the dynamics of the change in these indicators from 1931 to 2009. The article explains the reasons for the sharp drop in the quality from 1956 to 1960, the abrupt drop in 1978 and the present day stagnation.

**Оценки показателей качества.** Главной характеристикой качества математического образования, является качество знаний учащихся и, прежде всего, выпускников общеобразовательной школы. Для количественной оценки этого показателя мы используем процент отличных и хороших отметок проверочных работ (экзаменов, тестов) в различных выборках и называем такую оценку кратко *качеством-1*. Процент отличных, хороших и удовлетворительных отметок, который официально называется “процентом успеваемости”, мы называем *качеством-2*. Эти проценты до 1970-х гг. оцениваются приближённо (они показаны на рис. 1) путём сопоставления разных данных (результаты массовых официальных контрольных работ, тестов, вступительных экзаменов в вузы, международных исследований, экспертные оценки учителей, методистов, преподавателей высшей школы) и учитывая их согласованность между собой.

После реформы, со второй половины 1970-х гг. трудность экзаменационных заданий и требования к отметкам стали резко снижаться. С этого времени мы не можем достоверно оценить введённые показатели. Но можем установить тенденции их изменения, в частности, по решаемости базовых типов заданий.

Поясним две оценки. Наиболее достоверная оценка сделана по результатам глобальной проверки знаний, проведённой методическим Сектором АПН в 1949 г. в 14 областях РСФСР. Сектором проанализированы 14193 работы и результаты отражены в таблице [1, с. 6], из которой мы и вывели оценку качества-1 в **74%**, взяв среднее значение процентов хороших и отличных решений разного типа заданий по трём математическим предметам учениками IX-X классов.

Оценка качества-1 2009 г. сделана по выборке первокурсников МАДИ, прошедших контрольное ЕГЭ-тестирование, проведённое преподавателями института [2 (2010, № 2), с. 42]. Этот процент (**2,4%**) согласуется с результатами ЕГЭ по стране: «доля выпускников с хорошими (более 75) и, тем более, отличными (более 90) баллами

ничтожно мала» [там же, с. 57]. Процент МАДИ согласуется с результатами международного тестирования PISA-2009, – “продвинутым математическим мышлением и умением проводить рассуждения” обладают 3,6% наших 15-летних школьников [2 (2011, № 3), с. 69].

**Общая картина динамики** качества знаний за 80 лет показана на рис. 1. Диаграмма представляет, в сущности, *вероятностную модель* изменения этого качества. Сделаем необходимые пояснения.

Ломаные построены по узловым точкам, соответствующим узловым годам, для которых удалось обоснованно определить оценки показателей качеств-1 и 2 (с 1937 до 1970 г.) и динамику их изменения (до 1937 г. и после 1970 г.). Ломаные *не являются графиками* изменения этих показателей, – они совпадают с графиками в узловых точках, а между этими точками представляют линейные приближения хода графиков. Поэтому мы называем эти ломаные *тенденциями*. Поскольку до 1937 г. и после 1970 г. мы не имеем необходимых оценок качеств-1 и 2, ход этой части тенденций показан пунктиром. Из рис. 1 видно, что возможные колебания оценок не влияют на направленность тенденций и, практически, на их скорость.

Начинается диаграмма с 1931 г., поскольку статистических данных для того, чтобы оценить показатели качества знаний выпускников школ 1920-х гг., нет. **Период 1918 – 1931** гг. это период первой “коренной” реформы школы, “слома” традиций, поиска “инновационных” форм и методов обучения в идеологических рамках мифической “трудовой школы”. Этот “поиск” привёл к полной хаотизации всей системы образования и к падению качества знаний учащихся почти до нуля (как и сегодня).

Этот факт имеет официальное подтверждение: в 1930 г. «Главсоцвос указывал, что ... ни с количественной, ни с качественной сторон знания поступающих не соответствуют тем *минимальным* требованиям, которые к ним предъявляются. Сплошь и рядом наблюдается отсутствие *навыков* в обращении с простыми и десятичными *дробями*, в *преобразовании алгебраических формул*, в составлении *уравнений* и решении *геометрических задач* и т. д.» [3, с. 130].

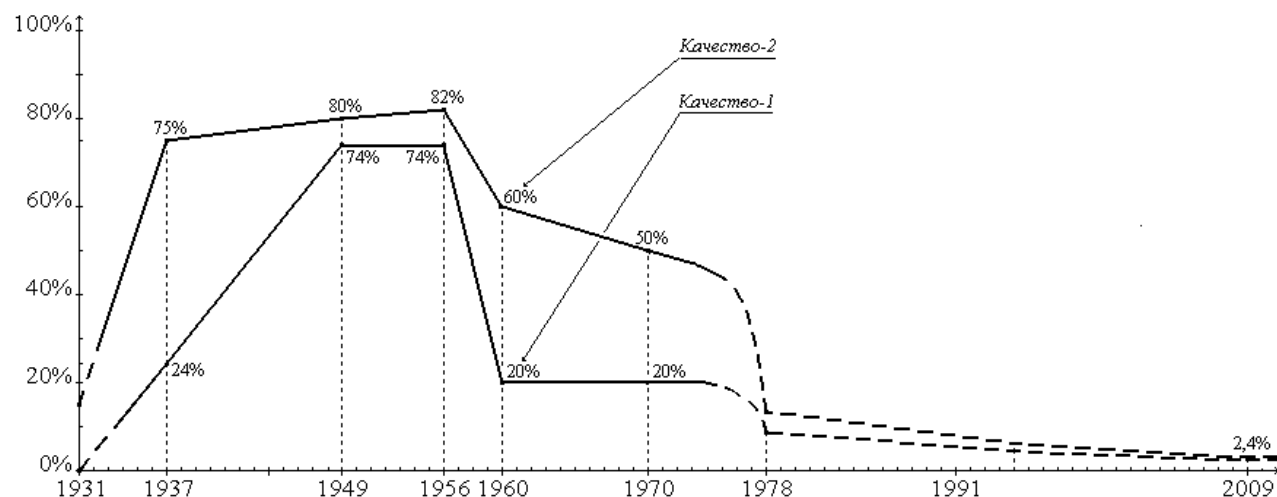


Рис. 1. Тенденции изменения качества математических знаний школьников с 1931 по 2009 г.

**Первичный анализ диаграммы.** Видим, что весь 80-летний промежуток делится на три периода: 1) 1931-1956 гг. – рост качества; 2) 1956-1978 гг. – падение качества; 3) 1978-2009 гг. – сползание качества практически до нуля.

**Первый период** делится на три части:



1) 1931-1937 гг. – резкий рост качеств-1 и 2 до приемлемого высшей школой уровня.

2) 1937-1949 гг. – продолжение того же среднего темпа роста качества-1 и значительное замедление роста качества-2.

3) 1949-1956 гг. – стабилизация качества-1 и небольшой рост качества-2, достижение **максимума качества – 74-82%**.

**Второй период** тоже делится на три части:

1) 1956-1960 гг. – резкое падение качества-1 (в 3,5 раза) и качества-2, вызванное первым вторжением «реформаторов» в программы и методы обучения.

2) 1960-1970 гг. – стабилизация качества-1 и продолжение падения качества-2 с некоторым замедлением, в результате приспособления учителей к новой программе и учебникам.

3) 1970-1978 гг. – обвальное падение качеств-1 и 2 в результате реформы.

**Третий период** можно разделить на две части:

1) 1978-1991 гг. – продолжение падения качеств-1 и 2 примерно в два раза.

2) 1991-2009 гг. – стабилизация качеств-1 и 2 почти на нулевом уровне.

Далее кратко охарактеризуем все три периода и сосредоточимся на втором периоде 1956 – 1978 гг.: определим факторы управленческой политики и методические идеи, внедрение которых в учебный процесс общеобразовательной школы вызвало падение качества. Тем самым будут вскрыты истинные и глубинные причины нынешней деградации нашего математического образования.

**1931-1937 гг.** – период непрерывного и *быстрого* роста качества математического образования и качества знаний выпускников школ страны. Он проходил под знаком жёстко поставленной государством перед школой задачи «подготовки для техникумов и для высшей школы вполне грамотных людей, *хорошо владеющих основами наук*»<sup>45</sup> [4, с. 157]. Задача эта была решена в фантастически короткий срок – за 6 лет. И решена не на пути поиска «инноваций», а на пути возврата к традиции. Были восстановлены организационные формы и методические принципы обучения русской гимназии. Введена предметная система обучения. Систематизированы, облегчены и сделаны стабильными учебные планы и программы. Восстановлен принцип единого стабильного учебника (Киселёв-Рыбкин). Повышена требовательность к оценке знаний учащихся и установлены единые нормы оценки [5]. Поднят престиж учителя и повышена его зарплата до средней по промышленности. Ужесточена ответственность управленцев всех звеньев. Проследить более детально за тем, как решалась эта ключевая государственная задача, можно по Постановлениям ЦК 1931 – 1936 гг. [4].

А вот как работники Наркомпроса выполняли эти Постановления. Они ежегодно проводили массовые, выборочные, всесторонние обследования школ страны. Во время проверок проводились письменные контрольные работы по всем предметам. Анализ работ с выявленными типичными ошибками, объяснениями их причин и методическими рекомендациями по их *исправлению* (!!) оперативно рассылался учителям в виде методических писем. На следующий год показатели школ сравнивались с предыдущими [6, с. 14-16].

**В результате** грамотной дружной работы учителей, методистов и управленцев государственная задача поднятия качества образования была к 1937 г. решена. Директор

---

<sup>45</sup> Здесь и далее мы будем в цитатах и в тексте выделять курсивом ключевые слова и фразы.

МЭИ И. И. Дудкин: «В текущем году средняя школа дала *значительно* лучше подготовленную молодёжь, чем в 1936 г. Это подтверждается материалами приёмных испытаний» [7 (1937, № 10), с. 41]. Этот вывод делают и другие вузы, не только московские: «В целом подготовка выпускников десятилеток в этом году *несравненно* выше, чем в 1935 и 1936 гг.» [там же, с. 48]. Анализ количественных результатов приёмных испытаний 1937 г. [там же, с. 41, 48; 7 (1936, № 2), с. 13–17] позволяет сделать **оценки качества-2 в 24 %, качества-1 в 75 %**, что и отражено на рис. 1.

**1937-1956 гг.** – продолжение роста качества. В разгар войны, 11 августа 1943 г., был принят закон о повышении заработной платы учителям. За один военный год к 1944 г. фонд заработной платы увеличился почти в 2 раза [8, с. 186]. Общие ассигнования на народное просвещение за годы войны увеличились более, чем в 1,5 раза [там же, с. 243]. Эти факты проявляют приоритетность образования в государственной политике даже во время войны.

21 июня 1944 г. вышло Постановление СНК СССР «О мероприятиях по улучшению *качества обучения* в школе». Между прочим, в этом Постановлении *осуждалась процентомания*. 15 августа 1944 г. нарком В. П. Потёмкин провёл Всероссийское совещание, посвящённое «проблеме улучшения качества обучения и *воспитания* нашей молодёжи» [там же, с. 190]. Через год на таком же августовском совещании 1945 г. нарком поставил тот же вопрос – «о *дальнейшем* улучшении учебно-воспитательной работы в школе». Коренным недостатком в знаниях учащихся, по заключению совещаний, является *формализм*. Средства преодоления, опять же, не инновационные, а традиционные: «*укрепление* знаний учащихся путём *систематического* повторения и *регулярной* проверки»<sup>46</sup> [там же, с. 212–213]. Причём «повторения с учащимися пройденного материала как за курс данного года обучения, так и за предшествующие классы» [там же, с. 254]. Другое средство – «улучшение *контроля* за работой школ и учителей и постановки *учёта знаний* учащихся» [там же, с. 190]. Контроль не надзирающий, а помогающий.

И через 3 года проблема формализма в знаниях была в значительной мере решена. Проф. МГУ П. С. Моденов: «Приёмные испытания (1947 г. – *И.К.*), ... свидетельствуют о положительных сдвигах в подготовке учащихся средней школы по математике за последний год (заметное улучшение только за *один* год! – *И.К.*). ... Многие из предложенных задач были *блестяще* решены абитуриентами. Это ещё раз свидетельствует о том, что в наши вузы идёт талантливая и в большинстве своём *отлично* подготовленная молодёжь» [2 (1948, № 2), с. 15]. Через 9 лет, в 1956 г. методист П. В. Стратилатов в статье, обобщающей опыт проведения экзаменов 1955 г. в средних школах, заключает: «... *знания учащихся по математике постоянно повышаются*. Это отмечают в с е авторы статей и материалы инспекторских обследований работы школ» [2 (1956, № 2), с. 17].

Заметим, – после 1956 г. мы никогда и ни от кого не услышим подобных оценок.

**Второй период 1956-1978 гг.** проходит под знаком менее чётко, но не менее жёстко поставленной другой задачи, озвученной профессором математики А. И. Маркушевичем в докладе на сессии АПН в 1949 г.: «**повысить идейно-теоретический уровень преподавания математики в средней школе**» [2 (1950, № 1), с. 1]. Эта задача *подменила* задачу «улучшения качества обучения» и предопределила обратный процесс выведения из обучения классических принципов методики, разрушения выверенных длительным опытом программ и уничтожения понятных учебников.

<sup>46</sup> Этот методический принцип *регулярной* проверки знаний будет упразднён «реформаторами» в конце 1950-х годов под тем предлогом, что он занимает слишком много времени урока, в то время как новые «активные» методы обучения требуют, чтобы учащиеся усваивали новый материал на самом уроке. Одновременно упразднялись домашние задания, которые воспитывали привычку к самостоятельному труду. Так разрушалась классическая методика организации урока, восстановленная В. П. Потёмкиным.

**Процесс этот незаметно начат в 1949 г.**, когда в Объяснительную записку к программе было вставлено: «программа по арифметике, не исключая совершенно решение *типовых задач*, отводит им довольно *скромное* место, учитывая, что в дальнейшем типовые задачи более сложных видов учащиеся будут решать *методом составления уравнений*» [2 (1949, № 6), с. 5]. В VI классе в курсе алгебры “рекомендуется, начиная с первой (!) темы “Буквенные обозначения”, решать уравнения и задачи на составление уравнений» [там же, с. 6].

Эта «скромная» рекомендация положила начало разрушению классической методики обучения решению задач (сначала типовых арифметических) и блокировке развития мышления учащихся. Через десять лет, к началу 1960-х гг. учителя констатировали, что выпускники школ «*совершенно не умеют решать арифметических задач*, а прибегая к решению их алгебраическим путём, часто допускают ошибки в составлении уравнений» [2 (1964, № 1), с. 58].

**В 1956 г. «реформаторами» был сделан второй решающий шаг, – из школы-семилетки выведены учебники Киселёва**, а из 10-го класса учебник Рыбкина. И уже в следующем 1957 г. министерская проверка фиксирует заметное падение качества знаний [2 (1958, № 6), с. 91]. Новые малопонятные учащимся учебники, что отмечали все учителя [2 (1957, № 4), с. 41, 42, 47, 57], нарушили главное условие формирования качественных знаний – самостоятельную работу с книгой, *самостоятельное* осмысление знаний.

Одновременно «реформаторы» начали разрушение классической организации урока. Они потребовали от учителей ликвидировать проверку домашней работы учащихся и поставили неразрешимую задачу – чтобы материал урока был усвоен учащимися на самом уроке. В результате, учащиеся перестали выполнять домашние задания, перестали самостоятельно работать дома, что привело к дальнейшему падению качества знаний и ослаблению навыков.

В конце 1950-х гг. в Министерство стали поступать «жалобы вузов на недостатки знаний поступающих» [10, с. 38]. И к **1960 г. качество-1 упало до 20 %, в 3,5 раза**. Заключение вузовских преподавателей: «хорошо подготовлена лишь пятая часть поступающих в вузы, процентов 40 имеют удовлетворительные знания, остальные не подготовлены» [2 (1961, № 4), с. 15].

**Третий шаг – принятие в 1960 г. новой программы**, новые принципы которой: изучать десятичные дроби до обыкновенных; разгрузить алгебру от сложных задач и примеров; упразднить отдельный курс тригонометрии; усилить «функциональную направленность курса алгебры»; внедрить высшую математику (производная и её приложения); усилить дедуктивность и логику в геометрии [2 (1959, № 1), с. 41–51].

**Результаты** этих новаций оценивают вузовские преподаватели : «Основные недочёты в знаниях: *формализм*, слабая *логическая* подготовка, отсутствие необходимых *навыков* в тождественных преобразованиях» [2 (1961, № 4), с. 15].

А теперь сопоставим результаты с реформаторскими новациями: «реформаторы» перестроили арифметику, результат – падение вычислительных навыков. Упразднили цельный курс тригонометрии, – «неблагополучие» с тригонометрическими навыками. Усилили функциональную пропедевтику, – выпускники не знают элементарных функций, их свойств и графиков. Ввели производную, – «*никто (!)* не мог дать определения предела». Повысили теоретический уровень учебных предметов, – ученики перестали их понимать, усилился формализм знаний, ослабла логическая подготовка [там же, с. 19-29].

**Десятилетие 1960-х гг. проходит для школы относительно стабильно**, что позволяет учителям как-то приспособиться к новым программам и учебникам и сохранять допустимый уровень математических знаний учащихся. **Качество-2**

продолжает снижаться и к концу 1960-х гг. опускается до 50 %: в 1969 г. в МГПИ «на письменной работе по математике было отсеяно около половины поступающих» [2 (1971, № 2), с. 61]. Такие же результаты в МГУ и в других, в том числе нестоличных вузах.

«Реформаторы» игнорируют результаты «перестройки»<sup>47</sup> и продолжают настойчивую идеологическую и организационную подготовку задуманной ими ещё в 1930-х гг. реформы.<sup>48</sup>

**Основные идеи реформы** принадлежат отнюдь не А. Н. Колмогорову, все они были сформулированы А. Я. Хинчиным в 1939 г.:

1. «Самой категорической (?) необходимостью является введение в школьные программы оснований *анализа* бесконечно малых» [2 (1939, № 6), с. 1];

2. «Программы должны быть построены так, чтобы идеи переменной величины и *функциональной зависимости* ... как можно ранее усваивались учащимися и ... становились основным *стержнем* всего школьного курса математики» [там же, с. 2].

3. Повысить *строгость* «отчётливых и точных определений, формулировок и рассуждений», соответствующих «современной науке» [2 (1939, № 4), с. 4].

4. «*Исключить* из основного материала арифметики пятого класса *задачи*, «которые ... представляют собой ... алгебраические задачи на составление уравнений» [10 (1961, № 6), с. 35].

Все эти и все другие реформаторские идеи **противоречат классическим законам дидактики** («от простого к сложному», «от конкретного к абстрактному», «от известного к неизвестному» и др.). Все их идеи не учитывают возрастных особенностей мышления детей. В частности, формулировки и рассуждения в школьном учебном курсе должны соответствовать прежде всего возрастным возможностям детей, а не «современной науке». Порочность всех реформаторских идей сразу же доказала ПРАКТИКА, жизнь.

**1970-1978 гг. – реализация реформы-70** (будем так её называть), *слом* всей методической системы отечественного образования, *коренное* изменение программ и учебников. Результат – *обвальное* падение качества знаний. Свидетельствует непосредственный участник реформы, академик РАО Ю. М. Колягин:

«Всё встало на свои места при первом выпуске (в 1978 г. – *И.К.*) из средней школы «отреформированной» молодёжи, ... среди учёных-математиков АН СССР и преподавателей вузов началась паника. Было повсеместно отмечено, что математические знания выпускников школ страдают *формализмом*; *навыки* вычислений, элементарных алгебраических преобразований, решения уравнений фактически *отсутствуют*. Абитуриенты оказались практически не подготовленными к изучению математики в вузе» [11, с. 200].

**Третий период 1978-2009 гг. – годы закрепления результатов реформы-70 и сползания качества знаний до нуля.** Все эти годы все недостатки, проявившиеся после реформы (формализм, логика, навыки) не исправлялись, а сохранялись и усугублялись. Потому что «реформаторам» удалось под видом «совершенствования» «порочных» программ и «недоброкачественных» учебников (оценки Президиума ОМ АН СССР) удержать все свои основные идеи: «интегрированные» учебные курсы вместо цельных учебных предметов, суррогат высшей математики в программах, их запредельная перегруженность, аксиоматика, схоластический формализм и абстрактность изложения в учебниках.

<sup>47</sup> Именно так называл А. И. Маркушевич и другие «реформаторы» то, что они делали со школой за пятилетие 1956 – 1960 гг. Любопытна аналогия с пятилетней горбачёвской «перестройкой».

<sup>48</sup> Процесс зарождения идей реформы, её подготовки, реализации и закрепления результатов раскрыт в статье [9]

Сравнительный анализ (с 1981 по 1988 гг.) решаемости базовых экзаменационных заданий, проведённый преподавателями МАДИ, показал падение качества-2 почти в два раза [2 (1989, № 2), с. 57]. То же подтверждали другие вузы [там же, с. 42–43]. В 2013 г. результаты ЕГЭ по всей стране дают оценку качества-1 менее 1 % [2 (2013, № 7), с. 33].

**Сегодня** фиксируется незнание студентами таблицы умножения, площади круга, параллелограмма, неспособность складывать дроби и пр. Разлагаются те крохи знаний, которые раньше имели «двоечники». Поэтому этот период можно назвать *гниением* нашего образования. К методическим факторам, запущенным реформой-70, добавились социальные и организационные – непрерывная дестабилизация работы учителей и её обесмысливание «процентоманией», разрушение дисциплины и труда учащихся идеей свободы личности, навязывание школе ложных целей и методов (компьютеризация, информационные технологии, «развивающие» методики обучения, «вариативные» учебники, ЕГЭзация «компетентностный подход» и пр., и пр.), рост бюрократизации и поддержание хаотизации непрерывной сменой установок, требований, форм отчётности, и пр., и пр., и пр.

**Реформа-70** отдаляется и отдаляется. **И мы забываем, что обвальная деградация началась с этой реформы, и её идеология – исходная, коренная причина непрекращающегося вот уже почти 60 лет падения качества математического образования (и школьного, и вузовского). Ложный принцип этой реформы, – повышение научности, а на самом деле, псевдонаучности обучения, – изгнал из учебников педагогику и методику, изгнал Ученика. Он ответствен за деградацию мышления, а значит, и личности учащихся. Именно он привёл учащихся к массовому отвращению от учёбы. Он породил государственную ложь (так называемую «процентоманию»), которая заблокировала все возможности исправления ситуации. Он запустил прогрессирующую коррупцию в сфере образования. До сего дня наша школа живёт под тяжким бременем этой реформы. И мало кто помнит и понимает истоки сегодняшних бед. Но забыв прошлое, не понимая истинных причин и движущих сил, глупо надеяться на будущее.**

#### ЛИТЕРАТУРА

1. О преподавании математики в V-X классах. – М.: АПН РСФСР, 1949.
2. Математика в школе. – 1948, № 2; 1950, № 1; 1955, № 2; 1957, №№ 2, 4; 1958, № 6; 1959, №№ 1, 2; 1961, № 4; 1964 № 1; 1989, № 2; 2010, № 2; 2011, № 3; 2013, № 7.
3. Милюков, П. Н. Очерки по истории русской культуры. В 3 т. Т. 2, ч. 2. – М. : Прогресс, 1994.
4. Народное образование в СССР: Общеобразовательная школа: Сб. документов 1917-1973 гг. – М.: Педагогика, 1974.
5. Нормы оценки успеваемости учащихся по математике. – М.: Учпедгиз, 1943.
6. Материалы Всероссийского совещания преподавателей математики средней школы, март-апрель 1935. – М., 1935.
7. Высшая школа. – 1936, № 2; 1937, № 10; 1938, № 4.
8. Потёмкин В. П. Статьи и речи по вопросам народного образования. – М.: АПН, 1947.
9. Костенко И. П. Корни, ветви и «ягодки» реформы-70 // Математическое образование. – 2009, №2(50).
10. Математическое просвещение. – М., 1961, № 6.
11. Колягин. Ю. М. Русская школа и математическое образование. – М.: Просвещение, 2001.

---

## АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ШКОЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Лобанова Н. И.

*Муниципальное образовательное учреждение дополнительного образования детей «Центр внешкольной работы г. Зеленокумск Советского района», 357911 г. Зеленокумск, ул. Советская, 14  
тел.: 89064931183, e-mail: lobantchik@yandex.ru*

In article the main problems of school mathematical education are analysed and key factors of its development are designated. Experience of productive work with mathematically gifted school students in Stavropol region is described.

Школьное образование – одна из самых устойчивых и консервативных общественно-государственных систем, в чём и состоит его главное достоинство. В век быстро развивающихся информационных и коммуникационных технологий, ценность образования стала расти непрерывно. В настоящее время в России активно дискутируется вопрос о кризисе школьного математического образования, которому по сложившейся традиции уделялось большое внимание. Важность математического образования обусловлена тем, что математика является неотъемлемой частью и существенной частью общечеловеческой культуры. Изучение математики оказывает влияние на развитие и формирование личности, обогащает и совершенствует её.

Одна из проблем школьного математического образования связана с отказом от принципа фундаментальности, который формально декларируется, но на практике не реализуется. Школьников «натаскивают» на успешное прохождение тестов (обучение определённым типам и видам математических задач, перечень которых задает вектор государственной аттестации), чтобы они могли пройти тесты и получить высокие баллы. При таких требованиях принципиально невозможно не только разобраться в сущности математических понятий, овладеть математическими методами, освоить курс математики основного общего и среднего общего образования, но невозможно даже получить правильное представление о том, что такое математика, какие методы в ней применяются [1].

Вторая проблема – это новые возможности обогащения *образовательной среды*, в которую школьник часто погружается самостоятельно. Достаточно большую часть времени школьники средних и особенно старших классов проводят за экранами различных электронных устройств, основная цель которых привлечь внимание, вызвать интерес, заинтриговать. Математика представляет собой абстрактную науку, изучающую определённого рода логические структуры, называемые математическими (алгебраические, геометрические, аналитические, вероятностные) и не может конкурировать с виртуальной реальностью. Следствием этого является низкая мотивация к изучению математики даже у школьников, обладающих высоким уровнем интеллекта.

Третья проблема связана с тенденциями гуманизации и гуманитаризации образования, которые по отношению к школьному курсу математики приняли несколько искажённый характер. Так, гуманитаризация вылилась в уменьшение количества часов в неделю, отводимых на изучение математики. Существует мнение, что математическое образование входит в гуманитарное, понимаемое в широком смысле этого слова, образование. Математика даёт не только определённый круг знаний, но и совершенствует мышление в

целом, помогает выработке мировоззрения, влияет в лучшую сторону на нравственное и духовное воспитание школьников. Что касается гуманизации математического образования, то в этом случае мы имеем дело как с отсутствием на концептуальном уровне понимания сущности личностно ориентированного обучения математике, так и с неготовностью большинства педагогов к практической его реализации.

Существует и такая проблема, как слабая ориентация содержания математического образования на развитие школьников. Несмотря на множественные декларации, в том числе, и в новом поколении Государственных Федеральных образовательных стандартах, развивающая линия школьного курса математики представлена довольно скупо. В учебниках практически отсутствуют задания, направленные на формирование математической компетентности, которые бы обеспечивали возможность описания реальных процессов и явлений на языке математики, применения математического аппарата как способа решения практических задач. Основное содержание учебников математики предполагает решение собственно математических задач, что совершенно необходимо, но недостаточно.

Невозможно оставить без внимания кадровую проблему. Не хватает учителей, которые могут качественно преподавать математику, учитывая, развивая и формируя учебные и жизненные интересы различных групп школьников. Сложившаяся система подготовки, переподготовки и повышения квалификации педагогических работников не отвечает современным нуждам. Выпускники образовательных организаций высшего образования педагогической направленности в своём большинстве не отвечают квалификационным требованиям, профессиональным стандартам, имеют мало опыта педагогической работы и опыта применения педагогических знаний [2]. Если прибавить к этому непопулярность, непрестижность учительской профессии в настоящее время и, как следствие, снижение интереса у абитуриентов к получению педагогической специальности, то это приводит, к формализованному преподаванию математики.

Вышеперечисленные проблемы показывают, что школьная система не выполняет свою главную задачу – дать такие фундаментальные знания, которые будут отвечать требованиям современного века, сохранив при этом индивидуальность каждого и стремление бесконечно познавать и исследовать все новое самостоятельно. Только фундаментальные знания и навыки станут залогом успешного и благополучного будущего современного человека в этом быстро развивающемся мире.

Анализ проблем следует дополнить ключевыми факторами, которые оказывают влияния на математическое образование, к их числу мы относим три: достижения математической и педагогической науки, информатизация и глобализация. К числу достижений педагогической науки, которые повлияли на современную методическую систему обучения математике в школе, относятся гуманистическая образовательная парадигма, теория развивающего обучения и концепции творчества и одарённости. Именно эти разработки стали теоретической основой для введения профильного обучения, дифференциации и индивидуализации обучения, предоставления условий для обучения и развития одарённых детей [3].

В этой связи представляет интерес опыт работы по поддержке одарённых школьников в Ставропольском крае. В г. Ставрополе организовано множество секций и школ, направленных на развитие интеллектуальных способностей и навыков исследовательской работы школьников. Кафедра прикладной математики и информатики Института информационных технологий и телекоммуникаций (ИИТТ СКФУ) принимает активное участие в деле развития юных талантов. Преподаватели кафедры задействованы в работе

школы для одарённых детей "Поиск", Малой Академии Наук (МАН) при Дворце Детского Творчества и физико-математической школы на базе ИИТТ СКФУ.

В школе "Поиск" проводятся как групповые, так и индивидуальные занятия. На групповых занятиях учащиеся изучают углублённую программу по математике и информатике. Данные занятия помогают освоить новые, отличные от школьных, математические методы и приёмы, увидеть математическую науку в виде, приближенном к университетскому, а также освоить основы программирования и современных информационных технологий. В школе "Поиск" также организованы индивидуальные занятия с опытными преподавателями кафедры. Школьники с помощью преподавателей выбирают тему, в рамках которой будет осуществляться обучение. Затем они постигают азы научной деятельности, создают интересные проекты, многие из которых в дальнейшем представляются на конференциях.

В Малой Академии Наук внедрены 2 программы обучения с участием сотрудников кафедры, а именно: прикладная математика, математическое моделирование. Программа МАН рассчитана на 2-3 годичный период. На обучение принимаются учащиеся 5-10 классов. Окончив начальный период обучения (5-9 класс) и поступив на высшую ступень, школьники занимаются исследованием научных проблем. Результаты исследований школьники представляют на ежегодной конференции МАН. Конференция секций прикладная математика и математическое моделирование проходят на базе ИИТТ СКФУ в специализированных аудиториях по вычислительной технике. Лауреаты Ставропольской конференции представляют свой край на российских и международных научных мероприятиях школьников в Москве, Санкт-Петербурге, Обнинске, Королёве, Перми, Омске, Нальчике, Долгопрудном. Воспитанники МАН участвовали в конференциях Европейского союза (Португалия, 1998) и Лондонском молодежном научном форуме (1998), являлись кандидатами на международные выставки, проводимые в США, Англии. Физико-математическая школа при ИИТТ СКФУ даёт возможность учащимся 9-11 классов получить глубокие и прочные знания, достаточные для поступления в вуз. По окончании школы выдается сертификат. Для учащихся физико-математической школы каждый год организуются олимпиады. Усердное обучение в школе помогает успешно сдать единый государственный экзамен и быстро адаптироваться к обучению в вузе.

Во многих районах края находятся филиалы Малой Академии Наук, в которых преподают высоко квалифицированные учителя. Филиалы созданы и функционируют на основании "Положения" о филиале Малой академии наук и "Договора о сотрудничестве" с научными объединениями. Разработаны методические указания для учителей, взявших за руководство научными исследованиями школьников, рекомендации по выбору направлений и тем исследований с учетом возможностей филиалов и региональных особенностей городов и районов Ставропольского края. В настоящее время активно работают 26 городских и районных филиалов Малой академии, а также инициативные группы исследователей в городских и сельских школах, домах детского творчества Ставропольского края.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кудрявцев Л.Д. «Стандарты среднего образования, учебные планы и программы», Доклад, прочитанный на марафоне учебных предметов (Москва, 12 апреля 2004), еженедельная учебно-методическая газета «Математика», 2004, №22. С. 2-7.
2. Концепция развития математического образования в Российской Федерации. Утверждена распоряжением Правительства РФ от 24 декабря 2013 г. № 2506-р.
3. Grozdev S. For High Achievements in Mathematics. The Bulgarian Experience (Theory and Practice). ADE, Sofia, 2007.



# РАЗВИТИЕ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ ЧЕРЕЗ ФОРМИРОВАНИЕ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ

Недогреева Н.Г., Козлова И.С.

*Национальный исследовательский Саратовский государственный университет  
имени Н.Г. Чернышевского,  
410031, г. Саратов, ул. Первомайская, д. 47/53, кв. 50, тел. +7 9033855126,  
e-mail: nata-ned@mail.ru*

**Abstract:** The article defines the concept of superdisciplinary competence and shows the possibility of universal training activities formation with the help of project activities using computer programs.

Приоритетное направление ускоренного совершенствования образовательного пространства в современном российском обществе связано с обеспечением развивающего потенциала новых образовательных стандартов. Достижение целей обучения обеспечивается прежде всего формированием универсальных учебных действий (УУД), которые в свою очередь дают толчок развитию метапредметных (или ключевых, надпредметных) компетенций учащихся.

В широком значении термин «универсальные учебные действия» означает «умение учиться», в более узком (собственно психологическом) значении термин можно определить как совокупность способов действия учащегося (а также связанных с ними навыков учебной работы), обеспечивающих его способность к самостоятельному усвоению новых знаний и умений, включая организацию этого процесса [1].

К функциям универсальных учебных действий в нормативных документах относят обеспечение возможностей учащегося самостоятельно осуществлять деятельность учения, ставить учебные цели, искать и использовать необходимые средства и способы достижения, контролировать и оценивать процесс и результаты деятельности; создание условий для развития личности и ее самореализации на основе готовности к непрерывному образованию, компетентности «научить учиться», толерантности жизни в поликультурном обществе, высокой социальной и профессиональной мобильности; обеспечение успешного усвоения знаний, умений и навыков и формирование картины мира и компетентностей в любой предметной области познания.

Процесс формирования УУД как цель образовательного процесса определяет его содержание и организацию, который происходит в контексте усвоения разных предметных дисциплин. УУД определяют эффективность образовательного процесса – усвоение знаний и умений; формирование образа мира и основных видов компетенций учащегося, в том числе социальной и личностной компетентности.

Таким образом, овладение учащимися УУД выступает как способность к саморазвитию и самосовершенствованию путем сознательного и активного присвоения нового социального опыта. При этом создаются возможности самостоятельного успешного усвоения новых знаний, овладения новыми умениями, которые приводят к хорошей осведомленности учащегося в определенном круге вопросов, включая опыт новых способов деятельности. То есть в результате обучения общество получает выпускника, обладающего совокупностью индивидуальных навыков, приобретенных в результате образования, в сочетании с инициативностью, адекватным социальным поведением, эффективной коммуникацией, способностью сотрудничества и преодоления конфликтов в групповой деятельности, а это ни что иное как компетенции.

Сущность и содержание понятия «компетенция» рассматривают в различных областях знаний. В психолого-педагогических работах исследованием понятия «компетенция» занимались такие ученые как А.Ю. Казаков, В.А. Кальней, И.А. Зимняя, А.В. Хуторской, С.Е. Шишов и др.

В педагогическом словаре компетенция трактуется как круг вопросов, в которых какое-либо лицо обладает познаниями и опытом [2, с. 135]. Отечественные педагоги предлагают различные определения рассматриваемому понятию. В.А. Кальней и С.Е. Шишов отмечают, что понятие компетенции относится к области умений, а не знаний. Компетенция – это общая способность, основанная на знаниях, опыте, ценностях, склонностях, которые приобретены благодаря обучению. Компетенция не сводится ни к знаниям, ни к навыкам, быть компетентным – не означает быть ученым или образованным. Предполагается, что настройка человеческого поведения на бесконечное разнообразие жизненных ситуаций связана с общей способностью «мобилизовать в определенной ситуации приобретенные знания и опыт» в личной биографии, вписывающийся в общую историю [3, с. 254]. Кроме того, по их мнению, нужно различать компетенцию и умение, компетенция – это характеристики, которые можно извлечь из наблюдений за действиями, за умениями. Таким образом, умения представляются как компетенция в действии. Компетенция это то, что порождает умение, действие. И.А. Зимняя определяет компетенцию как внутренние, потенциальные, психологические новообразования, которые включают в себя знания, представления, программы действий, а также системы отношений [4, с. 23]

По мнению А.Ю. Казакова, компетенции представляются как совокупность взаимосвязанных качеств личности (знаний, умений, навыков, способов деятельности), задаваемых по отношению к определенному кругу предметов и процессов, необходимых, чтобы качественно и продуктивно действовать по отношению к ним [5, с. 103]. А.В. Хуторской пишет: «Компетенция включает совокупность взаимосвязанных качеств личности (знаний, умений, навыков, способов деятельности), задаваемых по отношению к определенному кругу предметов и процессов, и необходимых для качественной продуктивной деятельности по отношению к ним; компетентность – владение, обладание человеком соответствующей компетенцией, включающей его личностное отношение к ней и предмету деятельности» [6, с. 86]. Следовательно, обладать компетенцией – значит обладать определенными возможностями в какой-либо сфере.

В результате анализа литературных источников авторы остановились на понимании компетенции как основанную на знаниях и умениях способность решать поставленные в определенной области задачи и находить выход (осуществлять различного рода деятельность) из той или иной ситуации.

В настоящее время в связи с внедрением в школьную практику ФГОС второго поколения на первый план встает вопрос о формировании и развитии метапредметных компетенций, связанных с планируемыми результатами обучения, в частности с формированием универсальных учебных действий. Так, в Концепции модернизации российского образования применительно к общему образованию отмечается, что «общеобразовательная школа должна формировать новую систему универсальных знаний, умений, навыков, а также опыт самостоятельной деятельности и личной ответственности обучающихся, то есть современные ключевые компетенции» [7, с. 10].

Основываясь на изучении работ И.А. Зимней, А.В. Хуторского и др., позволим предположить, что в современной образовательной практике следует отождествлять понятие ключевых и метапредметных компетенций. Так И.А. Зимняя рассматривает ключевые компетенции, называя их далее надпредметными, как новую парадигму результата современного образования [7, с. 3]. В соответствии с разделением содержания образования на общее метапредметное (для всех предметов), межпредметное (для цикла предметов или образовательных областей) и предметное (для каждого учебного предмета), А.В. Хуторской предлагает трехуровневую иерархию компетенций: 1) ключевые компетенции – относятся к общему (метапредметному) содержанию образования; 2) общепредметные компетенции – относятся к определенному кругу учебных предметов и образовательных областей; 3)

предметные компетенции – частные по отношению к двум предыдущим уровням компетенции, имеющие конкретное описание и возможность формирования в рамках учебных предметов [8].

Таким образом, в общем смысле под метапредметной (ключевой) компетенцией можно понимать способность и готовность применять знания и умения в осуществлении надпредметных (универсальных) учебных действий. Один из возможных способов развития метапредметных компетенций – это проектная деятельность.

Наиболее эффективным, на наш взгляд, в условиях современной школы в период ее модернизации в рамках реализации метапредметных требований и формирования универсальных учебных действий (УУД) является комплексное использование (совмещение) метода проектов и информационных технологий.

Проект, представляющий собой учебное исследование, выполняемое обучающимися в рамках одного или нескольких учебных предметов, должен обеспечивать приобретение навыков в самостоятельном освоении содержания и методов избранных областей знаний и/или видов деятельности, или самостоятельном применении приобретенных знаний и способов действий при решении практических задач, а также развитие способности проектирования и осуществления целесообразной и результативной деятельности (познавательной, конструкторской, социальной, художественно-творческой, иной). Такая деятельность позволяет продолжить формировать и проверить у учащихся:

- 1) умение планировать и осуществлять проектную и исследовательскую деятельность;
- 2) способность презентовать достигнутые результаты, включая умение определять приоритеты целей с учетом ценностей и жизненных планов; самостоятельно реализовывать, контролировать и осуществлять коррекцию своей деятельности на основе предварительного планирования;

- 3) способность использовать доступные ресурсы для достижения целей; осуществлять выбор конструктивных стратегий в трудных ситуациях;

- 4) способность создавать продукты своей деятельности, востребованные обществом, обладающие выраженными потребительскими свойствами;

- 5) сформированность умений использовать многообразие информации и полученных в результате обучения знаний, умений и компетенций для целеполагания, планирования и выполнения индивидуального проекта.

В ходе реализации проектной деятельности у учащихся формируются УУД.

*Личностные:* широкая мотивационная основа учебной деятельности, включающая социальные, учебно-познавательные и внешние мотивы; ориентация на понимание причин успеха в учебной деятельности, в том числе на самоанализ и самоконтроль результата, на анализ соответствия результатов требованиям конкретной задачи, на понимание предложений и оценок учителей, товарищей. Выпускник получит возможность для формирования выраженной устойчивой учебно-познавательной мотивации учения.

*Регулятивные:* планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей и с условиями её реализации; различать способ и результат действия. Выпускник получит возможность научиться самостоятельно адекватно оценивать правильность выполнения действия и вносить необходимые коррективы в исполнение как по ходу его реализации, так и в конце действия.

*Познавательные:* осуществлять поиск необходимой информации для выполнения учебных заданий с использованием учебной литературы, энциклопедий, справочников (включая электронные, цифровые), в открытом информационном пространстве, в том числе контролируемом пространстве Интернета; использовать знаково-символические средства, в том числе модели (включая виртуальные) и схемы (включая концептуальные) для решения задач; строить сообщения в устной и письменной форме. Выпускник получит возможность научиться осуществлять расширенный поиск информации с использованием ресурсов библиотек и сети Интернет; создавать и преобразовывать модели и схемы для решения задач; строить логическое рассуждение, включающее установление причинно-следственных связей.

В рамках подготовки будущих учителей физики на кафедре физики и методико-информационных технологий СГУ им. Н.Г. Чернышевского ведется работа по подготовке студентов к организации проектной деятельности в школе. Для этого студентам предлагается использовать интерактивные модели из компьютерной обучающей программы «Открытая физика», проектную среду «Живая физика» и электронный конструктор «Начала электроники».

В ходе проведения такой работы возникает возможность представить изучаемый материал более наглядно, провести имитацию физического явления, рассмотреть устройство механизмов и приборов, исследовать зависимость параметров изучаемой системы, провести исследовательский анализ. У учащихся повышается интерес к изучению физики, максимально используются психофизические и интеллектуальные ресурсы личности обучаемого, развивается творческий потенциал, расширяется кругозор, устанавливается связь теории и практики. Использование в современной школе новых передовых педагогических и информационных технологий – это не дань моде, а назревшая необходимость уже не только сегодняшнего, а вчерашнего дня.

Целесообразно и даже обязательно использовать компьютерных моделей не только в классах с физико-математическим профилем обучения, где ученики увлечены физикой, занимаются ею на спецкурсах, факультативах, дома самостоятельно, но больше даже для школьников, выбравших гуманитарный профиль обучения. Для них вывод формул, решение задач, "игра" с формулами представляет собой "тёмный лес", полный неразрешимых загадок. Для этих учащихся открываются широкие возможности, ведь они могут быть не только наблюдателями, но, прежде всего творцами любой компьютерной модели. Придумывая задачу, затем создавая модель, учащиеся проверяют правильность своих задумок (гипотез) и их решения с помощью компьютерного эксперимента. Если над задачей (проблемой) работают 2-3 человека, то возникают деловые споры, царит атмосфера коллективного творчества, каждый отстаивает свою точку зрения, пытается предсказать результат. В результате выполнения подобного повышается мотивация изучения предмета, поиск новой информации приводит к лучшему усвоению знаний и развитию новых умений и навыков.

Мы рассмотрели только один из многих вариантов развития метапредметных компетенций через формирование универсальных учебных действий с помощью использования компьютерных программ для организации проектной деятельности обучающихся. В перспективе можно говорить о проектах, связанных с преемственностью натурального и компьютерного демонстрационного эксперимента, а также натурального и лабораторного практикума.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Фундаментальное ядро содержания общего образования. Универсальные учебные действия [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://college.ru/pedagogam/450/451/454/466/>
2. Коджаспирова, Г.М. Словарь по педагогике / Г.М. Коджаспирова, А.Ю. Коджаспиров. – Москва: ИКЦ «Март»: Ростов н/Д: Издательский центр «Март», 2005. – 488 стр.
3. Шишов, С.Е. Мониторинг качества образования в школе / С.Е. Шишов, В.А. Кальней. – М.: Педагогическое общество России, 1999. – 354 с.
4. Зимняя, И.А. Компетентностный подход. Каково его место в системе современных подходов к проблемам образования? (теоретико-методологический аспект) / И.А. Зимняя // Высшее образование сегодня. – 2006. – № 8. – С. 20-26.
5. Казаков, А.Ю. К вопросу о развитии ключевых компетентностей педагога в условиях инновационного развития образования: психологический аспект / А.Ю. Казаков // Актуальные проблемы реализации современной модели профессионального образования: мат-лы Всероссийской научно-практической конференции: в 3 ч. Ч.3. – Кемерово: Изд-во ГОУ "КРИПО", 2009. – С. 103-106.
6. Хуторской, А.В. Общепредметное содержание образовательных стандартов / А.В.Хуторской. – М., 2002.
7. Концепция модернизации российского образования на период до 2010 года. — М., 2002 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://www.edu.ru/db/mo/data/d\\_02/393.html](http://www.edu.ru/db/mo/data/d_02/393.html)
8. Зимняя, И.А. Единая социально-профессиональная компетентность выпускника университета: понятие, подходы к формированию и оценке / И.А. Зимняя [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [misis.ru/LinkClick.aspx?fileticket.tabid=6751](http://misis.ru/LinkClick.aspx?fileticket.tabid=6751)
9. Хуторской, А.В. Ключевые компетенции и образовательные стандарты / А.В. Хуторской // Интернет-журнал "Эйдос", 2002 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://eidos.ru/journal/2002/0423.htm>.

# ФОРМИРОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ НА ОСНОВЕ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ИНСТРУМЕНТОВ В ИНТЕРАКТИВНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

Овчинникова Р.П.

*Северный Арктический федеральный университет имени М.В. Ломоносова, г. Архангельск,  
[r.ovchinnikova@narfu.ru](mailto:r.ovchinnikova@narfu.ru)*

**Abstract.** Introduction of interactive geometric software in learning geometry actualizes the development of appropriate technologies. This article opens features of interactive geometric software that can be used effectively in the formation of geometric concepts. The system of tasks at different stages of the formation of concepts based on the design tools.

С внедрением в процесс обучения геометрии современных интерактивных геометрических сред (ИГС) приходит необходимость преобразования традиционной системы образования.

ИГС позволяют выполнять геометрические построения на компьютере таким образом, что при изменении одного из параметров геометрического объекта чертежа, остальные также изменяются, сохраняя заданные соотношения. Такой чертеж представляет собой динамическую модель, сохраняющую не только результат построения (т.е. сам чертёж), но и исходные данные (алгоритм этого построения). При этом система операций ИГС совпадает с системой операций, характерной для самой геометрии: построить прямую, проходящую через точку; провести окружность заданного радиуса с центром в данной точке и т.д.; отражает систему математических понятий: включает инструменты для введения в модель математических понятий (таких как отрезок, биссектриса, перпендикуляр, параллельная прямая) и отношений (принадлежит, лежит между, равен, больше и т.д.) Таким образом, моделирование происходит «на языке», близком к языку математики путем перевода условий геометрической задачи в модель при помощи системы операций ИГС.

Построение динамических моделей в ИГС происходит с помощью инструментов стандартных геометрических построений, активизирующихся при нажатии на кнопку с соответствующей пиктограммой: *Точка, Прямая, Отрезок* и др. Набор инструментов можно расширять, создавая собственные инструменты и размещать их на инструментальной панели (в среде GeoGebra) или в коллекции Мои инструменты (в средах Математический конструктор, Живая математика). Кроме того, возможно создание своих собственных инструментов, необходимых для построения сложных геометрических конструкций с повторяющимися построениями, не входящими в стандартный набор инструментария ИГС. Например, можно создать инструменты, позволяющие моментально строить геометрические фигуры «параллелограмм», «окружность, вписанную в треугольник», которые изучаются в курсе геометрии, но не входят в стандартный набор инструментов ИГС.

Важной методической особенностью некоторых сред (Математический конструктор, GeoGebra) является возможность изменять набор инструментов, помещаемых на инструментальную панель, что позволяет:


- запрещать доступ к некоторым инструментам для постановки задач построения объектов ограниченным набором инструментов (например, только циркулем);
- упрощать интерфейс учебного модуля, не перегружая его ненужными на данном этапе обучения инструментами. Причём добавление новых конструктивных инструментов на инструментальную панель целесообразно по мере изучения геометрических фигур;
- создавать мотивацию самостоятельного конструирования инструментов построения новых геометрических объектов учащимися.

Изложенные особенности можно эффективно использовать при:

– знакомстве с математическими понятиями, геометрическими фигурами и их свойствами,

– использовании аксиоматического подхода в преподавании геометрии, когда учащиеся вначале знакомятся с понятием, и только через некоторое время (иногда довольно значительное) учатся строить геометрические объекты, связанные с данным понятием. ИГС даёт возможность знакомить учеников с понятием, используя лишь определение и не раскрывая суть сложных построений, которые за ним стоят. Это даёт возможность учащимся знакомиться с математическими понятиями прямо в процессе работы, выявляя их существенные характеристики, получая «интуитивный опыт».

В методике формирования математических понятий выделяют этапы введения понятия, усвоения определения и закрепления понятия. Покажем, как можно модернизировать систему упражнений на формирование геометрических понятий, основанную на проектировании инструментов в интерактивной геометрической среде.

На этапе **введения понятия** упражнением, на основе которого вводится определение, может быть задание на исследование нового инструмента, появившегося на панели инструментов. Например, введению определения перпендикулярных прямых может предшествовать следующее задание на определение объекта, строящегося с помощью инструмента, название которого неизвестно, а пиктограмма скрыта под знаком : «Фиксики<sup>49</sup> сконструировали новый инструмент ИГС, но не нашли для него подходящей пиктограммы и забыли назвать. Постройте с помощью инструмента, сконструированного Фиксиками, несколько объектов нового понятия. Охарактеризуйте свойства образовавшихся объектов, выполнив дополнительно необходимые измерения». В результате использования инструмента на чертежной плоскости у учащихся появляются две пересекающиеся прямые. Для уточнения их характеристики учащиеся должны измерить величины четырех углов, образованных ими. В результате измерения все четыре угла получаются равными по  $90^\circ$ . Учащиеся вспоминают из курса математики шестого класса, что такие прямые называются перпендикулярными и формулируют определение перпендикулярных прямых. Заметим, что посредством выполнения заданий на угадывание инструмента, возможно ознакомление учащихся с такими геометрическими понятиями, как: перпендикуляр к прямой, треугольник, медиана, биссектриса треугольника и др. Описанный приём соответствует введению определения конкретно-индуктивным методом. При абстрактно-дедуктивном методе может быть дано задание на построение геометрической фигуры на основе определения в ИГС.

Для подключения предметного или образного опыта учащихся в систему следует включить задание на построение различных конструкций, встречающихся в повседневной жизни, с помощью нового инструмента. Результатом выполнения таких заданий могут быть: расчерченный на клетки лист бумаги, чертёж дома, скат крыши, столбы электропередач, деревья, крест и пр.

На этапе **усвоения понятия** традиционная система упражнений может быть дополнена заданием на определение инструмента, правильно созданного и задающего полный объем изучаемого понятия.

Пример 1. «В ИГС инструмент *Высота треугольника* стал внезапно неправильно работать. Найдите ошибку и помогите Фиксикам сделать новый инструмент для правильного построения объектов понятия *Высота треугольника*». При составлении таких заданий ошибку в алгоритме построения инструмента целесообразно делать в шаге, соответствующем наиболее часто встречающейся ошибке при формулировании определения. Определение высоты треугольника учащиеся часто воспроизводят так: «Высотой треугольника называется перпендикуляр, проведённый из вершины треугольника к противоположной стороне»; инструмент *Высота треугольника*, построенный на основе

---

<sup>49</sup> Фиксики – персонажи одноимённого популярного детского научно-познавательного мультисериала. Это маленькие человечки, живущие в доме человека внутри различных приборов, машин и ремонтирующие эту технику.

такого определения не будет строить высоты, проведённые из острого угла тупоугольного треугольника. Эту ошибку и должны найти учащиеся.

Пример 2. «По заданию дедушки Дедуса фиксика Симка, Нолик, Шпуля и Игрек в ИГС разработали личный инструмент *Параллелограмм*. Проведите экспертизу инструментов и помогите дедушке Дедусу выяснить, какие из них правильные, а какие следует отправить на доработку». При разработке таких заданий следует для экспертизы предложить инструменты для построения фигур, обладающих несущественными признаками (например, у всех построенных данным инструментом параллелограммов острый угол равен  $45^\circ$ ) или не имеющих хотя бы одного из существенных признаков (например, инструмент строит трапеции).

Пример 3 соответствует заданию на выведение следствий из определения понятия: «Постройте динамическую модель параллелограмма с помощью инструмента *Параллелограмм*. Используя инструменты измерения длин и углов, исследуйте длины противоположных сторон и величины противоположных углов параллелограмма. Сформулируйте гипотезы о длинах противоположных сторон и величинах противоположных углов параллелограмма».

На этапе **закрепления понятия** могут быть предложены задания на построение собственных инструментов. Мотивацией конструирования инструмента может являться: введение нового геометрического понятия и отсутствие соответствующего инструмента в линейке инструментов ИГС; сложность построения объекта изучаемого понятия; необходимость многократного использования инструмента для построения чертежа; исследование вопроса создания интерактивной геометрической среды.

Познакомить учащихся с алгоритмом построения собственных инструментов целесообразно при изучении понятия угла: «Создайте инструмент *Угол* в ИГС GeoGebra следуя инструкции: 1. Постройте в ИГС произвольный угол  $ABC$ , используя инструменты *Точка* и *Луч*. 2. Выберите в главном меню команду *Инструменты* → *Создать инструмент*. 3. В появившемся диалоговом окне активируйте вкладку *Выходные объекты* и из выпадающего списка выберите объекты, являющиеся результатом построения – лучи  $a$  и  $b$ . Замечание. Если после первого шага выделить лучи  $BA$  и  $BC$  с помощью инструмента *Перемещать* при нажатой на клавиатуре клавише *Shift*, то входные объекты появятся автоматически. 4. Активируйте вкладку *Входные объекты*. Проверьте, там автоматически должны быть указаны точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Замечание. Обратите внимание на последовательность расположения входных данных. Вершину угла  $B$  расположите между  $A$  и  $C$ , выделяя необходимый объект и изменяя его расположение с помощью кнопок *вверх* и *вниз*. 5. Активируйте вкладку *Имя и значок*. Назовите инструмент *Угол*, опишите последовательность выбора входных объектов: точка, вершина угла, точка. 6. Выберите соответствующий значок для изображения инструмента из папки «Инструменты» и с помощью флажка включите параметр *Показывать на панели инструментов*. 7. Нажмите кнопку *завершить*. 8. Проверьте правильность работы вашего инструмента.

Выполняя задания по инструкции, учащиеся не только знакомятся с алгоритмом построения инструмента, но и закрепляют понятие угла.

В результате выполнения задания «Составьте алгоритм построения инструмента *Перпендикулярные прямые* и сконструируйте его», учащимися могут быть получены несколько алгоритмов, среди которых выбирается наиболее оптимальный, с наименьшим числом шагов. Кроме того, в результате данной работы учащиеся повторяют ранее изученные понятия смежных и вертикальных углов, а также могут скорректировать определение перпендикулярных прямых, оставив среди существенных признаков наличие хотя бы одного прямого угла.

Созданию новых инструментов можно предпослать задание на отбор тех инструментов, которые будут задействованы при его построении. Приведём примеры таких заданий. 1. Отберите из данной группы инструментов те, которые потребуются для создания инструмента *Параллелограмм*: *Точка*, *Параллельная прямая*, *Перпендикулярная прямая*,

*Пересечение объектов, Многоугольник.* 2. Составьте алгоритмы создания инструмента *Параллелограмм*, основанные на различных признаках параллелограмма. 3. Можно ли создать инструмент *Параллелограмм*, используя набор следующих инструментов: *Точка, Центральная симметрия, Многоугольник.*

Построение не всякого инструмента учащиеся могут выполнить на этапе изучения его определения. Например, при построении инструмента *Биссектриса угла* на основе определения, возникает проблема откладывания угла данной величины в определенном направлении. Создание инструмента *Биссектриса угла* становится возможным после изучения темы «Треугольники» и может быть основано 1) на свойстве равнобедренного треугольника «Высота равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, является медианой и биссектрисой», 2) на признаках равенства треугольников и реализовано при решении в ИГС задачи 175\* «На сторонах угла  $XOY$  отмечены точки  $A, B, C$  и  $D$  так, что  $OA=OB, AC=BD$ . Прямые  $AD$  и  $BC$  пересекаются в точке  $E$ . Докажите, что луч  $OE$  – биссектриса угла  $XOY$ . Опишите способ построения биссектрисы угла, основанный на этом факте» [1].

Таким образом, формирование геометрических понятий на основе проектирования инструментов в ИГС позволяет: обеспечить наглядную визуализацию понятий, деятельностное изучение в ходе изучения и конструирования соответствующего инструмента, логическое описание построенных с помощью инструмента объектов и их свойств в системе геометрических фигур.

#### Литература

1. Геометрия, 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.]. 20-е изд. М.: Просвещение, 2010. 384 с.

2. *Сергеева Т.Ф., Шабанова М.В.* Какая геометрия нужна школе XXI века? // Математика в школе. 2012. № 8. С.34-39.

---

## К ВОПРОСУ ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СОВРЕМЕННЫХ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССАХ СТАРШЕЙ ШКОЛЫ.

Рябова Т. Ю.

*МОУ СОШ №1 с углубленным изучением отдельных предметов города Фрязино Московской области,  
г.Фрязино Московской области, ул.Школьная, 10,  
[tamarik@inbox.ru](mailto:tamarik@inbox.ru)*

In this article, the author touches upon the use of modern educational technologies in the study of mathematics at the profile level, describes the objectives and the results of some of them, gives a definition of mathematical competence, offers a solution the problem of increasing the effectiveness of teaching mathematics.

В настоящее время эффективность обучения в средней школе во многом зависит от используемых педагогических технологий. С одной стороны, чем большим количеством технологий и методик владеет учитель, тем, казалось бы, результативней его труд. С другой стороны, большое разнообразие технологий привносит, на наш взгляд, сумятицу и нервозность в процесс урока. Подтверждение тому – неоднократное посещение автором уроков математики в качестве эксперта региональной аттестационной комиссии.

Проблема обоснованного отбора используемых педагогических технологий имеет место, как на базовом, так и на углубленном (профильном) уровнях изучения математики. В настоящее время профильное изучение математики получило повсеместное



распространение, при этом отбор в такие классы редко осуществляется с учетом математических способностей учащихся. В соответствии с существующим положением, учащиеся должны иметь высокие баллы по результатам основного государственного экзамена по математике, однако и это положение на практике не всегда возможно реализовать. По окончании 11 класса выпускники профильных классов в соответствии с требованиями к результатам обучения должны демонстрировать высокий уровень математической компетентности. Одним из путей решения возникающих противоречий является подбор эффективных технологий обучения.

В педагогической литературе существуют четыре основных подхода к понятию «технология обучения» («педагогическая технология»):

- дидактическая концепция, часть педагогической науки (Б.Т.Лихачев, П.И. Пидкасистый, М.А.Чошанов и др.)[2];
- педагогическая система (В.П.Беспалько, В.В.Гузев и др.)[2];
- педагогический процесс (В.С. Безрукова, М.М. Левина, В.Д.Симоненко и др.)[2];
- процедура (алгоритм) деятельности учителя и учащихся (В.М.Монахов, В.В.Сериков, В.А.Сластенин и др.). [2]

В нашей статье мы будем придерживаться следующего определения педагогической технологии: «Педагогическая технология (технология обучения)– это законосообразная педагогическая деятельность, реализующая научно обоснованный проект дидактического процесса и обладающая значительно более высокой степенью эффективности, надежности и гарантированности результата, чем традиционные способы обучения» (В.В.Сериков). [3, с.70]

В настоящее время учителя математики применяют самые различные педагогические технологии, стремясь добиться получения качественного результата обучения: от традиционных (классно-урочная система) до довольно экзотических (составление синквейнов). На самом деле практически все современные технологии тесно связаны друг с другом и указанное деление может быть весьма условным. Рассмотрим некоторые из педагогических технологий, по нашему мнению, наиболее часто используемые учителями математики и доказавшие свою эффективность при изучении математики в профильной школе.

К первой группе таких технологий следует отнести деятельностные и проблемно-поисковые. Применение этих технологий в классах профильного изучения математики обусловлено необходимостью обеспечения качественной математической подготовки, реализации межпредметных связей, развитием дальнейшей самостоятельности в освоении математических знаний, обучением планированию собственной математической деятельности как в рамках изучения программного материала, так и во внеурочной деятельности. Реализация указанных технологий осуществляется через эвристические и проблемно-поисковые беседы, организацию активного практикума, организацию активной математической деятельности школьников в процессе урока. В результате применения технологий этой группы у учащихся профильных классов закрепляются основы системного мышления, формируются и развиваются навыки выдвижения гипотез, формулирования проблем, активного поиска аргументов, развиваются творческие способности, воспитываются целеустремленность и организованность.

К следующей группе эффективных педагогических технологий следует отнести компетентностно-ориентированные. Необходимость их использования вызвана тем, что школьники, изучающие математику на профильном или углубленном уровне, изначально достаточно высоко мотивированы на высокий итоговый результат, так как именно математические знания должны в дальнейшем определить их профессиональную судьбу и выбор профиля получения высшего образования. Современный мир устроен так, что умение выполнять индивидуальные и групповые проекты, умение качественно, доступно и грамотно излагать и представлять результаты собственных исследований является залогом успешной

профессиональной деятельности каждого человека. Каждый человек должен учиться в течение всей жизни, но к этому он должен быть готов. Основой реализации такого подхода является организация проектной и учебно-исследовательской деятельности школьников как во внеурочной деятельности, так и при освоении школьной программы. Эффективность применения вышеуказанных технологий проявляется, прежде всего, в формировании математической компетентности, в повышении мотивации к более глубокому изучению математики, осознании реальных связей между школьным предметом и окружающим миром, в развитии научной пытливости, углублении знаний, желании решать нестандартные и еще никем не решенные проблемы.

В последние годы в российской школе все большее распространение получают информационно – коммуникационные технологии, что вызвано не только высокими темпами их развития и оснащением школ современными техническими средствами, но и тем, что практически каждый старшеклассник обладает достаточно развитыми пользовательскими навыками владения компьютером и активно использует их в своей жизнедеятельности. Поэтому современный учитель, в том числе и математики, обязан уметь реализовывать информационные технологии.

Все информационно – коммуникационные технологии, используемые сегодня в школах на уроках математики, можно разделить на три группы:

- 1) Обеспечивают наглядность при объяснении нового материала
- 2) Обеспечивают формирование математической компетентности
- 3) Обеспечивают организацию образовательного процесса.

Наиболее частое применение по вполне объяснимым причинам получили информационно – коммуникационные технологии 1 группы. В настоящее время имеется большое количество электронных, цифровых образовательных ресурсов, которые обеспечивают учителя необходимыми материалами. Технологии 3 группы получили развитие в связи с принятием принципиальных управленческих решений. Такие ресурсы, как «Электронный журнал», «Электронный дневник», электронное планирование уроков, выдача домашних заданий с помощью ИКТ становятся неотъемлемой частью образовательного процесса.

На наш взгляд, учителям математики в настоящее время не хватает полноценных, готовых к использованию технологий 2 группы, которые бы обеспечивали формирование математической компетентности ученика математического класса. Мы полагаем, что это должны быть согласованные с программой и учебными пособиями хорошо проработанные, методически обоснованные информационные инструменты для обучения школьников.

В профильных математических классах использование ИКТ технологий должно быть двусторонним: не только учитель использует эти технологии для объяснения, либо контроля, но и учащийся активно применяет ИКТ в процессе углубления и расширения математических навыков и умений, осуществления проектной или исследовательской деятельности в области математики. К сожалению, в настоящее время использование ИКТ на уроках математики в таких классах, как впрочем, и в остальных, часто носит иллюстративно-наглядный характер, помогая учителю создать у учащихся более яркий образ изучаемой проблемы. В качестве самостоятельных технологий, предполагающих более активное использование учеником ИКТ, они пока не разработаны столь глубоко, как хотелось бы практикующему учителю. Поэтому ИКТ на уроках математики – это чаще всего собственный продукт учителя, трудно передаваемый другим учителям.

Учитывая особенности программы углубленного (профильного) изучения, на наш взгляд, необходимо проработать по каждой теме набор практикумов, включающих в себя задания разного уровня в соответствии с нашим представлением о математической компетентности учащегося. В ходе нашего исследования была разработана структура математической компетентности школьника, выделены ее уровни и способы ее диагностики. В качестве структурных компонентов математической компетентности нами были обоснованы: владение математическим языком; функциональная математическая грамотность; исследовательская компетентность; готовность и способность к использованию

математического знания в будущей профессиональной деятельности; информационно-коммуникативная культура [4].

В соответствии с вышеизложенным каждый практикум должен содержать не только традиционные задания, но также и исследовательские, предполагающие использование компьютера не только как источника информации, хотя и это уже неплохо, но также как исследовательского инструмента, например, при построении графиков, решении задач с параметрами. Каждый практикум должен быть похож на небольшую исследовательскую работу с созданием компьютерного отчета с возможностью самопроверки.

Таким образом, на наш взгляд будет происходить не только формирование математической компетентности, но и освоение навыков научно-исследовательской работы, приводящее к повышению самостоятельности в процессе обучения, а в результате, повышению качества школьного математического образования. Использование указанной методики не отменяет традиционных методов обучения, а наоборот, повышает их значимость как основного инструмента освоения и передачи математических знаний. Эффективное использование современных методик обучения носит личностно-ориентированный характер, направленный на развитие индивидуальности каждого школьника.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г.К.Селевко «Современные образовательные технологии», Москва, 1998
  2. А.П.Чернявская, Л.В.Байбородова и др. Учебно – методическое пособие «Образовательные технологии», ЯГПУ им.К.Д.Ушинского, 2009, <http://cito-web.yspu.org/link1/metod/met49/node3.html>
  3. Сериков В.П. «Личностно ориентированное образование: Поиск новой парадигмы», монография, Москва, 1998
  4. Рябова Т.Ю. «Методологические особенности реализации компетентностного подхода при обучении началам математического анализа в профильной школе», в сб.: «Избранные труды международной научной конференции, 26-30 сентября , 2011», Ереван, 2012, с.379
-

# О РЕАЛИЗАЦИИ ЗДОРОВЬЕСБЕРЕГАЮЩЕЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ ON THE REALIZATION OF THE HEALTH SAVING ORIENTATION OF TEACHING SCHOOL MATHEMATICS

Салаватова С. С.

*Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета, пр.Ленина, 49; тел. 8-917-3792705;  
[sssalavatova@mail.ru](mailto:sssalavatova@mail.ru)*

Салаватов М. Х.

*Стерлитамакский институт физической культуры, Россия, 453103, Республика Башкортостан,  
г. Стерлитамак, ул. Садовая, 20, тел. 8-9033105584; mh23091998@gmail.com*

## Resyme:

In article the problem of preservation of health of pupils in the educational environment reveals, the necessity and possibility of realization of a health saving orientation of training in mathematics is motivated. On the basis of a systematic structural approach the ways if solve this problem in the teaching of mathematics in the 5-7th grades is described.

Здоровье ребенка, его социально-психологическая адаптация, физическое и психическое развитие во многом определяются средой, в которой он живет. Для школьников этой средой являются учреждения образования, поскольку с пребыванием в них связаны более 70% времени его бодрствования. К сожалению, можно отметить также, что школьная образовательная среда порождает множественные факторы риска нарушения здоровья, развития хронических болезней. Среди них наиболее значимыми исследователи (М. М. Безруких, Н. И. Дуброва, Н. Н. Куинджи, В. Р. Кучма, Г. В. Лавриенко, М. М. Степанова, Л. М. Сухарева и др.) указывают следующие: стрессовая педагогическая тактика, несоответствие методик и технологий обучения возрастным и функциональным возможностям школьников, отсутствие системной работы по формированию ценности здоровья и здорового образа жизни и др. В результате можно констатировать, что существующая система школьного образования имеет на сегодняшний день здоровьезатратный характер.

Поэтому, не случайно, что проблема сохранения здоровья учащихся на сегодняшний день выделяется в качестве одной из наиболее острых как в различных документах по образованию, так и в деятельности ученых и учителей практиков. Так, согласно пункту 4 статьи 41 Федерального закона Российской Федерации «Об образовании» охрана здоровья обучающихся включает в себя пропаганду и обучение навыкам здорового образа жизни, а пункт 3 статьи 43 обязывает обучающихся заботиться о сохранении и об укреплении своего здоровья. [Указ Президента Российской Федерации В. В. Путина от 1 июня 2012 г. №761 «О Национальной стратегии действий в интересах детей на 2012-2017 годы»](#) подчеркивает необходимость внедрения здоровьесберегающих технологий во все сферы жизни ребенка.

Наше исследование, связанное с реализацией здоровьесберегающей направленности обучения математике в средней школе, проводится в рамках деятельности научно-образовательной лаборатории методических исследований Стерлитамакского филиала Башкирского государственного университета.

Как показало наше констатирующее исследование, многие педагоги считают, что сохранением и укреплением здоровья учащихся в школе должны заниматься только администраторы и специально подготовленные профессионалы. Однако анализ школьных факторов риска показывает, что большинство проблем здоровья учащихся создается и решается в ходе ежедневной практической работы учителей, т.е. связано с их

профессиональной деятельностью. Поэтому каждому учителю необходимо найти резервы в собственной деятельности, направленные на сохранение и укрепление здоровья учащихся.

Подход к учебно-воспитательному процессу как системе позволяет нам утверждать, что все школьные предметы, в том числе и математика, должны внести определенный вклад в сохранение и развитие здоровья учащихся.

Основной методологической базой нашего исследования является системно-структурный подход. Как известно, для описания системы необходимо выделить, прежде всего, ее структуру. Не ставя в настоящей статье цели анализа различных подходов к пониманию структуры системы, мы исходим из рабочего определения, данного Е. Н. Кабановой-Меллер: «Структура характеризуется тем, какие компоненты входят в её состав и каково их взаимодействие» [1, с. 27]. Выделяют, по крайней мере, два типа структурных элементов (компонентов): реальные элементы и элементы–дифференциалы. Первые из них как таковые не существуют вне процессов, в которых они рассматриваются; причем, только в определенном составе и взаимосвязях выдают свойства целого (проявляя, тем самым, свойство эмергентности системы). Второй тип компонентов характеризуется тем, что они сохраняют свойство целого, являясь определенной частью этого целого (подсистемой рассматриваемой системы).

Что из себя представляют выделенные структурные типы элементов для рассматриваемой нами системы «учебно-воспитательный процесс в школе»? Анализ педагогической литературы показал, что при всем различии подходов к выделению основных элементов учебно-воспитательного процесса, более или менее однозначно в качестве реальных элементов этой системы можно назвать следующие: цели обучения, его содержание, методы и средства обучения, формы его организации. Другой тип структурных компонентов системы: элемент-дифференциал – предстает в педагогической литературе как «единица», «клеточка», «единичный цикл обучения», включающий в себя цель, содержание, метод и средства решения определённой учебно-воспитательной задачи в её наиболее конкретной форме. Таким образом, каждая школьная дисциплина, в том числе и математика, могут выступать в качестве структурных клеточек (элементов-дифференциалов), составляющих учебно-воспитательный процесс школы, поскольку цели, содержание, методы, формы и средства обучения этих дисциплин строятся в соответствии с целями и требованиями целостного учебно-воспитательного процесса. Отсюда, все предметы, в том числе и математика, должны в определенной мере вносить свою лепту в достижение общих целей школы, в том числе и целей сохранения и формирования здорового образа жизни. В этой связи перед каждым учителем возникает принципиально важный вопрос: как следует осуществлять обучение, в частности обучение математике, чтобы оно способствовало сохранению и укреплению здоровья за период обучения в школе, научило школьников использовать полученные знания в повседневной жизни.

Реализация здоровьесберегающей направленности обучения математике как подсистемы учебно-воспитательного процесса в школе предполагает, прежде всего, обогащение его целевого компонента через введение в этот компонент, соответственно, новой дополнительной задачи. То есть, кроме традиционных задач, стоящих перед обучением математике в школе, возникает еще и задача реализации здоровьесберегающей направленности.

Целевой компонент системы, являясь его системообразующим компонентом, вносит свои коррективы в содержание и технологические компоненты системы.

Изменение в содержании школьного математического образования в рамках тематики исследования мы видим пока в использовании текстовых задач, фабула которых содержит те или иные сведения о здоровом образе жизни, по профилактике вредных привычек учащихся и т.п. В ходе экспериментальной работы членами лаборатории (куда кроме преподавателей, аспирантов и студентов, входят практикующие учителя общеобразовательных школ) собран банк задач для учащихся 5-9-х классов с здоровьесберегающими сюжетами для использования при изучении различных математических тем. Для сюжетов задач выбраны те

темы, которые наиболее остро стоят в подростковом возрасте: о вреде курения, о вреде алкоголя, наркотиков, телевизора и компьютера, ранней половой жизни, о правильном питании, режиме сна, о пользе спорта, свежего воздуха и воды, о безопасности на дорогах и т.д.

Приведем несколько примеров таких задач:

**Задача 1.** Курящие дети сокращают себе жизнь на 15%. Определите, какова предположительная продолжительность жизни нынешних курящих детей, если средняя продолжительность жизни в России 56 лет.

**Задача 2.** Средний вес новорожденного ребенка 3 кг 300 грамм. Если у ребенка курящий отец, то его вес будет меньше среднего на 125 г, если курящая мать, то вес снижен на 300 г. Определите на сколько процентов снижен вес новорожденного ребенка, если: а) курит папа; б) курит мама. Ответ округлите до единиц.

**Задача 3.** Сердце здорового человека бьется с частотой 70 ударов в минуту; сердце курящего вынуждено делать на 5-10 ударов в минуту больше. Сколько дополнительных ударов приходится делать сердцу курильщика за сутки?

Разрабатываются нами широко и технологии, позволяющие избегать стрессовых ситуаций, среди которых в первую очередь – игровые технологии, технологии включения учащихся в целостную деятельность, технологии нейролингвистического программирования. Как показывает анализ опыта и исследования специалистов при обучении математике из трех каналов восприятия информации (аудиального, визуального и кинестетического) акцент делается обычно на визуальный канал. Мы разрабатываем комплекс заданий, при которых визуальный канал «отдыхает». Среди таких заданий, к примеру, использование устных упражнений с закрытыми глазами: учитель диктует ряд вычислительных примеров, ученики, положив головы на парту, закрыв глаза производят в уме вычисления. А затем, подняв руку, не открывая глаз, пальчиками показывают ответ. Обычно упражнения составляются так, чтобы в ответе получилось число не более пяти. Пример такого упражнения: к 85 прибавить 15, разделить на 20, умножить на 2 и разделить на пять. Такие упражнения позволяют, кроме того, развить внимание и память школьников, они интересны и полезны школьникам и тем, что дают возможность изменить положение тела в ходе урока.

Естественно, что обогащение целевого компонента и, соответственно, содержания уроков математики требует и дополнительного времени, что невозможно компенсировать только за счет поиска оптимальных технологий внутри одного предмета. Перспективы нахождения дополнительного времени мы видим в использовании интеграции с другими дисциплинами.

Как показали результаты опытно-экспериментальной работы, реализация здоровьесберегающей направленности обучения математике возможна и полезна. Такая работа, кроме приобщения подрастающего поколения к ведению здорового образа жизни, понимания ценности здоровья, его сохранения и развития, повышает интерес школьников к математике, практическую значимость уроков математики в глазах школьников и их родителей.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кабанова-Меллер, Е. Н. Структура и закономерности учебной деятельности в условиях развивающего обучения / Е. Н. Кабанова-Меллер // Структуры познавательной деятельности. – Владимир, 1976. – С. 27-52.

---

# КАКОЙ БЫТЬ ГЕОМЕТРИИ В ЕДИНОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ ЭКЗАМЕНЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Смирнов В.А., Смирнова И.М.

*Московский педагогический государственный университет*

*Адрес: 129337, Москва, ул. Дудинка, д. 2, корп. 1, кв. 124*

*e-mail: [v-a-smirnov@mail.ru](mailto:v-a-smirnov@mail.ru)*

*тел.: +7-916-543-65-58*

**Abstract: There are formulated the principles of selection of problems for State exam on mathematics in Russian schools. From these principles it follows that in State exam on mathematics there must be the following geometric problems:**

- a) the problems on recognition and constructing of geometric figures and their elements;
- b) the problems on finding of geometric values of angles, lengths or distances, areas, volumes;
- c) the problems on proofs.

Сейчас общепризнанно, что нужно усиливать роль геометрии в ЕГЭ по математике. Это обусловлено той ролью, которая геометрия играет в современной науке, а также в образовании, воспитании и развитии подрастающего поколения.

На протяжении веков геометрия служила основой не только математики, но и других наук. Именно в ней появились первые теоремы и доказательства. Сами законы математического мышления формировались с помощью геометрии. Многие геометрические задачи способствовали появлению новых научных направлений и, наоборот, решение многих научных проблем было получено с использованием геометрических методов.

Так, задача об измерении длины отрезков привела к открытию Пифагором несоизмеримых отрезков и в дальнейшем к построению действительных чисел.

Задачи об измерении длины окружности, площади круга, объемов шара и пирамиды привели древнегреческих ученых к понятию предела и заложили основы интегрального исчисления.

Задачи нахождения уравнения касательной к кривой и вычисления площади криволинейной трапеции привели Г. Лейбница и И. Ньютона к созданию дифференциального и интегрального исчислений.

Геометрические методы изображения пространственных фигур стали фундаментом живописи, изобразительного искусства.

Задача о нахождении орбит космических тел оказалась связанной и была решена с помощью конических сечений.

Задача Эйлера о кенигсбергских мостах положила начало новым направлениям геометрии – теории графов, топологии.

Разработка методов решения задач оптимального управления стала возможной благодаря развитию геометрических методов, в том числе теории многогранников.

Функциональный анализ, один из современных разделов математического анализа, опирается на понятие бесконечномерного линейного пространства, обобщающего понятие евклидова пространства.

Одно из основных понятий современной алгебры – понятие группы, возникло на основе геометрических понятий симметрии и движения. Группы симметрий играют важную роль не только в математике, но и физике, химии, биологии, кристаллографии и других науках.

Современные представления о Вселенной описываются на языке геометрии с помощью понятия многообразия.

В последние десятилетия активно развивается алгебраическая геометрия – раздел математики, изучающий алгебраические структуры геометрическими методами. В

частности, решение проблемы Ферма было недавно получено с использованием глубоких геометрических методов.

В связи с развитием компьютерной техники, возникли и бурно развиваются новые направления геометрии – компьютерная геометрия, 3D-моделирование.

Вообще современная наука и ее приложения немислимы без геометрии и ее новых направлений, таких как топология, дифференциальная геометрия, алгебраическая геометрия, компьютерная геометрия и др.

Не случайно все последние научные открытия, так или иначе, связаны с геометрией. Многие из них сделаны нашими отечественными учеными. Так, например, гипотезу Пуанкаре доказал наш соотечественник Г. Перельман. Абелевская премия по математике 2009 года была присуждена М. Громову за выдающийся вклад в геометрию. Нобелевская премия по физике 2010 года была присуждена К. Новоселову и А. Гейму за открытие и исследование свойств графена, молекулы которого расположены в вершинах паркета из правильных шестиугольников. Филдсовская премия по математике 2010 года присуждена С. Смирнову за результаты, связанные с фрактальной геометрией. Нобелевская премия по химии 2011 года присуждена израильскому ученому Д. Шехтману за открытие квазикристаллов, строение которых имеет форму мозаик Пенроуза. Абелевская премия 2011 года присуждена американскому ученому Д.У. Милнору за открытия в области дифференциальной геометрии и топологии.

Геометрия это не только современный раздел математики, но и элемент общей культуры человека, который вносит неоценимый вклад в развитие мышления, воображения, исследовательских способностей.

Она в равной степени нужна и математику, и инженеру, и художнику. Это связано с тем, что в равной степени необходимо развивать рациональные и иррациональные психические функции человека. К первым, например, относится мышление, ко-вторым - ощущения, интуиция. Для любого человека важно заботиться о равномерном развитии как левого, так и правого полушарий головного мозга. Как известно, левое связано с развитием логического, а правое - художественного мышления. Если одно из них не будет развито, из человека не получится гармонично развитой личности. Геометрия представляет для этого как раз богатые возможности.

Об этом говорили и говорят многие видные ученые-математики. Например, Н.Ф. Четверухин подчеркивал важность развития пространственных представлений для всех учащихся вне зависимости от направления их дальнейшего образования и выбора будущей профессии. «Хорошее пространственное воображение нужно конструктору, создающему новые машины, геологу, разведывающему недра земли, архитектору, сооружающему здания современных городов, хирургу, производящему тончайшие операции среди кровеносных сосудов и нервных волокон, скульптору, художнику и т.д.» [1].

А.Д. Александров, говоря о целях преподавания геометрии, указывал, что «особенность геометрии, выделяющая ее среди других наук вообще, состоит в том, что в ней самая строгая логика соединена с наглядным представлением. Геометрия в своей сущности и есть такое соединение живого воображения и строгой логики, в котором они взаимодействуют и дополняют друг друга» [2]. В соответствии с этим, в статье делается вывод о том, что преподавание геометрии в школе должно включать в себя три тесно связанных, но вместе с тем и противоположных элемента: логику, наглядное представление и применение к реальным вещам. Задача геометрии заключается в развитии у школьников трех соответствующих качеств: логического мышления, пространственного воображения и практического понимания.

В.Г. Болтянский в статье [3] говорил о том, что природа геометрии предоставляет богатые возможности для воспитания у школьников эстетического чувства красоты в самом широком значении этого слова. Красота геометрии заключается в ее проявлениях в живой природе, архитектуре, живописи, декоративно-прикладном искусстве, строительстве и т.д., а также в смелых, оригинальных, нестандартных доказательствах, выводах и решениях.

Российской школой накоплен уникальный опыт преподавания геометрии. На наш



взгляд, именно благодаря хорошему школьному геометрическому образованию наши ученые добиваются высоких научных результатов.

К сожалению, в девяностые годы прошлого века уровень геометрического образования и интерес школьников к геометрии снижался. Дошло до того, что геометрические задачи не включались в Государственную итоговую аттестацию, а в Едином государственном экзамене они занимали очень незначительную часть. В некоторых школах для того, чтобы лучше подготовить школьников к экзаменам, сокращали количество часов, отводимых на изучение геометрии.

Задача, которую необходимо решить сегодня, состоит в том, чтобы, опираясь на достигнутый отечественной школой уровень геометрического образования, сделать курс геометрии современным и интересным, учитывающим склонности и способности учеников, направленным на формирование математической культуры, интеллектуальное развитие личности каждого школьника, его творческих способностей, формирование представлений учащихся о геометрии, ее месте и роли в современном мире.

Единый государственный экзамен (ЕГЭ) по математике в 11-м классе не только осуществляют контроль за качеством обучения школьников, полученными ими знаниями, выработанными умениями и навыками, сформированными компетенциями. Структура и содержание этого экзамена задают ориентиры всего математического образования, влияют на отбор содержания, выбор форм и методов обучения. Поэтому так важно, чтобы содержание ЕГЭ по математике соответствовало целям и задачам математического образования школьников, способствовало повышению его качества.

Геометрические задачи должны занять достойное место в ЕГЭ по математике, отвечать целям и задачам геометрического образования школьников.

При этом, на наш взгляд, должны соблюдаться следующие принципы.

I. *Принцип преемственности*, означающий, что задачи, включаемые в содержание ЕГЭ, должны опираться на предшествующий опыт проведения школьных и вузовских экзаменов по математике.

II. *Принцип полноты*, означающий, что предлагаемые задачи должны охватывать все основные разделы школьного курса геометрии, способствовать достижению целей обучения геометрии.

Традиционно геометрические задачи подразделяются на:

- задачи на изображение геометрических фигур и проведение дополнительных построений;
- задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
- задачи на доказательство.

Каждый из этих типов задач выполняет важную дидактическую функцию и способствует достижению результатов обучения.

В ЕГЭ по математике должны быть, в той или иной мере, представлены геометрические задачи всех этих типов. В противном случае это может привести к снижению внимания к соответствующему разделу в процессе обучения геометрии, что, в свою очередь может сказаться и на результатах обучения.

III. *Принцип пропорциональности*, означающий, что число задач по геометрии и алгебре должно находиться примерно в таком же отношении, как и число часов, отводимых на изучение этих предметов.

Непропорционально малое количество геометрических задач в ЕГЭ влечет за собой уменьшение внимания к геометрии, создает перекос в изучении геометрии и алгебры. Кроме того, это ставит учащихся с более выраженными геометрическими способностями в неравные условия по сравнению с учащимися с большими алгебраическими способностями.

IV. *Принцип систематичности*, предполагающий, что лучшим способом подготовки к ЕГЭ по математике должны стать систематические занятия по учебникам в течение всего

периода обучения. Открытый банк задач, методические пособия для подготовки к ЕГЭ должны естественным образом дополнять учебники, а не заменять их.

V. *Принцип результативности*, означающий, что задачи ЕГЭ по математике должны проверять не математические способности школьников, а результаты обучения, умения решать задачи. При этом задачи базового уровня должны быть таковы, чтобы решать их можно было научить всех школьников.

VI. *Принцип наглядности*, предполагающий наличие в формулировках геометрических задач рисунков, позволяющих лучше понять условие, представить соответствующую геометрическую ситуацию, наметить план решения, при необходимости провести дополнительные построения и вычисления.

VII. *Принцип практической направленности*, означающий включение в содержание ЕГЭ по математике геометрических задач с практическим содержанием.

VIII. *Принцип открытости*, предполагающий наличие открытого банка задач, включаемых в содержание ЕГЭ по математике, а также методических пособий по геометрии для подготовки к ЕГЭ.

Геометрия имеет большой потенциал для реализации принципа практической направленности. Каждый школьник в результате изучения геометрии должен овладеть умениями решать практические задачи, связанные с нахождением углов, расстояний, площадей, объемов и т.д. Среди многочисленных книг, посвященных геометрическим задачам с практическим содержанием, отметим книги А.П. Доморяда, Б.А. Кордемского, Я.И. Перельмана и др.

В последние годы указанные принципы начинают постепенно реализовываться. В демоверсии ЕГЭ 2013 года из двадцати задач – шесть геометрических. Среди них в базовой части имеется четыре геометрических задачи из четырнадцати:

1. Задача на нахождение градусной величины угла.
2. Задача на нахождение длины или расстояния.
3. Задача на нахождение площади плоской фигуры.
4. Задача на нахождение объема или площади поверхности тела в пространстве.

Во второй части имеется две геометрические задачи из шести. Среди них:

1. Задача на нахождение углов в пространстве между двумя прямыми, прямой и плоскостью, двумя плоскостями, а также на нахождение расстояний от точки до прямой, от точки до плоскости, между двумя прямыми.

2. Планиметрическая задача на доказательство повышенного уровня трудности.

В целом подбор задач соответствует указанным выше принципам преемственности, полноты, систематичности, результативности, наглядности, практической направленности и открытости. Принцип пропорциональности реализован не в полной мере. Из двадцати задач геометрических только шесть, а должно быть восемь.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Четверухин Н.Ф. Геометрические характеристики причины трудности узнавания геометрических фигур на чертеже // Математика в школе. – 1965. - № 4.
2. Александров А.Д. О геометрии // Математика в школе. – 1980. - № 3.
3. Болтянский В.Г. Математическая культура и эстетика // Математика в школе. – 1982. № 2.
4. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Какой быть геометрии в ГИА и ЕГЭ по математике // Математика в школе. - 2012. - N 3. - С. 21 - 26.
5. Смирнов В.А. ЕГЭ 2014. Математика. Задачи В3, В6, В9, В11, С2. – М.: МЦНМО, 2014.

---

## ОСОБЕННОСТИ ПРОВЕДЕНИЯ ЗАНЯТИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ В ЛЕТНЕМ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ЛАГЕРЕ

Торопов В.А., Шабанова М.В., д.п.н., профессор.

Организация: ФГАОУ ВПО «Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова», институт математики, информационных и космических технологий  
Адрес: г. Архангельск, ул. Урицкого, д.68, к.3, тел: 8952-25-91-859, e-mail: [v.toropov@narfu.ru](mailto:v.toropov@narfu.ru).

The research consists of resolving the contradiction between having a rich experience of combining additional mathematical education of students with the rest of children in summer camp, and the lack of theoretical understanding of this experience, which significantly reduces the effectiveness of training this type.

В настоящее время в Российской Федерации особое внимание начали уделять организации работы с одаренными детьми, организации профильного обучения. Инициативой Д.А. Медведева в 2011 году стало создание разветвленной системы поиска и поддержки талантливых детей, их сопровождения в течение всего периода становления личности. В 2012 году эти идеи были поддержаны уже и президентом В.В. Путиным указом от 1 июня № 761 «О Национальной стратегии действий в интересах детей на 2012 — 2017 годы». Такая система в нашей стране традиционно складывается в рамках работы общеобразовательных учреждений, дополнительных учреждениях общего образования, а также в высших учебных заведениях, учреждениях науки и культуры.

В общеобразовательных учреждениях нашей страны уже сложились определенные «традиции» работы с талантливыми детьми. Ежегодно проводятся «Недели математики», «Математические олимпиады», «Математические старты». Учащиеся выполняют разного рода творческие задания, посещают кружки, спецкурсы, в школах проводятся математические игры, кроме этого учащиеся имеют возможность участвовать в ежегодном международном конкурсе «Кенгуру» и других подобных мероприятиях. Но, не смотря на все вышеперечисленное, по опросу учащихся и учителей Российских школ, интерес у детей к изучению математики остается не высоким.

Кроме вышеперечисленных форм работы с талантливыми детьми можно особо выделить организацию дополнительного математического образования в летнем образовательном лагере. В настоящее время это одна из наиболее популярных форм работы с талантливыми детьми, о чем свидетельствует, например, большое количество заявок на конкурс «Образовательные проекты для школьников», объявленный благотворительным фондом «Династия» в 2012 году (12% от общего количества заявок). Анализ поданных на конкурс заявок показывает, что данную форму математического образования учащихся готовы реализовывать как учреждения дополнительного образования (Национальный Центр непрерывного естественнонаучного образования г. Москвы (проект «Летняя олимпиадная физико-математическая школа»), фонд поддержки классического образования «Анабасис» г. Санкт-Петербурга (проект «Санкт-Петербургская летняя математическая школа (7-11 классы) — 2013»), ВРМОО «Интеграл» г. Волгограда (проект «Летняя лагерь-школа для старшеклассников «Интеграл», 42-я смена), Образовательный центр «Перспектива» г. Омска (проект «Летняя гуманитарно-математическая школа (ЛГМШ)»), и другие), высшие учебные заведения (НГУ для СУНЦ НГУ г. Новосибирска (проект «52-я Новосибирская летняя физико-математическая и химико-биологическая школа для одарённых детей из регионов Сибири и Дальнего Востока»), Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова (проект «Летний образовательный лагерь для учащихся

общеобразовательных учреждений Архангельской области», и другие ), учреждения общего образования (школа №14 г. Кызыла (проект «Летняя компьютерно-математическая школа (ЛКМШ)»), школа №28 г. Калининграда (проект Летняя школа «Математическая Бальга»), лицей №5 г. Долгопрудного (проект «Летняя физ-мат школа лицея № 5», лицей №32 г. Костромы (проект Летняя школа «МИФ»), Югорский физико-математический лицей-интернат, г. Ханты-Мансийск (проект «Четвертая летняя профильная школа»), школа №19 г. Улан – Удэ (проект «Летняя республиканская физико-математическая школа на Байкале («Фонд «Династия» на Байкале»), и другие).

Впервые в России об организации летних образовательных лагерей по математике заговорили в период Колмогоровской реформы (60-е годы XX века). Сам идейный вдохновитель этой реформы А.Н. Колмогоров писал: «Помимо кружков большое значение должны иметь летние лагерные сборы учащихся по интересам. Мне приходилось не раз выступать с описанием организации таких летних школ для любителей математики. Разумная их организация требует очень большого количества педагогического труда, который в значительной мере, однако, может быть возложен на студенческую молодежь. Не следует и со всем скидывать со счета и работу старших школьников с младшими» [1, с.137]. Первая подобная школа была организована в 1963 году в Красновидово с целью отбора учащихся школы – интернат физико-математического профиля при МГУ имени М.В. Ломоносова (в настоящее время специализированный научно-учебный центр (факультет) – школа-интернат А.Н. Колмогорова). «Для обучения в школе пригласили победителей олимпиад. Программа обучения в ней строилась так, чтобы помочь будущим учащимся школы - интернат прежде всего подготовиться к восприятию основной программы обучения». [2, с.11] .

Проведенный нами анализ опыта организации летних математических школ (сборов, лагерей) в России показывает, что за прошедшие 50 лет данная форма работы с одаренными детьми претерпела существенные изменения: расширился спектр образовательных целей, изменились формы организации учебных занятий, способы отбора учащихся. Нами построены несколько альтернативных теоретических моделей реализации данной формы дополнительного математического образования (схема 1-3).

Схема 1.



Схема 2.

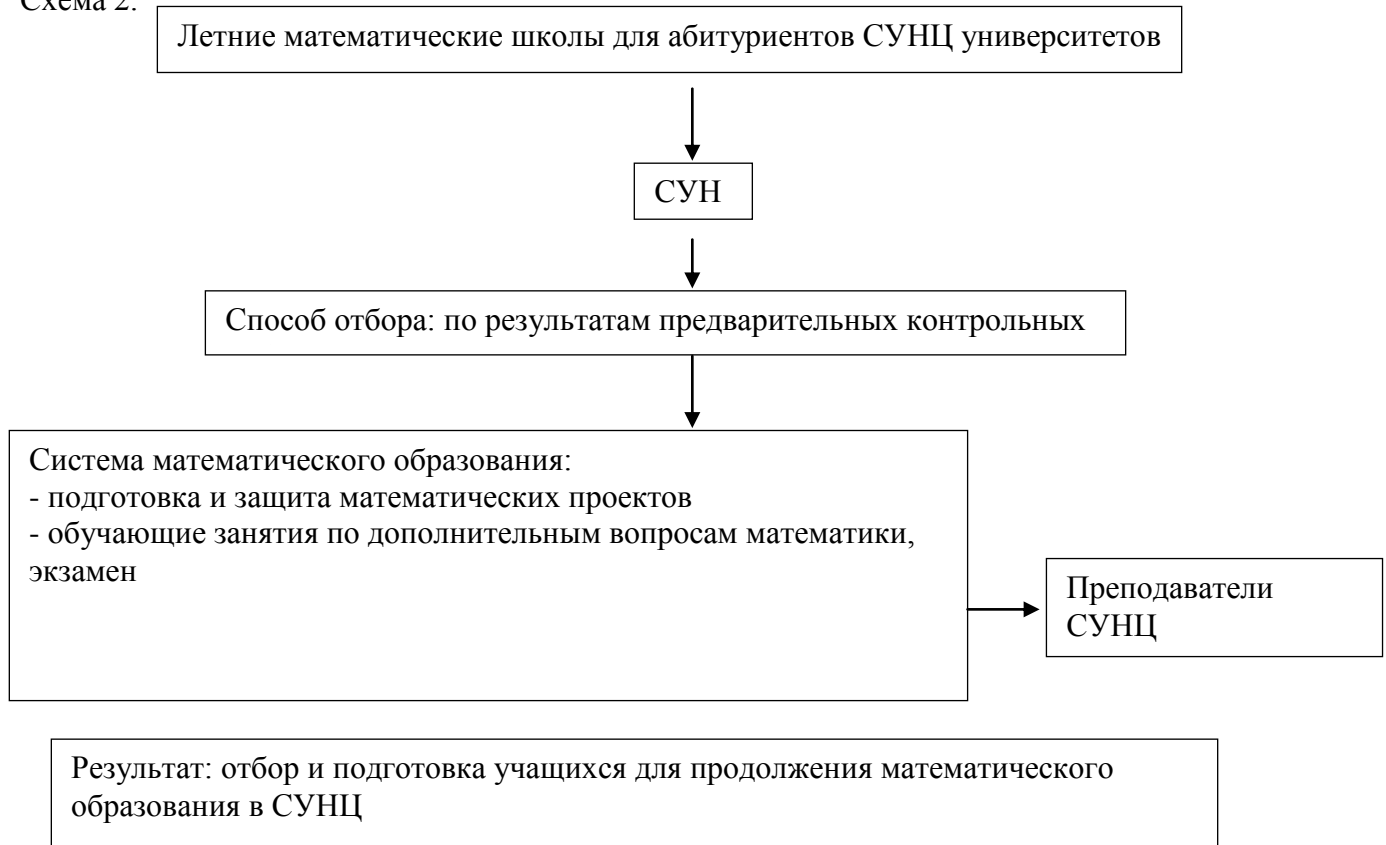


Схема 3.



Результат: развитие у учащихся интереса к математике и ее изучению.

Более детально об особенностях проведения занятий по математике в летних образовательных лагерях можно узнать из описания опыта работы наиболее известных преподавателей, таких как – академика Академии наук СССР А.Н. Колмогорова, профессора МГУ имени М. В. Ломоносова П.С. Александрова, кандидата педагогических наук, учителя математики физико-математического лицея №366 г. Санкт-Петербурга, руководителя летнего образовательного лагеря «Математические каникулы» Е.В. Смыкалову, профессора кафедры математики СУНЦ МГУ, доктора физико-математических наук Е.В. Щепина и многих других.

Так, например, преподаватель СУНЦ МГУ Вавилов В.В. в своей работе «Колмогоровские летние школы» [3] отмечал, что содержание курсов в летней школе Колмогорова всегда отбиралось таким образом, чтобы разница в уровне подготовки учащихся как можно меньше сказывалась на результатах их работы в летней физико-математической школе (ЛФМШ). Отбор учебных материалов проводился таким образом, чтобы обучение было интересным и доступным для всех, а его изучение создавало атмосферу поиска, увлеченности и развития интереса к проведению, пусть небольших, работ исследовательского характера. Обучение завершалось проведением по каждому предмету контрольных работ и зачётов. Преподаватели старались не затрагивать те разделы школьной программы, которые учащимся в дальнейшем еще предстоит изучить, а если уж такие темы и включались, то они рассматривались с других позиций.

Совместно с А.Н. Колмогоровым в летних образовательных лагерях работал известный математик П.С. Александров. В соавторстве они написали ряд статей и учебных курсов для детей ЛФМШ («Введение в теорию функций действительного переменного» и «Элементарная алгебра», «Основные понятия теории групп» и др.)

В настоящее время организатором летнего образовательного лагеря при СУНЦ МГУ является Е.В. Щепин. В 2007 году Евгений Витальевич в соавторстве с А.А. Русаковым и Ю.П. Николаевым выпустили сборник «Методические особенности преподавания математики в летних школах», учебно-методическое пособие для подготовки учителей информатики и математики по материалам работы летней школы СУНЦ МГУ. Авторы пособия отмечают, что «летняя школа - особый образовательный инструмент в системе воспитания, развития и образования колмогоровской школы» [2]. «Материал для летней школы выбирается с учётом основных целей и достаточной кратковременности ее прохождения. Основным методическим инструментом работы на семинарских занятиях является мониторинг – непрерывные контролируемые действия в системе «учитель-ученик», позволяющее наблюдать продвижение ученика от незнания к знанию. На каждом занятии каждый учащийся должен быть оценен. Это позволяет сделать технологический подход, основанный на особом подборе обучающей цепочки задач» [2].

К современным организаторам летних образовательных лагерей для учащихся интересующихся математикой можно отнести Е.В. Смыкалову. Организованный её силами лагерь «Математические каникулы» приобрел популярность уже как в России, так и за рубежом. Благодаря инициативе Елены Владимировны уже 10 лет в зимние, весенние, летние, осенние каникулы ребята из разных школ России вместе с учителями отправляются в путешествие по Европе. Дети знакомятся с европейской культурой, отдыхают и изучают математику в увлекательной форме (математические игры, математические карусели, соревнования и др.). Количество детей и учителей, участвующих в проекте «Математические каникулы», неуклонно растёт.

Интересным для развития данной формы работы является и зарубежный опыт. Наиболее оригинальными является система математического образования в летнем образовательном лагере, предложенная доктором физико-математических наук, профессором Г.В. Томским. Он является организатором международной летней школы творчества «ФИДЖИП – ЕВРОТАЛАНТ». В рамках школы учащиеся получают возможность участвовать в разработанной им игре ЖИПТО. ЖИПТО - это международная интеллектуальная игра по «геометрии преследования». Игра имеет версии для всех возрастов и на любой вкус

(существует более 2 400 версий), выступает эффективным стимулятором научного, профессионального, художественного, литературного и математического творчества. Такой игровой стимулятор является ценной находкой для интеллектуального и творческого развития одаренных детей от детского сада до университета в рамках здоровьесберегающего образовательного пространства.

Представленные нами результаты анализа опыта организации математического образования в летнем математическом лагере может рассматриваться как основа для теоретического осмысления при разработке методики дополнительного математического образования в летнем лагере с учетом специфики уровня математической подготовки учащихся и образовательной потребности.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Математика в образовании и воспитании. М.: Фазис, 2000.
2. Методические особенности преподавания математики в летних школах. М.: МГГУ имени М.А. Шолохова, 2007.
3. Колмогоровские летние школы. <http://www.mathschool.ru/item/533.html>

---

## О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ «КОНСТРУИРОВАНИЯ ОБЪЕКТА ИЗ ЗАДАННЫХ ЧАСТЕЙ С ЗАДАННЫМИ СВОЙСТВАМИ»

Удовенко Л.Н.

*Тольяттинский филиал Самарского государственного университета*

The article discusses the problems of mathematical education in Russia. The problem of substantial character is main problem. It can be solved by different means and methods. One of them is the «logical designing» - specially organized activities for of school children classify objects, constructing objects with specified properties from certain parts, design of logic circuits, programs of activities, etc. The article gives examples of tasks of constructing objects with specified properties from the specified parts in teaching mathematics in school.

Современные тенденции общественного и экономического развития ставят перед традиционным отечественным образованием в ряд приоритетов формирование у обучаемых умений и готовности работать в коллективе; ориентироваться на рынке труда; связывать свою карьеру с продолжением образования; менять профиль деятельности в зависимости от изменений в стратегии развития предприятия; самостоятельно работать с информацией; принимать решения и т.д. [3, 4]. Особая роль в решении этих вопросов отводится математическому образованию, что подтверждается и вновь принятой Концепцией математического образования, в которой подчеркивается, что: «Изучение математики играет системообразующую роль в образовании, развивая познавательные способности человека, в том числе к логическому мышлению, влияя на преподавание других дисциплин» [3, С. 1].

Представленные в Концепции проблемы развития математического образования взаимосвязаны. Проведенный нами анализ этих проблем указывает на то, что проблемы содержательного характера в некотором роде продуцируют проблемы мотивационного характера, и в более значительной мере, кадровые проблемы. Объем математических знаний, который должен быть освоен современным выпускником школы, за последние 25 лет значительно увеличился. Курс школьной математики был дополнен изучением комбинаторики, основ теории вероятностей и элементов математической статистики. Задачи всех этих разделов представлены в ЕГЭ по математике, результат которого определяет [чаще



ограничивает] в дальнейшем образовательные и профессиональные возможности выпускника. Стремление школьника получить наибольшее число баллов по этому экзамену часто ведет к механическому заучиванию учебного математического материала, к формальной фиксации отдельных фактов без попыток выявления случайных и/или закономерных связей и пр., и бывает, что в этом стремлении учитель и ученик совпадают. Обоюдостороннее желание «получить результат любой ценой» ведет к формальному освоению математики. Исчезает внимание к личности обучаемого, к его способностям, склонностям, талантам. Теряется развивающий смысл математики. Мотивационный компонент математического образования оказывается состоящим только из нацеленности на получение результата по ЕГЭ. Содержание курса «Математика» и ЕГЭ по математике не определяют в должной мере формирования интереса, эмоционально-позитивного отношения к изучению математики. Кроме этого объективно изменились общие (мотивационно-ценностные, общепедагогические, психологические, методические, технологические) подходы к обучению традиционным вопросам математики, алгебры, основ математического анализа и геометрии, что связано с новым видением общественной роли образования в современном обществе. Эти изменения нашли отражение в федеральных образовательных стандартах начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования. Воздействие проблем содержательного характера на кадровые проблемы современной школы сложнее, чем кажется на первый взгляд. Важно видеть кадровые проблемы в перспективе: через призму прогнозов и последствий. Поясним данный тезис: включение стохастической линии в школьный курс математики стало активно осуществляться еще в 80-е гг. XX века. За это время через школьное образование прошло более двух поколений, через вузовское – более пяти. Почему же сегодняшняя школа испытывает кадровый голод? Почему сегодня многие работающие учителя математики (особенно в глубинке) всеми силами пытаются игнорировать стохастический материал? Нам видится основной причиной неповоротливость высшей школы, которая не в состоянии подготовить молодых талантливых педагогов-математиков, и также системы повышения квалификации учительских кадров, системы дополнительного образования, работающих не на опережение, что крайне необходимо для сферы образования, а на решение проблем локального характера в режиме «скорой помощи». Есть в этом и организационные, и финансово-экономические проблемы, влияющие на эффективность работы системы профессионального образования и повышения квалификации учителей, но их выявление и анализ оставим за рамками данной статьи.

Считая проблему содержательного характера центральной для математического образования, нельзя не понимать, что помимо отбора содержания учебного математического материала крайне важно осуществить разумный выбор общих и специальных методических подходов, методов, средств и приемов в обучении математике, согласующихся с дидактическими принципами, направленными на формирование логического мышления. В этой связи новую жизнь получила идея использования активных методов в обучении. Включение обучаемых в продуктивную творческую деятельность порождает осознанную мотивацию к обучению математике, что подтверждается исследованиями разных авторов в области педагогики, психологии и теории и методики обучения математике, указывающими на ведущую роль деятельностного подхода в обучении (В.П. Беспалько, Л.С. Выготский, В.В. Давыдов, А.Н. Леонтьев, С.Л. Рубинштейн, М.А. Холодная, П.Г. Щедровицкий, Б.Д. Эльконин и др.).

Анализ сущности активных методов в обучении математике приводит нас к необходимости обучения решению математических задач через осмысление их сути. Понимание общности в подходах к решению задач одной области позволяет выйти на уровень их анализа с последующей деятельностью по решению задач из других областей знания и практики, связанной с «классификацией объектов, конструированием объектов с заданными свойствами из заданных частей, построением логических схем, программ деятельности, использованием при решении задач преобразований и инвариантов и т.д.» [1,

с. 216]. Данный подход (Н.Я. Виленкин, А.Я. Блох) получил название «логического конструирования», а сам термин «логическое конструирование» нашел применение в отношении разнообразных задач, в которых требуется описать общую схему, основные этапы построения некоторого объекта в форме последовательности конечного числа допустимых по условиям задачи действий, или, наоборот, найти сам процесс построения объекта по исходным данным. Это позволяет судить о его возможностях не только в обучении математике и другим дисциплинам, в других областях знания и практики, но и о его возможностях за образовательными рамками.

Рассматривая лишь один из аспектов логического конструирования, связанный с алгоритмической деятельностью через «конструирование объектов с заданными свойствами из заданных частей, построение логических схем, программ деятельности», можно увидеть как данный подход помогает в решении отдельных математических задач и позволяет применять освоенные алгоритмические действия к решению более широкого круга задач, в том числе и нематематических. Задачи логического конструирования могут быть связаны с некоторым алгоритмом. Это и отыскание алгоритма, и составление алгоритма, и описание процессов применения алгоритма и др. При этом математические возможности логического конструирования не ограничиваются только деятельностью по алгоритму. Важно развивать и способности к деятельности, основанной на интуиции, догадке, озарении, дабы способствовать «активизации таких типов деятельности как построение планов, предвидение результатов намеченных операций, осуществление направленного преобразования объектов, причём не только данных предметно, но и заданных описаниями, чертежами» (там же, с. 216).

Применение логического конструирования при обучении математике может представлять методический интерес для учителя и нести образовательную ценность для обучаемого, если изучение каждого раздела курса осуществляется через понимание этого раздела как некоторой системы знаний и умений. Важнейшими понятиями логического конструирования в этом смысле являются: **понятия** «часть» и «целое» и **отношение** «часть - целое». Для математика важно, что отношения «множество – подмножество», «множество – элемент» не инвариантны отношению «часть – целое», хотя и имеют некоторые общие черты. Основное их различие заключается в том, что «целое» представляется в виде системы [что не есть классификация], допускающей расчленение на части - взаимодействующие или соотнесенные, тогда как элементы множества вовсе не обязаны быть связанными какими бы то ни было соотношениями. Части «целого», кроме того, могут обладать определённой структурой. Так, отношение «часть – целое» предполагает рассмотрение ряда задач, возникающих при детальном его рассмотрении. Эти задачи называют задачами **расчленения на части** и могут быть рассмотрены такие их типы: а) выделение и узнавание частей; б) подсчёт числа частей, обладающих определённым признаком.

Центральное место в логическом конструировании занимают задачи **классификации**. Отношение классификации тесно связано с отношением «часть – целое», однако имеет свою специфику. Задачи, упражнения на классификацию можно условно разбить в зависимости от характера действий с предметами: а) нахождение одного или нескольких предметов из заданной совокупности, обладающих заданным свойством (отбор по признаку); б) указание множества предметов, каждый из которых имеет заданные свойства (наполнение класса); в) отыскание свойств, позволяющих разбить множество на классы; г) разбиение множества на классы по иерархическому принципу; д) булева классификация данного множества; е) установление соответствий по признакам «элемент – свойство»; ж) упорядочивание в группах (ранжирование); з) поиск элементов по системам признаков, установление семейства признаков, идентифицирующих данное множество [там же, с. 217], и) конструирование объекта с заданными свойствами; к) отыскание объекта данной совокупности, не обладающего заданными свойствами.

Задачи на **конструирование объекта из заданных частей с заданными свойствами** по отношению к задачам **классификации** могут рассматриваться как обратные к ней. Если

основная задача классификации состоит в естественном представлении объекта в виде описания соотнесения его частей, то конструирование объекта означает нахождение способов его построения по заданному набору частей или по общему описанию. С этой операцией в значительной степени связано изучение большого числа понятий, изучаемых в школе. На основе её использования решаются многие задачи, такие, например, как задачи на построение. Конструирование объекта из заданных частей используется в построении определений, при доказательствах различных типов теорем, в частности, теорем существования. Согласно А.Я. Блоху, использующему подход Дж. Гилфорда [1, 2], эту операцию целесообразно рассматривать: а) по характеру операций; б) с точки зрения полноты набора частей конструируемого объекта.

Так получаем таблицу 1, содержащую девять типов заданий. Учитывая характер предъявления заданий, имеем два принципиально различных случая: 1) учащимся предъявляется образец целого, которое требуется сконструировать в виде рисунка, образа; 2) такой образец не предъявляется. При обучении второй случай возможен на достаточно продвинутых ступенях обучения [4, С. 98].

Таблица 1

	<b>геометрическое конструирование</b>	<b>символьное конструирование</b>	<b>понятийное конструирование</b>
<b>частей столько, сколько нужно</b>	А	Г	Ж
<b>частей больше, чем нужно</b>	Б	Д	З
<b>частей меньше, чем нужно</b>	В	Е	И

Анализ учебного математического материала позволяет говорить и о конструировании объекта из заданных частей с заданными свойствами на текстовых задачах. Так в данной таблице появляется сюжетное конструирование и соответствующие ему три типа задач.

Таблица 2

	<b>геометрическое конструирование</b>	<b>символьное конструирование</b>	<b>понятийное конструирование</b>	<b>сюжетное конструирование</b>
<b>частей столько, сколько нужно</b>	А	Г	Ж	К
<b>частей больше, чем нужно</b>	Б	Д	З	Л
<b>частей меньше, чем нужно</b>	В	Е	И	М

Очевидно, что операция конструирования объекта из заданных частей с заданными свойствами даёт серьёзную пищу для размышления при методической подготовке к урокам математики. Констатация простоты или сложности задач на геометрическое, символьное или понятийное конструирование часто оказывается невозможной. Работа с такими задачами при обучении математике имеет многоаспектный характер, т.к. здесь задача оказывается средством формирования не только математических знаний и умений, но и средством отыскания рациональных путей достижения цели, решения задачи. Подобные задачи также демонстрируют свой диагностирующий и прогностический характер, их решение с точки зрения процедуры осуществления оказывается показателем эффективности интеллектуальной деятельности школьников при решении математических задач; они ещё и средство коммуникации.

Анализируя задачи конструирования объекта из заданных частей с заданными свойствами, мы делаем вывод о том, что задачи на символьное и понятийное конструирование носят более абстрактный характер по сравнению с задачами на сюжетное и геометрическое конструирование, поэтому не все учащиеся готовы их решать. Однако такие

задачи все же присутствуют в курсе математики начальной школы и 5-6 классов и имеют серьезное пропедевтическое значение, например, задачи на символическое конструирование:

1. Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3 так, чтобы каждая из них была использована только один раз?
2. Дано двойное неравенство:  $35 < x < 38$ . Какие из предлагаемых значений  $x = 5; 80; 4; 36; 18; 38$  можно подставить в данное неравенство так, что мы получим истинное утверждение.
3. Имеется неравенство:  $15 < x < 16$ . Подставь натуральное  $x$  такое, чтобы неравенство превратилось в истинное утверждение (верное неравенство).

Или примеры задач на понятийное конструирование.

4. Из цифр 1, 2, 3, знаков «+», «-» составь какое-нибудь высказывание, причём каждую цифру можно использовать только один раз. А теперь составь истинное высказывание.
5. Маленькая Таня понимает, что означают слова: «взрослый», «высокий», «большой», «маленький», «умный», «человек». Как объяснить ей с помощью этих слов, что такое «великан», «карлик», «мудрец»?
6. С помощью чисел 5 и 17 покажите выполнение сочетательного закона сложения, переместительного закона сложения. С помощью этих же чисел покажите выполнение сочетательного и переместительного законов умножения.

Задачи на сюжетное и геометрическое конструирование чаще ориентированы на практические приложения, что заставляет их решения выстраивать как алгоритмы.

Например, типичная задача сюжетного конструирования вероятностного содержания:

7. Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,9, вероятность поражения той же цели вторым стрелком – 0,8. Найдите вероятность поражения цели, если оба стрелка выстрелят одновременно.

Исследование различных ситуаций, при которых цель будет поражена или нет, дает три удовлетворяющие требованию задачи события и одно неудовлетворяющее. Опишем их, введя обозначения (См. табл. 3) и представив решение в виде схемы.

Таблица 3

$p_1$ – вероятность попадания первого стрелка		$p_2$ – вероятность попадания второго стрелка	
$\bar{p}_1 = 1 - p_1$ – вероятность промаха первого стрелка		$\bar{p}_2 = 1 - p_2$ – вероятность промаха второго стрелка	
<b>Всевозможные события</b>			
<b>I:</b> первый попал и второй попал	<b>II:</b> первый попал и второй промахнулся	<b>III:</b> первый промахнулся и второй попал	<b>IV:</b> первый промахнулся и второй промахнулся
$P(I)$ – вероятность наступления события <b>I</b>	$P(II)$ – вероятность наступления события <b>II</b>	$P(III)$ – вероятность наступления события <b>III</b>	$P(IV)$ – вероятность наступления события <b>IV</b>
$P$ – вероятность попадания			$\bar{P}$ – вероятность промаха

Схема

<b>1 шаг</b>			
<b>I</b> первый попал и второй попал	<b>II</b> первый попал и второй промахнулся	<b>III</b> первый промахнулся и второй попал	<b>IV</b> первый промахнулся и второй промахнулся
По теореме умножения вероятностей находим $P(I), P(II), P(III), P(IV)$			
$P(I) = p_1 \cdot p_2$	$P(II) = p_1 \cdot \bar{p}_2$	$P(III) = \bar{p}_1 \cdot p_2$	$P(IV) = \bar{p}_1 \cdot \bar{p}_2$
<b>2 шаг</b>			
цель поражена событие <b>I</b> или событие <b>II</b> или событие <b>III</b>			цель не поражена событие <b>IV</b>
По теореме сложения вероятностей находим $P$			$\bar{P} = P(IV)$
$P = P(I) + P(II) + P(III)$			
<b>3 шаг</b>			

появляются два пути решения задачи	
<i>либо</i>	<i>либо</i>
$P=P(I)+P(II)+P(III)$	$P = 1 - \bar{P}$ , т.к. <i>I, II, III, IV</i> составляют <i>полную группу событий</i>

Поиск решения целесообразно осуществлять через рассмотрение всех возможных составных «частей» «целого» - задачной ситуации, что подводит к выбору решения задачи, что указывает на принадлежность задачи к типу Л. Практически все задачи вероятностного смысла можно рассматривать через совокупность всех возможных ситуаций. На наш взгляд это составляет алгоритмическую основу решения задач конструирования заданного объекта из заданных частей. То же можно сказать и о задачах геометрического конструирования, особенно отчетливо это проявляется, если решение задачи состоит из двух и более случаев.

Внимание учителя к таким задачам, его требование досконально прорабатывать условие и требование каждой данной задачи заставляет ученика внимательно относиться ко всякой задаче, отыскивая путь ее решения, выстраивая целесообразную цепочку шагов, действий, создавая алгоритмическую основу для решения данной задачи и однотипных задач. Возможно и то, что при поиске и построении схем решения задач логического конструирования иных типов обучаемый сможет опираться на возможно полное исследование задачной ситуации с целью отыскания алгоритма решения. Важно помнить и понимать, что обнаружение и рассмотрение всевозможных ситуаций, «спрятанных» в задаче не должно производиться хаотично. Перебор всех возможных ситуаций, вариантов должен быть направленным, только тогда он будет и исчерпывающим. Мы назвали его «направленным перебором возможностей» [там же, С. 29], поскольку наиболее отчетливо этот способ поиска решения проявляется и используется в задачах комбинаторного и вероятностного характера.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Виленкин, Н. Я., Воспитание мыслительных способностей учащихся в процессе обучения математике [Текст] / Н. Я. Виленкин, А. Я. Блох, Р. К. Таварткиладзе // Современные проблемы методики преподавания математики : Сб. статей / Сост. Н. С. Антонов, В. А. Гусев. - М. : Просвещение, 1985. - С. 201-221.
2. Гилфорд, Д. Три стороны интеллекта [Текст] / Д. Гилфорд // Психология мышления : Пер. с нем. и англ.- М. : Прогресс, 1965. - С. 433-456.
3. Концепция развития математического образования в Российской Федерации / Распоряжение Правительства Российской Федерации № 2506-р от 24.12.2013 г. – 10 с. URL: <http://www.math.ru/conc/vers/2412-R2506.pdf> (дата обращения: 14.01.2014).
4. Удовенко, Л. Н. Развитие логической культуры средствами логического конструирования при обучении математике в 5-6 классах [Текст] : Дис. ...канд. пед. наук. – М., 1996.- 236 с.

# ФОРМИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ ЗА СЧЕТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВНУТРИПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ

Фирстова Н. И.

*Московский педагогический государственный университет, г.Москва, ул.Краснопрудная,14, м.т. 8-916-489-76-62, e-mail: steva54@mail.ru*

*The Formation of the Mathematics Teaching Process by means of using the connections between subjects  
by Natalia Igorevna Firstova*

Using geometry ideas and methods in teaching algebra makes it possible to demonstrate some formal algebraic results, helps in solving algebraic problems.

Выявление особенностей математики, способствующих использованию внутрипредметных связей при решении задач, и разработка соответствующей методики является одной из важнейших проблем методики преподавания математики, еще не получивших полного решения.

Целостность процесса обучения обеспечивается взаимосвязанностью и взаимообусловленностью его частей. Процесс понимания элементарной математики состоит в установлении и осознании субъектом связей между элементами знаний. Подобное видение объектов позволяет более эффективно решать математические задачи: выявлять целесообразный ракурс при анализе их условия, отыскивать новые, в том числе рациональные способы решения.

Алгебраизация геометрических задач основательно отражена в научных исследованиях, учебниках и учебных пособиях, геометрические же понятия и теоремы в алгебре школьного курса математики почти не используются. Это означает, что некоторые факты изучаемого геометрического материала имеют мизерный развивающий эффект, т.к. их значение для математического образования школьников не полностью раскрыто.

Задачи алгебры, решаемые с использованием геометрической теории, направлены на отработку содержательных сторон изучаемого материала. Поэтому необходимо включать в задачный материал такие задачи, которые позволяют открывать новые связи и отношения. Например, показ использования такого стержневого понятия высшей школы, как —вектор, в школьном курсе алгебры и начал анализа упрочит необходимость введения в школьный курс геометрии векторного и координатного метода. Ученики, понимающие взаимосвязи алгебры и геометрии, стремятся решать задачи рационально и лаконично, думать упорядоченно и смело, искать новые и неожиданные пути. Результат этого – обогащение познавательного опыта, тренировка ума, развитие творческих способностей.

Центральной идеей объединенного курса математики является, возможно, более полное слияние аналитических и геометрических методов. Что это значит на практике? Геометрические интерпретации аналитических выражений и аналитическое описание геометрических образов. Двусторонняя подача математических утверждений: геометрических и аналитических. Подход к различным разделам математики с более общих позиций.

В школьном курсе идеи и методы математики должны занять центральное место, стать стержнем, который скрепляет в единый предмет все многочисленные понятия, темы и разделы учебной программы. К сожалению, этого пока не произошло. Несмотря на то, что за последние годы научный уровень содержания обучения математике в школе значительно вырос, идеи и методы, лежащие в основе этого содержания, для учащихся остаются недостаточно выявленными, а порой просто неизвестными.

В древнем Египте математика представляла собой совокупность знаний, которая еще не делилась на арифметику, алгебру, геометрию и выступала, прежде всего, как собрание правил для численного решения простейших арифметических, алгебраических и геометрических задач.

Коренное преобразование математики по традиции приписывают Пифагору. В настоящее время невозможно отделить сделанное самим Пифагором от работ его учеников,

поэтому часто говорят просто о математике пифагорейцев.

В пифагорейской школе началось построение алгебры на основе геометрии – так называемой геометрической алгебры. Вслед за тем геометрический язык стал применяться в теории чисел: изображение чисел точками, расположенными в виде правильных фигур, было оставлено, теперь все числа представлялись отрезками, полученными повторением конечного числа раз отрезка, принятого за единицу.

Основными объектами геометрической алгебры были отрезки, прямоугольники и параллелепипеды. Сложение отрезков осуществлялось путем приставления одного к другому, вычитание – путем выкидывания из большего отрезка части, равной меньшему. Операция вычитания была возможна лишь тогда, когда вычитаемое не превосходило уменьшаемого. Произведением двух отрезков назывался построенный на них прямоугольник.

Геометрическая алгебра позволила доказать некоторые свойства алгебраических операций, установить важные тождества.

Геометрическая алгебра основывалась на античной планиметрии, представлявшей собой геометрию циркуля и линейки. Поэтому она была максимально приспособлена для исследования тождеств, обе части которых являются квадратичными формами, и для решения квадратных уравнений.

Задачи, эквивалентные квадратным уравнениям, легко формулируются геометрически.

Рене Декарт нередко называл математику всеобщей. Для него математика была общей наукой о пространственных образах, их расположении и измерении. «К области математики, - писал он, - относятся только те науки, в которых рассматривается либо порядок, либо мера и совершенно не существенно, будут ли это числа, фигуры, звезды, звуки или что-нибудь другое». Отсюда он приходил к заключению, что должна существовать некая общая наука, объясняющая все относящееся к порядку и мере, не входя в исследование никаких частных предметов.

Осуществление внутрипредметных связей курса математики является одним из направлений совершенствования методики преподавания математики. Реализация внутрипредметных связей может проходить в различных направлениях. Например, согласованное формирование одних и тех же понятий способствует более глубокому и сознательному их усвоению. Применение методов и приемов работы, сформулированных в одном учебном предмете, к решению теоретических и практических задач по другому предмету способствует развитию умственных способностей учащихся, в частности их математических способностей. На это при обучении математике важно обращать внимание учащихся и раскрывать перед ними некоторые универсальные методы и приемы. Кроме того, осуществление взаимосвязи курсов математики поможет избежать ненужного дублирования некоторых вопросов.

Связи курсов алгебры и начал анализа и геометрии довольно многообразны. При доказательстве геометрических теорем и решении задач широко используются свойства чисел. Взаимопроникновению курсов способствует последовательное применение координатного метода, который позволяет алгебраические отношения представить отношениями между геометрическими объектами и наоборот и, таким образом, переходить от алгебраической терминологии к геометрическим эквивалентам и обратно. Применение векторов, как в курсе геометрии, так и в курсе алгебры и начал анализа при решении определенных задач служит цели сближения школьных математических курсов. Введение элементов математической логики создает предпосылки для применения единого общего языка при изложении математики.

Программа школьного курса математики позволяет выявить некоторые вопросы курса алгебры и начал анализа и курса геометрии, которые служат осуществлению взаимосвязи данных учебных предметов.

## Алгебра и начала анализа

Числовые функции.

Координаты вектора.

Интеграл.

Системы линейных уравнений.

## Геометрия

Отображение фигуры на фигуру.

Преобразование пространства.

Разложение вектора по трем некопланарным векторам.

Объем пирамиды. Объем фигуры, полученной при вращении криволинейной трапеции. Объем конуса, шара.

Взаимное расположение прямых и плоскостей.

Осуществление взаимосвязи между двумя математическими дисциплинами может идти не только при формировании родственных понятий или при использовании методов и приемов одного предмета в другом, но и как иллюстрация, модель некоторой теории одной науки средствами другой. При этом естественно возникает потребность: задачи, ставящиеся, например, в алгебре и началах анализа, переводить на «геометрический язык» и полученные результаты интерпретировать на языке исходной задачи. Примером, который дает возможность раскрыть высказанное положение, служит вопрос о решении систем линейных уравнений и их геометрическая иллюстрация.

Использование идей и методов геометрии при изучении алгебры позволяет наглядно представить некоторые формальные алгебраические результаты, помогает в решении алгебраических задач.

Возможность подчеркнуть широту применимости теории начал анализа для решения различных задач, в том числе геометрических, дает изучение материала нахождение наибольшего и наименьшего значения функций. Очень естественно формировать умения решать такие задачи на геометрическом материале.

Например, при изучении вопросов, связанных со свойствами прямоугольного параллелепипеда, формулами площади его поверхности и объема, можно предложить учащимся задачи типа:

*Определите размеры открытого бассейна объемом 32 с квадратным дном, такого, что на облицовку его стен и дна пошло бы наименьшее количество материала.*

При рассмотрении свойств прямой призмы, формул площади поверхности и объема можно включать задачи типа:

*Периметр боковой грани правильной шестиугольной призмы равен 16 см. Найдите длину стороны основания призмы, имеющей наибольший объем.*

В процессе работы над свойствами цилиндра, формулами площади его поверхности и объема целесообразно рассмотреть такого типа задачи:

*Какие размеры должен иметь цилиндр, площадь полной поверхности которого равна 16, чтобы его объем был наибольшим?*

По мере того, как у учащихся накапливается «багаж» знаний по курсу геометрии, полезно включать и более сложные геометрические задачи, где наряду со знаниями курса алгебры и начал анализа для решения требуется применять свойства геометрических фигур, использовать соотношения между их элементами, выполнять некоторые дополнительные построения и т.д. Приведем пример такой задачи:

*В правильной треугольной пирамиде сумма длин апофемы и высоты равна 3 см. Найдите угол, который образует апофема с плоскостью основания пирамиды, имеющей наибольший объем.*

Для ее решения учащиеся должны знать определение угла между прямой и плоскостью, уметь изображать его на чертеже, помнить теорему Пифагора и соотношение между сторонами и углами прямоугольного треугольника и т.д. В результате применения этой теории учащиеся получают функцию объема пирамиды. Исследование этой функции на



наибольшее значение они проводят средствами математического анализа.

Еще одним общим вопросом, изучаемым в курсе геометрии и в курсе алгебры и начал анализа, является вопрос о применении интеграла к вычислению площадей и объемов фигур. Первое знакомство с использованием интеграла для вычисления площадей учащиеся получают на уроках алгебры и начал анализа, где показывается, что площадь криволинейной трапеции, ограниченной сверху графиком непрерывной и неотрицательной функции, можно вычислять как интеграл. В курсе геометрии рассматривается, как с помощью интеграла можно находить объемы пространственных фигур, то есть этим показывается, как теория математического анализа применяется для решения нового круга задач.

Далее представлена таблица некоторых тем курса алгебры, алгебры и начал анализа, где можно использовать для решения заданий геометрический материал:

<b>Тема курса алгебры и начал анализа</b>	<b>Геометрическая теория для решения задач по данной теме</b>
<b>АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ</b>	
1. Вычисление значения алгебраического выражения	1. Подобные треугольники
<b>ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ</b>	
<b>1. Вывод формул сложения</b>	
1. Косинус разности	1. Векторный метод
2. Косинус суммы	2. Решение треугольников
3. Синус разности	3. Теорема Птолемея
4. Синус суммы	4. а) Решение треугольников, б) теорема Птолемея.
<b>2. Преобразование тригонометрических функций.</b>	
1. Доказательство тождеств	1. Решение треугольников
<b>3. Аркфункции</b>	
1. Вычисление значения выражения	1. Решение треугольников
2. Доказательство тождеств	2. Решение треугольников
<b>4. Иррациональные тригонометрические уравнения</b>	
1. Нахождение области значений и решение соответствующего тригонометрического уравнения	1. Векторный метод
2. Решение уравнений	2. Теорема косинусов
<b>АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ. НЕРАВЕНСТВА. СИСТЕМЫ</b>	
1. Решение нелинейных систем уравнений	1. а) Векторный метод б) Решение треугольников
2. Доказательство неравенств	2. Векторный метод
3. Доказательство иррациональных неравенств	3. а) Теорема косинусов б) Неравенство треугольника
4. Решение иррациональных уравнений	4. а) Теорема косинусов б) Неравенство треугольника
<b>ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ</b>	
1. Решение сюжетных задач на движение	1. Подобные треугольники

# МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРОВЕДЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ ПРАКТИКУМОВ И КУРСОВ ПО ВЫБОРУ ЛИНИИ МЕТАПРЕДМЕТНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «ТАБЛИЦА МЕНДЕЛЕЕВА В ПРИРОДЕ»

Шапошникова И.А.<sup>1)</sup>, Евдокимов А.А.<sup>1)</sup>, Мекеко Н.М.<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> МГТУ МИРЭА, [venerasibir@gmail.com](mailto:venerasibir@gmail.com), 7(495)434-8029, <sup>2)</sup> РУДН

In order to form the integrity of the world and systematize the pupils knowledge, it is possible to include the system of transdisciplinary integrated courses «**Periodic Table in the Nature**» in the 7th to 11th school grade educational program.

Courses for 6 -7 grades: «**Periodic Table in Living Organisms**» and «**Periodic Table in the Inanimate Nature**» embrace the content of the various sections of biology, chemistry, geography, geology, ecology on the role of chemical elements in living organisms and in inanimate nature. Courses are aimed not only to develop the cognitive interest, but also to develop the universal education activities.

Laboratory workshops: «**Nonmetals in nature**» (8-9 grades), «**Metals in inanimate nature**» (8-9 grades), «**Metals in living organisms**» (10-11 grades). During these workshops pupils learn to conduct a mini-research, to make an experiment at home and to carry out the educational projects on the Natural Sciences. Having studied the transdisciplinary (integrated) courses, students will gain a holistic understanding of the role of chemical elements in the nature and will acquire the practical work skills of the implementation of the environmental monitoring on the existence of certain cations and anions in air, water and soil. These workshops will help to orientate the students in professions of geologist, ecologist, chemist, pharmacist, specialist on valeology and hygiene

Как известно, педагогикой обосновывается применение в обучении ряда общедидактических (самостоятельность, совместная деятельность, опора на опыт обучающегося, индивидуализация обучения, системность обучения, контекстность обучения, осознанность обучения) и методических принципов (актуализация результатов обучения, элективность обучения, развитие образовательных потребностей), которые являются определяющими в системе образования.

Успешность в обучении будет зависеть от правильно выбранной стратегии, именуемой подходом. Будучи компонентом системы обучения, подход выступает в качестве общей лингводидактической основы обучения и дает представление об избранной стратегии обучения, которая служит основанием для выбора методов и приемов преподавания.

В современных условиях лишь формирование знаний уже не является главной целью образования. Сегодня ценится способность применять знания и умения для решения конкретных ситуаций и проблем, возникающих в реальной деятельности. В этих условиях актуальность компетентностного обучения очевидна.

Его сущность заключается в развитии у обучаемых способности самостоятельно решать познавательные, коммуникативные, организационные, нравственные и иные проблемы на основе использования полученных знаний.

Другими словами с позиций компетентностного подхода уровень знаний определяется способностью решать проблемы различной сложности на основе имеющихся знаний. Компетентностный подход не отрицает значения знаний, но он акцентирует внимание на умениях использовать полученные знания.

При традиционном подходе педагогические цели на практике фокусируются на непосредственных результатах обучения. Эти результаты могут и не иметь особой ценности для обучаемых, поэтому их цели концентрируются на достижении некоторых формальных показателей (отметка, способность сдать экзамен и т.д.). Компетентностный подход дает возможность согласовывать ожидания преподавателей и обучаемых. То есть, компетентностный подход соответствует объективным потребностям обучающихся.

Вместе с тем он соответствует и направлениям творческих поисков преподавателей. Эти поиски связаны с реализацией идей внедрения инновационных технологий в учебный процесс, которые отражают попытки решить проблему мотивации учебной деятельности, создать модель «учения с увлечением».

Кроме того, компетентностный подход предусматривает перевод процесса обучения на самообучение, предполагая проблематизацию содержания самостоятельной работы, познавательную самостоятельность и самооценку.

Однако для этого потребуется реорганизация учебного процесса, и прежде всего, применение метапредметного подхода, который вбирает в себя лучшие дидактико-методические образцы развития предметной формы знания, но он при этом открывает новые перспективы развития для такой образовательной формы, как учебный предмет и учебное занятие.

В школьном курсе имеются достаточно обширные, но весьма разрозненные сведения о значении ряда химических элементов для жизнедеятельности бактерий, грибов, растений, животных и человека, они рассматриваются фрагментарно, обрывочно в образовательных курсах «Биология», «Химия», «Экология», «Естествознание», «Природоведение», «География», «ОБЖ». Но единого целостного взгляда на роль химических элементов *в живом организме и в неживой природе* нет.

Для формирования целостности мира, систематизации фактических знаний учащихся, возможно включение в образовательную программу с 7 по 11 класс системы метапредметных курсов.

Пропедевтические курсы для 6-7 классов: **«Таблица Менделеева в живых организмах»** и **«Таблица Менделеева в неживой природе»**, в которых охватываются знания различных разделов биологии, химии, географии, геологии, экологии о роли химических элементов в живых организмах, в неживой природе и направлены не только на развитие познавательного интереса, но и на развитие универсальных учебных действий.

Лабораторные метапредметные практикумы: **«Неметаллы в природе»** (8-9 классы), **«Металлы в неживой природе»** (8-9 классы), **«Металлы в живых организмах»** (10-11 классы) при изучении которых учащиеся не только знакомятся с физическими и химическими свойствами химических элементов, их применением в различных областях деятельности человека, круговороте элементов в природе, но учатся выполнять мини-исследования, проводить домашний эксперимент и выполнять учебные проекты по естественным наукам. Освоение практикумов поможет в ориентации учащихся по профессиям геолог, эколог, химик, фармацевт, специалист по валеологии и гигиене. Изучив метапредметные курсы, учащиеся будут иметь не только целостное представление о роли химических элементов в природе, но также приобретут навыки практической работы по проведению экологического мониторинга воздуха, воды и почвы на наличие определенных катионов и анионов.

*Формы работы на занятиях:* анкетирование, лекция, исследование, семинарское занятие, круглый стол, дискуссия, практическая работа, проект, конференция, деловая игра, работа в микрогруппах, ИКТ.

*Формы обратной связи:* отчетное задание по практической работе, домашнему эксперименту, анализ результатов исследования, публичное выступления, реферат, таблица, викторина, фотовыставка, коллаж, коллекция, эссе, проектная работа, компьютерная презентация, памятка «Как оказать первую помощь при отравлении».

*Формы контроля:* домашний эксперимент, реферат, проектно-исследовательские работы, итоговое тестирование, игра, итоговая конференция и др.

*Новизна курсов* состоит:

- **впервые в школьной практике рассматриваются отдельно химические элементы по их биологической роли в живых организмах:** элементы-органогены; макроэлементы; жизненно необходимые микроэлементы; условно жизненно необходимые, токсические элементы.

- **впервые в школьной практике рассматриваются отдельно химические элементы по географической классификации:** литофильные, халькофильные, сидерофильные, атмофильные, биофильные элементы.

*Проведение занятий в виде семинаров.* Семинар является специфической формой организации учебной деятельности, предполагающей творческое изучение программного материала, основанной на индивидуальной и групповой форме деятельности учащихся. Семинары могут проводиться в виде диспутов, дискуссий, круглых столов, дидактических игр и др. В результате каждого занятия возможно *создание нескольких образовательных продуктов* разнопрофильной направленности по выбору учащихся.

В универсальном учебном пособии по биологии, химии и экологии **«Таблица Менделеева в живых организмах»** для каждого химического элемента составлены статьи. Материал каждой из 40 статей изложен в следующем порядке: русское и латинское названия хим. элемента, роль элемента в жизни растений, грибов, микроорганизмов, роль элемента в жизни животных и для человека, основные источники поступления химического элемента в организм, наиболее известные и используемые человеком соединения и их химические формулы, интересные факты под заголовком «А знаете ли вы?». Есть раздел «Некоторые факты о значении некоторых других химических элементов в живых организмах», он содержит информацию о применении еще 8 элементов для живого организма.

В универсальном учебном пособии по химии, географии и экологии **«Таблица Менделеева в неживой природе»** для каждого химического элемента составлены статьи о 49 металлах и 16 неметаллах. Материал каждой из статей изложен в следующем порядке: русское и латинское названия химического элемента, отношение элемента по геохимической классификации, происхождение названия элемента, физические и химические свойства химического элемента (уравнения химических реакций металла или неметалла с простыми и сложными веществами и условия протекания реакций), нахождение в природе: в литосфере (химические формулы, иллюстрирующие состав минерала или полезного ископаемого данного элемента), в атмосфере и гидросфере, применение металла или неметалла и его соединений, способы промышленного получения металла или неметалла, экология элемента, интересные факты под заголовком «Это интересно!». В некоторых статьях есть справочная информация их истории, географии, литературы и других наук, поясняющая содержание статьи. Статьи о химических элементах объединяются согласно их положению в таблице Д.И. Менделеева.

**Практикум** – это особая форма организации работы, при которой учащиеся сами выполняют поставленные учебные задачи в аудитории, лаборатории, окружающей среде, оценивают свою работу и обсуждают результаты.

Метапредметный лабораторный практикум **«Металлы в неживой природе»** по химии, географии, физике и экологии для 8-9 классов предназначен для учащихся, ориентированных на поступление в классы естественно-научного профиля старшей школы и средние специальные учебные заведения, а также для профильного обучения старшеклассников, избравших естественнонаучный профиль. Практикум может стать базой для развития исследовательской компетентности учащихся за счет выполнения исследовательских проектов. Курс рассчитан на использование в средних общеобразовательных учреждениях как в рамках изучения предметов по выбору, так и во внеклассной и внешкольной работе. В практикуме 12 практических работ, каждая из которых начинается рубрикой «Задание для работы с текстом», содержащих задания различной сложности с использованием приемов чтения (ознакомительное, поисковое, изучающие, аналитическое и пр.) В рубрике "Нахождение в природе" рассматриваются географические аспекты изучения металлов. Это прежде всего пространственное размещение их на планете в целом, в отдельных регионах и странах. Учащиеся при знакомстве с содержанием этого раздела пособия приобретут или повторят уже имеющиеся начальные знания в области таких наук как минералогия, тектоника, геохимия ландшафта, географическое ресурсоведение, география природных ресурсов. Это знания о горных породах и минералах, содержащих

металлы, о способах и времени образования их в земной коре, о размещении крупнейших месторождений руд металлов по регионам и странам, о величине запасов рудного сырья и об объемах его добычи и производстве металлов. Содержание раздела сопровождается картами, диаграммами и таблицами. Завершается каждая практическая работа следующими рубриками:

- Ответьте на вопросы
- Выполните микроисследования
- Выполните домашний эксперимент
- Выполните задания
- Решите задачи

Практикум завершает блок из шести исследовательских работ по проведению экологического мониторинга воздуха, воды и почвы на наличие определенных катионов и анионов:  $\text{Ca}^{2+}$ ,  $\text{Mg}^{2+}$ ,  $\text{NH}_4^+$ ,  $\text{Cu}^{2+}$ ,  $\text{Fe}^{3+}$ ,  $\text{Ca}^{2+}$ ,  $\text{Cl}^-$ ,  $\text{SO}_4^{2-}$ ,  $\text{CO}_3^{2-}$  и др. Каждое задание построено в определенном алгоритме: «Справочные материалы для работы. Оборудование, приборы и материалы. Цель и задачи работы. Порядок выполнения работы. Результаты исследовательской работы. Информация для запоминания.»

Метапредметный лабораторный практикум *«Неметаллы в природе»* по химии, географии, биологии и экологии для 8-9 классов. В практикуме 13 практических работ о 16 неметаллах и 5 исследовательских работ. Практикум – это не просто книга для чтения, а своеобразный навигатор в мире информации. Много важного и интересного материала, дополняющего и расширяющего практикум, учащиеся смогут найти в сети Интернет, в частности в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов. В практикуме после каждого занятия имеется задание для выполнения работы в ресурсах интернета.

Метапредметный лабораторный практикум *«Металлы в живых организмах»* по химии, биологии и экологии для 10-11 классов предназначен для учащихся, ориентированных на поступление в высшие учебные заведения естественно-научного профиля. В практикуме 18 практических работ о 34 металлах и 18 исследовательских работ по проведению химического анализа продуктов питания и лекарственных препаратов, содержащие расчетные задачи фармацевтического и экологического содержания.

УМК линии «Таблица Менделеева в природе» включает:

1. Болгова И.В., Шапошникова И.А., Фандо Р.А. Таблица Менделеева в живых организмах//М.: «Биология» ИД «Первое сентября», 2008. – №№3-14.

2. Шапошникова И.А., Болгова И.В. Таблица Менделеева в живых организмах. Универсальное учебное пособие по биологии, химии и экологии// М.: Издательство Бином. – 2010. – 248 стр., ил.

3. Шапошникова И.А., Молчанова М.М., Болгова И.В., Жаринова Т.А. Неметаллы в природе. Метапредметный лабораторный практикум по химии, географии, физике, биологии и экологии// М.: Издательство Перспектива. – 2012. – 163 стр., ил.

4. Шапошникова И.А., Молчанова М.М., Жаринова Т.А. Металлы в неживой природе. Метапредметный лабораторный практикум по химии, географии, физике и экологии// М.: Издательство Перспектива. – 2012. – 256 стр.

5. Шапошникова И.А. Металлы в живых организмах. Метапредметный лабораторный практикум по химии, биологии и экологии// М.: Издательство Бином. – 2013.

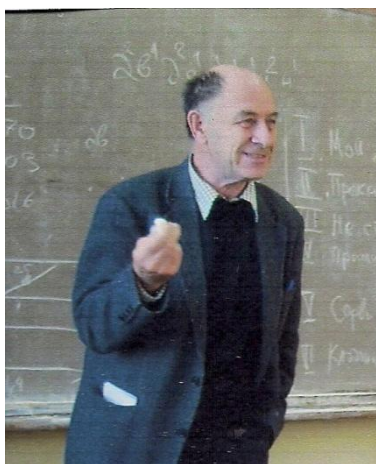
6. Шапошникова И.А., Молчанова М.М. Таблица Менделеева в неживой природе. Универсальное учебное пособие по химии, географии и экологии// М.: Издательство Бином. – 2013.

7. Шапошникова И.А. Методические рекомендации для метапредметных лабораторных практикумов линии «Таблица Менделеева в природе» // М.: Издательство Перспектива. – 2013.

8. Шапошникова И.А., Жаринова Т.А., Кузнецова И.А. Естественно-научные проекты. Учебно-методическое пособие по экологии, биологии, химии, географии и физике // М.: Издательство Перспектива. – 2013.

## ВСЯ ЕГО ЖИЗНЬ - ВОСХОЖДЕНИЕ

Белова А. Д.

8.495. 791 83 84 (домашний), 8.910.425 44 91 E-mail: [abelova37@yandex.ru](mailto:abelova37@yandex.ru)

This article is dedicated to a prominent scientist of the broadest range, to one of the great mathematicians of the XX (the beginning of the XXI) century an academician of RAN and leading foreign academies Vladimir Igorevich Arnold, whose salutary effect on mathematical science and education in Russia and in the world is huge, whose mathematical creativity has affected the whole image of contemporary mathematics. There is no task fully disclose professional qualities of V.I. Arnold's creativity in this article. It introduces the person with an unusual talent, creativity and his serving people. We refer to memoirs of his classmates, friends and pupils. They are collected by order of the chancellor of Moscow State University academician B.A. Sadovnichyi, were written by V.D. Arnold's classmate A.D. Belova, who earlier created series of books "We are mathematicians from Leninskiye Gory" of graduates the Mechanico-Mathematical faculty of Moscow State University in 1959. The book "V.I. Arnold", published in 2011, is the fifth in this multivolume series.

2 июня 1987 года отмечали 50-летие со дня рождения Владимира Игоревича Арнольда. Его учитель, академик, Великий Колмогоров Андрей Николаевич, уже не в состоянии писать из-за болезни, продиктовал для записи об Арнольде:

*« Если бы мне было позволено, то я перед всеми столпами нашего факультета высказал бы своё убеждение в том, что происходит чествование первого советского математика – не только по силе полученных результатов, но и по темпераменту личности, по способности воспринимать новое и смелости в преодолении препятствий.*

*В Арнольде меня всегда поражала неограниченная активность: если птицы, то знать всех птиц; если купание в холодной воде, то без ограничения времени; если на лыжах, то ... километров 50-70 – ... обычные прогулки, самые заурядные дистанции и преодолеваются они в одних плавках ... Это такой всегдашний избыток сил...*

*Обо всём, что угодно, его можно расспросить, и обнаружатся очень широкие знания».*

13.06.1987 г.

Пройдут десятилетия, столетия ..., и то, что открыл Арнольд в науке, его задачи, теоремы будут изучать, решать, доказывать... Но никто, кроме нас, учившихся вместе с Арнольдом на Мехмате МГУ, ходивших с ним в походы, ездивших вместе убирать целинный урожай, кроме его друзей, учеников – всех нас, живущих сейчас, уже не сможет рассказать о нём, каким он был в жизни. Мы попытались это сделать в пятой книге серии «Мы - математики и с Ленинских гор» – «В.И. АРНОЛЬД». А то, что он Владимир Игоревич, мы узнали только тогда, когда ему вручали красный диплом, назвав по имени и отчеству. Все его друзья, коллеги всегда называли его просто Димой.

Сейчас, когда с нами рядом нет Димы, выдающегося математика широчайших знаний, прекрасного педагога, ощущая его значение и необходимость общения с ним, хочется, чтобы люди знали, как происходило формирование яркой личности учёного.

### Детство

Владимир Игоревич родился в Одессе в семье математика, окончившего в 1929 г. Московский университет, учившегося в аспирантуре МГУ, ставшего прекрасным педагогом, первым доктором педагогических наук в СССР, членом-корреспондентом АПН РСФСР; с 1930 по 1947 г. работал в Московском университете.

Четыре поколения родных Димы были связаны с математикой.

Среди родственников по отцу немало тех, кто служил в Черноморском флоте. Двоюродными братьями отца были пять адмиралов. Мама В.И. Арнольда (по профессии искусствовед) была племянницей выдающегося физика Л.И. Мандельштама.

В Москве Арнольды жили в одном из арбатских переулков, где Дима и начал изучать математику в три года по плакатам и рисункам отца, вывешиваемым у кровати.

Дома у Арнольдов нередко собирались учёные, высокообразованные люди, общение с которыми оказало большое влияние на мальчика; появилась любознательность, которая привела к тому, что он в свои шесть лет уже хорошо знал все улицы центра Москвы, а в семь лет, прихватив с собой младшего брата и компас, измерил шагами Садовое кольцо.

Выдающийся математик, основоположник кибернетики А. А. Ляпунов организовал у себя дома добровольное научное общество ДНО для детей, в котором дети делали для себя много открытий, например, почему Земля похожа скорее на репу, а не на лимон. Там Дима открыл для себя интерференцию волн и сделал об этом свой первый в жизни доклад, используя стакан с водой.

«Ещё бы, - кто-то может сказать, - при такой родословной и таких покровителях не стать великим учёным». Но отец Димы умер, когда мальчику было 11 лет, и он остался главным помощником мамы - в семье были ещё младший брат и годовалая сестра.

Дима учился в обыкновенной московской пятьдесят девятой школе, где замечательным учителем математики был Иван Васильевич Морозкин. Одну из задач, предложенных ему учителем, двенадцатилетний мальчик обдумывал весь день, «и решение, - писал он спустя многие годы, - снизошло на меня, как откровение. Испытанный мною тогда (1949 г.) восторг был в точности тем же, который я испытывал при решении гораздо более серьезных проблем».

### МГУ, студенческие годы и первые результаты научной деятельности

В школьные годы Дима стал принимать участие в математическом кружке МГУ и в московских математических олимпиадах. Дима обычно получал вторую премию, а первую – Саша Кириллов. Эти два самых одарённых студента – Арнольд и Кириллов, окончившие школу с золотыми медалями, по собеседованию поступив в 1954 г. на Мехмат университета, попали в одну учебную группу.

То была пора расцвета механико-математического факультета. «Плеяда великих математиков, собранных на одном факультете, представляла собой явление совершенно исключительное, и мне не приходилось встречать ничего подобного более нигде», - писал впоследствии В.И. Арнольд. При этом им были названы имена А.Н. Колмогорова, И.М. Гельфанда, И.Г. Петровского, Л.С. Понтрягина, П.С. Новикова, А.А. Маркова, А.О. Гельфонда, Л.А. Люстерника, А.Я. Хинчина и П.С. Александрова.

Арнольд стал известен всему курсу как одарённый математик с первого дня приёма на Мехмат, потому что он, стоя у окна в холле 12-го этажа, решал быстро задачи, которые ему давали ребята, не решившие их на собеседовании.

Уже на первом курсе Дима и Саша пошли в семинар аспиранта Толи Витушкина (в будущем Анатолия Георгиевича, академика РАН). У участников заранее не предполагалось никаких предварительных знаний. Давались только определения и формулировки задач. Таким образом, участники семинара заново переоткрывали основные факты вещественного анализа, включая меру Лебега, дифференцируемость почти всюду монотонных функций...

Летом, после первого курса, большинство студентов поехало в село Троицкое под Москвой помогать колхозу справиться с сельскохозяйственными работами. Дима бросал вилами сено в стог. Весело и высоко взлетали его вилы с сеном. Казалось, в Диме жила и била через край не только великая любовь к математике, но и безмерная любовь к физическому труду. Это привело, в частности, к тому, что он аккумулировал огромный запас знаний, и не только математических, ещё в бытность студентом. Он восхищался чужими математическими достижениями не меньше, чем своими. Узнавая чей-нибудь результат, его поражающий, он немедленно заявлял: «Это должны знать все!»

На втором курсе Дима руководил в МГУ одной из секций школьного математического кружка. В 1957 и 1958 годах в серии «Математическое просвещение» бала опубликована статья Д. Арнольда «Два занятия школьного кружка при МГУ». Сразу отметили, что статья второкурсника написана рукой зрелого мастера, воодушевлённого красотой математики.

После второго курса по призыву Комсомола большая группа студентов Мехмата поехала убирать целинный урожай в Южный Казахстан. Дима, Саша и ещё несколько юношей освоили управление трактором, комбайном, встали за штурвалы и намолачивали по 20 центнеров пшеницы с гектара. По ночам Дима рассказывал о созвездиях, учил находить звёзды. Он прекрасно знал звёздное небо.

На заработанные деньги Дима, Саша с друзьями путешествовали по Средней Азии. Эти путешествия были началом многих других, составивших десятки тысяч километров.

Студенты в то время очень увлекались туризмом, и в первых рядах чаще всего был Дима Арнольд, считавшийся самым опытным туристом – будь то пеший поход, байдарочный или лыжный. Ловко спускался на лыжах по горным склонам, летом собирал и ремонтировал байдарки, очень хорошо ориентировался по картам, выбирая маршрут.

### Третий курс. Начало открытий и преподавание

А.Н. Колмогоров, объявив свой семинар, сказал, что можно «помечтать» о том, чтобы найти подходы к решению поставленной Гильбертом 13-й проблемы. Он доказал, что непрерывные функции многих переменных можно свести к функциям трех переменных. А можно ли обойтись двумя переменными? Об этом подумать он предложил своим ученикам.

В апреле 1957 года на стол Колмогорова легла ученическая тетрадка, на которой было написано, что это – курсовая работа студента третьего курса В. Арнольда. В этой курсовой работе была решена тринадцатая проблема Гильберта. Эта работа Арнольда сделала его имя известным всему математическому миру. А затем началась череда открытий, само перечисление которых заняло бы несколько страниц.

Он оказался в центре внимания математического мира, воплощал собой с необычайной силой и яркостью молодую любовь к математике. Это впечатление усиливалось его внешними качествами: быстротой движений и реакций, прекрасной физической формой.

После третьего курса вновь студенты поехали помогать собирать урожай, теперь уже на Алтай. Дима был оставлен на Всемирный Фестиваль молодёжи и студентов (июль 1957 г.) в группе молодых учёных. Он легко общался с иностранцами, т.к. владел несколькими языками. Но после фестиваля ему и ещё нескольким студентам по их просьбе разрешили поехать на целину второй раз вместе с младшим курсом в сентябре и октябре

В своей дипломной работе Арнольд далеко развил один Колмогоровский метод в теории динамических систем. Дальнейшее развитие этот метод получил в работах



выдающегося математика Юргена Мозера. Теория, построенная этими тремя математиками, получила название «КАМ» - Колмогоров-Арнольд-Мозер. Она нашла многочисленные приложения к математике, механике, космологии и физике.

Дальше, конечно, аспирантура. Руководитель у Димы академик А.Н. Колмогоров.

Ректор МГУ И. Г. Петровский предложил Диме Арнольду и Саше Кириллову закончить аспирантуру досрочно и поступить в МГУ на работу в качестве ассистентов, и с осени 1961 г. они начали трудовую деятельность на Мехмате. Оба в 26 лет защитили докторские диссертации. В 1962 году на Международный математический конгресс в Стокгольме (Швеция) была послана делегация математиков из 50 человек, в которой Арнольд входил в группу самых молодых учёных, включая А. Кириллова, Д. Аносова ...

В 1963 году по инициативе А.Н. Колмогорова была организована первая летняя математическая школа для учащихся старших классов СССР. В Красновидово под Москвой в дом отдыха МГУ в августе 1963 года приехало 40 школьников из числа победителей и призеров 3-й Всероссийской математической олимпиады, закончивших 9-е и 10-е классы. Школа была организована на высоком научном уровне. Для преподавания А.Н. Колмогоров пригласил своего друга академика П. С. Александрова, а также несколько своих учеников. Среди них был и В.И. Арнольд. Он прочитал первый курс, рассчитанный на продвинутых школьников, и сразу стал большим авторитетом для учащихся.

2 декабря 1963 г. в Москве при МГУ открылась Физико-математическая школа. Туда были зачислены первые 19 человек, успешно сдавшие зачёты по завершении летней школы. Арнольд стал одним из преподавателей этой школы. Уроки проходили в очень живой атмосфере, поддерживаемой благодаря острым репликам и шуткам Арнольда.

Выпускники ФМШ становились студентами Мехмата, некоторые из них затем – учениками и аспирантами Арнольда.

Математические открытия Арнольда В.И. трудно перечислить. Им были преобразованы целые математические области. Например – «теория особенностей». Эта теория описывает скачкообразные изменения в окружающих нас процессах, которые происходят при медленных, плавных изменениях параметров, характеризующих процесс. Такие резкие изменения называются иногда катастрофами, а сама теория – «теорией катастроф», которую основательно описал Арнольд в книге с таким названием.

Арнольд далеко продвинул особый раздел современной геометрии, так называемую симплектическую геометрию, и заложил новое направление в топологии, получившее фундаментальное развитие, - симплектическую топологию. Он был выдающимся геометром; занимался алгеброй и теорией чисел, комбинаторикой, логикой и основаниями математики, словом, его творчество охватило почти все разделы современной математики.

Велики его достижения в естествознании - в гидродинамике, космологии, теории потенциала. С увлечением и убежденностью В.И. Арнольд развивал и пропагандировал идеи Пуанкаре о том, что математика - это часть естествознания. Арнольд ощущал математику как единое целое. Она была для него естественной частью окружающего нас прекрасного мира. Чувство гармонии, ощущение красоты и единства мира присущи всем работам Арнольда.

Саша Кириллов (Александр Александрович – 33 года профессор Мехмата МГУ) отмечает завораживающий стиль Арнольда, в котором написаны его учебники и обзорные статьи. «Особенно замечательны... небольшие популярные книжки, которых Дима написал много в последние годы его жизни. Вот, например: ...«Жёсткие и мягкие математические модели», 2000; «Цепные дроби», 2001; «Задачи для детей от 5 до 15 лет», 2004; ...«Что такое математика?», 2008; ... «Математическое понимание природы. Очерки удивительных физических явлений и их понимания математиками (с рисунками автора)», 2009...

Эти книги - не только незаменимое пособие для школьников, студентов и аспирантов, но и очень полезное чтение для взрослых математиков. Я думаю, что со временем влияние этих публикаций на современную математику окажется сравнимым с влиянием чисто

научных результатов Арнольда... В одной из книжек... Дима отметил, что радуга - одно из самых красивых и часто наблюдаемых физических явлений - объясняется законами отражения и преломления света в капле воды. В то же время, этот факт мало известен математикам, хотя он может отлично служить для иллюстрации и пропаганды математического анализа среди неспециалистов... Дима был редким примером универсального учёного-естествоиспытателя...».

В.И.Арнольд был удостоен множества премий, званий, докторских степеней.

Среди премий - премия Московского математического общества (1958 г., которой он особенно гордился), Ленинская премия (1965, вместе с А.Н.Колмогоровым), Крафоордская - Шведской академии наук (1982)... премия Жунь Жуньшоу (2005) (ее называют Нобелевской премией Востока), ... Государственная премия Российской Федерации (2008).

За громадный вклад Арнольда в теорию, позволяющую оценивать движение космических тел, Международный Астрономический Союз в 2000 году присвоил малой планете №10031 его имя *Vladarnolda*.

Арнольд имеет почётные докторские степени нескольких университетов: в Париже (Пьера и Марии Кюри), в Торонто, в Мадриде... состоит членом трёх американских академий, французской, Европейской и некоторых других.

Общая одарённость личности Арнольда проявлялась в самых разнообразных его увлечениях. Он необычайно много читал и массу прочитанного помнил в деталях.

Он помнил множество событий, их участников, эпизодов, всех своих учеников и их работы; людей, с кем приходилось встречаться, маршруты походов, места исторические, речки и даже название рыб в них, голоса птиц...

Среди его собеседников были крупнейшие ученые нашего времени. Арнольд оставил множество замечательных автобиографических заметок, которые, думается, составляют лишь малую долю того, что могло бы быть им сказано. Им написаны прекрасные воспоминания об А.Н. Колмогорове, Я.Б. Зельдовиче, Н.Н. Боголюбове...

Часто беседовал Дима с академиком Сергеем Михайловичем Никольским (соседом по даче) и не раз слышал от старшего человека: «Какие же вы ещё дети. У вас всё впереди». Дима моложе С.М. Никольского на 32 года, но ушёл из жизни на два года его раньше.

Я поспешила после смерти Димы самым первым навестить С.М. Никольского. Он сожалел о смерти Димы. Потом улыбнулся: «Дима, ну и задавака! Как он любил похвастаться полным ведром клюквы: «Я нашёл новое место в шестидесяти километрах отсюда». Был он с апломбом, но очень много знал и этим всех удивлял. Как-то я рассказывал, что мы вернулись после эвакуации в сорок третьем году в город Жуковский. Арнольд тут же поправил: «В те годы это был не город Жуковский, а рабочий посёлок Стаханово. Только 23 апреля 1947 года он переименован в город Жуковский». - Откуда он всё это выкопал и для чего запомнил? Как будто в голове у него была энциклопедия».

По ходу дела Арнольдом совершались и гуманитарные открытия; он нашёл, откуда заимствовал А.С. Пушкин эпиграф к «Евгению Онегину» и письмо Татьяны.

Дима писал стихи, переводил с французского и английского языков; прекрасно знал русскую и зарубежную поэзию. Он рисовал любимившиеся места, в которых бывал во время походов и поездок.

Арнольд служил своей профессии и просвещению на всех возможных поприщах, написал замечательные учебники (его учебник по классической механике сравнивают с величайшим научным произведением «Математические начала натуральной философии» Ньютона); монографии и обзорные статьи, посвященные проблемам математики. Начиная с руководства знаменитым школьным математическим кружком в пятидесятые годы, Арнольд очень много внимания уделял работе со школьниками. Последние десять лет ежегодно проводил занятия со старшеклассниками в Дубне.

С начала шестидесятых годов по вторникам на мехмате МГУ собирался семинар Арнольда. Он не был ограничен никакой узкой темой и занимался самой разнообразной математикой. Каждую осень Арнольд открывал семинар новым списком задач и гипотез и

новых замечательных работ других математиков, которые по его мнению нужно срочно разобрать и понять. Владимиру Игоревичу приходило в голову столько идей, что довести их до конца было не по силам даже ему. Эти идеи формулировались в виде задач и предлагались участникам семинара. Решение этих задач привело к возникновению новых областей математики и новых ярких учёных.

Специальные курсы и семинары, которые он читал и вёл на Мехмате МГУ с 50-х по 90-е годы, привлекали сотни слушателей. Арнольду присуща яркая эмоциональная манера изложения, умение кратко, геометрически наглядно и, проникая в самую суть, излагать математические теории, историю науки.

Всё, что Владимир Игоревич прочел, понял, продумал, придумал, он спешил передать слушателям и читателям. Из конспектов его курсов по теоретической механике, дифференциальным уравнениям, теории особенностей родились замечательные учебники, аналогов которым не было и нет.

В 2007 году математический мир отмечал 70-летие В. И. Арнольда. К этой дате вышла статья «Владимир Игоревич Арнольд глазами учеников» (Труды Математического института им. В.А. Стеклова, 2007, т.259) – дань уважения, любви и благодарности учеников учителю. Там, в частности, отмечается: «Решить задачу, поставленную Арнольдом, большое счастье. Решения многих из них дали начало новым направлениям в математике. В 2000 г. издательство «Фазис» выпустило большой том «Задачи Арнольда». Ему предпослан эпиграф, который не нуждается в комментариях: *«Я очень благодарен большому числу своих бывших и нынешних учеников, написавших эту книгу»*.

*В.И. Арнольд .*

В статье приведён неполный (54 фамилии) список математиков, которые защитили кандидатские диссертации под руководством Арнольда. Среди них: С.Аносов, А. Варченко, В.Васильев, В. Гинзбург, С. Гусейн-Заде, А. Давыдов, В. Закалюкин, М. Казарян, А. Леонтович, А. Хованский...

Жизненная и гражданская позиция Владимира Игоревича Арнольда всегда была проникнута любовью к Отечеству и болью за него. Он не мог равнодушно относиться к тому, что происходит в отношении к математике в мире и, тем более, в своём Отечестве.

Ему ли не знать, как и чему учат в других странах - трудно перечислить академии, университеты, научные общества, куда приглашали Арнольда читать лекции, где он (имея основную работу профессором в МГУ, затем главным научным сотрудником в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН) по несколько месяцев работал: в учреждениях СССР – от Киева, Воронежа, Тбилиси... до Хабаровска, Магадана...; во Франции, Америке (университеты, институты), в Швейцарии, Ирландии, Польше, Китае, Японии, Индии, Израиле, Бразилии... – всего более 80 учреждений, где слушали его лекции.

Где можно было защищать высокую науку, где можно быть услышанным, он боролся за неё, выступал, публиковал свои статьи. (Смотрите курсив).

#### ***Математика и математическое образование в современном мире***

*... планируемое во всех странах подавление фундаментальной науки и, в частности, математики ... принесет человечеству ... вред, сравнимый со вредом, который принесли костры инквизиции западной цивилизации.*

*Успех приносит ... математический подход к явлениям реального мира.*

*... Хочу предупредить возможных российских реформаторов... : математика-живой организм, вдобавок, подобный лестнице, в которой выкидывание даже отдельных ступенек чрезвычайно опасно.*

*... Выхолощенное и формализованное преподавание математики на всех уровнях сделалось, к несчастью, системой.*

#### ***Математика в образовании и воспитании***

Сост. В.Б.Филиппов. - М: ФАЗИС, 2000; 256 с.

Сборник составлен из статей, в которых авторы затрагивают наиболее общие проблемы образования и воспитания, в том числе, связанные с математическим образованием.

#### *Подготовка новой культурной революции*

*29 ноября 2001 г. я участвовал в многочасовой беседе с собеседниками, которые, по их словам, активно участвуют в подготовке проекта реформы средней школы. ... при публикации в «Известиях» решения Ученого Совета Математического института им. В. А. Стеклова Российской академии наук о проекте школьной реформы редакция исключила из этого решения ключевую фразу: «ослабление научного образования в стране вредно повлияло бы не только на интеллектуальный, но и на индустриальный, а впоследствии и на военный, уровень России».*

*... мое общее впечатление от всего этого проекта состоит в том, что подготавливается опасное преступление против традиционно высокого образовательного и культурного уровня России - реформа, осуществление которой нанесло бы долговременный и трудно поправимый вред могуществу нашей страны — и интеллектуальному, и индустриальному, и военному, т. е. оборонному; ...*

*Арнольд был страстным борцом против губительных реформ образования, направленных на его выхолащивание. В своей речи на Парламентских слушаниях в Государственной думе 23 октября 2002 г. он резко выступил против плана реформ, который «производит общее впечатление плана подготовки рабов, обслуживающих сырьевой придаток господствующим хозяевам». Он доказывал, что наше математическое образование выше американского и европейского, и скатываться ниже, до их уровня, нельзя*

*... Страна без науки не имеет будущего, и принятие обсуждаемого плана было бы преступлением против России.*

*... Как это ни удивительно, уровень подготовки школьников в России до сих пор остается, особенно в области математики, очень высоким по сравнению с большинством стран мира (несмотря даже на ничтожность затрат нашей страны на науку и образование по сравнению с другими странами). Франция, например, перешла недавно от примерно 5% ВВП до примерно 7% ,... Россия, напротив, сократила свои расходы на науку. Трагическая утечка мозгов, происходящая вследствие этой ошибки, — только одно из последствий той антинаучной и антиинтеллектуальной политики, частью которой является и обсуждаемый безобразный проект «стандартов».*

*... По статистике Американского математического общества в сегодняшних Штатах разделить число  $1\frac{1}{2}$  на число  $\frac{1}{4}$  может.., от одного до двух процентов школьных учителей математики. Из «стандартов» простые дроби давно у них исчезли, поскольку компьютеры считают только десятичные. ... Обучить после такого «образования» думать, доказывать, правильно рассуждать никого уже невозможно. Всё это делается не по невежеству, а, как мне объяснили мои американские коллеги, сознательно, просто по экономическим причинам: приобретение населением культуры ... плохо влияет на покупательную способность в их обществе потребителей...*

*Вот к этому-то состоянию общества наши реформаторы и стремятся привести Россию, традиции которой совершенно противоположны. Наши школьники и сегодня хотят настоящих знаний, вечных истин, без понимания которых человек остается рабом..*

*... Недавно руководство нашего Министерства образования опубликовало свой список задач для фиксации уровня экзаменационных требований. Эти задачи фиксировали крайне низкий уровень,.. Из сказанного следует, что вся обсуждаемая программа составлена людьми некомпетентными, а принятие этих «стандартов» нанесет серьезный и длительный вред делу образованию России. Стандарты по математике должны бы были обсуждаться, например, Математическим институтом РАН, и без экспертного заключения Академии никак не должны приниматься ...*

*... попытки направить и Россию по пути уничтожения образования, науки и культуры, проявляющиеся в обсуждаемых «стандартах» безграмотности (не только в*

математике, но и во всех областях, включая, например, литературу, ... все эти мракобесные мероприятия, я надеюсь, не будут поддержаны нашим законодательством.

**Образование, которое мы можем потерять.** Сборник. Под общей редакцией ректора МГУ академика В.А. Садовниченко. 2003. - 368 стр..

... Ближняя перспектива для России: «переориентация» ее науки на «прикладные исследования» — резкое снижение сначала интеллектуального уровня страны, затем вследствие этого и индустриального, а значит и оборонного.

... Эта тенденция — не российское изобретение, а гибельное явление мирового характера... Объяснение этой тенденции — стремление недоучек, держащих власть в своих руках, защитить себя от прихода более компетентных конкурентов, лучше обученных молодых людей. Этим и объясняется борьба против науки, культуры и образования, распространившаяся сейчас во всем мире.

Россия в этой мировой тенденции... отстает, к счастью, лет на тридцать. Наши школьники еще хотят учиться наукам, ... приходят на лекции и семинары в университетах

... Наука стоит гроши по сравнению с тем доходом, который от неё получают. Ни страны, ни правительства до сих пор не расплатились с учёными (начиная от Фарадея и Максвелла), снабдившими их и электрическим током, ...и электромоторами, и освещением, и радио, и телевидением, и электропоездами. Стоили все эти открытия малую долю процента того дохода, который ... получили.

... Учить детей «непосредственно тому, что понадобится», невозможно и бессмысленно: надо учить их понимать причины вещей, думать (и предвидеть результаты принимаемых решений)....

По-моему, школьные учебники надо писать ...лучшим школьным учителям — таким ... был Андрей Петрович Киселев (1852-1940), преподававший математику, механику и черчение в Воронежском реальном училище.

Арнольд утверждал, что **Основной частью математического образования должно быть воспитание умения математически исследовать явления реального мира.**

То, что в России ещё остались математики, упорно не желающие эмигрировать и воспитывающие новые поколения талантливых студентов, - свидетельство своеобразного героизма (с точки зрения наших западных коллег – глупости), традиционно для российской интеллигенции. Но долго удерживаться такое состояние не может.

Уважение к науке нужно воспитывать. Доступное неспециалисту изложение сущности науки многим необходимо, и мы должны прилагать все усилия для удовлетворения традиционной любознательности российского читателя, издавая недорогие хорошие книги.

Выпускники 1959 года Мехмата создали четыре тома воспоминаний о студенческой жизни в МГУ «Мы – математики с Ленинских гор». Активным автором в каждом томе был Дима Арнольд. Все его материалы интересны и значимы.

В начале лета 2008 года однокурсников быстро облетела весть о том, что Диме будут вручать Государственную премию РФ – в День России 12 июня, совпадающий с днём рождения Димы. Мы взволнованно смотрели по телевизору, как Дима шёл по ковровой дорожке, как Президент РФ Д.А. Медведев прикреплял к его пиджаку знак государственной награды. После этого оба смеялись - Д.А. Медведев сказал: «Я знаю, что Вас все зовут Димой и у Вас сегодня день рождения. Я поздравляю Вас с днём рождения!»

В сентябре Диме вручили в Гонконге Мировую премию «The Shaw Prize Lecture».

Однокурсники Димы организовали специально музыкально-поэтический вечер и банкет в Московском городском Доме учителя 24 октября 2008 г., Переполненному залу зрителей представили выдающегося сокурсника, поздравили с присуждением Государственной и Мировой премиями. Звучала музыка любимого Диминого композитора Моцарта. Читались стихи. Зачитали Адрес, в котором выражали свою гордость за Диму - Владимира Игоревича Арнольда, выдающегося математика современности; желали законсервировать своё здоровье так, как он консервирует грибы и клюкву. Символическим подарком была большая двухведёрная корзина для сбора даров природы. Зал приветствовал его стоя, длительными и мощными аплодисментами. И было заметно, как Дима взволнован, рад, неожиданно ощутив такую искреннюю любовь и внимание к нему.

У В.И. Арнольда было выявлено серьёзное заболевание, но он не признавал его; очень много работал, даже больше, чем прежде.

11 января 2010 г. в Математическом институте имени Стеклова РАН на конференции, посвящённой 60-летию академика В.В. Козлова, директора института, В.И. Арнольд читал доклад «Случайны ли квадратичные вычеты?» Доклад оказался последним в его жизни.

В мае М.Б. Пиотровский, академик РАН (долгое время директор Эрмитажа) пригласил Арнольда на Международную конференцию 24-25 июня; речь должна пойти о том, как привлечь в Россию хоть на какие-то периоды времени уехавших за рубеж математиков. Арнольд знал, что это почти невозможно, но отказаться не мог: «Поеду!»

Скончался В.И. Арнольд скоропостижно в Париже 3 июня.

В Академии наук РФ на панихиде слова, слова, что ... Пройдут десятилетия, столетия... Вряд ли учёный такого масштаба может появиться когда-либо ещё...

Новодевичье кладбище 15 июня 2010 года навсегда закрыло землёй нашего сокурсника Диму - Арнольда Владимира Игоревича. Он ушёл из жизни за девять дней до исполнения ему 74-х лет. Его 75-летие отмечали уже без него.

Через год, в 2011 г. в серии «Мы – математики с Ленинских гор» вышел 5-й том «В.И. АРНОЛЬД». Каким был – с детских лет до последнего дня жизни – этот человек, ставший великим учёным; каким запомнили его однокурсники, друзья, ученики.

Александр Рубинштейн, доктор физмат наук, профессор выразил общее мнение сокурсников: «Безусловно, судьба сделала нам – математикам набора 1954 года – подарок: на пять лет превратила нас в соучеников Димы». Димы, о котором ранее А.Н. Колмогоров сказал, что в беседах с ним ощущает «наличие Высшего разума».

Доктор физмат наук, Заслуженный профессор МГУ В.М. Тихомиров: «...им были преобразованы целые математические области ... Он основал выдающуюся математическую научную школу,.. Всё связанное с ним – необыкновенная одаренность личности, творчество, служение человечеству – делает его образ незабываемым для всех, кому посчастливилось соприкоснуться с ним на своём жизненном пути».

М.В. Козлов, ученик А.Н. Колмогорова, кандидат физмат наук, доцент Мехмата МГУ: «... Владимира Игоревича, как учёного, достигшего высочайших вершин в науке, отличает от многих, несколько подобных ему учёных, высокое чувство патриотизма, постоянная связь с Россией. Он не отождествлял себя с Западом... Он отстаивал свои, патриотические позиции: Россия достигла в математике вершин гораздо более высоких, чем Запад, и именно Россия велика своими научными достижениями. Таким учёным должна гордиться Россия»..

Владимир Михайлович Закалюкин, ученик В.И. Арнольда, доктор физмат наук, профессор МГУ, выразивший, быть может, не высказанные мысли многих из нас, знавших и любивших Диму.

«... Я счастлив, что был рядом с ним, слушал его яркие доклады, мог понять красоту его новых открытий... Для меня всегда Владимир Игоревич был высшим судьей... после беседы с ним возникало ощущение, что узнал истину в последней инстанции. По-видимому, оно сродни ощущению религиозного человека, познавшего Сверхъестественный опыт.

Личность Арнольда совершенно уникальна. Я не знал и не знаю никого, кто хотя бы приблизительно мог сравниться с ним. Мало того, что Владимир Игоревич был гений, наделённый сверхчеловеческими способностями, памятью, работоспособностью и увлечённостью, он был величайший педагог, которой, по-видимому, не повторится никогда... семинары были уроками творчества. Идеи и доказательства рождались прямо у доски... Арнольд и аудитория работали вместе. Атмосфера была накалена азартом, он умел зажигать учеников своим примером гения. Теперь такого уже не увидишь.

...Везде его гениальность и работоспособность поражали... Он обладал уникальной эрудицией - знал сотни направлений в математике... Но самое потрясающее и неповторимое в нём - это его понимание и ощущение единства мира во всём: в математике... он любил искать разные проявления универсальных законов; в физике, в природе, истории, в человеческой психологии он ценил простоту, естественность. Он мог объяснить почти всё и многое предвосхитить.

Какой удивительно прекрасный и огромный мир носил он в себе, гораздо лучше всего того, что окружает нас... Отблеск этого мира был виден в его глазах. Мне кажется, он очень хотел отдать нам этот Великий мир Великого Арнольда...»

---

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗАХ ПЕТЕРБУРГА В ПЕРВОЙ ТРЕТИ XX СТОЛЕТИЯ

Воронина М. М.,  
Коновалова Л. В.

*Петербургский государственный университет путей сообщения, 190031, Санкт-Петербург,  
Московский проспект, дом 9, кафедра «Высшая математика», [margo@tv2662.spb.edu](mailto:margo@tv2662.spb.edu)  
[larisavcon@mail.ru](mailto:larisavcon@mail.ru)*

### Mathematical education at the higher technical school of Saint-Petersburg in the first third of the XX century

The Institute of engineers of means of communication was one of the most interesting among the higher technical school of St. Petersburg in the early twentieth century, including the years after the revolution. Education in it was built on the basis of profound training in mathematical sciences. The first third of the XX century is the low-studied period in institute activity. Two factors had impact on institute activity. This is the fast development of new means of transport and aggravation of a socio-political situation in the world and, especially, in the country. The institute kept its leading position in the field of technical education to the middle of the twentieth years of the XX century. In these years in it worked mathematics: N.M. Günter, A.A. Fridman, V.I. Smirnov, G.M. Fichtengolz, Ja.D. Tamarkin, Ja.V. Uspensky. In the next decade the government carried out various reforms in the field of higher education. The institute returned to the old system of teaching in 1932

Одним из наиболее интересных, с точки зрения постановки образования, технических вузов Петербурга в начале XX века, в том числе в послереволюционные годы, являлся Институт инженеров путей сообщения

Институт был основан более 200 лет тому назад – в 1809 году. Его образовательная (педагогическая) деятельность соответствовала требованиям времени: в начале XIX века – это, в основном, строительство грунтовых дорог, различного рода зданий, гидротехнических сооружений, во второй трети XIX столетия сюда добавляются изыскания, проектирование и строительство железных дорог, мостостроение, постройка паровозов, тепловозов, в конце XIX – начале XX веков – электрификация железных дорог, самолетостроение, автотранспорт, военные сооружения.

Образование в нем строилось на базе глубокой подготовки по математическим наукам. Именно математика всегда ставилась во главу угла: «Высшую математику отнести к первому разряду наук, то есть к наукам, необходимым каждому инженеру». В 1843 г. даже было принято положение: «Тех учащихся, которые не осилят высшую математику, инженерами не выпускать - только архитекторами».

Инженеры путей сообщения всегда славились своими знаниями, умением прогнозировать ситуацию, способностью принимать решения, управлять огромными массами людей и т.п. В отчетах Конференции (Совета) института прямо говорилось, что стремление к анализу всех возможных ситуаций «усвоено учащимися через изучение высших математических наук».

Один из наименее изученных периодов деятельности института приходится на первую треть XX века. В это время, с одной стороны, быстро развиваются новые виды транспорта – воздушный, автомобильный, электротранспорт; с другой стороны, обостряется социально-политическая обстановка в мире и, особенно, в стране.

В начале XX столетия институт по-прежнему готовил инженеров путей сообщения широкого профиля. Существенные изменения в структуре института произошли в период

первой русской буржуазно-демократической революции. В январе 1905 года после расстрела демонстрации рабочих в Петербурге, занятия в институте прекратились, выпуска инженеров в этот год не было. Осенью 1905 года институт, как и другие учебные заведения, получил относительную автономию, оставаясь в подчинении Министерства путей сообщения. Впервые в истории института состоялись выборы директора. Тайным голосованием был избран на этот пост профессор Н.А.Белелюбский, позднее – профессор А.А.Брандт.

В институте, по-прежнему, не было четкого распределения предметов по кафедрам. Почти все профессора читали лекции по двум-трем предметам, было введено даже специальное название – профессорская кафедра.

Учебный план института носил энциклопедический характер. Например, накануне первой мировой войны в 1913/1914 учебном году были обязательные и факультативные предметы. К числу обязательных были отнесены: высшая математика, теоретическая механика, физика, химия, геология, геодезия, начертательная геометрия, строительные материалы, строительные работы, архитектура, сопротивление материалов, ряд технических дисциплин, а также техническая отчетность и бухгалтерия, и иностранные языки.

В число факультативных предметов, в частности, входили: математическая физика, теория вероятностей и вариационное исчисление.

В начале XX века начинает быстро развиваться воздухоплавание. В 1908 г. по просьбе студентов в институте были организованы лекции по воздухоплаванию и авиации. Их читали военные воздухоплаватели и инженеры. В 1909 году в институте был введен курс воздухоплавания. С этого времени началось систематическое изучение нового вида транспорта. Уже к концу первого десятилетия XX века Институт инженеров путей сообщения становится одним из ведущих научных центров в России в области авиации. Здесь были организованы самые современные по тому времени аэродинамическая и аэростатическая лаборатории, Именно в этом институте формировались направления развития гражданской транспортной авиации.

(Мало кому известно, что один из основоположников воздухоплавания Н.Е.Жуковский некоторое время учился в институте инженеров путей сообщения. В 1868 году было рассмотрено «Прошение кандидата наук Московского университета» Николая Жуковского о зачислении его учащимся 1-го курса Института, Н.Е.Жуковский был зачислен учащимся I курса без экзамена. Однако в марте следующего года на Конференции института была заслушана справка «канцелярии Института о том, что учащимся I-го курса... Николаем Жуковским до настоящего времени не внесена плата за право слушания лекций в Институте, следующая за первое полугодие текущего года. Определено: ... Николая Жуковского... уволить из института за невзнос платы за слушание лекций».)

Институт инженеров путей сообщения в начале века стал также одним из ведущих учреждений, пропагандировавших автомобильный транспорт: студентам преподавались дисциплины по автомобильному делу и устройству шоссейных дорог.

Лекции в институте читались на достаточно высоком научно-техническом уровне. По свидетельству бывших воспитанников института, наибольшей популярностью пользовались лекции профессоров Н.А.Белелюбского, А.Н.Крылова, Н.М.Гюнтера и многих других. Как и прежде, почти все профессора печатали свои курсы лекций или в сборниках института, или в виде отдельных изданий. В рассматриваемый период было опубликовано свыше 30 учебных курсов, в том числе проф. А.Н.Крылова по теоретической механике, проф. М.А.Ляхницкого – по строительной механике, проф. Г.К.Мерчинга - по гидравлике и электротехнике, проф. Н.М.Гюнтера - по математике и многие другие. В институте гражданских инженеров до 1920 г работал Ю.В. Сохоцкий. В эти годы он опубликовал два тома по алгебре – Решение численных уравнений и Начала теории чисел, которые сразу же были приняты в качестве основных руководств в большинстве университетов страны.

В эти годы институт инженеров путей сообщения являлся организатором публичных лекций, главным образом, по электрификации железных дорог, воздухоплаванию,



строительному искусству и некоторые другим вопросам транспортной науки и техники. Лекции читали, например, инженер Г.О.Графтио, авиатор, инженер В.Ф.Найденков, а также профессор А.Н.Крылов. Кроме того, в институте проводились вечерние факультативные занятия, в которых активное участие принимал А.Н.Крылов. В начале 1914 г. он читал курс: «Теория малых колебаний в связи с теорией гироскопа. Технические приложения гироскопа». Осенью 1914 г. Н.М.Гюнтер предложил Крылову преподавать курс приближенных вычислений. Кроме А.Н.Крылова факультативные курсы также читали Я.В.Успенский: «Теория потенциала в приложении к вопросам математической физики» (2 часа в неделю), Я.Д.Тамаркин: «Об уравнении тепла» (2 часа в неделю), С.П.Тимошенко: 1) «Теория тонких стержней в связи с расчетом рельс», 2) «Тонкие пластинки» (2 часа в неделю).

До середины 20-х годов XX столетия институт сохранял свое лидирующее положение в области технического образования. Можно напомнить, что в эти годы в нем работали – Н.М.Гюнтер, А.А.Фридман, В.И.Смирнов, Г.М.Фихтенгольц, Я.Д.Тамаркин, Я.В.Успенский

Серьезные изменения в институте стали происходить через несколько лет после 1917 года. Надо отметить, что многие высшие учебные заведения поддержали Временное правительство, однако Октябрьскую революцию, в первое время, встретили отрицательно. 29 октября в Петрограде по инициативе директора Института инженеров путей сообщения собралось совещание директоров и профессоров Институты: Политехнического, Электротехнического, Гражданских инженеров, Инженеров путей сообщения, Горного, Технологического и Женского Медицинского, которое определило «протестовать против узурпации власти большевиками и не входить ни в какие сношения с теми центральными органами, куда назначены комиссары, или где власть захвачена другими самочинными организациями»<sup>50</sup>

Вскоре, в связи с экономическими проблемами положение изменилось. Советская власть была признана. Надо отметить, что революционное правительство достаточно внимательно отнеслось к нуждам института, довольно долго институт просто не трогали. Новая власть на первоначальном этапе не отрицала полностью всего, что было в старой высшей школе. Была поставлена задача: использовать все крупные научные и учебные достижения, которые были в дореволюционной высшей школе. «Поменьше ломайте»<sup>51</sup> - говорил Ленин относительно перестройки высшей школы.

В апреле 1920 года Наркомпрос опубликовал декларацию о высшем образовании, в которой указывалось, что в советской стране очень мало ученых и инженеров. Это объяснялось тем, что некоторая часть квалифицированной технической интеллигенции уехала за границу. Был создан «Главный комитет по профессионально-техническому образованию при Наркомпросе, в ведении которого находились высшие Учебные заведения. Председателем комитета был назначен народный комиссар по просвещению — А.А.Луначарский. В мае 1920 года были опубликованы «Основные положения реформы высшей технической школы», разработанные специальной комиссией Главпрофобра, которые легли в основу декрета Совета Народных комиссаров о высших технических учебных заведениях.

С этого времени вплотную приступили к реформе методов преподавания в институте, Предметные комиссии приступили к переработке учебных планов и к составлению программ для новых предметов, включенных в учебные планы. Эти планы сокращали срок обучения до 4 лет, за это время надо было изучить от 36 до 41 предмета и выполнить дипломный проект. Соотношение между лекциями и практическими занятиями менялось в зависимости от курса и предмета от 18 к 20 до 23 к 15. Новые учебные планы до 40% часов отводили общетехническим предметам, 17% - предметам естественно-математического цикла (высшая

<sup>50</sup> Журнал Совета Института Инженеров Путей Сообщения Императора Александра I. Заседание от 29 октября 1917 г. № 301

<sup>51</sup> М.Н.Покровский. Ленин и высшая школа. 1924, с.4

математика, теоретическая механика, физика, химия, начертательная геометрия, геология) – что позволяло рассчитывать на солидную физико-математическую подготовку будущих инженеров. Интересно, что предусматривался резерв в три недели на случай возможных пропусков занятий из-за болезни преподавателей.

В течение 1923-24 учебного года специальная методологическая комиссия выработала «Тезисы по реформе преподавания» и «Положение о новом методе преподавания», которые отвечали установкам Главпрофобра. В частности, было признано необходимым упразднить лекционную систему, заменив ее семинарско-групповой и лабораторной: «Лекции – вступительная и заключительная – должны иметь подсобное значение. Для сдачи зачетов в каждой группе устанавливалось два срока, экзамены отменялись.

Этот новый метод надо рассматривать как попытку поиска лучших методов преподавания. Дело в том, что студенты посещали лишь небольшое количество лекций в силу самых разнообразных и весьма уважительных причин. Тогда становится естественным переложить основную тяжесть занятий на семинарские, при которых контакт преподавателя и студента более тесный, а значить и отдача более хорошая. При этом Главпрофобр рекомендовал перейти на систему группового экзамена, то есть спрашивать сразу группу в 5-10 человек.

Несмотря на все преобразования, математика всегда оставалась на первом плане. Например, в 1923 г. дисциплины в институте делились на «первые общеобразовательные предметы» и «вторые общеобразовательные предметы». К первым, кроме энциклопедии путей сообщения, исторического материализма, пролетарской революции, политического строя РСФСР, относились математика, теоретическая механика, физика.

Поиски новых систем преподавания продолжались еще и в начале 30-х годов. Закончились они лишь в 1932-33 учебном году возвращением к лекционной системе со строгой увязкой лекций с практическими и лабораторными занятиями, а также восстановлением индивидуальных экзаменов.

---

## ЭВОЛЮЦИЯ ПОНЯТИЯ ЧИСЛОВОЙ ПРЯМОЙ.

Синкевич Г.И.

*Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, 2-я Красноармейская ул., д. 4, 190005, Санкт-Петербург, Россия.  
+79213434388, [galina.sinkevich@gmail.com](mailto:galina.sinkevich@gmail.com)*

Abstract. The notation of number line was formed in XX c. We consider the generation of this conception in works by M. Stiefel (1544), Galilei (1633), Euler (1748), Lambert (1766), Bolzano (1830-1834), Meray (1872), Cantor (1872), Dedekind (1872), Heine (1872) and Weierstrass (1861-1885).

Числовая прямая – абстрактное понятие, сформировавшееся в начале XX века, её следует отличать от телесной прямой и геометрической прямой. Телесная прямая, или отрезок – образ, возникший в античности. Геометрическая прямая, или ось, как понятие формируется в период с XVI по XVIII век в математическом анализе. Понятие прямой или кривой как геометрического места точек возникает в XVII веке в первых работах по математическому анализу [1].

Числовая прямая как концепт сформировалась в работах Кантора и Дедекинда, но сам термин, сначала «числовая шкала», затем «числовая прямая», употребляется с 1912 года [2]. [Webster Wells and Walter W. Yart. First year algebra. Boston. – 1912. – 325 p.] «Thus, the positive and negative numbers together form a complete scale extending in both direction from zero».

Предвосхищением понятия числовой кривой можно считать континуум – философское понятие непрерывного или длительного. История его начинается в античности (Зенон, Аристотель), Средние века (Бозций), начало Нового времени (Ж. Буридан, Т. Брадвардин), затем Лейбниц.

В античности числа представлялись как совокупность натуральных и рациональных положительных чисел, образующих шкалу. Иррациональные числа  $\pi$  и  $\sqrt{2}$  определялись приближениями. В основе рассуждения лежал метод исчерпываний Евдокса, оценки делались с избытком и с недостатком. Техника приближений достигла высот в работах Архимеда, позже в работах математиков стран Востока. В состав чисел очень долго не входил ноль. Отрицательные числа, хоть и получались иногда при решении задач (например у Диофанта), не считались полноправными числами, в редких случаях им давалась коммерческая интерпретация долга. При решении уравнений до начала Нового времени разыскивались лишь положительные корни. Иррациональные числа традиционно от Евклида понимались как неизвлекаемые корни.

Иррациональные числа назывались *surdi* (глухие) – например, у Ньютона; или ложные. Мнимые числа, появившиеся впервые в 1545 году у Кардано, назывались софистическими.

Впервые отрицательные числа как числа, меньшие нуля, и положительные числа, как числа, большие нуля, определил Михаэль Штифель (1487–1567). У него же ноль, а также дробные и иррациональные величины названы числами. Штифель пишет, как целые, рациональные и иррациональные числа относительно друг друга.

Обратимся к книге Штифеля 1544 года «Обобщённая арифметика» [3]. Штифель устанавливает, что между двумя ближайшими целыми числами находится бесконечно много как дробей, так и иррациональных чисел. Он рассматривает единичный отрезок (2,3) и располагает в нём бесконечные последовательности

$$2\frac{1}{2}, 2\frac{1}{3}, 2\frac{1}{4}, 2\frac{3}{4}, 2\frac{2}{5}, 2\frac{2}{5}, 2\frac{3}{5}, 2\frac{4}{5}, 2\frac{1}{6}, 2\frac{5}{6}, 2\frac{1}{7}, 2\frac{3}{7}, \dots \text{ и}$$

$$\sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt[3]{9}, \sqrt[3]{10}, \sqrt[3]{11}, \sqrt[3]{12}, \sqrt[3]{13}, \sqrt[3]{14}, \sqrt[3]{15}, \sqrt[3]{16}, \sqrt[3]{17}, \sqrt[3]{18}, \sqrt[3]{19}, \sqrt[3]{20}, \sqrt[3]{21}, \sqrt[3]{22}, \sqrt[3]{23}, \sqrt[3]{24}, \sqrt[3]{25}, \sqrt[3]{26}, \sqrt[4]{17}, \sqrt[4]{18}, \sqrt[4]{19}, \sqrt[4]{20}, \sqrt[4]{21}, \sqrt[4]{22}, \sqrt[4]{23}, \sqrt[4]{24}, \sqrt[4]{26}, \dots \quad [3, \text{ с. } 104].$$

Подробнее см. [4].

В отличие от Штифеля, Г. Галилей (1564 – 1642) обладал чувством связи между математикой и физикой, все его рассуждения сопровождаются примерами из оптики, механики и т.п. Линия понимается как результат движения.

В 1633 году, в книге «Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых наук», Галилей рассуждает о распределении чисел: «Если я теперь спрошу вас, сколько квадратов, то можно по справедливости ответить, что их столько же, сколько существует корней, так как каждый квадрат имеет свой корень и каждый корень имеет свой квадрат; ни один квадрат не может иметь более одного корня и ни один корень более одного квадрата.

Поскольку бесконечно много чисел вообще, бесконечно много квадратов, бесконечно много корней, то ни множество квадратов не меньше множества всех чисел, ни последнее не больше первого; в конечном выводе – свойства равенства, а также большей и меньшей величины, не имеет места там, где дело идёт о бесконечности, и применимы только к конечным количествам» [5, с. 141].

Числа, которые рассматривались до XVIII века, были натуральными, рациональными и иррациональными (как неизвлекаемые корни – Кёстнер [6]), то есть алгебраические иррациональные. Предположение том, что число  $\pi$  иррационально, высказывали арабские учёные начиная с XI века [7, с. 176].

В 1748 году во «Введении в анализ бесконечно малых» Эйлер, говоря о тангенсах углов, меньших  $30^0$ , употребляет термин «слишком иррациональный» (*nimis sunt irrationals*) [8, с. 120]. Там же он высказывает предположение, что кроме иррациональных алгебраических чисел (то есть получаемых в результате решения алгебраического уравнения с

рациональными коэффициентами) существуют ещё и трансцендентные иррациональные числа, получаемые в результате трансцендентных вычислений, например, логарифмирования. Заметим, что обозначения  $\pi$  и  $e$  закрепились после выхода в свет «Введения анализа бесконечно малых» Эйлера, хотя  $\pi$  встречалось у разных математиков с начала XVIII века. Символ  $\pi$  восходит к греческому  $\pi\epsilon\rho\iota$  – вокруг, около; либо  $\pi\epsilon\rho\iota$ - $\mu\epsilon\tau\rho\upsilon\nu$  – периметр, окружность; либо  $\pi\epsilon\rho\iota$ - $\phi\acute{\epsilon}\rho\epsilon\iota\alpha$  – окружность, дуга. До середины XIX века  $\pi$  называли числом Лудольфа, который в 1615 году вычислил его значение с 35 знаками.

Иоганн Генрих Ламберт (1728–1777) в работе 1766 года, опубликованной в 1770 году [9], в русском переводе [10, с. 121–143], доказал иррациональность чисел  $\pi$  и  $e$ . Его рассуждение дополнил Лежандр в 1794 году (лемма Лежандра)[10, с. 145–155, 11]. Этим вопросом занимался и Фурье (1815 г.).

В 1821 г. О. Коши определил иррациональные числа как пределы сходящихся последовательностей, но не определил порядок и операции над ними [12].

В 1830-е годы Бернанд Больцано делает попытку построить теорию действительного числа в рукописи «Учение о величинах» (*Größenlehre*). Больцано использует метод исчерпываний, а также понятия, сформулированные им в 1817 г. о точной верхней и нижней границах и критерий сходимости последовательности<sup>52</sup>. Он вводит понятие измеримого числа, отношения «равно», «больше», «меньше», утверждает плотность (*pantachisch*) множества вещественных чисел. Больцано вводит бесконечно большие и бесконечно малые числа. Если бы его рукопись была опубликована и получила признание современников, возможно, мы имели бы дело с другим, нестандартным математическим анализом. Вспомним, что говорил Путнам о возникновении языка эпсилон – дельта: «Если бы Вейерштрасс не обосновал метод эпсилон–дельта, пришлось бы актуализировать бесконечно малые, как это случилось с мнимыми числами. Мы же постепенно расширяем систему вещественных чисел, всем известны работы Абрахама Робинсона» [13]. Возможно, что отношение к числам, как к

изменяющимся величинам, началось с утверждения Лейбница, что  $\lim \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$ . У Больцано

наравне с постоянными числами существуют и переменные числа, как измеримые, так и неизмеримые. Предел, или граница таких чисел, тоже может быть переменной величиной. «Если переменное, но измеримое число  $Y$  остаётся постоянно больше переменного, но измеримого  $X$ , и кроме того, у  $Y$  нет наименьшего значения, а у  $X$  наибольшего, то существует по меньшей мере одно измеримое число  $A$ , которое постоянно лежит между границами  $X$  и  $Y$ .

Если, далее, разность  $Y - X$  не может бесконечно убывать, то таких чисел, лежащих между  $X$  и  $Y$ , бесконечно много.

Если же эта разность бесконечно убывает, то существует только одно-единственное такое число. Если, наконец, разность  $Y - X$  бесконечно убывает и либо  $X$  имеет наибольшее, либо  $Y$  наименьшее значение, то не существует никакого измеримого числа, лежащего постоянно между  $X$  и  $Y$ » [14, с. 525]. Здесь уже есть предвосхищение понятия сечения, которое появится у Дедекинда в 1872 году. Но в 1830 году ещё не было известно о существовании трансцендентных чисел. Больцано был в большей степени философом, его гениальная математическая прозорливость не опиралась на профессиональную деятельность, хотя его философский подход к пониманию непрерывности сформировал направление развития концепции числа и непрерывности. Вынужденное отстранение от преподавания, отсутствие научного общения и научной литературы не позволило его идеям воплотиться в самостоятельную теорию, но его идеи вошли в теорию функций и теорию множеств.

Понятие и теорию трансцендентных чисел с 1840 г. начинает строить Ж. Лиувилль. В 1844 году он опубликовал небольшую заметку в *Comptes Rendus* о том, что алгебраическое число невозможно приблизить рациональной дробью [15]. Его дальнейшие исследования составили

---

<sup>52</sup> Этот критерий носит имя Коши, хотя у Больцано он сформулирован в 1817, а у Коши в 1821 году.

теорию трансцендентных чисел. Трансцендентность числа  $e$  в 1873 году доказал Эрмит [16], трансцендентность числа  $\pi$  в 1882 году доказал Линдеман [17], его доказательство в 1885 году упростил Вейерштрасс [18].

Но теория действительного числа ещё не была создана. Нельзя было строго определить ноль, больше, меньше или равно нулю. Поэтому Вейерштрасс в своих лекциях по дифференциальному исчислению 1861 года, доказывает теорему «Непрерывная функция, у которой производная внутри определённых интервалов аргументов всюду равна нулю, сводится к константе» [19, с. 118].

В 1869 году теорию действительного числа построил французский математик Шарль Мере (1835-1911) [20]. На основании сходящихся последовательностей и введя отношение эквивалентности между ними, Мере вводит понятие неизмеримого числа как фиктивного предела: «Инварианта сходится к некоему фиктивному неизмеримому пределу, если она сходится к точке, не допускающей точное определение. Если несоизмеримые пределы двух сходящихся вариантов равны, то эти варианты будут эквивалентны» [21, с. 2]. Мере определяет отношение сравнения и операции над неизмеримыми числами. Но его сложный язык, неудобные термины, его удалённость от математической жизни Парижа (Мере много лет жил в деревне и занимался виноградарством, потом преподавал в университете Дижона), категорическое неприятие или незнание достижений математики после Лагранжа ограничили его теорию. Он считал, что «разрывные функции, не имеющие производных, не интегрируемые никогда не встретятся, так что о них можно не беспокоиться. Не стоит обращаться к уравнению Лапласа, принципу Дирихле, потому что производные определяются, рассчитываются, перемешиваются в дифференциальные выражения так, как этого хотел Лагранж, то есть с помощью простых операций» [22]. Поэтому его теорию не приняли современники, хотя сейчас французы называют концепцию действительного числа концепцией Мере–Кантора.

Инициатива построения концепции действительного числа переходит к немецким математикам. В 1872 году выходят работы Э. Гейне «Лекции по теории функций» [23], Г. Кантора «Обобщение одной теоремы из теории тригонометрических рядов» [24, с. 9–17] и Р. Дедекинда «Непрерывность и иррациональные числа» [25].

Э. Гейне как профессиональный математик и преподаватель, изложил теорию числа на языке фундаментальных последовательностей, введя отношение эквивалентности и порядка. Его изложение имеет много общего с теорией Кантора, в совместных беседах с которым она и создавалась. Методически он опережает своих коллег, до сих пор в анализе понятие предела даётся на языке счётных последовательностей. Подробнее см. [26, 27].

Р. Дедекинд подошёл к определению числа как алгебраист, дав арифметическое определение числа. Дедекинд рассматривает свойства равенства, упорядоченности, плотности множества рациональных чисел  $\mathbb{R}$ , (числового корпуса, термин, который ввёл Дедекинд в дополнениях к изданным им лекциям Дирихле). При этом он старается избегать геометрических представлений. Определив отношение «больше» и «меньше», Дедекинд утверждает его транзитивность; существование между двумя различными числами бесконечного множества других чисел; а также для любого числа разбиение множества рациональных чисел на два бесконечных класса, таких, что числа одного из них меньше данного, и другого, числа которого больше данного числа; причём само число, производящее это разбиение, может быть отнесено как к одному, так и к другому классу, и тогда оно будет либо наибольшим для первого, либо наименьшим для второго класса.

После этого Дедекинд рассматривает точки на прямой линии и устанавливает для них те же свойства, что и только что установленные для рациональных чисел, постулируя, что каждому рациональному числу соответствует точка на прямой линии. «Каждая точка  $p$  прямой производит разложение прямой на две части таким образом, что каждая точка одной части расположена влево от каждой точки другой. Я усматриваю теперь сущность непрерывности в обратном принципе, т.е. в следующем: «Если все точки прямой распадаются на два класса такого рода, что каждая точка первого класса лежит влево от каждой точки второго класса,

то существует одна и только одна точка, которая производит это разделение прямой на два класса, – это рассечение прямой на два фрагмента. Если система всех действительных чисел распадается на два класса такого рода, что каждое число первого класса меньше каждого числа второго класса, то существует одно и только одно число, производящее это разложение» [25, с. 17–18].

Это свойство прямой Дедекинд называет аксиомой, принимая которую, мы придаём прямой непрерывность. Причём Дедекинд утверждает, что это наш мысленный акт, который производится независимо от того, является ли реальное пространство непрерывным или разрывным, это мысленное заполнение новыми точками не влияет на реальное бытие пространства.

Определение числа, данное Дедекиндом, до сих пор используется в курсах анализа как логически и категориально безупречное. Но, как заметил Кантор, в анализе невозможно пользоваться понятием числа как сечения. Как только рассматривается неупорядоченное множество, это определение бессильно.

Г. Кантор, как и Гейне, введя понятие числа на основании счётных фундаментальных последовательностей, идёт дальше Гейне: определяет понятие предельной точки, вводит иерархию предельных множеств. В работе 1874 года он доказывает счётность множества алгебраических иррациональных чисел, и несчётность множества действительных, а следовательно, и трансцендентных чисел в статье «Об одном свойстве совокупности всех действительных алгебраических чисел» [24, С. 18–21]. Теоретико-множественная терминология ещё не сложилась, понятие счётности появится у него позже, он говорит об взаимно однозначном соответствии, а вместо множества употребляет термин «совокупность». Кантор постулирует взаимно однозначное соответствие между числами и точками на прямой, он утверждает, что доказать это невозможно.

К 1878 году Кантор переходит от анализа точечных областей к понятию мощности, формулирует гипотезу континуума, рассматривает непрерывные отображения между множествами различной размерности. Тем острее он ощущает недостаточность определения непрерывности через сечение. Его третья статья 1878 года «К учению о многообразиях» [24, С. 22–35] уже содержит понятия мощности и взаимно однозначного соответствия между многообразиями различной размерности. В этой же статье появляется понятие «второй мощности», то есть начинает формироваться гипотеза континуума. Подробнее см. [28].

## ЛИТЕРАТУРА

1. *De L'Hôpital*. Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes / L'Hôpital de. – Paris. – 1696. – 181 p.
2. *Wells W.* First year algebra / W. Wells, W. W. Yart. – Boston. – 1912. – 325 p.
3. *Stifelio M.* Arithmetica Integra / M. Stifel. – Norimbergae. – MDXLIII. – (1544 г.) – 327 p.
4. *Синкевич Г.И.* Михаэль Штифель (1487-1567) и теоретико-множественные представления XVI века / Г.И. Синкевич // История науки и техники. – 2013. - № 10. – С. 11–16.
5. *Галлей Г.* Избранные труды в двух томах. Т. 2. – М.: Наука. – 1964 г.
6. *Kaestner A.G.* Anfangsgründe der Analysis endlicher grössen / A.G. Kaestner. – Göttingen, 1794. – 590 s. – S. 198.
7. *Юшкевич А.П.* Леонард Эйлер о квадратуре круга / А.П. Юшкевич // Историко-математические исследования. – М.: Наука. – 1957 г. – X. – С. 159–210.
8. *Эйлер Л.* Введение в анализ бесконечно малых / Л. Эйлер. – М.: Физматгиз. – 1961ю – т. 1 – 315 с.
9. *Lambert I.H.* Vorläufige Kenntnisse für die, so die Quadratur und Rektifikation des Cirkuls suchen / I.H. Lambert // Beyträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung II. – Berlin. – 1770. – pp.140– 169. имеется русский перевод: О квадратуре круга (Архимед, Гюйгенс, Ламберт, Лежандр). С приложением истории вопроса, составлен Ф. Рудио / перевод с немецкого под редакцией и с примечаниями академика С.Н. Бернштейна. 1-е издание 1911 Mathesis. – 176 с.; 2-е издание М.- Л.: Гостехиздат. – 1934 г. – 239 с.
10. О квадратуре круга (Архимед, Гюйгенс, Ламберт, Лежандр). С приложением истории вопроса, составлен Ф. Рудио / перевод с немецкого под редакцией и с примечаниями академика С.Н. Бернштейна. 1-е издание 1911 Mathesis. – 176 с.; 2-е издание М.- Л.: Гостехиздат. – 1934 г. – 239 с.
11. *Legendre A.-M.* Éléments de géométrie. Note IV. Où l'on demontre que le rapport de la circonférence au diametre et son quarré sont des nombres irrationnels. – 1794.
12. *Cauchy A.-L.* Course d'Analyse de l'Ecole Royale Polytechnique (1821). Analyse Algébrique / A.-L. Cauchy // Oeuvres. Ser. 2, t. 3. – p. 1–471.

13. *Putnam H.* What is mathematical truth? / H. Putnam. Proceedings of the American Academy Workshop on the Evolution of Modern Mathematics (Boston, Mass., 1974) // *Historia Mathematica.* – 1975. – 2. – No. 4. – P. 529–533.
  14. *Рыхлик К.* Теория вещественных чисел в рукописном наследии Больцано / К. Рыхлик // *Историко-математические исследования.* – 1958 г. – XI. – С. 515–532.
  15. *Liouville J.* Sur les nombres transcendants / L. Liouville // *Comptes Rendus de l'Academie des Sciences.* – 1844. – XVIII. – p. 883–885.
  16. *Hermit Ch.* Sur les fonctions exponentielle / Ch. Hermit. *Comptes Rendus de l'Academie des Sciences.* – 1873. – 77. – p. 18–24, 74–79, 226–233, 285–293.
  17. *Lindemann F.* Über die Ludolph'sche Zahl / F. von Lindemann. – *Sitzungsberichte der Akademie der Wiss. Berlin.* – 1882. – P. 679–682.
  18. *Weierstrass K.* Zu Lindemann's Abhandlung „Über die Ludolph'sche Zahl“ / K. Weierstrass // *Berichte der Berliner Akademie.* – 1885.
  19. *Weierstrass K.* Differentialrechnung 1861. Ausarbeitung der Vorlesung an dem König. Gewerbeinstitut zu Berlin im Sommersem. 1861 von H.A. Schwarz (Institut Mittag-Leffler). Extraits // *Pierre Dugac. Eléments d'analyse de Karl Weierstrass. Archive for history of exact sciences.* 1973, vol. 10. Number 1–2. – p. 41–176. Appendix II.
  20. *Méray Ch.* / Remarques sur la nature des quantités définies par la condition de servir de limites à des variables données / Ch. Méray // *Revue des Sociétés savantes, Sci. Math. phys. nat.* – 1869. – (2) 4. – P. 280–289.
  21. *Méray Ch.* Nouveau précis d'analyse infinitesimale / Ch. Méray. – Publication : F. Savy. XXIII – Paris: 1872. – 310 p.
  22. *Синкевич Г.И.* Развитие понятия непрерывности у Шарля Мере // *Труды X Международных Колмогоровских чтений: сборник статей.* – Ярославль: Издательство ЯГПУ – 2012 г. – С. 180–185.
  23. *Heine E.* Die Elemente der Functionenlehre / E. H. Heine // *J. reine angew. Math.* – 74 (1872). – S. 172–188.
  24. Кантор Г. Труды по теории множеств / Г. Кантор. – Москва, 1985. – 485 с.
  25. *Дедекиннд Р.* Непрерывность и иррациональные числа / Р. Дедекиннд. Пер. с нем. С.О. Шатуновского. – Одесса, 1923. – 4 изд. – 44 с.
  26. *Синкевич Г.И.* Генрих Эдуард Гейне. Теория функций // *Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ: межвузовский тематический сборник трудов.* Выпуск 18. Под редакцией д-ра физ.- мат. наук, проф. Б.Г. Вагера / СПбГАСУ. – СПб. – 2012. – С. 6 – 26.
  27. *Гейне Э. Г.* Лекции по теории функций. Перевод и примечания Г.И. Синкевич // *Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ: межвузовский тематический сборник трудов.* Выпуск 18. Под редакцией д-ра физ.- мат. наук, проф. Б.Г. Вагера / СПбГАСУ. – СПб. – 2012. – С. 26 – 46.
  28. *Синкевич Г.И.* Развитие понятия непрерывности в работах Дедекиннда и Кантора // *Труды XI Международных Колмогоровских чтений: сборник статей.* – Ярославль: Издательство ЯГПУ – 2013 г. – в печати.
-

# ПРОСВЕТИТЕЛЬСКИЕ ОБЩЕСТВА ВЕНЫ И МОСКВЫ В КОНЦЕ 19 ВЕКА

Хохлова Л.И.

*Мурманский государственный технический университет, Мурманск, Россия  
e-mail: xoxlovaluda@rambler.ru*

**Abstract.** The transition to systematic scientific cognition is possible when a groups of people, which set a satisfaction of certain needs of society as a goal of their lives. Such a groups are studying certain classes of the processes of the nature. But representatives of these groups change all the time, though it is required to pass collected experience – because only in the case of its reception human being is forced to exact reasoning. Interesting experience of the knowledge transfer, experience of enlightenment could be tracked on an example of works of Ernst Mach's Society of education in Austria and Moscow philosophical-mathematical society in Moscow in the late 19<sup>th</sup> century.

В 15-16 веках произошло резкое расширение научного мировоззрения благодаря географическим, техническим и естественнонаучным открытиям, но, по мнению Эрнста Маха, оказалось трудным понять ту свободу мышления, которая встречается в эпоху средневековья у отдельных индивидуумов, сначала у поэтов, а потом уж у научных исследователей. По его мнению, просвещение тогда было делом единичных, совершенно необычных людей и было связано с воззрением остального народа лишь весьма тонкими нитями, так что было скорее способно исказить эти воззрения и тревожить их, чем преобразовывать. Только в литературе 18 века, считал Мах, уже соприкасаются между собою науки гуманистические, философские, исторические и естественные, побуждая друг друга к более свободному мышлению.

Рассуждения Маха о развитии естествознании во введении к «Механике», а также работа Г.Герца «Принципы механики, изложенные в новой связи» серьезно повлияли на представления о развитии науки П.Флоренским. По мнению Флоренского у Маха выделяется уважение перед истинным философским стремлением слить все ручьи наших знаний в один поток. Как отмечает Флоренский, в 1872 году, Эрнст Мах, тогда еще только выступавший на поприще мысли, определил физическую теорию как абстрактное и обобщенное описание явлений природы. «Рассуждая историко-философски, это событие не было ни великим, ни даже значительным. Оно не подарило философии ни новых методов, ни новых мыслей, но общественно, в мировоззрении широких кругов, образующем собою философскую атмосферу и больших мыслителей, этот 1872-й год можно считать поворотным: в напыщенной стройности материалистической метафизики, всесильно и нетерпимо диктаторствовавшей над сердцами, тут что-то хряснуло. Где-то произошла не то снисходительная улыбочка, не то смешок»[1,С.102].

Очевидно что, просвещение действительно является делом совершенно особых людей и уместно в этом контексте рассмотреть две мощные научно-просветительские группы, которые работали в России и Вене на рубеже 19-20 веков. Это две группы естественников-философов, стремящихся подойти к проблеме научного творчества с точки зрения потребности в новом, создания оптимальных своевременных ответов на запросы общества в науке, инженерном творчестве, художественном творчестве. В конце 19 века кризис веры в прогресс и разум заставляет сомневаться в самих основаниях европейской философии, культуры и европейской системы ценностей, ориентиров, образа жизни. Важнейшей его составляющей явился кризис веры в науку и ее возможности, что для философии оказалось катастрофой, т.к. наука всегда представлялась преимущественной сферой реализации разума, реальным доказательством его могущества и неограниченных возможностей.



Эрнст Мах отмечал, что «переход к систематическому научному познанию возможен, когда развились уже особые сословия, ставящие себе задачей жизни удовлетворение определенных потребностей общества. Такое сословие занимается особыми классами процессов природы. Но лица этого сословия все время меняются: выступают из него старые члены и вступают новые. И вот возникает необходимость сообщить новопоступившим существующий уже опыт, возникает необходимость сказать им, от каких обстоятельств собственно зависит успех при преследовании той или иной цели. Только получив такое сообщение человек бывает вынужден к точному размышлению, что каждый человек может наблюдать на себе самом и в настоящее время.»[2, С.13].

Мах воспринимал науку как способ экономии мышления, при этом он замечал, что эта идея возникла задолго до него, что возможно и принизило его мнение о себе, но сама мысль от этого только выиграла в своем значении, причем связь с обыкновенным мышлением только возвышает научное мышление. Дело, не выходящее за пределы кабинета ученого, превратилось в дело, имеющее глубокие корни в жизни человечества и оказывающее мощное обратное влияние на эту жизнь. В течении короткого времени одной человеческой жизни ввиду ограниченной памяти человека более или менее значительное знание достижимо только при величайшей экономии мысли. Поэтому сама наука может рассматриваться как задача на минимум, состоящая в том, чтобы возможно полнее изобразить факты с наименьшей затратой мышления. Мах подчеркивал, что метод великих исследователей заключается в установлении согласия между отдельными представлениями с одной стороны и общей картиной какой-нибудь области явлений с другой, их постоянное внимание к целому при изучении единичного и особенного. А истинная философская работа в области специальных наук всегда заключается в установлении связи и согласия между ее результатами и твердо установившимися общими нашими познаниями.

Флоренский подходит к науке как поэт, художник, и математик. Он пишет о науке очень образно и прочувственно: «Жизнь меняет науку, эта перемена совершается вопреки ее строго-консервативной сущности. Жизнь тащит на поводу упирающуюся науку»[1, С.120]. К счастью для науки считает Флоренский, есть философия, а раз «философия есть — и мертвящий метод науки теряет свою железную жесткость. Этого достигаем посредством времени.. Наука враждебна жизни. Но враг врага жизни, философ, через отрицание отрицания, возвращается к жизни. Наука во всем срединна, задерживаясь на линии безразличия, и потому не принимает к полюсам творческой силы: ни жизнь природы, ни волнение личности в глубинах своих не доступны ей. И то же происходит в отношении широты своего распространения: брезгуя соборною всенародностью, она боится и затвора самопознания, и лишь мелко плавает в поверхностном слое как мысли, так и общества. Наука — всегда дело кружка, сословия, касты, мнением которых и определяется; философия же существенно народна. ... Философия не довольствуется ни одной степенью описания, стремится к большей и большей полноте, ибо она последовательно углубляет плоскость своего описания. Философия имеет предметом своим не один закрепленный ракурс жизни, но ракурс переменный, подвижную плоскость мирового разреза. Не фактически вынуждаемая историей, но по изволению своей свободы, она избирает в удел себе переменную точку зрения. Последовательными оборотами, философия ввинчивается в действительность, впивается и проникает ее все глубже»[1, С.123].

Следует заметить, что такое отношение к науке и философии у этих мыслителей сформировано под воздействием атмосферы, которая сложилась к тому времени в научном и социокультурном обществе каждой страны.

В Венском либеральном движении конца 19 века важное место занимали ученые с мировой репутацией. Здесь заботились, прежде всего, об антиметафизическом духе. Благодаря Духу Просвещения Вена занимала ведущие позиции в деле научно ориентированного народного образования. Деятельность физиков Маха и Больцмана на философской кафедре показывает, что здесь царил живой интерес к теоретико-познавательным и логическим проблемам, примыкавшим к основаниям физики. Через эти

проблемы оснований выходили также на усилия по обновлению логики. В то же время в Философском обществе при Венском университете под руководством Хёфлера велись многочисленные дискуссии по вопросам оснований физики и связанным с ними теоретико-познавательным и логическим проблемам.

В 1922 году в Вену был приглашен М.Шлик. Его деятельность хорошо вписалась в историческое развитие Венской научной атмосферы. Через несколько лет вокруг него собрался кружок, который объединил различные устремления в духе научного миропонимания. Представители кружка не являлись "чистыми" философами, они пришли из различных отраслей науки и первоначально с различными философскими взглядами. Со временем, однако, обнаружилось все более возрастающее единство и это явилось следствием специфической научной установки: "что вообще можно сказать, можно сказать ясно", на вооружение был взят «Трактат» Витгенштейна, в котором содержатся афоризмы об этике, смысле жизни, о мистическом переживании мира как целого.

По жизненным вопросам у членов кружка также обнаруживается поразительное совпадение. Эти взгляды гораздо теснее связаны с научным миропониманием, чем это может показаться на первый взгляд, с чисто теоретической точки зрения. Так, например, стремление к преобразованию экономических и общественных отношений, к объединению человечества, к обновлению школы и воспитания демонстрирует тесную внутреннюю взаимосвязь с научным миропониманием; оказывается, что члены кружка отстаивают эти устремления, относятся к ним с симпатией, а некоторые энергично работают над их осуществлением.

Венский кружок старался наладить контакт с теми движениями современности, которые предрасположены к научному миропониманию. Организацией, через которую кружок обращается к широкой общественности, является Объединение Маха. Это объединение стремится, как утверждается в его программе, "поддерживать и распространять научное миропонимание. Оно организует доклады и публикации о нынешнем состоянии научного миропонимания, с тем, чтобы показать значение точного исследования для социальных и естественных наук. Венский кружок надеется, через свое участие в Объединении Маха, соответствовать требованиям дня: а именно, формировать повседневные орудия мышления, для ученых, и для всех тех, кто тем или иным образом принимает участие в сознательной организации жизни. Жизненная сила, которая проявляется в усилиях по рациональному переустройству общественного и хозяйственного порядка, пронизывает также и движение научного миропонимания.

**Россия.** Философско-математическое общество при Московском университете. Некрасов, Бугаев, Трубецкой, Флоренский. Союз этих мыслителей, возникший в один из наиболее значимых периодов пробуждения русского сознания и усиления университетской научной деятельности, задался целью содействовать поднятию в русской науке того познания мировых вещей и явлений, которое называется точным. Члены этого союза исследовали закономерность, существующую во вселенной, а именно: физику мира и мировую психофизиологию; они твердо верили в древний Пифагоровский принцип всякого точного знания, что Творец «все расположил мерою, числом и весом». Они принадлежали к тем необыкновенным людям, которые проникнуты наиболее совершенными математическими принципами точного познания, поэтому стремились внести дух математического тщательного исследования в русскую науку, которая в то время еще являлась отставшею в области точного познания от науки западноевропейской. Наука эта была в то же время в их глазах одним из средств поднять практическое умение в разных отраслях дела, вызываемого потребностями жизни.

Н.В.Бугаев, декан физмата МГУ по праву считается одним из главных основателей этой знаменитой философско-математической школы. Ученый утверждал, что математика, обобщая факты внешнего мира, приводя их к единству, является в то же время одной из первых ступеней в области нравственного мира, т. к. человек стремится, при помощи числа и меры, возвыситься до идеального состояния, которое обуславливало бы полную власть над

внешнею и внутреннею природой и вносило бы гармонию и эстетическое чувство в каждое проявление человеческого духа. Представители этого общества сознавали необходимость дальнейшего расширения русской организации, которая должна была привить нашей науке и жизни новые математические принципы точного познания, вытекающие из древних принципов, не уничтожающие ничего положительного в старине и открывающие новый простор для деятельности врожденного чувства меры, для положительного или точного научно-философского исследования и для разумного взвешенного целесообразного благотворного действия.

Нелегкая эта задача: проведение духа точного познания в человеческую среду всегда и везде встречает на пути разнообразные препятствия, состоящие главным образом в подчинении и образованных людей духу ложного познания, различным кумирам, противодействующим истинному точному познанию. Людям, принявшим на себя долг распространения точного знания и умения, приходится постоянно расчищать тот правильный путь, который можно назвать здоровою положительною теорией познания и действия. Основатели Математического Общества стремились преодолеть эти препятствия силою логического убеждения, искусным разъяснением того, что точное познание и обоснованное им действие несовместимы со служением неразумным началам и кумирам, с увлечением какою бы то ни было односторонностью.

Задача всей и всякой науки – замещение опыта или экономия его воспроизведением и предвосхищением фактов в наших мыслях. Это экономическая функция науки, пронизывающая все ее существо. Сообщение науки при помощи преподавания имеет дело сэкономить для индивидуума опыт сообщением ему опыта другого индивидуума. Наша речь, по мнению Маха, как средство сообщения институт экономический. А Флоренский подчеркивает «Мысли говорящего и понимающего сходятся между собою только в слове... Слово есть метод, метод концентрации. Собранную в один фокус историческую волю целого народа - в слове я имею в своем распоряжении, и дело - не в силе, а лишь в умении ее направить в нужную мне сторону. И вместе со словом, мною произнесенным, продвигается и вонзается в пространство моя сконцентрированная воля, сила моего сосредоточенного внимания. ... Слово - человеческая энергия, и рода человеческого, и отдельного лица, - открывающаяся чрез лицо энергия человечества. Две энергии, реальности и познающего, близки друг к другу, может быть, размешаны друг в друге; но эта флюктуирующая смесь еще не образует единства, и необъединенной борьбой своих стихий вызывает во всем вашем организме томительное ожидание равновесия. Напряжение усиливается, и противоположность познающего и познаваемого сознается все острее. Это - как пред грозой. Слово есть та молния, которая раздирает небо от востока до запада, являя воплощенный смысл: в слове уравниваются и приходят к единству накопившиеся энергии. Слово - молния. Оно не есть уже ни та или другая энергия порознь, ни обе вместе, а - новое, двуединое энергетическое явление, новая реальность в мире. Слово, порождение всего нашего существа в его целостности, есть действительно отображение человека, основу слова образует отображение сущности народной и, более того, сущности всего человечества. Можно сказать, что в слове исходят из меня гены моей личности, гены той личностной генеалогии, к которой принадлежу я. И потому словом своим входя в иную личность, я начинаю в ней новый личностный процесс. А этим - контакт слова с личностью установлен, и главное дело сделано: остальное пойдет уже само собою, в силу того, что самое слово уже есть живой организм, имеющий свою структуру и свои энергии»[1,С.105]. В этих словах, как в никаких, других отражена важнейшая возможность воздействия Учителя на ученика.

Понятия нового, изобретения, открытия воспринимаются, как отнесенные к некоторому уровню знания и способу его бытия в обществе. Новое – это нечто, уже доказавшее свою состоятельность в дискуссии с привычным и обоснованным старым. По мнению Флоренского «для создания этого нового потребовалось напряжение воли и подвиг разума, т.к. создание символов иррациональности, новой сущности требует свободного подвига. Подвиг же - в том, что «естественные силы», - присущая уму инертность и

самодовольство -, толкают его к косному в старом, в конечном, в «известном». Право на символотворчество принадлежит лишь тому, кто трезвенной мыслью и жезлом железным пасет творимые образы на жизненных пажитях своего духа. Не виртуозность разработки, но аскетическое трезвение в самом буйстве творческих порывов есть признак истинного творчества».

Мах говорил, что «Достаточное мировоззрение не может быть подарено нам, а мы должны его завоевать! Но только тогда, когда будет предоставлена свобода рассудку и опыту там, где только они одни компетентны, мы будем, надо надеяться, ко благу человечества приближаться медленными, постепенными, но верными шагами к тому идеалу единого мировоззрения, которое одно совместимо с экономией здоровой души. Причем, когда говорят о стремлении природы к экономии, имеется ввиду, что происходит всегда лишь столько, сколько может происходить ввиду существующих сил и условий»[2, С.13]. Он восхищается подходом Аристотеля, Утверждает, что в «Проблемах механики» Аристотель показывает умение ставить и распознавать проблемы, и это носит скорее диалектический, чем естественнонаучный характер и характеризует интеллектуальную ситуацию - начало исследования.

Человек в своей исторической судьбе проходит не только через радикальные изменения социальной жизни, которые должны создать новую структуру общества, но и через радикальное изменение отношения к жизни вселенской. Нельзя забывать, что социальная жизнь людей связана с космической жизнью и что не может быть достигнуто совершенного общества без связи с жизнью космической.

Русские мыслители понимали, что во всеобщую науку о жизни, науку о человеке в том числе, входят все науки, ибо жизнь – единая целостность, в которой все взаимосвязано. Спонтанные прозрения случаются у многих, но открытиями, они становятся у единиц, способных придать им определенную форму. Новое – это осмысленная и значимая альтернатива тому, что есть, а не всякая девиация, странность, неожиданность, и новое все равно использует уже имеющиеся общекультурные ресурсы. Очевидно, что на формирование ученого, его интересов, сферы деятельности определяюще влияет общая историческая ситуация и культурная среда, т.е. так называемый «дух эпохи».

В наше время только широта образования, преодолевающая узкий практицизм, способна сыграть решающую роль на современной стадии развития научно-технического прогресса, то есть общеобразовательная основа – знание фундаментальных наук и общая образованность (гуманитарная).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Флоренский П. Христианство и культура. АСТ. Москва, 2001.
2. Мах Э. Механика. Историко-критический очерк ее развития. Ижевск. 2000.
3. Г.Герц. Принципы механики, изложенные в новой связи. Изд. наук. 1959.

## СЕКЦИЯ 8.

### ПРОБЛЕМЫ СРЕДНЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

---

#### ФОРМИРОВАНИЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ УМЕНИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ КОЛЛЕДЖА В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЕ «ИНФОРМАТИКА»

Головина Н.Н.

ГБОУ СПО «Волгоградский политехнический колледж имени В.И. Вернадского»,  
400059, г.Волгоград:59, ул. 64-й Армии дом 14, 8-(442)-44-41-25, 8-917-331-32-48, [gmm65@rambler.ru](mailto:gmm65@rambler.ru)

Abstract. Informatization of education aimed at developing a qualitatively new model of training people to live and work in the post-industrial information society, shaping their brand new, necessary for these conditions the personal qualities and skills. Fulfillment of the social order in the information society demands further development of vocational education and the transition to the mastery of certain competencies. The basis of all professional competence as well as generic competences are intellectual skills.

Информатизация образования как эффективное средство формирования профессиональных компетенций.

Информатизация образования — процесс обеспечения сферы образования методологией и практикой разработки и оптимального использования современных информационных технологий, ориентированных на реализацию психолого-педагогических целей обучения, воспитания.

В узком смысле «Информатизация образования» - внедрение в учреждения системы образования информационных средств, основанных на микропроцессорной технике, а также информационной продукции и педагогических технологий, базирующихся на этих средствах. Выполнение социального заказа в информационном обществе потребовало дальнейшего развития профессионального образования и перехода к овладению определенными компетенциями.

Принято определение: **компетенция** - это подтвержденная способность использовать знания и умения для достижения успеха в учебной и профессиональной деятельности.

В основе всех компетенций как профессиональных так и общих компетенций лежат интеллектуальные умения.

В качестве основных интеллектуальных умений определены такие умения, как **анализировать, синтезировать, абстрагировать, сравнивать, обобщать, конкретизировать, классифицировать.**

Среди средств, которые обеспечивают формирование интеллектуальных умений выделяют задачи. При всей важности каждой отдельной задачи, эффективность образовательного процесса обеспечивается не отдельными задачами, а системами задач.

В ходе исследования эмпирическим путем были уточнены **основные характеристики таких систем: общность** (идея, тема); **способ построения** (обобщение или конкретизация предыдущей задачи, или ее аналога); **уровневая организация; полнота; целевая достаточность; рядоположенность** (наличие усложнений, разветвлений, связей между задачами и отношениями между элементами задачи); **целевая ориентация** (обеспечение поэтапного формирования интеллектуальных умений).

Приведем пример системы предметно-познавательных задач по информатике при изучении темы «Табличные процессоры».

Принцип создания систем задач: выделяются ключевые задачи для данной темы, которые расширяются другими задачами и это задачи решение, которых рассчитано не на одно занятие.

Системы задач по информатике сконструированы автором методики.

При разработке были определены в качестве ключевых задач по данной теме – это задачи на понятие, области применения и функции электронных таблиц. Например: создайте рабочую

книгу. Выполните настройку книги. Освойте работу по переименованию листов книги. Сохраните рабочую книгу под указанным преподавателем именем.

Эта система задач была расширена следующими задачами.

*Задача на исполнение и воспроизведение.* Создайте таблицу экспертной оценки качества парфюмерной продукции – духов, по предложенному образцу, в которой представлены оценки по параметрам.

После традиционной работы студентов с этой задачей им задавались познавательные вопросы:

1. Может ли таблица экспертной оценки обрабатываться автоматизированной системой?

2. Какие весовые коэффициенты может обрабатывать искусственный интеллект, а какие нет?

*Задача на объяснение.* Сформулируйте задачу, связанную с Вашей будущей профессией, предполагающую создание электронной книги с помощью электронных таблиц. Было предложено два варианта решения данной задачи.

Объясните в чем отличие первого варианта решения от второго варианта? Обоснуйте, какое решение из двух вызывает у Вас затруднение при его выполнении? Укажите, что общего у этих двух вариантов решения?

*Задача на рецензирование.* При заполнении ячеек электронная книга, состоит из двух листов: на первом листе содержатся исходные данные, а на втором выполняются вычисления в соответствии с введенными формулами.

После традиционной работы с задачей студентам задавались вопросы, носящие познавательный характер.

Например: удалось ли правильно ввести на втором листе формулы? Возможен ли автоматический перенос данных и формул с одного листа на другой? Любой ли вид формул можно копировать с листа на лист, чтобы не появлялось сообщение о логической ошибке?

*Конструкторская задача.* Специалисту сотовой компании, необходимо создать таблицу отчетности телефонных звонков по компаниям о достигнутых результатах переговоров для подключения их к данной мобильной связи.

Студентам предлагаются следующие вопросы к обсуждению по ходу решения предметной задачи:

1. Почему используют расширенные таблицы, а не телефонный справочник?

2. Сколько различных отчетов и запросов по созданию типовой таблице можно сделать на основе данной таблицы?

Одним из методов формирования интеллектуальных умений является метод проектов.

*Метод проектов* – это система обучения, при которой студенты приобретают знания в процессе планирования и выполнения постепенно усложняющихся практических заданий – проектов.

Метод проектов на занятиях по дисциплине информатика и ИКТ.

В настоящее время метод проектов широко применяется в педагогической практике. Небольшие проекты могут выполняться обучающимися на уроках в соответствии с учебно-тематическим планированием. Проекты, требующие длительного времени исполнения, включаются в программу внеурочной работы по дисциплине.

*Метод проектов* по дисциплине «Информатика» в Волгоградском политехническом колледже имени В.И. Вернадского применяется с 2002 года

Типология проектов по различным основаниям.

В качестве примера организации проектной деятельности обучающихся в рамках аудиторной работы можно предложить следующий учебный проект:

1. Создать БД «Учебники по информатике в библиотеке колледжа» согласно следующим отношениям: Номер, Название, Издательство, Год\_издания, Количество\_страниц, Количество\_экземпляров.

2. Заполнить БД конкретными данными.

3. Реализовать следующие запросы в БД:

- вывести ФИО автора, книг которого больше всего в библиотеке;

- вывести перечень издательств, учебники которых есть в библиотеке.

При проведении данного проектного обучения в рамках аудиторной работы по первому признаку нами был использован информационный проект. По второму признаку – монопроект проект. По третьему признаку характеру контактов – групповой проект. По продолжительности наш проект можно отнести к краткосрочному проекту.

**Методика реализации проекта**

**Цели проекта:**

- *образовательные*: закрепление практических навыков построения БД заданной структуры, закрепление навыков составления запросов к БД;

- *развивающие*: развитие интеллектуальных умений; навыков самостоятельной работы, рефлексии, самопрезентации.

*Форма организации*: индивидуальная под руководством преподавателя.

*Выполнение проекта*: в классе, длительность – 4 часа.

### **Этапы выполнения проекта.**

#### *1. Подготовительный этап.*

1.1. Выбор задания. Преподаватель предлагает обучающимся задание. Обучающиеся уточняют условие.

1.2. Составление графика реализации проекта. Преподаватель и обучающиеся совместно составляют план-график выполнения работы, обсуждают форму отчетности и критерии оценивания.

2. *Основной этап* – реализация проекта. Обучающиеся выполняют проект в соответствии с планом-графиком. Преподаватель при необходимости консультирует, а также контролирует правильность работы по каждому этапу, оценивает результативность.

#### *3. Заключительный этап.*

3.1. Представление отчетов.

3.2. Подведение итогов выполнения проекта.

3.3. Окончательное оценивание работы каждого обучающегося.

Отчеты по результатам выполнения проекта и оценивание работ целесообразно организовать следующим образом: перед всей группой заслушиваются отчеты нескольких наиболее подготовленных обучающихся. На их примере преподаватель демонстрирует методику оценивания работы. Далее, при успешной защите, эти обучающиеся назначаются «ассистентами», которые будут осуществлять проверку отчетов параллельно по нескольким группам под наблюдением преподавателя.

При организации проектной деятельности обучающихся в рамках внеаудиторной работы - по первому признаку использовались информационно-исследовательские проекты. Этот тип проектов изначально направлен на сбор информации о каком-то объекте, явлении, на ознакомлении участников проекта с этой информацией, ее анализ и обобщение фактов, предназначенных для широкой аудитории. По второму признаку – монопроекты и межпредметные проекты. По третьему признаку характеру контактов – парный, между парами обучающихся. По продолжительности наши проекты можно отнести к долгосрочным (от месяца до нескольких месяцев).

Таким образом применение проектов в аудиторной и внеаудиторной работе по дисциплине «Информатика» позволяет формировать интеллектуальные умения у обучающихся колледжа.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Басова, Н.В. Педагогика и практическая психология / Н.В. Басова. – Ростов н/Д: Феникс, 2000. – 416 с.
  2. Монахов, В.М. Технологические основы проектирования и конструирования учебного процесса / В.М. Монахов. – Волгоград: Перемена, 1995. – 152 с.
  3. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования/ Под редакцией Е.С. Полат, и др. – М.: «Академия», 2005. – 272 с.
  4. Ширшов, Е.В. Информационно – педагогические технологии: ключевые понятия: словарь./Е.В. Ширшов - Ростов-н/Д: Феникс, 2006. – 258 с.
-

# РЕТРОСПЕКЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Майсеня Л. И.

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Республика Беларусь,  
maisenia@tut.by*

Abstract. The development of mathematical education at the vocational secondary education level is analysed.

Система профессионального образования (в мировом образовательном пространстве) берет свое начало в XVIII веке, который вошел в историю как век просвещения. Среднее техническое образование начинает развиваться в Российской Империи с 1839 года, после того как был издан Указ об открытии при Виленской, Курской, Тульской гимназиях реальных классов с целью распространения технических знаний, которые важны для промышленности. Далее трансформации шли по пути преобразования реальных классов в реальные гимназии, а затем – с 1871 года – в реальные училища. Училища состояли из 6 образовательных классов. Кроме того, было разрешено открывать дополнительный седьмой класс, который имел различные направления: общий (для подготовки в высшие специальные учебные заведения), механико-технический и химико-технический – для получения среднего технического образования. В 70-х годах XIX века в Российской Империи возникли первые средние технические учебные заведения (технические училища) как особый тип учебных заведений.

Известный российский ученый-механик И. А. Вышнеградский разработал в 1888 году «Основные положения о промышленных училищах». Согласно данному документу, средние технические училища должны были сообщать знания, необходимые техникам как ближайшим помощникам инженеров.

Сделаем ретроспективный анализ формирования содержания обучения математике и методических подходов к его реализации на уровне среднего профессионального образования.

В средних учебных заведениях Российской Империи конца XIX века – начала XX века качественное математическое образование находилось в числе приоритетных задач. В реальных училищах (по плану 1905/06 учебного года) на математику с элементами высшей приходилось 35 недельных часов (согласно [1]). Данный период отмечен высокой активностью педагогической общественности в области исследования проблем образования. В частности, в 1895 году в Москве был проведен II съезд деятелей по техническому и профессиональному образованию. Особое обсуждение коснулось проблем математического образования. В качестве основной проблемы, требующей решения, была названа проблема расширения элементов высшей математики в обучении. В 1906 году состоялось Всероссийское совещание директоров средних технических училищ, на котором Министерству народного просвещения были выдвинуты следующие требования:

– приравнять курс общеобразовательных предметов училища курсу средней общеобразовательной школы;

– расширить программы по математике;

– обеспечить право поступления выпускников училищ в высшие учебные заведения по соответствующим специальностям без экзаменов.

Первый и Второй Всероссийские съезды преподавателей математики также проанализировали состояние математического образования в реальных училищах [2] – [7]. Первый съезд состоялся в Петербурге (27.12.1911 – 03.01.1912). В нем приняли участие 1217 человек, среди которых 700 участников были преподавателями средних учебных заведений, в том числе, реальных училищ (согласно [5], в 1912 году было 276 реальных училищ). На пленарных заседаниях и секциях съезда был обсужден ряд насущных вопросов. Среди прочитанных докладов были, в частности, следующие:

1) «По вопросу о постановке преподавания математики, главным образом, аналитической геометрии и анализе бесконечно малых в реальных училищах» – Б. К. Крамаренко;

2) «О результатах преподавания начал анализа бесконечно малых, аналитической геометрии и теоретической арифметики в реальных училищах» – П. А. Некрасов;



3) «Курс анализа в средних технических учебных заведениях» – М. Л. Франк.

Названия этих докладов дают полное представление о следовании принципу фундаментальности математического образования в реальных училищах. В резолюции Первого съезда утверждалось, что в обучении математике необходимо «поднять самостоятельность и активность учащихся, а также усилить наглядность преподавания на всех его ступенях и в тоже время повысить логический элемент» [1, с. 5–6].

Второй Всероссийский съезд преподавателей математики (27.12.1913 – 03.01.1914) состоялся в Москве. В нем приняли участие более 1200 человек. На открытии съезда отмечалось, что успехи естествознания и техники выдвинули вопрос о широком введении в математику средних образовательных заведений вопросов, изучаемых в высшей школе, т. к. «стало очевидным, что в настоящее время основные понятия исчисления бесконечно малых, аналитической геометрии и теории вероятностей должны стать достоянием каждого образованного человека» [1, с. 6]. Констатировалось, что вместе с элементарной математикой учащиеся проявляют большой интерес к аналитической геометрии, хорошо усваивается техника дифференцирования, однако анализ бесконечно малых (предел), а также интегральное исчисление усваиваются учащимися трудно. Вместе с тем подчеркивалась значимость изучения теории пределов для глубины и системности математического образования, чему был посвящен, в частности, доклад В. А. Соколова «Когда и как проходить измерение длины окружности в VII классе реальных училищ и в средних учебных заведениях вообще». Из материалов обсуждений следует, что основной формой получения математических знаний учащимися средних профессиональных учебных заведений были лекции преподавателей. Не была забыта и самостоятельная работа учащихся.

Международная конференция по преподаванию математики, которая состоялась в Париже в 1914 году [8], показала, что содержание математического образования, методические подходы к обучению математике в средних и высших профессиональных учебных заведениях Российской Империи соответствовали таковым в Западной Европе. К этому времени, в результате активных и многолетних дискуссий ученых-математиков и математиков-педагогов, из практики обучения математике на уровне профессионального образования (в том числе, среднего) уходит догматическое изложение. Основной методический подход к изложению учебного материала состоял в следовании логике развития математической теории. В учебную литературу по математике были введены системно доказательства теорем, что усиливало логизацию учебного материала. В этом отношении особо показательным является «Учебникъ математики. Курсъ 7-го (дополнительнаго) класса реальныхъ училищъ» [9], авторы С. П. Каблуков и Н. Я. Наймарк, в нем представлено содержание высокой степени научности. По своей сути данный учебник содержит интегрированный курс математики. Издание [9] состоит из 5 книг, собранных в цельный учебник, имеющий 514 страниц. Анализ содержания дает полное представление о дисциплине математика того периода, о требованиях к уровню математических знаний учащихся реальных училищ и о методике обучения конкретным темам. Сделаем короткий обзор предлагаемого в [9] учебного материала и методики его изложения.

Обращаясь к основам арифметики и алгебры, представленным в книге 1 «Нѣкоторые вопросы теоретической арифметики» и в книге 2 «Алгебраическій анализъ», авторы учебника [9] приводят систематическое изложение основ теории чисел. Для анализа возможных решений неопределенных уравнений первой степени с двумя переменными используется теория непрерывных дробей и определители 2-го порядка. Расширение понятия числа до комплексных чисел происходит со строгим научным обоснованием. Комплексное число определяется как упорядоченная пара вещественных чисел. Интерес представляет методика (фактически, не используемая сейчас) введения частного двух комплексных чисел. Соответствующая формула доказывается, она выводится как решение методом Крамера системы 2-х линейных алгебраических уравнений. Затем вводится мнимая единица, которая «слѣдую Эйлеру» обозначается  $i$ . Дальнейшая теория развивается относительно алгебраической формы записи комплексных чисел. Проводя параллель с современным состоянием математического образования, отметим, что такой методический подход характерен для классических университетов.

Основания учения о пределах отнесены к книге 2. Развитие теории идет в соответствии с существующим в настоящее время подходом: определение предела последовательности на «языке  $\varepsilon$ »; определение понятий бесконечно малой и бесконечно большой последовательностей, их многочисленные свойства с доказательствами; доказательство формулы

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^n.$$

Отдельная глава посвящена геометрическим приложениям теории пределов. В частности, строго доказываются формула длины окружности (как предел периметров вписанных (описанных) правильных многоугольников), а также формулы площади круга, площади боковых поверхностей и объемов цилиндра (вращения), конуса (вращения), шарового пояса и шара.

Анализ многочисленных источников показывает, что для методики обучения математике в средних профессиональных учебных заведениях конца XIX – начала XX столетия характерно усиление функциональной линии в содержании математического образования. Это подтверждается также учебным материалом книги [9], в которой через определения вводятся понятия: однозначной и многозначной функции, а также неявной, обратной, алгебраической, целой, трансцендентной функций. Рассматривается широкий класс элементарных функций (включая  $\operatorname{arcsec} x$  и  $\operatorname{arccosec} x$ ). Строгое введение понятия функции позволяет далее авторам учебника ввести понятие предела функции в точке (по Гейне) и понятие непрерывности функции в точке.

Наибольший объем в учебнике [9] приходится на книгу 3 «Тригонометрия. Теория круговых функций». Методика введения понятий тригонометрии, доказательства формул отличается от принятой в настоящее время. Тригонометрические функции определялись не для углов, а для дуг окружности. Приведем пример. «Определение. Синусом дуги называется положительное или отрицательное число, выражающее отношение к радиусу перпендикуляра, опущенного из конца этой дуги на диаметр начала» [9, с. 181]. Характерной особенностью методики обучения тригонометрии в реальных училищах была ориентация на геометрию. Все доказательства основаны на достаточно глубоком знании геометрии круга.

Повышенное внимание к геометрии и тригонометрии в практике подготовки специалистов технической сферы в тот период объясняется тем, что инженерная деятельность и деятельность помощников инженеров была преимущественно сопряжена с чертежно-проектными работами и практическим конструированием на основе использования точных и приближенных вычислений. Этим объясняется также повышенное внимание к аналитической геометрии, представленной в книге 4 «Основания аналитической геометрии». Здесь вводятся понятия прямоугольных координат и доказываются совокупность стандартных формул в координатах. Вводится полярная система координат и доказываются формулы перехода к декартовым. Рассматриваются различные виды уравнений прямой на плоскости, уравнения исследуются. Уравнения окружности и спирали Архимеда выводятся в прямоугольных и полярных координатах. Интерес представляет методика введения линий 2-го порядка (эллипса, гиперболы, параболы) как конических сечений поверхности прямого кругового конуса, что характеризуется высокой степенью наглядности. Исходя из данного геометрического подхода, доказываются основные свойства этих линий. После этого происходит переход к уравнениям линий и изучаются их характеристики. Следует заметить, что в методике современного периода при изучении линий 2-го порядка в технических университетах и колледжах доминирует аналитический подход, т. е. линии вводятся как геометрическое место точек, соответствующих определенному уравнению.

Обращаясь к анализу содержания книги 5 «Основания дифференциального исчисления и его приложения к теории функций и геометрии», заметим, что введение понятий производная, дифференциал, определенный интеграл, изучение их свойств и доказательство формул построено аналогично методике обучения этим темам в технических университетах нашего времени. При этом совпадает и объем предлагаемого учебного материала. Следует отметить акцентирование в учебнике [9] приложений дифференциального и интегрального исчисления к решению геометрических задач. В частности, интеграл используется для нахождения площадей фигур, ограниченных линиями.

Таким образом, уже в самом начале содержание обучения математике на уровне среднего технического образования включало как темы из элементарной математики, так и определенные темы из высшей математики. Оно было представлено на высоком научном уровне.

Изменение социального статуса учащихся в системе профессионального образования после 1917 года и низкий начальный уровень их математической подготовки привели к нарушению преемственности в обучении математике при подготовке профессиональных кадров среднего звена. Изменились цели математического образования на данном уровне. Ключевое значение приобрела цель обучения основам элементарной математики. Анализ учебника [10], изданного в 1923 году, показывает, что он включал, фактически, все темы, характерные для школьной математики. Изучались целые и дробные числа, пропорция и проценты,

возвышение в степень и извлечение корня, алгебраические выражения, многочлены и действия над ними, планиметрия, решение алгебраических уравнений 1-й и 2-й степеней, основные элементарные функции, логарифмы, прогрессии, основы тригонометрии и стереометрии. Кроме элементарной математики предполагалось формирование представления о пределе последовательности, для чего использовался «описательный» подход. Дополнительно к элементарной математике учебник [10] содержал также в «сжатом» виде информацию о комплексных числах, которые вводились в логике расширения понятия числа.

Вместе с повышением уровня математического образования выпускников средних школ и неполных средних школ в последующие годы происходило расширение и углубление содержания обучения математике в советских ССУЗах. Дадим краткую характеристику методических подходов к формированию содержания математического образования в средних специальных учебных заведениях Советского Союза в послевоенный период.

В период 1947 – 1969 годов планировалось изучение 4 разделов (на основе общего базового образования) – алгебры, геометрии, тригонометрии, высшей математики. В методическом плане предполагалось последовательное изучение тем. С 1966 года произошло изменение методических акцентов в содержании обучения математике – была усилена функциональная линия, внимание обращалось на использование высшей математики в специальных дисциплинах. С 1969 года берет начало дополнительное углубление тематики комплексных чисел, рядов, теории вероятностей и комбинаторики для техникумов электротехнического и радиотехнического профилей.

В 60 – 70-х годах XX века обучение математике в советских техникумах (после базовой 8-летней школы) длилось 1,5 – 2 года. За этот период учащиеся изучали курс математики 9 – 10 классов школы (полная средняя школа была десятилетней) и часть курса высшей математики ВУЗа. На эту программу отводилось 300 – 320 или 380 – 400 академических часов в зависимости от профиля техникума или училища. Высшая математика как отдельная дисциплина не присутствовала в реестре дисциплин, изучаемых в ССУЗах того периода.

Существовавший в 1970-е годы методический подход к математическому образованию в техникумах сохранялся вплоть до распада Советского Союза. Содержание типовой программы существенно не изменялось. В последней советской типовой программе [11], утвержденной Государственным комитетом СССР по народному образованию в 1988 году, также предусматривалось изучение курса математики в техникумах в объеме 300 – 320 или 380 – 400 учебных часов. «Рамочные» условия для реализации конкретных методических подходов определялись в этой программе следующими двумя основными задачами:

- 1) обеспечение единого уровня математической подготовки в средних учебных заведениях;
- 2) математическое обеспечение специальной подготовки, т. е. вооружение учащихся математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения специальных дисциплин, разработки курсовых и дипломных проектов, для профессиональной деятельности и продолжения образования.

В указанной программе представлены темы (на 300 учебных часов), которые являлись обязательными для изучения на всех специальностях (в современной методической терминологии это имеет название инвариантный компонент содержания образования). За счет времени, отведенного учебными планами специальностей сверх 300 часов, предполагалось изучение дополнительных тем, не представленных в программе, но профессионально важных. Выбор таких тем, как и методика их преподавания, был в компетенции предметных комиссий ССУЗов.

Обращаясь к содержанию программы [11], отметим, что внимания заслуживает специальный пункт программы, который имел название «Введение». Предполагалось, что в содержательном наполнении этого пункта и в методике преподавания будет актуализирована цель изучения математики на конкретной специальности.

Программа [11] содержала примерный тематический план, который приведен в таблице 1.

Таблица 1 – Примерный тематический план изучения математики по типовой программе 1988 года

Наименование темы	Примерное количество часов для изучения основного материала
Введение	2
1. Приближенные вычисления и вычислительные средства	18
2. Функции, их свойства и графики	24
3. Показательная, логарифмическая и степенная функции	24
4. Тригонометрические функции	34
5. Прямые и плоскости в пространстве	34
6. Векторы и координаты	22
7. Производная и ее приложения	40
8. Интеграл и его приложения	28
9. Комплексные числа (изучение темы предполагалось на тех специальностях, для которых она профессионально значима)	
10. Дифференциальные уравнения	8
11. Геометрические тела и поверхности	20
12. Объемы и площади поверхностей геометрических тел	24
13. Элементы теории вероятностей и математической Статистики	22
Итого на основной материал	300

Анализ программы [11] показывает, что планировался интегрированный курс из тем элементарной и высшей математики. Что касается материала из курса высшей математики, то в данной программе на него отводилось около 110 часов (таблица 1). При обучении на тех специальностях, для которых учебный план определял математике до 400 часов, имелось «поле для методического маневра». Доля высшей математики могла быть увеличена, могли рассматриваться также другие профессионально значимые темы, не определенные программой. Дополнительный материал для их изучения был представлен в многочисленных учебниках и учебных пособиях того периода.

Издание [11] содержало также разделы «Основные требования к уровню обучения» и «Методические рекомендации по изучению предмета», в которых спроектированы основы методики обучения математике в ССУЗах. В первом из указанных разделов устанавливались ключевые методические требования к содержанию математического образования учащихся и к результату обучения, определялись знания и умения, которыми должны овладеть учащиеся. Акцентировалось, что учащиеся должны уметь «формулировать на математическом языке несложные задачи прикладного характера и интерпретировать полученные результаты ... самостоятельно изучать материал по учебникам; пользоваться справочной литературой, предназначенной для учащихся средних специальных учебных заведений» [11, с. 9].

В разделе «Методические рекомендации по изучению предмета» в качестве главной целевой установки констатировалось, что необходимо «углубить и расширить школьный курс математики. Углубление и расширение должно быть направлено на обеспечение специальной подготовки будущих техников. Особое внимание нужно обращать на формирование навыков математического моделирования» [11, с. 12]. Необходимость обучения учащихся построению и исследованию простейших математических моделей реальных явлений и процессов, характерных для специальной подготовки, выступало в качестве основной идеи в методике обучения математике в ССУЗах советского периода.

Поступившие на основе полного общего среднего образования учащиеся ССУЗов также изучали дисциплину математика, но она содержала исключительно темы высшей математики. В 1988 году Государственным комитетом СССР по народному образованию была утверждена последняя союзная программа изучения математики на базе полного общего среднего образования [12]. Программа была рассчитана на 100 – 120 учебных часов. Цель изучения математики определялась как «вооружение учащихся математическими знаниями и навыками, необходимыми для профессиональной подготовки» [12, с. 7].

Программа [12] содержала примерный тематический план, в котором были представлены обязательные для изучения темы (на них отводилось 70 учебных часов):

- Введение;
- Приближенные вычисления и вычислительные средства;
- Комплексные числа;
- Производная и ее приложения;
- Интеграл и его приложения;
- Дифференциальные уравнения;
- Элементы теории вероятностей и математической статистики.

Анализ содержания тематического плана, представленного в [12], показывает, что в нем было предусмотрено изучение тех же тем из высшей математики, что и в действующем тогда тематическом плане изучения математики в ССУЗах на базе 8 классов. Отличие состоит в том, что в вариативный компонент введены еще две темы – «Метод координат» и «Элементы линейной алгебры».

Анализируя с современных позиций типовые программы [11] и [12] относительно представленной в них высшей математики, отметим (как существенный недостаток) отсутствие в них для обязательного изучения тем из линейной алгебры. В настоящее время обучение математике на уровне среднего профессионального образования без матриц, определителей, систем линейных алгебраических уравнений представляется недостаточным. Знания из этих областей особенно востребованы в современных информационных и телекоммуникационных технологиях, экономике, а также других сферах.

При подготовке статьи использованы также источники [13] – [16].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Юшкевич, А.П. Математика и ее преподавание в России XVII–XIX вв. Русская математика в конце XIX и начале XX века. / А.П. Юшкевич // Математика в школе. – 1949. – № 3. – С. 1–14.
2. Доклады, читанные на 2-м Всероссийском съезде преподавателей математики в Москве. – М. : Печатня А. Снегиревой, 1915. – 317 с.
3. Мордухай-Болтовской, Д.Д. Второй Всероссийский съезд преподавателей математики: философские, методологические и дидактические очерки по поводу докладов съезда / Д.Д. Мордухай-Болтовской // Варшавские университетские известия. – 1915. – № 1. – С. 1–95.
4. Мордухай-Болтовской, Д.Д. О первом Всероссийском съезде преподавателей математики / Д.Д. Мордухай-Болтовской. – Варшава, 1912. – 42 с.
5. Никитин, Н.Н. Съезды преподавателей математики в России (историко-библиографический очерк) / Н.Н. Никитин // Изв. АПН РСФСР. – 1946. – Вып. 6 – С. 135–167.
6. Труды 1-го Всероссийского съезда преподавателей математики, 27 дек. 1911 г. – 3 янв. 1912 г. : в 2 т. – СПб. : Тип. «Север», 1913. – Т. 1 : Общие собрания. – 608 с.
7. Труды 1-го Всероссийского съезда преподавателей математики, 27 дек. 1911 г. – 3 янв. 1912 г. : в 2 т. – СПб. : Тип. «Север», 1913. – Т. 2 : Секции. – 363 с.
8. Поляков, А.П. Международная конференция по преподаванию математики, состоявшаяся в Париже 1–4 апреля 1914 года / А.П. Поляков // Математическое образование. – 1914. – № 6.– С.257–268.
9. Каблуковъ, С.П. Учебникъ математики. Курсъ 7-го (дополнительнаго) класса реальныхъ училищъ / С.П. Каблуковъ, Н.Я. Наймаркъ. – Петроградъ : Тип. т-ва А.С. Суворина «Новое время», 1915. – 514 с.
10. Долгушин, П.А. Математика для Рабфаков, Техникумов, отчасти Трудовых школ. Упрощенное, слитное (без перегородок) изложение / П.А. Долгушин. – Киев : Типография Киевского политехн. ин-та, 1923. – 141 с.
11. Программа по математике для средних специальных учебных заведений на базе 8 классов средней школы (объем 380 – 400 и 300 – 320 учебных часов). – М. : Высшая школа, 1989. – 22 с.
12. Программа по математике для средних специальных учебных заведений на базе среднего образования (объем 100 – 120 учебных часов). – М. : Высшая школа, 1989. – 15 с.
13. Виноградов, С.П. О нормальной программе математики в восьмиклассном коммерческом училище / С.П. Виноградов // Математическое образование. – 1916. – № 3 – С. 59–70.
14. Колягин, Ю.М. Математическое образование накануне революции 1917 года: методическое наследие / Ю.М. Колягин // Математика в школе. – 2007. – № 4. – С. 66–78.
15. Саввина, О.А. Опыт преподавания высшей математики в реальном училище в начале XX в. / О.А. Саввина, Г.Л. Луканкин // Педагогика. – 2002. – № 8. – С. 72–76.
16. Юшкевич, А.П. Математика и ее преподавание в России XVII–XIX вв. Русская математика на рубеже XVIII–XIX столетий / А.П. Юшкевич // Математика в школе. – 1947. – № 6. – С. 26–37.

---

# МЕТОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КОНТЕКСТНОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ УЧАЩИХСЯ НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Мацкевич И. Ю.

*Институт информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, Беларусь, 220037, г. Минск, ул. Козлова, д.28, [it@bsuir.by](mailto:it@bsuir.by)*

Abstract. The problem of contextual learning is considered. Analyzes the approaches to the creation of the methodological context system of mathematical student's education in continuing vocational secondary education.

В условиях повсеместной востребованности информационных технологий и динамического развития специальных дисциплин, изучаемых учащимися технических учреждений образования, актуализировалась задача модернизации процесса обучения математике. На современном этапе развития профессионального образования, на наш взгляд, во главу угла необходимо поставить учет контекста обучения математике.

Выделим несколько подходов к пониманию термина *контекст*. С точки зрения бытовой лексики, контекст – это «относительно законченная в смысловом отношении часть текста, высказывания» [1, с. 245].

При рассмотрении этого понятия как смыслообразующей психологической категории необходимо обратиться к определению А.А. Вербицкого. Понятие *контекст* определяется им как «система внутренних и внешних факторов и условий жизни и деятельности человека, которая влияет на особенности восприятия, понимания и преобразования им конкретной ситуации, придавая смысл и значение этой ситуации как целому и ее компонентам» [2, с. 22]. При этом следует различать *внутренний контекст* – «индивидуально-психологические особенности, знания и опыт человека» [3, с. 124] и *внешний контекст* – «информационные, предметные, пространственно-временные и иные характеристики ситуации» [3, с. 124]. Именно А.А. Вербицкий адаптировал этот термин к системе обучения и является основоположником контекстного обучения, практикой внедрения которого в процесс образования в течение примерно двадцати лет занимались также его ученики и последователи: Н.В. Борисов, В.А. Далингер, О.Г. Ларионова, А.А. Соловьев, Т.Н. Сорокин, В.Ф. Тенищев и др.

Контекстное обучение понималось ими как «обучение, в котором динамически моделируется предметное и социальное содержание профессионального труда, тем самым обеспечиваются условия трансформации *учебной деятельности* студента в профессиональную деятельность специалиста» [4, с. 127].

В настоящее время диапазон применения контекстного обучения в педагогической науке и практике значительно расширился. С точки зрения Е. Джонсон, «система контекстного преподавания и учения – это образовательный процесс, цель которого помогать обучающемуся увидеть смысл в изучаемом материале, находить его связи с контекстом своей личной, социальной, профессиональной и культурной жизни» [5, с. 65]. *Проблемы контекстного обучения конкретным дисциплинам на различных образовательных ступенях исследованы недостаточно, в том числе, и в методике обучения математике.*

Если определять *контекст* (от латинского слова *contextus*) как соединение, связывающее явления, факты, события и объясняющее их с точки зрения целого, то под *контекстным обучением математике* логично понимать процесс обучения математике, направленный на формирование у обучающихся математических знаний, умений и навыков, наполненных личностным содержанием и связанных с контекстом будущей профессии. При этом посредством учебной деятельности обучающегося внутренний контекст личности (мир человека) накладывается на внешний контекст (образовательную среду) и наоборот. В результате этого содержание математического образования усваивается в контексте выбранной специальности обучения.

В рамках данной проблематики обратимся к исследованию Л.И. Майсеня, которой предложена научно обоснованная концепция математического образования учащихся на уровне среднего специального образования Республики Беларусь. В частности, ею обоснованы метод контекстного вложения и контекстно-интегративный подход. При этом «суть метода контекстного вложения состоит в переносе стратегических ориентиров среднего специального образования на область математического образования учащихся; контекстно-интегративный подход базируется на теоретической основе гностической, гуманистической, компетентностной парадигм, учете контекста среднего специального образования, интеграции общего и профессионального образования» [6, с. 7].

Обратимся к рассмотрению содержательного наполнения термина *методическая система контекстного обучения* математике в условиях непрерывного обучения математике на двух различных ступенях образования – при обучении учащихся технических специальностей средних профессиональных учебных заведений и студентов технических университетов.

Мы исходим из того, что на современном этапе развития общества особенности протекания научно-технического прогресса, интенсификация производства, повышение его наукоемкости приводят к необходимости «синтеза общеобразовательных, общетехнических и специальных знаний и умений в обучении учащихся» [7, с. 162]. Таким образом, в условиях контекстного обучения математике актуализируется проблема реализации принципа междисциплинарности обучения и проблема адаптации содержания обучения математике к современным условиям. Профессиональная направленность обучения математике приобретает новые черты не только в содержании обучения, но и в технологиях обучения, в соответствии с современными требованиями подготовки компетентных специалистов. Вместе с этим, методическая система должна строиться согласно личностно-ориентированному подходу в обучении математике – особо актуальному в современных условиях непрерывного профессионального образования

Понятие методической системы обучения, согласно А. М. Пышкало [8], включает цели, содержание, методы, средства и формы обучения. Модель методической системы строится с учетом ее внешней среды, т.е. совокупности факторов, оказывающих влияние на ее функционирование.

Ряд исследователей исключает цель из элементов методической системы обучения. Так, по мнению Л.В. Шелеховой, методическая система обучения учебной дисциплине представляет собой «совокупность взаимосвязанных элементов – содержательно-структурного, процессуального, методико-технологического, критериального, направленную на удовлетворение социально-индивидуальных и индивидуальных потребностей в знаниях, умениях и навыках по учебной дисциплине индивидуумов или групп индивидуумов при диалектическом взаимодействии субъектов образовательного процесса» [9, с. 155].

Наиболее известными исследователями в области теоретической разработки и практической реализации моделей различных методических систем являются Л.В. Занков (система начального обучения), М.И. Махмутов (система проблемного обучения), Г.И. Щукина, В.С. Ильин (формирование познавательной активности учащихся), П.И. Пидкасистый (развитие познавательной самостоятельности школьников). Проблематика исследования различного рода методических систем обучения представлена также работами К.О. Ананченко, П.И. Кибалко, Л.И. Майсеня и др.

Опираясь на вышесказанное, под *методической системой контекстного обучения математике* в условиях непрерывного образования учащихся будем понимать целостную динамическую структуру, ориентированную на формирование у обучающихся математических знаний, умений и навыков и включающую в себя комплекс целей, содержания, методов, форм и средств контекстного обучения, а также учитывающих совокупность внешних факторов, влияющих на ее функционирование.

При проектировании методической системы контекстного обучения математике учащихся технического колледжа и технического университета нами учитывалась взаимосвязь и взаимообусловленность структурных компонентов этой системы. Процесс реализации результатов такого анализа включал в себя обоснование целей обучения математике, систематизацию и конкретизацию дидактических принципов, организационных форм, методов и средств обучения, а также способов формирования устойчивой положительной мотивации к изучению дисциплин математического цикла и происходил с учетом профиля получаемого обучающимися образования.

Остановимся на более подробном рассмотрении содержания обучения, представляющего собой ядро вышеозначенной методической системы обучения и в условиях

тесной взаимосвязи и взаимозависимости с другими ее компонентами выполняющего интегративную функцию. С целью личностно-смыслового включения учащихся и студентов в учебную деятельность и обеспечения формирования у них практических умений были внесены изменения в содержание обучения. Во-первых, большое значение имело соблюдение принципов системности, междисциплинарности и динамичности не только при изложении теоретического и практического материала, но и в методах, формах и приемах учебных действий самих обучающихся. Во-вторых, включение активных форм обучения позволило активизировать личностные познавательные интересы учащихся и их мотивацию на непрерывное образование и самообразование. В-третьих, значимым составляющим содержания обучения математике явилось применение разработанной нами системы контекстных задач. Под *контекстной задачей* нами понималась задача, тематически связанная с контекстом будущей профессиональной деятельности учащегося, или задача, при решении которой нужны знания как из области математики, так и специальных и/или общепрофессиональных дисциплин, предусмотренных учебным планом специальности. Под *системой контекстных задач* мы подразумевали совокупность специально подобранных, взаимосвязанных и взаимодействующих упорядоченных контекстных задач, образующих целостную структуру.

Обратимся к характеристике особенностей обучения математике в зависимости от ступени образования обучаемого, исходя из опыта проведения исследования, касающегося внедрения в учебный процесс методической системы контекстного обучения математике в условиях непрерывности образования в системе *колледж – университет*. Сделаем это на примере экспериментального контекстного обучения математике учащихся Минского государственного высшего радиотехнического колледжа (МГВРК) и в последующем – студентов Института информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники. Прежде всего, отметим, что был реализован подход к обучению математике, подразумевающий изучение математики как самостоятельной дисциплины, имеющей собственные предмет и цели обучения и, вместе с тем, учитывающий контекстность обучения в зависимости от конкретной специальности.

Отметим, что полное раскрытие междисциплинарных связей математики и специальных или общепрофессиональных дисциплин для учащихся на уровне среднего специального образования является весьма затруднительным, поскольку требует от них высокого уровня обобщения фундаментальных математических знаний. С целью облегчения выполнения поставленной задачи разработано и внедрено в практику обучения учащихся МГВРК учебно-методическое пособие [10]. В нем представлена система контекстных задач по следующим математическим разделам: комплексные числа и их приложения; физические приложения интегрального исчисления; векторный анализ; основы тензорного исчисления; гармонический анализ; дифференциальные уравнения; уравнения математической физики; операционное исчисление.

Обучение посредством внедрения данной системы задач выполняет ряд функций: интегративную, образовательную, развивающую, эвристическую, прогностическую и др. Наиболее значимой из этих функций является интегративная, поскольку именно она отражает внутрисубъектные и междисциплинарные связи, т.е. реализует контекстность обучения.

По нашему глубокому убеждению, подход к обучению математике в системе профессионального образования должен повсеместно подразумевать изучение математики не только как самостоятельной дисциплины, имеющей собственные предмет и цели обучения, но вместе с тем иметь современную профессиональную направленность, т.е. контекстность обучения в зависимости от профиля учреждения образования.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ожегов, С.И. Толковый словарь русского языка: 80000 слов и фразеологических выражений / С.И. Ожегов, Н.Ю. Шведова. – Российская академия наук. Институт русского языка им. В.В. Виноградова. – 4-е изд., дополненное. — М.: Азбуковник, 1999. — 944 с.
2. Вербицкий, А. Гуманизация, компетентность, контекст – поиски оснований интеграции / А. Вербицкий, О. Ларионова // *Alma Mater: Вестник высшей школы*. – 2006. – № 5. – С. 19-25
3. Вербицкий, А.А. Личностный и компетентностный подходы в образовании: проблемы интеграции / А.А. Вербицкий, О.Г. Ларионова. – М.: Логос, 2010. – 336 с.
4. Педагогический энциклопедический словарь / Гл. ред. Б.М. Бим-Бад; Редкол.: М.М. Безруких, В.А. Болотов, Л.С. Глебова и др. – М.: Большая российская энциклопедия, 2002. – 528 с.



5. Johnson, Elaine B. Contextual Teaching and Learning: What It Is and Why It's Here to Stay / Elaine B. Johnson. – Thousand Oaks, California: Corwin Press, 2002. – 196 p.
6. Майсеня, Л.И. Теоретико-методические основы развития математического образования учащихся: уровень среднего специального образования: автореф. дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / Л.И. Майсеня. – Минск, 2012. – 54 с.
7. Педагогика и психология высшей школы: Учебное пособие / Отв. редактор М. В. Буланова-Топоркова. – Ростов н/Д.: Феникс, 2002. – 544 с.
8. Пышкало, А.М. Методическая система обучения геометрии в начальной школе: автореф. дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / А.М. Пышкало. – Москва, 1975. – 32 с.
9. Шелехова, Л.В. К вопросу о методической системе обучения / Л.В. Шелехова // Вестник Адыгейского государственного университета. Сер. 14, Народное образование. Педагогика. – 2005. – № 3. – С. 152-156. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://cyberleninka.ru/article/n/k-voprosu-o-metodicheskoy-sisteme-obucheniya>. – Доступ: 03.12.13
10. Мацкевич, И.Ю. Высшая математика: приложения в физике и электронике : учеб.-метод. пособие для учащихся специальностей 2-41 01 31 «Микроэлектроника», 2-40 02 02 «Электронные вычислительные средства», 2-39 02 02 «Проектирование и производство радиоэлектронных средств», 2-39 02 31 «Техническая эксплуатация радиоэлектронных средств» / И.Ю. Мацкевич. – Минск: МГВРК, 2008. – 124 с.

---

## КОМПЛЕКС ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТНСАД ПО ДИСЦИПЛИНЕ МАТЕМАТИКА

Разживина Л.Я., Головина Н.Н.

*ГБОУ СПО «Волгоградский политехнический колледж имени В.И. Вернадского»,  
400059, г. Волгоград: 59, ул. 64-й Армии дом 14, 8-(442)-44-41-25, 8-917-331-32-48,  
lida-raz@yandex.ru, [gnn65@rambler.ru](mailto:gnn65@rambler.ru)*

Abstract. The modern period of life requires the computerization of planning and production, and economic problems. Application of computers to solve professional tasks necessary for mastering specialist knowledge and competencies in the field of software, automated processing of economic information.

Изменения XX в., поставившие на повестку дня вопрос о новой стратегии развития общества на основе знаний и перспективных высокоэффективных технологий, диктуют необходимость использования в образовании информационных технологий. Приоритетное развитие призваны получить информационные технологии.

Новым и перспективным направлением в области образования является использование в процессе обучения систем компьютерной алгебры и компьютерных математических систем. Системы компьютерной алгебры – это комплексные программные средства, обеспечивающие автоматизированную технологию единую и замкнутую обработку задач математической направленности при задании их условий на специально предусмотренном языке пользователя.

Компьютерные математические системы – интегрированные программные продукты, объединяющие в себе свойства систем компьютерной алгебры и универсальных вычислительных сред. Они отличаются от систем компьютерной алгебры тем, что предоставляют в распоряжение пользователя развитый встроенный язык программирования сверхвысокого уровня, позволяющий расширять класс задач, которые можно решать только лишь встроенными функциями.

Использование компьютерных математических систем в образовании имеет большое значение. Умение применять математические системы, облегчает решение сложных задач и делает процесс обучения студентов колледжей более интересным и занимательным, поднимая его на более качественный уровень.

Эта система считается наиболее удачной, так как имеет следующие достоинства: интерфейс прост и понятен, полностью отвечает стандарту Windows, характерная вешка в начале панелей, которая позволяет перетаскивать панели мышью, делая их «плавающими», т.е. их можно «переклеивать» в любой стороне окна. MathCAD имеет два меню Math – управление процессом вычислений и Graphics – работа с графикой.

Придерживаясь мнения Н.А. Менчинской, мы рассматриваем *системы задач* как одно из эффективных средств формирования умений работать с математическими системами в процессе обучения по дисциплине математика. Система задач – комплекс взаимосвязанных элементов, имеющий определенную структуру и цели. Мы используем термин «комплекс задач».

В качестве примера представим комплекс задач по теме «Линейное программирование (планирование)».

**Большое число планово-производственных и экономических задач связано с распределением каких-либо ресурсов. Часто это распределение можно сделать не единственным образом. Задачи линейного программирования (ЗЛП) занимаются поиском наиболее оптимального варианта распределения.**

**К таким задачам относятся следующие задачи:**

- получение максимальной прибыли при выпуске продукции;
- получение минимальных отходов при раскрое материала;
- получение наилучшей смеси при минимальных затратах
- расчет минимальных затрат при перевозках (транспортная задача) и т.д.

Линейное программирование (планирование) – метод отыскания максимума или минимума линейной функции при наличии ограничений в виде линейных неравенств или уравнений.

Максимизируемая (минимизируемая) функции представляют собой принятый критерий эффективности решения задачи, соответствующей поставленной цели. Она носит название целевой функции.

Ограничения характеризуют имеющиеся возможности решения задачи.

Принцип решения задач линейного программирования заключается в нахождении условий, обращающих целевую функцию в минимум или максимум.

Решение, удовлетворяющее условия задачи и соответствующие намеченной цели, называется оптимальным планом.

Линейное программирование (планирование) служит для выбора наилучшего плана распределения ограниченных однородных ресурсов в целях решения поставленной задачи.

**Решение задачи начинается с построения математической модели, где под математической моделью понимают систему математических выражений, описывающих характеристики объекта и взаимосвязи между ними. Для задач линейного программирования математическая модель состоит из системы неравенств, системы ограничений и целевой функции.**

**Для решения ЗЛП в канонической форме в математике используют симплекс-метод, основанный на том, что базисные переменные приравнивают к нулю (еще «ничего» не произведено), тогда из системы равенств получают значения небазисных переменных. Таким образом, получают исходный опорный план. В симплекс-методе из исходного опорного плана пошаговым изменением получают оптимальный опорный план.**

При решении транспортной задачи используется метод потенциалов, основанный на составлении исходного опорного плана и поэтапного его улучшения на основе критерия оптимальности.

**Задачи линейного программирования решаются с помощью компьютера, используя пакет MATHCAD, в частности его инструменты символьной обработки данных.**

Методика проведения занятий – это применение практических (разноуровневые работы) методов обучения.

Обучающимся предлагается решить следующую задачу:

На звероферме выращивают черно-бурых лис и песцов. Для обеспечения нормальных условий их выращивания используют три вида кормов. Количество корма каждого вида, которое должны получать животные, приведено в табл. 1. В ней указано общее количество корма каждого вида, которое может быть использовано зверофермой, и прибыль от реализации одной шкурки лисицы и песка. Составьте план выращивания животных, обеспечивающих максимальную прибыль.

Таблица 1

Вид корма	Количество единиц корма, которое ежедневно должны получать		Общее количество корма
	Лисица	Песец	
I	2	3	180
II	4	1	240
III	6	7	426
Прибыль от реализации одной шкурки, руб.	160	120	

### Математическая модель

$X_1$  – количество лисиц,  $X_2$  – количество песцов

$$2X_1 + 3X_2 \leq 180 \quad F = 160 X_1 + 120 X_2 \rightarrow \max$$

$$4X_1 + 1X_2 \leq 240 \quad X_1 \geq 0, X_2 \geq 0$$

$$6X_1 + 7X_2 \leq 426$$

### Каноническая форма задач линейного программирования

Введём новые переменные  $X_3, X_4, X_5$  для перевода неравенства в равенство

$$2X_1 + 3X_2 + 1X_3 = 180$$

$$4X_1 + 1X_2 + 1X_4 = 240$$

$$6X_1 + 7X_2 + 1X_5 = 426$$

$$F = 160 * X_1 + 120 * X_2 + 0 * X_3 + 0 * X_4 + 0 * X_5$$

### Исходный опорный план (начальные приближения)

приравниваем  $X_1 = 0, X_2 = 0$

$$(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) = (0, 0, 180, 240, 426)$$

### Оптимальный план (получен с помощью MathCAD)

$$(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) = (57, 12, 30, 0, 0)$$

$X_1 = 57$  (количество лисиц),  $X_2 = 12$  (количество песцов),

$X_3 = 30$  (корм 1 вида не используется на 30 единиц)

### Максимальная прибыль

$$F = 160 * 57 + 120 * 12 = 1,056 * 10^4 = 10560$$

После построения математической модели и канонической формы задач линейного программирования, следующим этапом является выполнение задачи на компьютере.

Для закрепления темы урока, студентам предлагается выполнить самостоятельную работу в нескольких вариантах.

В конце занятия преподаватель подводит итоги урока, анализирует полученные результаты самостоятельной работы.

### Литература

1. Головина, Н.Н. Система задач как средство формирования интеллектуальных умений / Н.Н. Головина // Среднее профессиональное образование. – 2007. – № 5. – С. 14-17.
2. Лапчик, М.П. Методика преподавания информатики: Учеб. пособие для студ. пед. вузов / М.П. Лапчик, И.Г. Семакин, Е.К. Хеннер; Под общей ред. М.П. Лапчика. – М.: «Академия», 2005 – 624 с.
3. Никитина, Н.Н. Основы профессионально-педагогической деятельности: Учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / Н.Н. Никитина, О.М. Железнякова, М.А. Петухов. – М.: Мастерство, 2002. – 288 с.
4. Педагогика профессионального образования: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / Под ред. В.А. Сластенина. – М.: «Академия», 2006. – 368 с.

---

## ПАТРИОТИЧЕСКОЕ ВОСПИТАНИЕ ОБУЧАЮЩИХСЯ ТЕХНИКУМА

Рондарь И.Н.

*ГАОУ СПО «Волгоградский техникум железнодорожного транспорта и коммуникаций», 400112, г. Волгоград:112, ул. Сологубова, 56, rondar13@mail.ru*

Abstract. The main objective of fostering patriotism, is to create conditions of spiritual and cultural, economic revival of Russia and raise social and personal qualities for the most complete implementation for the benefit of society in educating citizen patriot patriotism Rodiny.Vospitanie need to continue studying at the college at all throughout the program in their school.

В последние годы особую тревогу и боль вызывает резкое падение роли семьи в воспитании детей, авторитета родителей, снижение их педагогических функций. Молодежь, в большинстве своем, считает, что «Родину придумали сентиментальные люди», что «жить везде хорошо, где хорошо живется».

Широкое распространение приобрело явление социальной пассивности. Молодые люди не желают принимать участие в жизни общества и государства, получившие хорошее образование, выезжают за рубеж, где находят лучшие условия для самореализации. Другая часть молодежи пополняет криминальные структуры и экстремистские организации. Существующая проблема принятия молодежью чужого образа жизни, образа мыслей ставит задачу по поиску средств и методов воздействия на молодежь с целью воспитания гражданина своей страны – патриота Отечества.

Отечество требует от своих сынов и дочерей, чтобы каждый из них почувствовал великую ответственность за судьбу государства и ясно понял, что благополучие нации зависит от нас самих, от нашей самоотверженности, организованности, готовности к труду, высокой работоспособности. Время бессильно ослабить память человечества о неизменной стойкости и мужестве нашего народа, о славе тех, кто насмерть стоял у истоков этого ратного и трудового подвига.

Воспитание – процесс целенаправленного систематического формирования личности, ее сознания (знаний, взглядов, убеждений, суждений, оценок, идеалов), морально-волевых качеств личности (намерений, установок, мотиваций, решений) и ориентированного поведения (действий и поступков, навыков и привычек).

Патриотическое воспитание – систематическая и целенаправленная деятельность органов власти, социальных институтов, общественных объединений по формированию у граждан чувства любви к Отечеству, причастности к его судьбе, ответственности за его состояние и развитие. Патриотическое воспитание включает в себя направления военно-патриотического, гражданского, духовно-нравственного и историко-краеведческого воспитания.

Особую роль в системе патриотического воспитания молодежи играют учебные дисциплины филологического, исторического, социального, экономического, культурологического профиля.

Цель патриотического воспитания обучающихся техникума – содействие развитию у обучающихся чувства любви к Отечеству, причастности к его судьбе, ответственности за его состояние и развитие.

Задачами патриотического воспитания обучающихся техникума:

- создание эффективной системы патриотического воспитания обучающихся и механизма ее воплощения в жизнь;
- проведение единой политики в организации патриотического воспитания обучающихся;
- создание и обеспечение возможностей для активного вовлечения обучающихся в организованный процесс освоения знаний, умений и навыков, обеспечение условий для самообразования и самовоспитания обучающихся техникума в сфере патриотического воспитания.

Создание системы патриотического воспитания в нашем техникуме в последние годы осуществлялось в ходе реализации государственных программ «Патриотическое воспитание

граждан Российской Федерации» на 2001–2005 годы и «Патриотическое воспитание граждан Российской Федерации» на 2006–2010 годы.

Имея славные исторические, боевые и созидательные традиции, Волгоград остается одним из городов, где патриотизм, нравственность передаются из поколения в поколение. Одной из таких традиций является боевой подвиг при защите Отечества. Глубокие традиции боевого подвига запечатлены в названиях улиц, мемориальных и музейных комплексах, а также в памяти волгоградцев. Для сохранения и развития традиций патриотизма имеется огромная база, составляющая национальное достояние России, – государственный памятник-ансамбль героям Сталинградской битвы на Мамаевом кургане, государственный музей-панорама «Сталинградская битва», мемориал «Солдатское поле», около 1000 памятников, посвященных Сталинградской битве, к которым приезжают поклониться люди со всех регионов России, ближнего и дальнего зарубежья.

В Волгограде имеются уникальные центры патриотического воспитания: муниципальное учреждение «Центр патриотического воспитания и безопасности жизнедеятельности подростков и молодежи «Гвардеец» Красноармейского района Волгограда» Комитета молодежной политики и туризма Администрации Волгограда и Музеи боевой и трудовой славы железнодорожников, с которыми наш техникум плодотворно сотрудничает. В нашем техникуме так же создан Музей истории техникума.

«Центр патриотического воспитания и безопасности жизнедеятельности подростков и молодежи «Гвардеец», для обучающихся техникума традиционно организует военно-спортивную игру «Патриот», которая с начала проводится на районном уровне, а потом на городском. Игра проводится с целью овладения обучающихся военно-прикладными навыками и гражданско-патриотического воспитания молодежи. Командам предлагается, ориентируясь по карте-схеме, пройти 15 этапов, среди которых: преодоление препятствий, метание гранат, метание ножей, строевой смотр, сборка/разборка боевого оружия, стрельба, ориентирование на местности, знание воинских званий, оказание первой медицинской помощи, умение пользоваться средствами защиты от оружия массового поражения, соревнование на скорость пришивания пуговиц.

Центр патриотического воспитания «Гвардеец» организует городской смотр конкурс строя и песни «Шаги победы» среди военно-патриотических клубов и объединений, кадетских классов и корпусов, образовательных учебных заведений города-героя Волгограда посвященного Победе в Великой Отечественной войне 1941-1945 г.

Центр патриотического воспитания «Гвардеец» организует в рамках реализации государственной программы патриотического воспитания методические семинары и курсы для руководителей и инструкторов военно-патриотических клубов и объединений; учебно-методические семинары для руководящего и инструкторского состава военно-спортивных лагерей окружного значения.

Кроме того, в техникуме вводят факультативные предметы, направленные на развитие патриотических чувств у обучающихся по отношению к своей малой Родине - это такие предметы как история края и художественная культура края.

Кроме того, организуются поисковые отряды. Цель которых, раскопки в местах боевых действий во время ВОВ, реставрация найденного оружия времен ВОВ и передача его музеям, а так же поиск родственников найденных останков солдат времен ВОВ и их захоронение.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Головина, Н.Н. Патриотическое воспитание студентов колледжа / Н.Н. Головина // Среднее профессиональное образование (Приложение). – 2008. – № 1. – С. 140-145.

## СЕКЦИЯ 9.

### ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБРАЗОВАНИИ

---

#### ИНФОРМАЦИОННАЯ ПОДДЕРЖКА ДИСЦИПЛИНЫ «УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»

Андрющенко М. В., Коломина М. В.

*Астраханский государственный университет, 414056, Российская федерация, г. Астрахань, ул. Татищева, 20а,  
тел. 8(8512) 61-08-19, email: [mkolomina@aspu.ru](mailto:mkolomina@aspu.ru)*

*Рассматривается компьютерная поддержка дисциплины «Уравнения математической физики» в вузе. В статье представлены этапы разработки, структура электронного средства обучения, его практическая значимость.*

#### **Information support of discipline «Equations of mathematical physics»**

Andryushchenko Marina Vyacheslavovna, Kolomina Marina Vladimirovna

Astrakhan State University, 414056, Russian federation, Astrachan, street Tatischev, 20a,  
phone 8(8512) 61-08-19, e-mail: [mkolomina@aspu.ru](mailto:mkolomina@aspu.ru)

*Discusses computer support discipline «Equations of mathematical physics» at the University. The article presents the stages of development, the structure of the electronic means of education, its practical significance.*

В системе высшего профессионального образования сегодня действуют новые образовательные стандарты ФГОС. Произошли изменения в организации учебной работы вуза: уменьшение часов аудиторных занятий и увеличение доли самостоятельной работы студентов. В связи с этим для обеспечения и повышения качества образовательного процесса в вузе наряду с традиционными средствами обучения необходимо разрабатывать и применять современные информационные технологии.

Внедрение электронной поддержки дисциплины в процесс обучения создает принципиально новые педагогические инструменты, предоставляя, тем самым, и новые возможности. При этом изменяются функции преподавателя, и значительно расширяется сектор самостоятельной учебной работы учащихся как неотъемлемой части учебного процесса.

Основное назначение программной поддержки – самостоятельное накопление студентами знаний, навыков творческой и профессиональной деятельности как в условиях отсутствия непосредственного вербального общения с преподавателем, так и при использовании на аудиторных занятиях.

Дисциплина «Уравнения математической физики» входит в учебный план направления бакалавриата 010400.62 «Прикладная математика и информатика», реализуемого в ФГБОУ ВПО «Астраханский государственный университет», Россия.

Целью освоения учебной дисциплины «Уравнения математической физики» является ознакомление с основными понятиями, методами и способами решения уравнений математической физики.

Задачи курса сводятся к изучению основ математической физики, необходимых для освоения других прикладных дисциплин, и развитию практических навыков решения соответствующих задач.

Для сопровождения учебного процесса по данной дисциплине разработана электронная поддержка (рис 1). Методика разработки базируется на принципе взаимодействия преподавателя дисциплины «Уравнения математической физики» – Коломиной М.В. и программиста – Андриющенко М.В. Задачей преподавателя является формирование содержательной части: подготовка текстов лекций, практических заданий, и т.п. Задачей разработчика-специалиста по мультимедиа является реализация этого проекта доступными для него программными средствами.

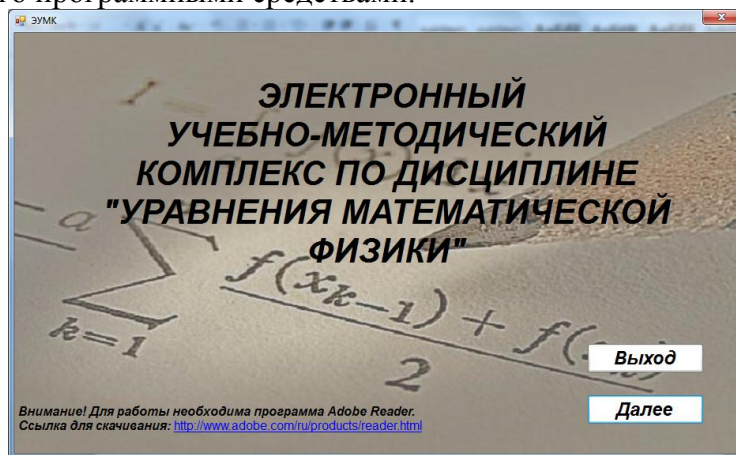


Рис.1: Информационная поддержка

Разработка информационной поддержки проходила по следующим этапам:

1. Подготовка материалов для пособия:
  - a) разработка лекционного материала;
  - b) разработка практических заданий;
  - c) разработка методических рекомендаций.
2. Проектирование содержания, дизайна и сценария электронного пособия.
3. Реализация компьютерной поддержки:
  - a) вёрстка материалов;
  - b) реализация сценария.
4. Отладка программы.

При разработке пособия использовалось приложение Visual Studio 2010. Программа содержит 4 формы.

При запуске программы создается вступительная форма информационной поддержки (рис. 1), которая показывает приглашение к запуску главной формы. Вступительная страница программы содержит изображение, соответствующее названию дисциплины. Таким образом, уже при запуске программа привлекает внимание и интерес пользователя. Для её создания использовались элементы управления Label – надпись, Button – кнопка, LinkLabel – надпись – гиперссылка. При нажатии кнопки «Далее» запускается главная форма программы (рис. 2). В обработчике кнопки «Далее» метод Show( ) показывает главную форму, а метод Hide() скрывает вступительную.

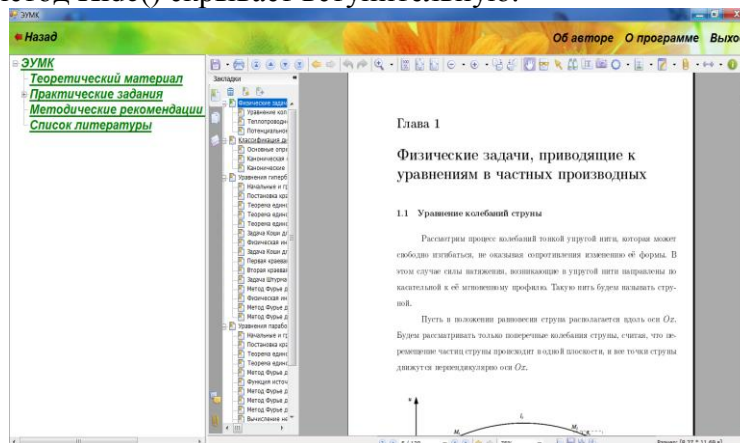


Рис. 2: Раздел теоретический материал

Для построения интерфейса главной формы использованы такие элементы управления, как MenuStrip – панель инструментов (кнопка Назад, Об авторе, О программе, Выход), SplitContainer – разделяет область на две панели изменяемого размера, в первую панель добавлен элемент TreeView – создает навигационную структуру программы, во вторую – WebBrowser, который позволяет просматривать разделы информационной поддержки.

Лекции и практические задания, список литературы, методические рекомендации представлены в виде структурированного учебника, созданного с помощью системы компьютерной вёрстки LaTeX, и конвертированы в PDF формат. LaTeX позволяет автоматизировать многие задачи набора текста и подготовки статей, включая набор текста на нескольких языках, нумерацию разделов и формул, перекрёстные ссылки, размещение иллюстраций и таблиц на странице и др. Для быстрого перемещения по документу реализована поддержка гиперссылок и закладок (bookmarks), которые можно использовать при просмотре pdf-документов в Acrobat Reader.

Третья форма содержит информацию об авторах (рис. 3), а четвертая – о программе.

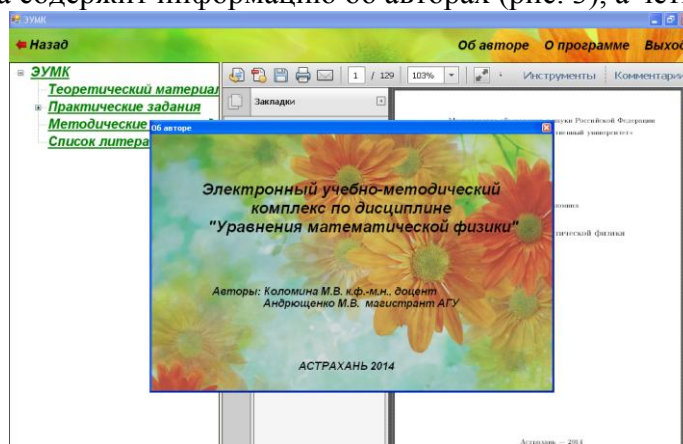


Рис. 3: Информация об авторах

Информационная поддержка дисциплины «Уравнения математической физики» содержит следующие разделы:

1. Теоретический материал.
2. Практические задания.
3. Методические рекомендации.
4. Список литературы.

Лекционный (теоретический) материал (рис. 2) освещает темы:

1. Физические задачи, приводящие к уравнениям в частных производных.
2. Классификация уравнений в частных производных второго порядка.
3. Уравнения гиперболического типа.
4. Уравнения параболического типа.
5. Уравнения эллиптического типа.

Данный курс лекций даёт целостное представление о предмете и методах решения основных видов задач, содержащих дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка.



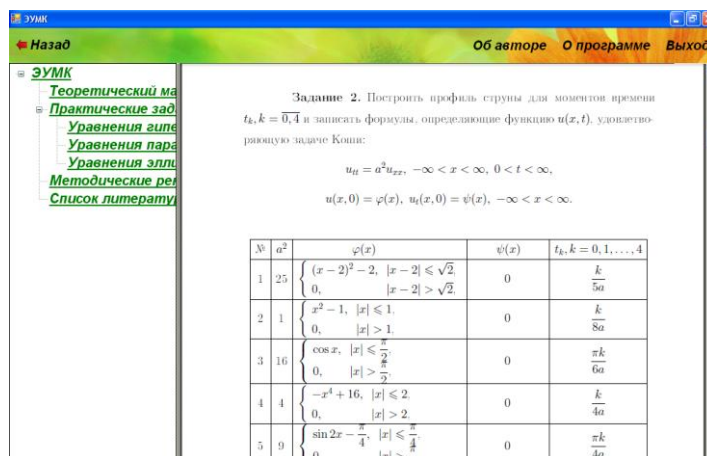


Рис. 4: Раздел практические задания

В ходе выполнения практических заданий (рис. 4), студент может приобрести навыки решения типовых задач с применением изучаемого теоретического материала.

Изучив методические рекомендации (рис. 5), студент сможет правильно спланировать свою работу в ходе изучения дисциплины.

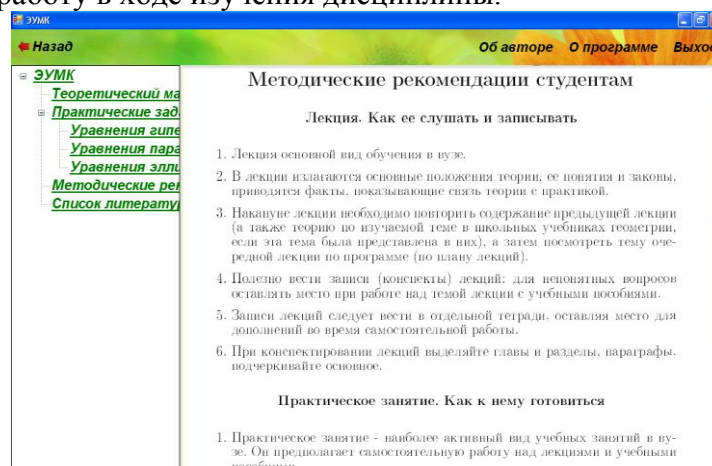


Рис. 5: Раздел методические рекомендации

**Задачи, которые решаются при использовании** информационной поддержки дисциплины «Уравнения математической физики» – развитие общекультурных и профессиональных компетенций согласно ФГОС направления бакалавриата «Прикладная математика и информатика»:

- способность владения навыками работы с компьютером как средством управления информацией;
- способность работы с информацией из различных источников, включая сетевые ресурсы сети Интернет, для решения профессиональных и социальных задач;
- способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой;
- способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии;
- способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат;
- способность в составе научно-исследовательского и производственного коллектива решать задачи профессиональной деятельности.

**Практическая значимость.** Разработано содержание дисциплины «Уравнения математической физики», создана авторская программа для ЭВМ. Электронная поддержка этой дисциплины является эффективным инструментом улучшения знаний и формирования навыков самостоятельной работы студентов, позволяет развивать дистанционные формы

обучения. Информационная поддержка может быть использована и по другим направлениям бакалавриата, в учебных планах которых предполагается изучение уравнений математической физики.

### Литература

1. Андрущенко М.В., Коломина М.В. Электронная поддержка темы «Уравнения гиперболического типа». – III Международная Интернет-конференция [Инновационные информационно-педагогические технологии в системе IT-образования – 2013](http://ip2013.it-edu.ru/posts/ipt-v-neprerivnom-obrazovanii/1218). <http://ip2013.it-edu.ru/posts/ipt-v-neprerivnom-obrazovanii/1218> (14.02.2014) электронный ресурс
2. Татаринцев А.И. Электронный учебно-методический комплекс как компонент информационно-образовательной среды педагогического вуза // Теория и практика образования в современном мире: материалы междунар. заоч. науч. конф. (г. Санкт-Петербург, февраль 2012г.) Т.2. / Под общ. ред. Г.Д. Ахметовой. – СПб.: Реноме, 2012. – vi, 184 с. (с.367-370)

---

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАКЕТА ПРОГРАММ МАТЕМАТИСА9 ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ В РИЖСКОМ ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Володко И. М., Рощина И. А.

*Кафедра Инженерной математики, Рижский Технический университет  
ул. Межа ¼ - 146, Рига, Латвия, LV-1007  
тел.: +37167089528, e-mail: [inta.volodko@rtu.lv](mailto:inta.volodko@rtu.lv), [ilana.roscina@rtu.lv](mailto:ilana.roscina@rtu.lv)*

**Abstract:** Nowadays modern technologies are coming into our everyday life more and more, and the education is not an exception. In order to make mathematical courses more attractive to engineering students and to bring new technology to the classroom the Department of Engineering Mathematics of Riga Technical University came up with the initiative to change the way mathematics is taught at RTU. The teaching model of mathematics at the Faculty of Computer Science and Information Technology was changed eight years ago. In particular, the software package MATHEMATICA is used to teach mathematics to students. All mathematical stuff considered at lectures and practice, is also considered at labs, using the package MATHEMATICA. Students learn the basic commands of MATHEMATICA so that they are able to solve equations and systems of equations, to perform operations with matrixes and vectors, to calculate limits, derivatives and integrals, to solve differential equations and so on.

The results of the student-opinion poll show that student treat this introduction of labs into the teaching of mathematics well. Moreover, they readily use the package MATHEMATICA not only in the course of “High Mathematics”, but also in other subjects connected with mathematics.

Рижский Технический университет (РТУ) является единственным техническим ВУЗом Латвии. Это также первое высшее учебное заведение, созданное в Латвии. Университет основан 14 октября 1862 года. Не трудно подсчитать, что в прошлом году мы отметили большой юбилей – 150 лет со дня основания университета. В наши дни РТУ является вторым наибольшим ВУЗом Латвии, сразу после Латвийского университета. Число студентов РТУ превышает 14000. Поступая в РТУ, студенты могут выбрать одну из 43 программ высшего академического или профессионального образования первого уровня.

Каждому студенту РТУ, независимо от того, какую программу он выбрал, приходится учить Высшую математику, так как математика является обязательным предметом любой программы бакалавра. Различие между программами может быть в количестве часов, предусмотренных для математики, и в содержании учебного курса. Основную часть

математических дисциплин преподают преподаватели кафедры Инженерной математики. Чтобы преподавание математики сделать более современным и интересным, мы пытаемся в учебный процесс внести новые технологии. Одной из таких технологий является программа Mathematica9.

Mathematica9 – это программа, предназначенная для решения математических задач в символьных выражениях, а также численно. Умение пользоваться данной программой позволяет студентам решать сложные математические задачи без особых усилий. Поэтому в Рижском Техническом университете на факультете Информационных технологий и компьютерных наук 8 лет назад ввели новый предмет «Математика DIM701», в рамках которого предусмотрено выполнение лабораторных работ. Лабораторные работы проходят в компьютерном классе, где в течение двух семестров студенты обучаются пакету программ Mathematica9. В каждом семестре планируются 8 лабораторных занятий, по 2 учебных часа каждое. На этих занятиях студенты учатся

- 1) выполнять арифметические действия с числами и выражениями, задавать функции и находить их значения в заданных точках;
- 2) выполнять действия с матрицами и векторами;
- 3) строить графики функций одного переменного, заданных в явном, неявном и в параметрическом виде;
- 4) строить линии и поверхности в пространстве, заданные уравнением в явном и в параметрическом виде;
- 5) упрощать выражения и приводить их к другому виду;
- 6) решать уравнения и системы уравнений;
- 7) вычислять пределы и применять их для нахождения асимптот, а также определения рода точек разрыва;
- 8) вычислять производные функций одного переменного и нескольких переменных, а также применять их в исследовании функций;
- 9) выполнять арифметические действия с комплексными числами и выражениями;
- 10) находить неопределённые, определённые и несобственные интегралы, а также применять их для решения задач геометрии, механики и физики;
- 11) вычислять двойные и тройные интегралы и применять их для решения прикладных задач;
- 12) решать обыкновенные дифференциальные уравнения;
- 13) находить изображение и оригинал преобразования Лапласа, применять их для решения дифференциальных уравнений;
- 14) определять сходимость числовых рядов, выполнять действия над рядами, раскладывать функцию в степенной ряд.

Во время лабораторных занятий много времени уделяется самостоятельной работе студентов. Эти занятия помогают студентам не только лучше познать математику, но и дают своего рода навыки программирования.

Изучение программы Mathematica9 позволило преподавателям упростить программу учебной дисциплины «Математика», так как более сложные задачи теперь решаются с помощью программы Mathematica9. Ввиду того, что на весь курс «Высшей математики» нам выделено всего лишь 176 часов, это существенно повысило успеваемость студентов.

Умение работать с программой Mathematica9 также помогает студентам правильно выполнить домашние задания, так как у них есть возможность полученный результат сравнить с ответом, выданным программой Mathematica9.

Как известно, преобладающая часть студентов – ленивый народ, который не будет выполнять работу, если та не обязательна и не даёт дополнительных очков на экзамене. Поэтому в каждом семестре студенты должны сдать 4 лабораторные работы. В течение 15 – 30 минут с помощью программы Mathematica9 студенты должны решить 2 или 3 задачи, при этом разрешается использовать все возможные материалы – литературу, собственные записи и конспекты, онлайн-справочную систему программы и т.д. Студенты выполняют задания на компьютере и отправляют работу по электронной почте. Каждая работа

оценивается максимально в 6 баллов. Работа засчитывается, если студент получил как минимум 4 балла. Зачет всех 4 работ является обязательным требованием для сдачи экзамена.

Большим помощником студентам при сдаче проверочных работ является портал ORTUS. Этот портал был создан отделом Информационных технологий Рижского Технического университета в 2007 году. В 2009 году ORTUS был признан лучшим интернет-порталом Латвии и отдел Информационных технологий РТУ за создание портала от Латвийской ассоциации информационных и коммуникационных технологий получил приз «Платиновая мышь 2009». С каждым годом портал дополняется и улучшается.

В портале ORTUS введена единая система е-обучения, базирующаяся на программе MOODLE (Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment). Здесь студентам доступны многие материалы, которые могут помочь правильно решить поставленные задачи. Это конспекты лекций, презентации лабораторных работ, разработанные преподавателями, книга «Решение математических задач с помощью программы Mathematica», изданная на кафедре Инженерной математики РТУ. В портале ORTUS также предусмотрено выставление оценок за работы, здесь же студенты записываются на пересдачу несданных работ. Это необходимо, так как в компьютерном классе ограниченное число мест.

Интересно проследить, как постепенно улучшается умение студентов пользоваться программой Mathematica<sup>9</sup>. На рисунке 1 отображены результаты зачётов лабораторных работ в первом семестре. Первый столбец отображает число студентов (в процентах), которые сдали зачёт с первого раза; второй – число студентов, которые сдали зачёт со второго раза; третий – число студентов, которые сдавали зачёт более двух раз. Если первую работу с первого раза сдали только 56,3 % студентов (как это видно из графика), то результаты следующих работ намного лучше.

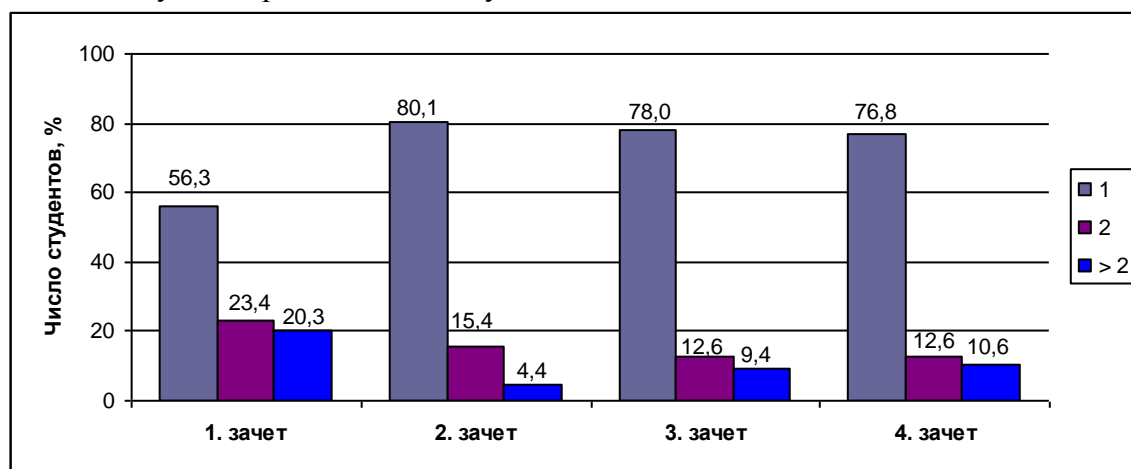


Рис.1. Результаты зачётов лабораторных работ в первом семестре.

Как показывает рисунок 2, ещё лучше результаты второго семестра. Около 90 % студентов сдают зачёты с первого раза. На это две причины: во-первых, студенты освоили правила работы с программой Mathematica<sup>9</sup>; во-вторых, самых слабых студентов уже отчислили.

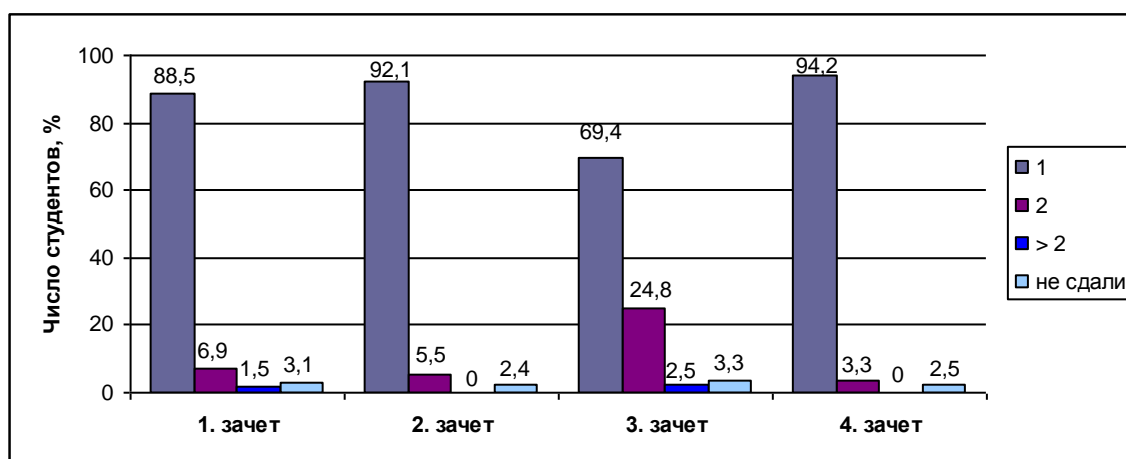


Рис.2. Результаты зачётов лабораторных работ во втором семестре.

Навыки работы с программой Mathematica9 студенты используют и далее. Например, на втором курсе они изучают предмет «Численные методы», который базируется на использовании программы Mathematica9. Программой студенты пользуются также при изучении «Теории вероятности и математической статистики», чтобы вычислить интегралы или решить большую систему линейных уравнений. В нескольких специальных предметах необходимо совершать действия с матрицами больших размеров. В этом опять может помочь программа Mathematica9.

Среди 295 студентов факультета Информационных технологий и компьютерных наук был проведён опрос о необходимости изучения программы Mathematica9. Результаты опроса показывают, что 75 % студентов считают, что им нужно изучать эту программу, а 67 % из опрашиваемых студентов используют программу вне занятий по математике.

В заключение подчеркнём преимущества использования программы Mathematica9 при преподавании Высшей математики:

- 1) обучение математике стало более привлекательным и интересным;
- 2) позволило упростить программу Высшей математики, решая сложные и трудоёмкие задачи с помощью Mathematica9;
- 3) помогает студентам лучше познать математику, а также развивает своего рода навыки программирования;
- 4) помогает студентам правильно выполнить домашние задания;
- 5) даёт возможность решать задачи в символьном виде и в численном виде с большой точностью.

Недостаток же мы видим только один: за счет проведения лабораторных работ сократилось число практических работ по математике.

Проанализировав преимущества использования вышеупомянутой программы, преподаватели кафедры Инженерной математики Рижского Технического университета намерены и дальше развивать использование программы Mathematica9, а также других математических программ, при обучении Высшей математике.

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЙ WEB 2.0 ДЛЯ РАЗВИТИЯ ИНФОРМАЦИОННО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЫ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ

Голубев О. Б.

*ФГБОУ ВПО Вологодский государственный педагогический университет, г. Вологда, ул. С. Орлова, д. 6,  
e-mail: [oleg\\_golubev@mail.ru](mailto:oleg_golubev@mail.ru)*

Никифоров О. Ю.

*ФГБОУ ВПО Вологодский государственный педагогический университет, г. Вологда, ул. С. Орлова, д. 6,  
e-mail: [Sol\\_Hute\\_II@mail.ru](mailto:Sol_Hute_II@mail.ru)*

This article describes the main applications of Web 2.0 services in learning. Web services can be used in training for the sharing of information resources, the implementation of interactive, timely information, continuous monitoring of the quality of the knowledge gained.

Объективные процессы интеграции и дифференциация в системе современного образования значительно повысили требования к информационно-образовательной среде учебного заведения. Информационно-образовательная среда – это комплексное понятие, включающее совокупность педагогического и учебно-методического обеспечения с использованием программных и технических средств хранения, обработки и передачи информации, формируемое личным информационным пространством педагогов и учащихся. Под информационной средой понимают совокупность технических и программных средств, а также социально-экономических и культурных условий реализации процессов информатизации. Информационно-образовательная среда современного учебного заведения - это не только компьютеры, сеть, коммутационные устройства, офисная техника, программное обеспечения, «облачные» сервисы, но и люди, преподаватели, учителя, студенты, ученики, которые работают в этой среде. Поэтому, от квалификации и мотивации людей во многом зависит эффективность использования информационной среды.

На динамику развития современного общества ключевое влияние оказывают компьютерные технологии, проникающие во все сферы человеческой деятельности и обеспечивающие интенсивное и экстенсивное разветвление информационных потоков в обществе, формируя глобальное коммуникационное пространство. Ярким примером инновационного процесса, связанного с экспансией современных информационных технологий является компьютеризация образования. В нашей стране идет активное становление новой компьютеризированной системы образования, которая ориентируется на вхождение в мировое информационно-образовательное пространство. Инициированные процессы ведут к коренным трансформациям в педагогической теории и практике учебно-воспитательного процесса, которые находят свое выражение в существенной коррекции содержания технологий обучения, способствующие гармоничному вхождению ученика в современное информационное общество. Констатируется главное требование к технологиям обучения - адекватность современным техническим возможностям. Важным аспектом в обозначенном вопросе является то, что компьютерные технологии в контексте реформирования системы образования должны стать полноценным структурообразующим элементом, существенно повышающим её целостность, а не дополнением, включаемым «для галочки».

Информационные и коммуникационные технологии кардинальным образом меняют не только формы организации учебного процесса в учебных заведениях всех уровней и типов, но и требуют изменения целевых векторов образования, содержания обучения, а также пересмотра структуры и наполнения предметной системы. Проникающую способность новых технологий обучения усиливает и то, что существенную долю знаний, необходимых для работы, ученик получает в процессе общения с ровесниками, которое носит

неформальный характер, или находит в виртуальном информационном пространстве глобальной сети Интернет.

Существенный прорыв в оптимизации учебного процесса позволяет совершить обращение к новым технологиям и подходам, базирующимся на инструментарию Интернет-сервисов Web 2.0.

В основе концепции Web 2.0 лежат не ресурсы, а пользователи глобальных Интернет-сервисов, распределенные знания и коммуникативные практики. Web-документ, содержащий данные, трансформируется в web-приложение, а сеть Интернет и все его возможности становятся услугой. Ключевым элементом данной концепции является web-приложение, функциональное ядро которого реализуется сервером, а доступ пользователей производится по сети. Образовательные технологии основанные на Web 2.0 представляют собой комплекс дигитальных способов доступа, инструментов обработки и анализа, рефлексии коллективно формируемого контента. Здесь происходит размытие границ между учителем и учеником, на замену фиксированному учебному плану приходят индивидуальные образовательные траектории с широкими возможностями маршрутизации. Примеров современных образовательных Интернет-сервисов можно привести множество, это электронные учебные пособия в их классической интерпретации, всевозможные виртуальные кафедры, деканаты, мультифункциональные лаборатории, видеоуроки, учебные компьютерные квесты и т.д. В условиях активного распространения образовательных сетевых сервисов начинает формироваться тенденция к передаче инициативы в управлении знаниями самому ученику.

Рассмотрим ключевые типы web-сервисов в контексте новой сетевой образовательной парадигмы.

Большой обучающий потенциал можно обнаружить в сервисах для работы с коллективными гипертекстами, которые построены на основе технологии wiki. Данные ресурсы являются эффективным коллективным инструментом синтеза и аккумуляции знаний по разнообразным областям. Благодаря гипертекстовой сети знания связаны друг с другом, что усиливает взаимное влияние различных семантических систем. Сервисы коллективного гипертекста поддерживают технологию гипермедиа, что позволяет использовать разные типы контента. Технология коллективного гипертекста предполагает концепцию свободного наполнения и изменения контента веб-ресурса пользователями с помощью инструментарию, предусмотренного самим ресурсом.

Сервисы коллективного гипертекста обладают следующим набором ключевых свойств, которые позволяют успешно применять их в образовательном процессе: функция многократного редактирования гипертекста, встроенный простой макроязык (викиразметка), управление версиями контента, страничная организация документов, мультиавторство. В современных педагогических системах сервисы коллективного гипертекста являются идеальной средой для реализации учебных сетевых групповых проектов.

Следующим инновационным web-сервисом, представляющим интерес в контексте внедрения образовательных информационных технологий, являются виртуальные доски для групповой работы. Сервисы виртуальных досок предназначены для совместной работы пользователей в сетевом интерактивном пространстве с возможностью визуального отображения всех действий.

Сервисы данного типа позволяют размещать на рабочей поверхности текстовый, графический, математический контент, интегрировать документы, виджеты и html-фрагменты, подключаться к каналам обмена текстовыми, звуковыми и видеосообщениями. Виртуальные интерактивные доски в сетевом образовательном пространстве могут быть использованы для совместного и индивидуального выполнения учебных заданий, для обсуждения и помощи, для дистанционного разъяснения учебного материала, для коллективной работы в рамках исследовательского или иного проекта, для организации удаленного опроса учащихся по какой-либо теме.

В отдельную большую группу можно собрать web-сервисы, реализующие функции различных прикладных программ. Подобные Интернет-приложения являются

полнофункциональными аналогами настольных программ и могут выступать их полноценной заменой. Web-приложения не нужно покупать (большая часть из них имеет возможность создания свободного аккаунта), они меньше подвержены вирусам и прочим вредоносным программам. Web-приложения не требуют установки и обновления в ручном режиме. В сетевом образовательном пространстве web-приложения могут успешно использоваться вместо офисных пакетов, редакторов растровой и векторной графики, аудио и видеоредакторов и т.д. Важной полезной функцией Интернет-приложений является опциональное хранение документов в «облаке», что дает дополнительные возможности для групповой работы [1,2].

Информационно-образовательная среда предполагает введение в учебный процесс современных технологий работы с информацией: организация работы с учебной и научной литературой, технологии актуализации потенциала субъектов образовательного процесса (мотивационного потенциала ИОС, технологии самопрезентации, технологии критического мышления, повышения коммуникативной компетентности личности) диагностических технологий (рейтинг учебных достижений) [3,4].

Основным средством обучения в информационном обществе становится не столько традиционная учебная книга, учебник на бумажном носителе, сколько компьютерные базы данных. Информационно-образовательная среда приобретает новые возможности и ограничения. Сетевое пространство становится для личности второй виртуальной реальностью, а для многих – и основным полем жизнедеятельности, где люди проводят большую часть своей жизни [5].

Основным свойством информационно-образовательной среды современного образовательного учреждения остается интерактивность: активное взаимодействие учащихся с элементами среды в процессе обучения. Сегодня, работая с информационно-образовательной средой, учащиеся должны стать полноценными партнерами учебного процесса.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Голубев О.Б., Никифоров О.Ю. Информатизация учебно-методической деятельности университета // Альманах современной науки и образования. Тамбов: Грамота, 2012. -№ 6 (61). - С.28-30.
  2. Голубев О.Б., Никифоров О.Ю. Особенности инновационной архитектуры учебного взаимодействия в цифровой школе // Инновационный вестник регион. 2012. - №4. – С. 68-72.
  3. Романова О.В. Формирование современной информационно-образовательной среды вуза // Информатика и образование. 2013.- №1.- С.87-89.
  4. Борулава Г.А. Инновационная сетевая парадигма обучения и воспитания студентов в условиях современного информационного пространства // Гуманизация образования. 2010. - №4. - С.8 – 23.
  5. Тестов В.А. Стратегия образования в условиях сетевого пространства // Сборник научных статей Всероссийской конференции «Системные стратегии: наука, образование, информационные технологии» 24-25 сентября 2013 г. – Вологда.: ВГПУ, 2013. - С. 126 – 131.
-



# **КУРС «ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В НАУКЕ И ОБРАЗОВАНИИ» В ПРОЦЕССЕ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ КОМПЕТЕНЦИЙ МАГИСТРАНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ**

Грушевский С.П., Добровольская Н.Ю.

*Кубанский государственный университет, 350040, г.Краснодар, ул. Ставропольская, 149, (861)2199501, spg@math.kubsu.ru*

## **Abstract**

The article describes the application of information technology to provide professional mathematical and pedagogical competence of the students. The paper considers the structure of the discipline «Information technologies in science and education» master's programs and mathematical Sciences, is determined by a number of private vocational competences of using didactic properties and advantages of the information technologies. The course includes the methods and techniques of using modern computer technologies in education, reveals the application of IT-technologies as a way of organizing training activities.

Одной из основных задач современных магистерских образовательных программ является подготовка высококвалифицированных преподавателей для высшего профессионального образования. Эта задача, наряду с задачей приобретения студентами магистрантами навыков научно-исследовательской деятельности определяет набор и структуру профессиональных компетенций, которые формируются в процессе освоения магистерских программ. При этом следует отметить, что для математических направлений особую роль приобретает проблема формирования и развития профессионально-педагогических компетенций, являющихся базовыми компонентами подготовки профессиональных математиков [1,2,3]. Дело в том, что подготовка преподавателей математики и информатики для профессионального образования возможна только в процессе освоения магистерских программ, так как временные рамки образовательных программ бакалавров математиков позволяют сформировать лишь базовые компоненты педагогической подготовки, оставляя профессиональный уровень для программ магистратуры.

Необходимо отметить, что спектр математических магистерских программ допускает наряду с математическими магистерскими программами открытие математико-педагогических программ таких как, например, «Преподавание математики и информатики» на направлении 010100.68 «Математика» и «Информационные технологии в образовании» на направлении 010200.68 «Математика и компьютерные науки» [4,5], освоение которых и ориентировано на подготовку преподавателей математики и информатики для высшего профессионального в том числе и математического образования. Однако, формирование педагогических компетенций в соответствии с федеральными государственными образовательными стандартами должно обеспечиваться и в образовательных программах математических магистратур.

В связи с этим важное значение приобретает формирование педагогико-психологического блока в структуре образовательной программы магистров математики [3]. Такой блок включает в себя как традиционные дисциплины, отвечающие за освоение педагогики и психологии профессионального образования, научно-педагогическую практику, так и дисциплины, формирующие новые подходы к организации учебного процесса, основанные на современных компьютерных технологиях.

Одной из дисциплин, позволяющих педагогу освоить различные средства информационных технологий, является курс «Информационные технологии в науке и образовании», предлагаемый в образовательных программах направлений 010100.68 «Математика» и 010200.68 «Математика и компьютерные науки» на факультете математики и компьютерных наук КубГУ. Следует отметить, что долгое время этот курс являлся базовым, обязательным курсом в магистерских программах по разным направлениям. Его значимость в профессионально подготовке магистров математики обуславливается с одной стороны той ролью, которую играют в современной науке и образовании информационные и телекоммуникационные технологии, а с другой стороны тем обстоятельством, что в

процессе его освоения формируется широкий спектр профессиональных математических компетенций, среди которых и педагогические.

Отметим ещё одну важную особенность этого курса. Студенты-математики в рамках программы бакалавриата уже обладают так называемыми ИТ-компетенциями в достаточной степени. Это позволяет ориентировать применение информационно-коммуникационных технологий на обеспечение эффективного учебного процесса, рассматривать применение ИТ-технологий как способ организации учебной деятельности [6].

Внедрение компьютерных технологий позволяет осуществлять интенсификацию всех уровней учебно-воспитательного процесса, повышать эффективность и качество процесса обучения за счет реализации возможностей компьютерных средств обучения. Поэтому в набор профессиональных компетентностей, которыми в рамках магистерских программ, должны овладеть студенты – будущие преподаватели математики и информатики должны входить умения позволяющие использовать дидактические свойства и преимущества информационных технологий в учебном процессе [1, 2].

Определим ряд частных профессиональных компетентностей, формируемых в рамках дисциплины «Информационные технологии в науке и образовании» и использующих дидактические свойства и преимущества информационных технологий:

1. способность автоматизации таких видов учебной деятельности, как сбор, хранение, анализ, поиск, обработка и передача разного рода информации;

2. способность автоматизации обработки результатов лабораторного эксперимента (построение графиков, диаграмм, таблиц и т. п.);

3. способность автоматизации расчетов в процессе выполнения контрольных заданий, курсового и дипломного проектирования;

4. способность организации интерактивного диалога и оперативного взаимодействия между участниками учебного процесса;

5. способность подготовки к будущей профессиональной деятельности с помощью тренинга в предметной виртуальной среде;

6. способность разрабатывать структуру сайта, определять его методическую и информационную составляющие;

7. способность составлять техническое задание на разработку электронного учебника или задачника. Определять структуру соответствующего учебного материала, подбирать методику обучения дисциплине и т.д;

8. способность разрабатывать структуру цикла учебных занятий, включая использование на уроках интерактивных досок, презентаций, компьютерных обучающих систем и т.д;

9. способность автоматизации контроля результатов учебной деятельности.

Перечисленные компетентности формируются в процессе обучения магистров-математиков и включены в рабочую программу дисциплины «Информационные технологии в науке и образовании». Рассмотрим структуру этой дисциплины.

Требования к входным знаниям и умениям имеют общую часть (знание основ информатики, умение работать с текстовыми, графическими редакторами, электронными таблицами, умение поиска информации в сети Интернет) и вариативную. Для направления 010100.68 «Математика» вариативная часть включает умение работы с пакетом MS Office, практические навыки работы с одним из математических пакетов, например MathLab, для направления 010200.68 «Математика и компьютерные науки» – это знание основ алгоритмизации, умение на практике применить технологии программирования.

Рассмотрим кратко содержание теоретических разделов дисциплины.

В рамках лекционного курса дисциплины раскрывается понятие информационного процесса, информатизация общества и образования, раздел «Информационные процессы, информатизация общества и образования». Указываются цели, задачи, тенденции развития и проблемы информатизации российского образования. Приводится классификация информационных и коммуникационных технологий. Раскрываются дидактические возможности указанных технологий. Рассматривается роль информационных и коммуникационных технологий в реализации новых стандартов образования.

Во втором разделе «Технические и технологические аспекты реализации информационных процессов в образовании» рассматриваются тенденции развития электронной вычислительной техники, как средств управления информацией. Предлагаются варианты использования основных видов программного обеспечения: прикладного, системного, инструментального в образовательном процессе. Рассматриваются преимущества использования в учебном процессе средств отображения информации,

проекционных технологий, интерактивных дисплейных технологий и систем трехмерной визуализации.

Раздел «Информационная образовательная среда» содержит понятие среды, ее компоненты. Рассматривается информационная образовательная среда Российского образования, федеральные образовательные порталы. Указываются педагогические цели формирования современной информационной образовательной среды и ее основные возможности. Задача студентов научиться разрабатывать информационно-методические материалы и, возможно, размещать последние на мини-порталах образовательного учреждения с предоставлением права свободного доступа к информационным ресурсам любому пользователю.

Раздел «Электронные образовательные ресурсы (ЭОР)» включает классификацию, описание возможностей ЭОР. На практике рассматриваются примеры открытых ЭОР информационной среды Российского образования.

Следующий раздел «Мультимедиа технологии в образовании» в своей базовой части раскрывает возможности и типы мультимедийных образовательных ресурсов. Студенты направления 010100.68 знакомятся с практическим применением некоторых мультимедийных образовательных программ, студенты направления 010200.68 изучают технологию создания подобных ресурсов, в частности знакомятся с Flash-технологией.

Возможности сетевых технологий в организации взаимодействия в процессе решения профессиональных задач в образовании раскрываются в разделе «Использование коммуникационных технологий и их сервисов в образовании». Применение коммуникационных технологий осуществляет доступность учебных материалов через сеть Интернет для любого участника учебного процесса; возможность консультирования студентов преподавателями в любое время и в любой точке пространства посредством сети Интернет; внедрение системы дистанционного образования. Здесь же рассматриваются педагогические технологии, позволяющие организовать активную индивидуализированную учебную деятельность на базе сетевых технологий.

Практическая часть дисциплины должна соответствовать профилю магистерской программы и предлагается следующей.

Раздел «Использование существующих или собственных электронных образовательных ресурсов на уроках» для студентов направления 010200.68 предполагает конструирование собственных электронных учебников и задачников. Здесь нами предлагается использование языков PHP, Delphi, VBA, Flash-технологий, которые были изучены на предыдущем этапе обучения. Студенты могут разрабатывать как структуру будущих электронно-дидактических комплексов, реализация которых предполагается в рамках других дисциплин (например, в рамках дисциплины «Проектирование учебно-информационных комплексов»), так и реализовывать небольшие обучающие программы (например, визуализация учебного материала одного урока по выбранной дисциплине с использованием Flash-технологии). Этот же раздел для студентов направления 010100.68 должен включать изучение, возможно с поиском в сети Интернет, существующих электронно-дидактических комплексов. Студенты должны развить умение работать с дидактическими ресурсами сети Интернет, уметь разрабатывать детальные планы использования компьютерных систем обучения в рамках одного или нескольких уроков, применения электронных задачников в самостоятельной работе учащихся, уметь проектировать электронные дидактические комплексы, разрабатывать их структуру, определять их методическую направленность, формировать учебный материал.

Второй раздел «Подготовка учебных материалов с помощью различных средств визуализации» является наиболее специализированным по направлениям подготовки. Студенты направления 010200.68 совершенствуют навыки, приобретенные на предыдущем этапе обучения, связанные с визуализацией информации. Им предлагается разработка сайта урока на языке HTML, возможно использование Flash-технологии, языка PHP. Кроме визуализации учебного материала, студенты получают навык помещения своих разработок в сеть Интернет. Студенты направления 010100.68 для визуализации материалов урока могут использовать пакет построения презентаций MS PowerPoint или другие аналогичные разработки.

Следующий раздел «Конструирование образовательных сайтов» формирует у студентов знания построения структуры сайта, подбор методического и дидактического наполнения сайта. Студенты направления 010200.68 при конструировании сайта подключают возможности языка PHP или HTML. Это позволяет непосредственно разрабатывать сайты.

Далее раздел «Программные средства для математических расчетов и моделирования» включает средства для математических расчетов, моделирования и анализа результатов научных и педагогических исследований. Рассматриваются основные задачи и этапы компьютерного моделирования, проводится обзор наиболее известных пакетов визуального моделирования: SIMULINK пакета MATLAB (MathWorks, Inc), COMSOL Multiphysics, Model Vision Studium - MVS, General Purpose Simulation System - GPSS, EASY5 (Boeing), SystemBuild пакета MATRIXx (Integrated Systems, Inc.) и др. Изучаются средства для математических расчетов, моделирования и обработки результатов научных исследований пакетов MatLab и COMSOL Multiphysics.

Кроме того, в рамках курса акцентируется внимание на использование в профессиональной деятельности различных пакетов статистической и математической обработки данных. Это позволяет формировать у магистрантов профессиональные математические компетенции, в том числе и педагогические. Более подробно аналогичные пакеты и программы рассматриваются в других курсах магистерских программ.

Таким образом, курс «Информационные технологии в науке и образовании» являясь базовым курсом магистерских программ, дополняет традиционные дисциплины психолого-педагогического блока. В процессе изучения курса происходит формирование соответствующих профессиональных педагогических компетенций на основе дидактических возможностей и свойств компьютерных информационных технологий, ориентированных на применения в образовательном процессе. Важной особенностью дисциплины является возможность, с опорой на имеющиеся у студентов ИТ-компетенции, остановиться на методах и приемах использования современных компьютерных технологий в образовании, раскрыть применение ИТ-технологий как способа организации учебной деятельности. При этом информационно-коммуникационные технологии широко используются в процессе обучения и визуализации учебного материала дисциплины «Информационные технологии в науке и образовании». Собственно лекции и лабораторные работы являются примером организации учебного процесса с использованием ИТ-технологий. В курсе как применяются, так и изучаются различные компьютерные технологии визуализации учебного материала, компьютерные обучающие комплексы, электронно-дидактические ресурсы и ресурсы сети Интернет. Дисциплина «Информационные технологии в науке и образовании» формирует и профессиональные математические компетенции, раскрывая их через применение информационно-коммуникационных технологий в учебном процессе.

1. С.П. Грушевский. О профессионально-педагогической подготовке магистров математики. Проблемы теории и практики обучения математике: Сборник научных работ представленных на международную конференцию "62 Герценовские чтения", Санкт-Петербург, Издательство РГПУ им. Герцена, 2009.
2. С.П. Грушевский. [О формировании педагогических компетенций в современных образовательных программах профессиональной подготовки математиков](#). Теория и практика общественного развития, 2012. № 3.
3. С.П. Грушевский, Н.Ю. Добровольская. О профессионально-педагогической подготовке студентов направления «Прикладная математика и информатика». Тезисы докладов Международной научной конференции «Образование, наука и экономика в вузах. Интеграция в международное образовательное пространство», Ереван, 2011.
4. С.П. Грушевский. Профессионально-педагогическая подготовка магистров математики. Образовательные технологии: журнал для организаторов и специалистов обучения в системе высшего и среднего проф. образования / НИИ школьных технологий. Москва, 2009. № 3.
5. С. П. Грушевский, Н. В. Андрафанова. О математико-педагогических магистерских программах. Научный журнал "Известия АГУ". 2013. №2-2(78).
6. С.П. Грушевский, Н.Ю. Добровольская. Проектирование профессионально-педагогической подготовки студентов математических направлений на основе технологий формирования их ИТ-компетенций. Научный журнал "Известия АГУ". 2013. №2-1(78).

# ПОСТРОЕНИЕ ТРАЕКТОРИИ ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ УНИВЕРСИТЕТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ (ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ)» С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ.

Карасев В.А.

*Национальный Исследовательский Технологический Университет (МИСиС), Москва, Россия [karasev-v-a@yandex.ru](mailto:karasev-v-a@yandex.ru)*

## Abstract

Created computer program for organization of the educational process, promoting the systematic independent work of students. Student consistently receives a portion of the training material and tests to check progress. Program execution is controlled tests and assignments with instant scoring for each kind of work. The final score (rating) affects the evaluation of the exam.

Совершенствование высшего образования, изменение его характера и целей становится все более очевидным приоритетом в развитии стран всего мира. В Российской Федерации при разработке нового стандарта высшего образования предполагается использование компетентностной модели выпускника. Под компетентностным подходом в образовании понимается реализация таких образовательных программ, которые направлены на формирование способности личности самостоятельно применять полученные в процессе подготовки знания и умения.

Одним из важнейших аспектов высшего технического образования является развитие компетентностного подхода в математическом образовании. В рамках этого подхода ставится цель:

- сформировать у студентов убеждение в важности математических методов для решения профессиональных задач;
- поднять уровень использования математического аппарата при изучении общетехнических и профессиональных дисциплин;
- развить стремление к самостоятельной работе и обучению, умение находить и принимать оптимальное решение различных профессиональных задач.

В докладе излагается опыт преподавания курса «Математического анализа (дифференциального исчисления)» на кафедре математики в Национальном Исследовательском Технологическом Университете (МИСиС) с использованием информационных технологий, то есть в использовании различных способов подачи информации, обеспечения с помощью интернета эффективной обратной связи между студентом и преподавателем в процессе обучения.

Схема изучения курса с использованием информационных технологий сводится к следующему:

1. Знакомство с теоретическим материалом на лекциях. Использование демонстрационных элементов на лекциях позволяет существенно усилить наглядность изучаемого материала, помогает студенту глубже понять сущность математических методов, заинтересовать студента.

2. Изучение методов или алгоритмов решения задач на практических занятиях на учебных примерах из стандартных задачник, не требующих больших затрат времени и громоздких вычислений.

3. Организация и контроль самостоятельной работы студента во внеучебное время по выполнению индивидуальных тестов и заданий (типовых расчетов) с контролем выполнения и организацией обратной связи в сети Интернет. Для организации учебного процесса, стимулирования систематической самостоятельной работы студентов используется оболочка дистанционного обучения "Dist" на сайте НИТУ МИСиС [econom.misis.ru](http://econom.misis.ru). Основное назначение системы:

- обеспечение учебными материалами;
- автоматическое формирование и выдача тестов и заданий;
- организация и контроль самостоятельной работы студентов;
- контроль знаний;
- определение рейтинга студента;

- получение оперативной информации о состоянии учебного процесса.

Система предусматривает указание последовательности и контроль выполнения каждого шага усвоения учебного предмета, а также сроков (т.е. задаётся так называемая траектория изучения учебной дисциплины). Для каждого учебного элемента задаются требования (срок выполнения, продолжительность и др.). Студент получает порции учебных материалов по сети Интернет. Очередной шаг становится доступным примерно за неделю до указанного преподавателем срока его выполнения.

Компьютер осуществляет контроль за работой каждого студента, выдавая очередную порцию учебного материала только после успешного прохождения предыдущего шага. Возможны также возвраты к повторному выполнению шагов. Начисляются баллы и штрафные очки с учётом оценок, сроков выполнения, числа попыток, продолжительности выполнения.

Как это реально организовано?

По каждому предмету подготовлены пособия, тесты и типовые расчеты. На основании этих материалов готовится структурированное пособие, траектория, тесты для проверочного тестирования. Траектория представляет собой последовательность подачи учебных материалов и контрольных мероприятий с указанием сроков, минимального времени изучения. Студенты по сети Интернет получают небольшие порции учебного материала, проходят тесты, выполняют типовые расчеты в заданные периоды времени

При этом система не допускает к следующему шагу без успешного завершения предыдущего и отправляет к повторному изучению материала. Контролируются сроки выполнения, затраченное время, полученные баллы, число попыток, назначаются штрафные баллы и бонусы

Тесты могут быть различных типов от самых простых, контролирующих понимание основных вопросов курса, вплоть до сложных задач с диапазонами изменений параметров и алгоритмом расчёта. Ответ может выбираться среди нескольких заданных или быть численным и проверяться компьютером. После выполнения тестов студент допускается к выполнению типового расчета, все результаты которого компьютером проверяются. Студенты получают различные тесты и типовые расчеты, что достигается случайным выбором вопросов и задач из соответствующего заложенного банка задач и случайным выбором значений параметров из заданного диапазона их изменений.

Преподаватель может предусмотреть подтверждающее тестирование студентов группы или всего потока в аудитории. В траектории можно также предусмотреть автоматическое изменение маршрута для студентов с различным уровнем начальной подготовки и способностей

За каждую выполненную работу студент получает оценку. Полученные оценки автоматически собираются в электронном журнале. Староста или сам преподаватель заносит в электронный журнал посещаемость лекций и практических занятий, а также оценки за другие контрольные мероприятия

На основании полученных оценок, посещаемости, штрафных баллов и бонусов с использованием весовых коэффициентов рассчитывается рейтинг студента. Текущий рейтинг преподаватель, администрация, сам студент и его родители могут получить в любой момент времени с самого начала семестра

Сводка рейтингов студентов по всем предметам позволяет оперативно выявить студентов, не приступивших к занятиям или работающих недобросовестно. Полученный в течении семестра рейтинг учитывается при проставлении экзаменационной оценки.

В докладе приводятся материалы, используемые при построении траектории обучения по дисциплине «Математический анализ (Дифференциальное исчисление)».

---

# ДИСТАНЦИОННОЕ ОБУЧЕНИЕ ПО МАТЕМАТИЧЕСКИМ КУРСАМ ЧЕРЕЗ ИНТЕРНЕТ

Кибзун А.И., Иноземцев А.О., Наумов А.В.

Московский авиационный институт, e-mail: kibzun@mail.ru

The problem of the learning management systems design and its implementation based on the client - server architecture is considered. System architecture, functionality of the main modules, implementation examples and algorithms are described.

## 1. Введение.

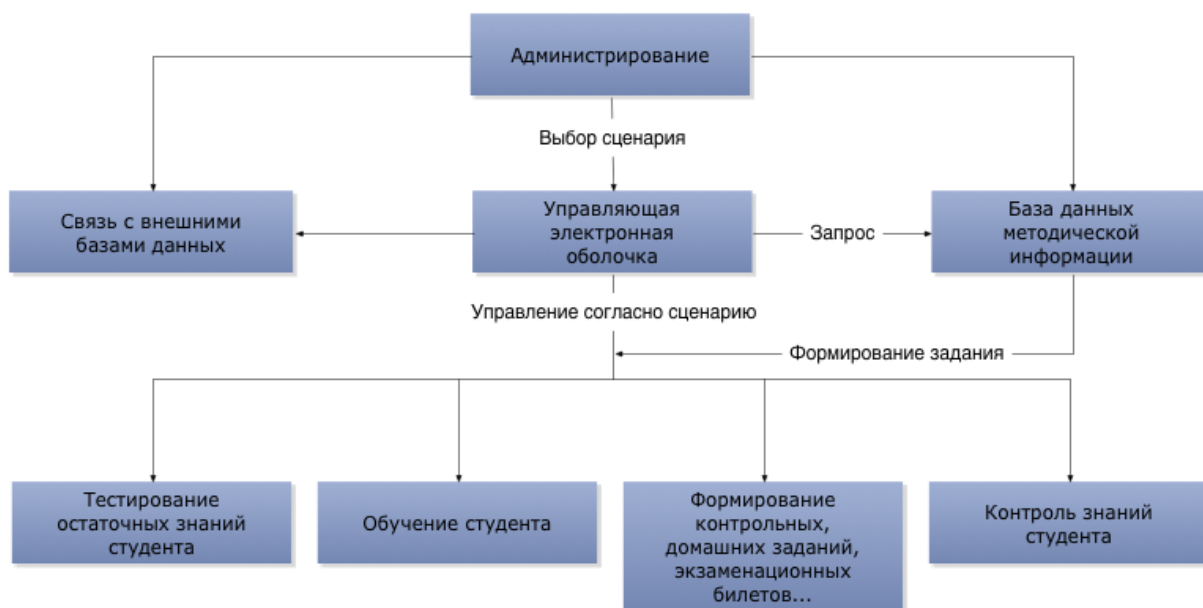
В последнее время активно развиваются системы дистанционного электронного обучения, под которым понимается обучение студентов через интернет, построенное по схеме «клиент - сервер» [1]. При реализации такой системы студент может в удобное для себя время зайти в систему, выполнить необходимые домашние задания, система зафиксирует то, что сделал студент. А потом преподаватель в удобное для него время может проверить, что сделал конкретный студент, и затем провести очные занятия с учетом той информации о трудности заданий, которую он получил, проверяя домашнее задание этого студента. Подобную систему можно рассматривать как дополнительную для проведения очных занятий, с помощью которой можно организовать самостоятельную работу студентов. При этом особая сложность возникает при создании подобной системы для обучения по математическим курсам [2,3]. Это связано в первую очередь со способами проверки правильности решенных задач. Традиционно при проверке решения используют так называемую форму выборочного ответа, когда студент выбирает правильный ответ из многих. Но при реализации такой формы сложно подобрать большое число одинаково правдоподобных ответов. Но даже при подборе одинаково правдоподобных ответов, студент все равно может угадать ответ. Более корректным, на наш взгляд, представляется проверка задания по числу, которое является правильным ответом. Но это можно сделать, когда задача содержит числовой ответ. А многие задачи в математике имеют формульный ответ. Эта особенность накладывает дополнительные ограничения на создаваемую систему дистанционного обучения. Еще одной проблемой является оценка знаний студентов по неоднородной выборке, получаемой при решении студентом предложенных ему задач [4]. Дело в том, что все задания имеют разную сложность. Поэтому, если усреднить все правильные ответы, которые дал студент, то получится необъективная оценка. Например, если один студент решил три самые легкие задачи из пяти возможных, а другой, из этих же пяти задач решил три самые сложные, то уровень знаний этих студентов различный. При этом усредненная оценка у этих студентов будет одной и той же (например, тройка). Для преодоления этой проблемы в работе [5] разработан специальный математический аппарат, который позволяет оценить уровень сложности заданий с помощью обучающей выборки, не прибегая к помощи экспертов.

## 2. Структура компьютерного курса для дистанционного обучения

Современный учебно-методический комплекс должен, по нашему мнению, содержать следующие элементы:

- Твердая копия специально структурированного учебного пособия, изданного с получением соответствующего грифа;
- Дисковый вариант электронной версии учебного пособия, разработанный для локального использования на персональном компьютере;
- Сетевой вариант электронной версии учебного пособия, предназначенного для использования в сети интернет;
- Электронная оболочка для эксплуатации и защиты методического комплекса в сети;
- Набор сценариев для многофункционального использования методического комплекса в сети;

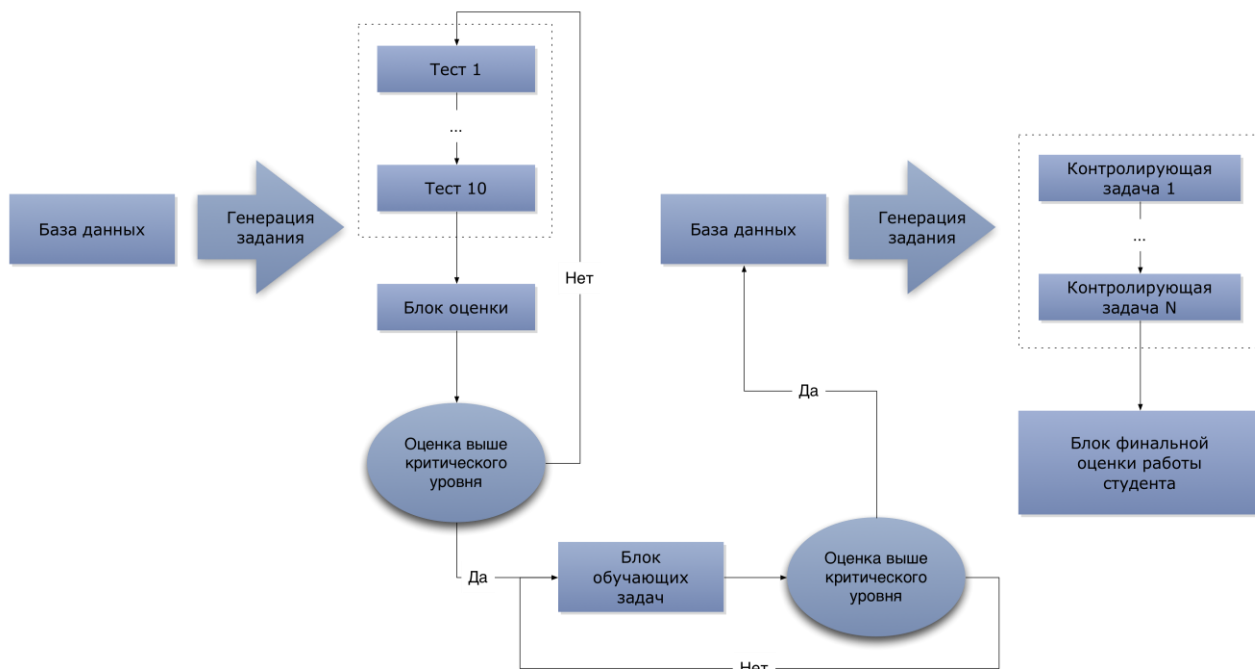
- База данных, хранящая всю учебно-методическую информацию (электронную сетевую версию пособия, тестовые, контролирующие и обучающие задания);
- Результаты прохождения студентом процесса обучения по компьютерному курсу.



Блок-схема использования компьютерного курса представлена на рисунке 1. Отметим, что

*Рисунок 1. Блок-схема использования электронной версии современного многофункционального учебно-методического комплекса*

такая система позволяет провести тестирование остаточных знаний студентов, провести обучение, сформировать домашние и контрольные задания.



*Рисунок 2. Блок-схема типового сценария использования УМК*

На рисунке 2 представлена блок-схема возможного сценария использования учебника. Подчеркнем, что в компьютерный учебник заложена следующая логика: студент изучает теоретический материал, затем система с помощью тестовых заданий проверяет первичный уровень знаний студента. Если этот уровень выше некоторого установленного преподавателем порога, то система допускает студента к решению обучающих задач (об этих задачах речь пойдет

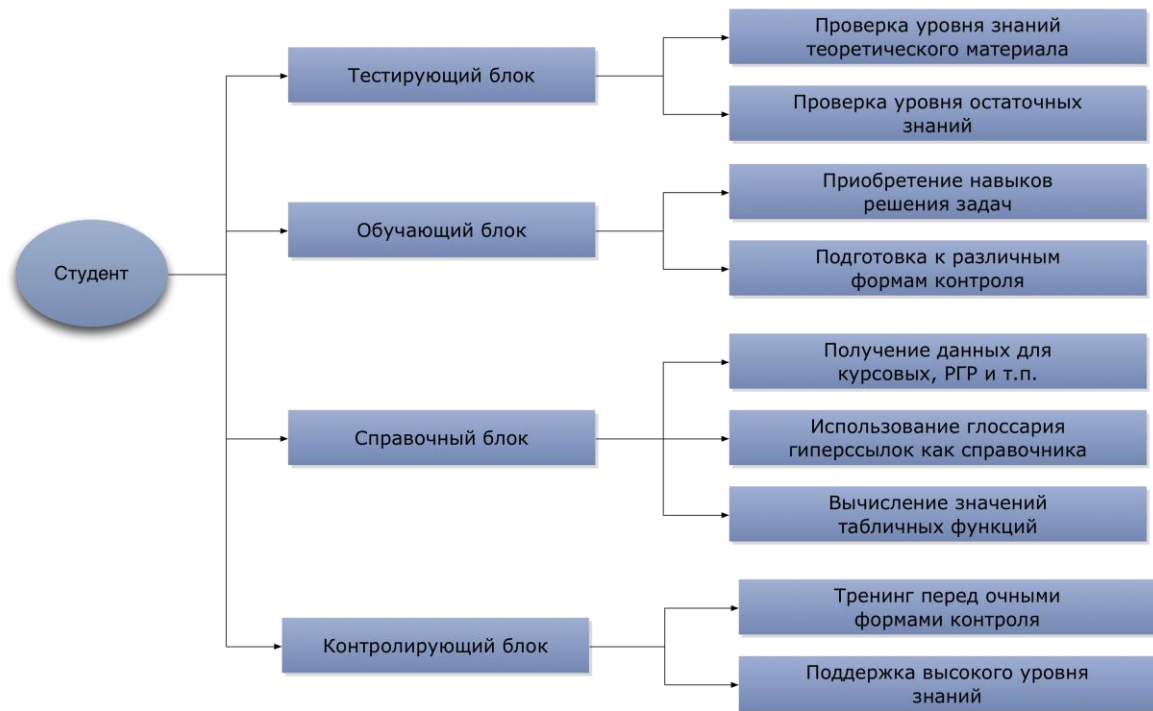


ниже). После прохождения студентом обучающих задач он допускается к выполнению контрольных заданий, на основании которых студенту выводится итоговая оценка за прохождение всего раздела. Оценка выводится с учетом сложности заданий по специально разработанному алгоритму, который использует обучающую выборку.

*Рисунок 3. Блок-схема работы с обучающей задачей*

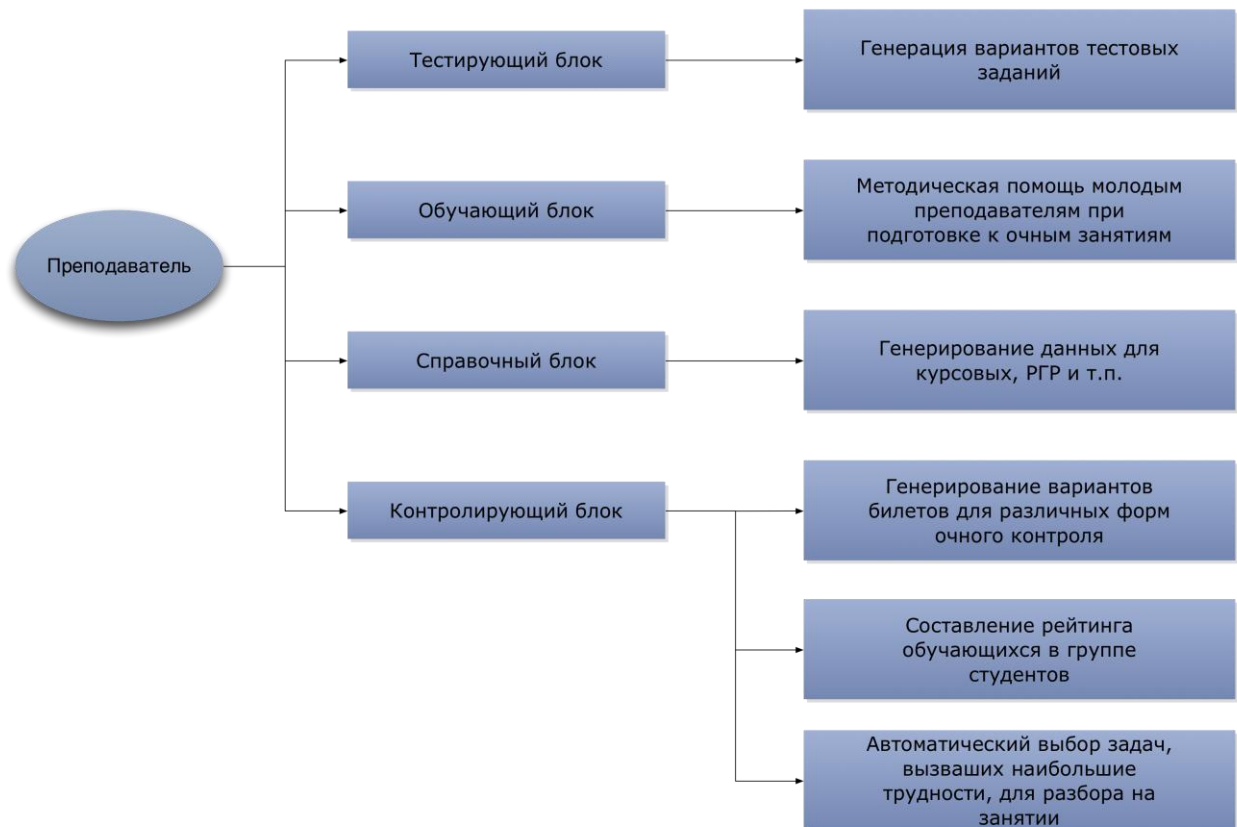
Одним из основных блоков, образующих компьютерный курс, является блок обучающих заданий, блок-схема которого представлена на рисунке 3. Логика организации обучения здесь следующая. Вначале студент самостоятельно решает предъявленную ему задачу. Если он решил ее неправильно, то ему сообщается первая подсказка, указывающая на теоретический материал, в котором можно найти указания по решению предъявленной задачи. Если эта подсказка не помогла студенту и он вновь дает неправильный ответ, то ему сообщается вторая подсказка в виде ссылки на типовую задачу, которая решается аналогично предъявленной. Если студент вновь решает задачу неправильно, ему сообщается правильное решение задачи с ответом.

**3. Возможности использования компьютерного учебника**



*Рисунок 4. Возможности использования УМК для студента.*

На рисунке 4 представлена блок-схема возможного использования студентом компьютерного учебника.



*Рисунок 5. Возможности использования УМК для преподавателя.*

На рисунке 5 представлена блок-схема возможного использования преподавателем компьютерного учебника.

В настоящее время в Московском авиационном институте (МАИ) разработаны три компьютерных учебника, работающих под единой оболочкой: по математическому анализу, по линейной алгебре и по теории вероятностей. С возможностями системы можно познакомиться с помощью гостевого входа в нее: <http://distance.mai.ru>

#### Литература

1. Кибзун А.И., Каролинская С.Н., Шаюков Р.И. Система дистанционного обучения по математическим дисциплинам в вузе // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2006. №4. С. 29-36.
  2. Кибзун А.И., Вишняков Б.В., Панарин С.И. Оболочка системы дистанционного обучения по математическим курсам // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2008. №10. С. 43-48.
  3. Наумов А.В., Иноземцев А.О. Алгоритм формирования индивидуальных заданий в системах дистанционного обучения // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2013. №6. С. 35-42.
  4. Кибзун А.И., Панарин С.И. Формирование интегрального рейтинга с помощью статистической обработки результатов тестов // Автоматика и Телемеханика. 2012. №6. С. 119–139
  5. Кибзун А.И., Иноземцев А.О. Оценивание уровней сложности тестов на основе метода максимального правдоподобия // Автоматика и Телемеханика. 2014. №4.
-

# БИБЛИОТЕКА ДЛЯ ИНТЕРАКТИВНОЙ ОНЛАЙН-ВИЗУАЛИЗАЦИИ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ.

Клепов В. Ю.

*НИУ ВШЭ, отделение Прикладной Математики и Информатики.*

A New In-browser Graphing Library and Its Applications In Teaching Mathematical Analysis.

**The article presents a new web-based application for generating interactive mathematical visualizations. Through the use of modern technologies, such as WebGL and HTML5, it allows for real-time in-browser plotting and data visualization. Some sample images from multivariable calculus are supplied.**

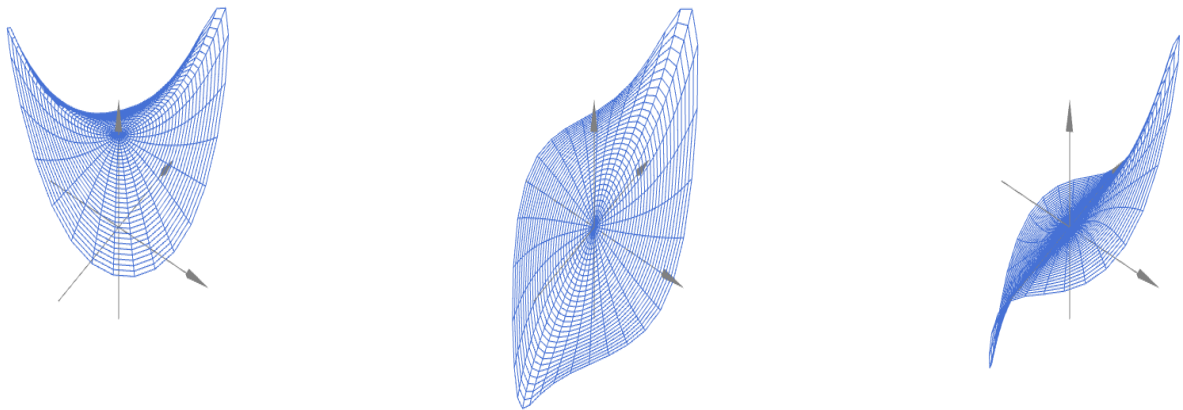
В последние годы появилось множество программ, работающих в режиме онлайн. В то же время для такой важнейшей задачи, как построение графиков, зачастую используются математические пакеты широкого профиля – Matlab, R, MathCAD и другие. При разработке иллюстраций к курсу математического анализа встал вопрос о выборе инструментов, позволяющих работать с трехмерными графиками в режиме реального времени непосредственно в браузере.

Основными требованиями стали кроссплатформенность (необходимо обеспечить работу с мобильными устройствами), ясный, хорошо документированный API и возможность работы с неявными функциями. Были рассмотрены MathBox.js (чрезмерно сложный механизм встраивания, кроме того, автор прекратил разработку несколько лет назад), graphycalc (только явные поверхности) и несколько других библиотек, работающих только через WebGL, то есть не поддерживающих мобильные устройства. Так возникло решение разработать собственную библиотеку для создания интерактивных визуализаций.

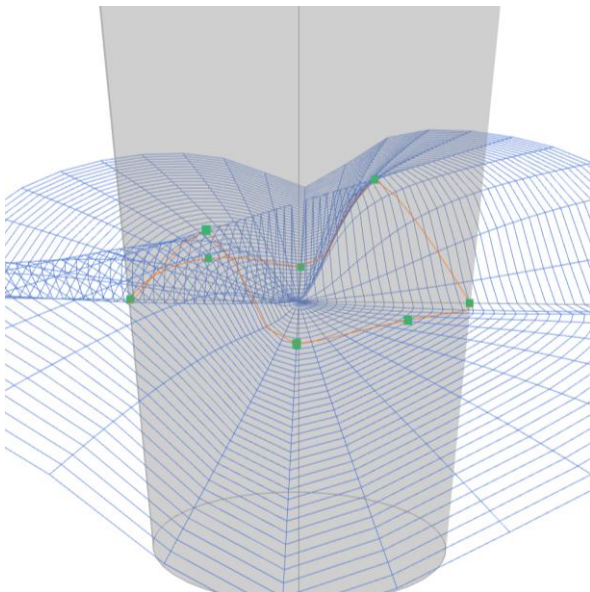
Созданная библиотека обладает следующими преимуществами:

- Высокое качество графики, расширяемость и кроссплатформенность достигаются использованием движка Three.js.
- Поддерживаются различные математические объекты: кривые, поверхности, векторные поля и конечные множества точек.
- Объекты могут задаваться в явном, неявном и параметрическом видах или через таблицы данных.
- Интеграция с веб-интерфейсом позволяет изменять графики в реальном времени.

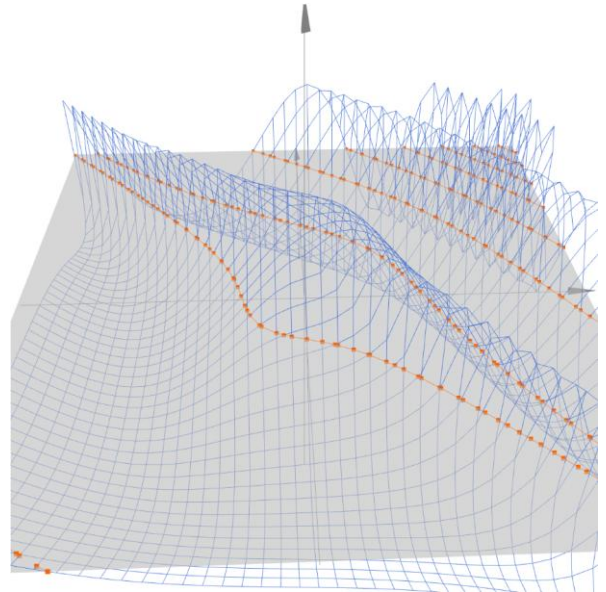
Далее будут продемонстрированы полученные результаты на примерах из курса математического анализа:



Функция и ее частные производные.



Условные экстремумы функции (на эллипсе).



Кривые уровня функции

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Демидович Б.П. - М.: Изд-во Моск. ун-та ЧеРо, 1997.
- [2] <http://acko.net/blog/making-mathbox/>: Making MathBox.js. Steven Wittens, 2012.
- [3] <http://deanm.github.io/pre3d/>: Pre3D. Dean McNamee, 2010.
- [4] Dual Contouring of Hermite Data. Tao Ju, Frank Losasso, Scott Schaefer, Joe Warren. Rice University, 2002.

# ПОСТРОЕНИЕ ТРАЕКТОРИИ ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ УНИВЕРСИТЕТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «РЯДЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ» С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ.

Лёвшина Г.Д.

*Национальный Исследовательский Технологический Университет (МИСиС), Москва, Россия*  
*National University of Science and Technology "MISIS", Moscow, Russia*  
[levshina-g-d@yandex.ru](mailto:levshina-g-d@yandex.ru)

## Abstract

Created computer program for organization of the educational process, promoting the systematic independent work of students. Student consistently receives a portion of the training material and tests to check progress. Program execution is controlled tests and assignments with instant scoring for each kind of work. The final score (rating) affects the evaluation of the exam.

Актуальной проблемой в обучении студентов вузов в настоящее время является перестройка всей системы подготовки кадров: переход на двухуровневую систему, внедрение компетентного подхода к образованию, введение модульно-рейтинговой системы, повышение мобильности студентов, которая достигается за счёт использования модульного учебного плана, повышение удельного веса самостоятельной работы студентов.

В этой связи качественная математическая подготовка бакалавра, отвечающая требованиям прикладной направленности образования, является ключевой составляющей профессиональной подготовки и определяет уровень готовности бакалавра к успешной работе в профессиональной среде. В докладе излагается опыт преподавания высшей математики на кафедре математики. Обучение высшей математике в техническом университете должно ставить своей целью повышение уровня математической культуры будущих специалистов до уровня, позволяющего применить математические методы при решении практических задач.

Уменьшение часов аудиторных занятий и увеличение роли самостоятельной работы при изучении дисциплин математического цикла потребовало от преподавателей значительного совершенствования работы по двум направлениям:

- организации самостоятельной работы студентов;
- усиления контроля знаний студентов.

Важным фактором для достижения этих целей является разработанная в НИТУ МИСиС в Институте экономики и управления промышленными предприятиями программа (Internet-приложение) для обучения студентов с применением глобальной компьютерной сети Internet. Компьютерная оболочка создана в среде Microsoft Visual Studio 2010 на языке C# с использованием новейшей архитектуры (.NET), технологий объектного Web-программирования, базы данных Microsoft SQL Server Database. Это позволяет использовать её в учебном процессе как внутри университета, так и при обучении удалённых учащихся по сети Internet. В качестве клиентского приложения используется обычный браузер - Internet Explorer.

Этой программой фактически реализуется система дистанционного обучения с целью стимулирования самостоятельной внутрисеместровой работы студентов. Каждый студент, попав на свою страницу на сайте, получает комплект учебных материалов по каждой учебной дисциплине, а также ссылки на дополнительную литературу и справочные материалы, что избавляет его от необходимости их поиска. Но главное - студент обязан пройти изучение учебной дисциплины по траектории. Он последовательно получает порции учебного материала и тесты для проверки усвоения. При неудовлетворительной сдаче теста компьютер возвращает его к повторному изучению соответствующих разделов. В траекторию также включены другие контрольные мероприятия, в частности выполнение индивидуальных типовых расчетов с проверкой промежуточных и окончательных результатов в той же программе, а затем предоставление преподавателю выполненного задания.

Программой контролируются сроки выполнения тестов и заданий, затраченное время. В результате накапливается информация о степени усвоения материала (оценки и баллы).

Штрафные баллы за несвоевременное выполнение работ и использование дополнительных попыток стимулируют регулярность работы и внимательное изучение материала.

В соответствии с требованиями траектории предусматривалось не менее одного тестирования в месяц, но предпочтительным являлась еженедельная подача учебного материала и проверка усвоения с помощью теста. Предусматривались также подтверждающие (аудиторные) тестирования. Если в аудитории студент не подтверждает выполнение тестов данной темы, результаты его тестирования по данной теме аннулируются и он должен пройти эту часть траектории заново.

При тестировании используются вопросы различных типов, в том числе, наряду с простыми вопросами типа "да/нет", выбором правильного ответа, последовательности, даются задачи с ответом в виде одного или нескольких чисел. Студенты получают различные тесты и типовые расчеты, что достигается случайным выбором вопросов и задач из соответствующего заложенного банка задач и случайным выбором значений параметров из заданного диапазона их изменений.

Преподаватель в наглядной форме в графическом виде в любой момент может видеть продвижение каждого студента группы по траектории. Может получить информацию об усвоении материала по каждой теме, а также вопросы, на которые студент не смог дать правильный ответ для собеседования, что фактически позволяет исключить пробелы в знаниях.

Наличие протоколов тестирований с данными и правильными ответами уменьшает опасность возникновения конфликтных ситуаций.

Оценки, выставляемые преподавателями на практических и семинарских занятиях, за контрольные работы, домашние задания вводятся преподавателями в компьютер. Наряду с этим осуществляется компьютерный контроль самостоятельной работы студентов (обучение по траектории, тесты), результаты которого автоматически фиксируются в журнале преподавателя и не могут быть изменены.

Все результаты тестирований, контрольных мероприятий, оценки в аудитории, характеристики систематичности выполнения учебного плана и др. собираются в одной базе данных и рассчитывается рейтинг студента.

Текущий рейтинг рассчитывается компьютером непосредственно перед выдачей информации на экран на основании данных о работе всех студентов группы и может измениться при следующем запросе.

Рейтинг определяется как сумма произведений баллов на весовой коэффициент для каждого вида контрольных мероприятий (практические занятия, контрольные работы, тесты самостоятельные, тесты подтверждающие, типовые расчеты, посещаемость лекций и практических занятий, ритмичность).

Для каждого контрольного мероприятия (кроме практических занятий) в расчёт принимается только последняя попытка с понижающим коэффициентом 0.95 за каждую попытку.

Балл за посещаемость (отрицательный) пропорционален числу пропущенных занятий. Максимальный отрицательный балл, заданный в весовых коэффициентах, получают студенты, пропустившие все занятия. Расчёт посещаемости лекций и практических занятий производится отдельно.

Преподаватель перед экзаменом и зачётом получает в дирекции ведомость с рейтингом. Полученный в течении семестра рейтинг учитывается при проставлении экзаменационной оценки.

Многие преподаватели, использующие данную систему на практике, отмечают более серьёзное отношение студентов к учёбе и улучшение знаний.

В докладе приводятся материалы, используемые при построении траектории обучения по дисциплине «Ряды и дифференциальные уравнения»

# ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ОБРАЗОВ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ: «ТРОЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ»

## Visualization of Images which Appear in Solving Problems on the Topic: “Triple Integrals”

Лукашова М. А

НИУ ВШЭ, отделение Прикладной Математики и Информатики., Москва, Россия  
Higher School of Economics, Moscow, Russia  
e-mail: [ma.lukashova@yandex.ru](mailto:ma.lukashova@yandex.ru)

Visibility of solutions plays an important role in modern mathematical education. Visualization is one of the ways to achieve this purpose. The topic of the paper is the usage of Matlab and JavaScript tools to visualize the solution of difficult problems related to calculation of triple integrals.

Всем известно, насколько важным является пространственное мышление при решении многих математических задач. Но, к сожалению, современная школьная подготовка недостаточно обеспечивает развитие геометрической интуиции обучающихся, ученикам сложно представлять что-либо в пространстве. В связи с этим, перед высшей школой встает проблема необходимости визуализации некоторых математических объектов.

Темой данной работы являются задачи на тройные интегралы, которые условно можно разделить на три основные группы:

- Перестановка порядка интегрирования
- Вычисление тройных интегралов
- Геометрические приложения тройного интеграла

Для выбранных примеров построены наглядные трехмерные области интегрирования и их проекции на координатные плоскости. В результате такой визуализации решение задач становится ясным, кроме того появляется возможность проанализировать различные пути решения и выбрать наиболее простой.

Ниже приведены этапы решения поставленных задач:

- Построить каждую из поверхностей, заданных в условии задачи
- Объединить полученные поверхности в единое целое и выделить в построенной фигуре саму область интегрирования
- Построить сечения, перпендикулярные каждой из осей
- В случае, если сечения имеют сложную форму, необходимо подумать о разумности использования замены переменных (цилиндрической, сферической или иной) для решения задачи и применить ее, если это облегчит решение
- Если же с этим не возникает трудностей, выбрать наиболее удобное в плане вычислений сечение, определить для него границы интегрирования и перейти к повторному интегралу

Таким образом, благодаря полученным иллюстрациям, любой студент, даже имеющий плохо развитое пространственное мышление, сможет решить поставленную перед ним задачу по вычислению тройных интегралов, перестановке порядка интегрирования или же вычисления объема заданного тела.

В качестве примеров рассмотрены примеры из широко известных сборников задач по математическому анализу [1]-[3]. Для построения графиков используется система *Matlab*, средства *JavaScript* [4]-[5] и различные алгоритмы компьютерной графики.

Ниже приведено несколько примеров визуализации трехмерных областей интегрирования с помощью *Matlab* и *JavaScript*.



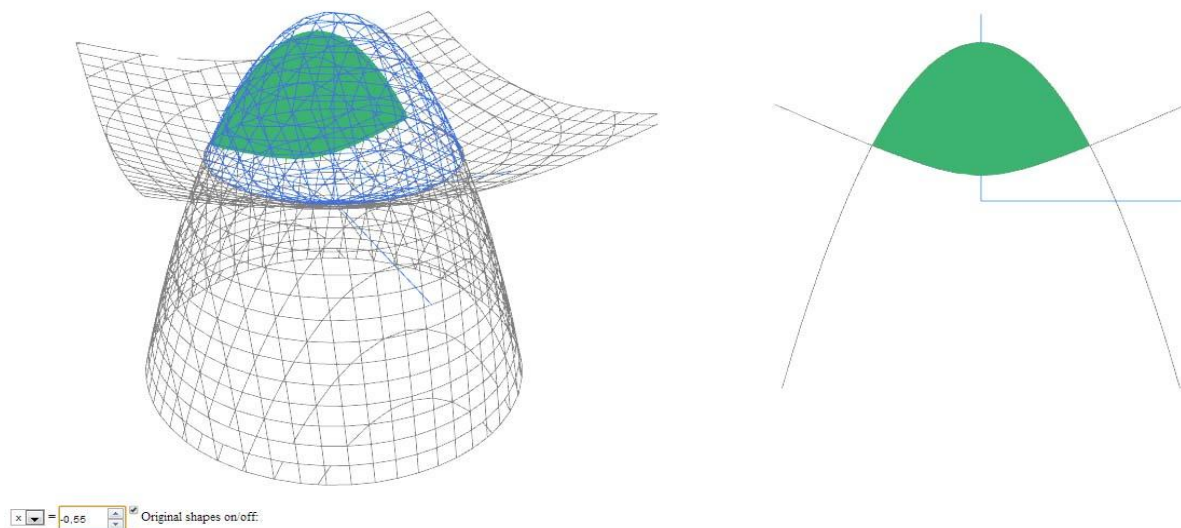


Рис.1. Тело, ограниченное поверхностями  $z = 6 - x^2 - y^2$ ,  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ , и сечение, перпендикулярное оси  $Ox$ , построенные в среде JavaScript

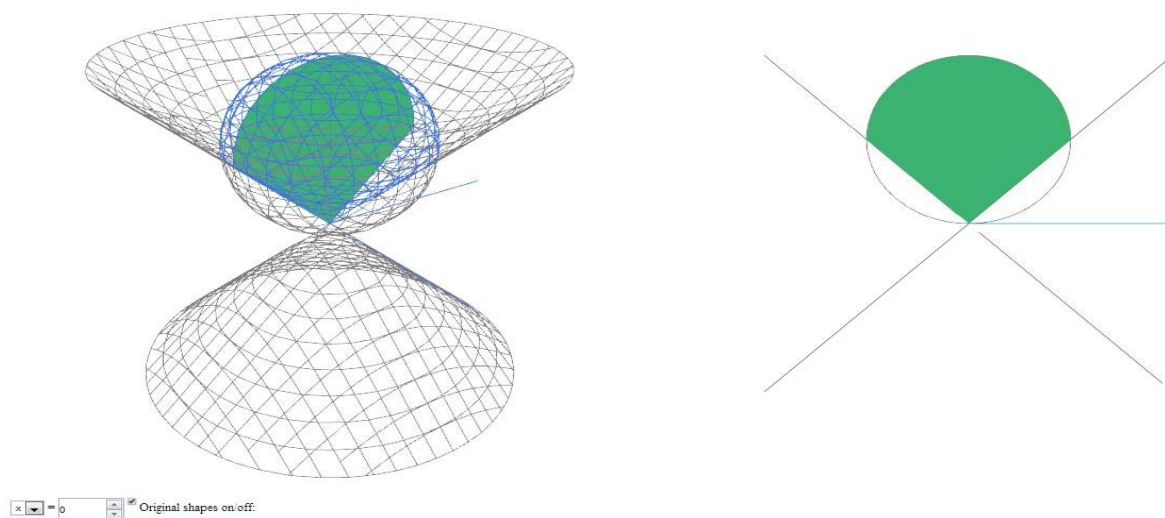


Рис.2. Тело, ограниченное поверхностями  $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$ ,  $x^2 + y^2 \leq z^2$ , и сечение, перпендикулярное оси  $Ox$ , построенные в среде JavaScript

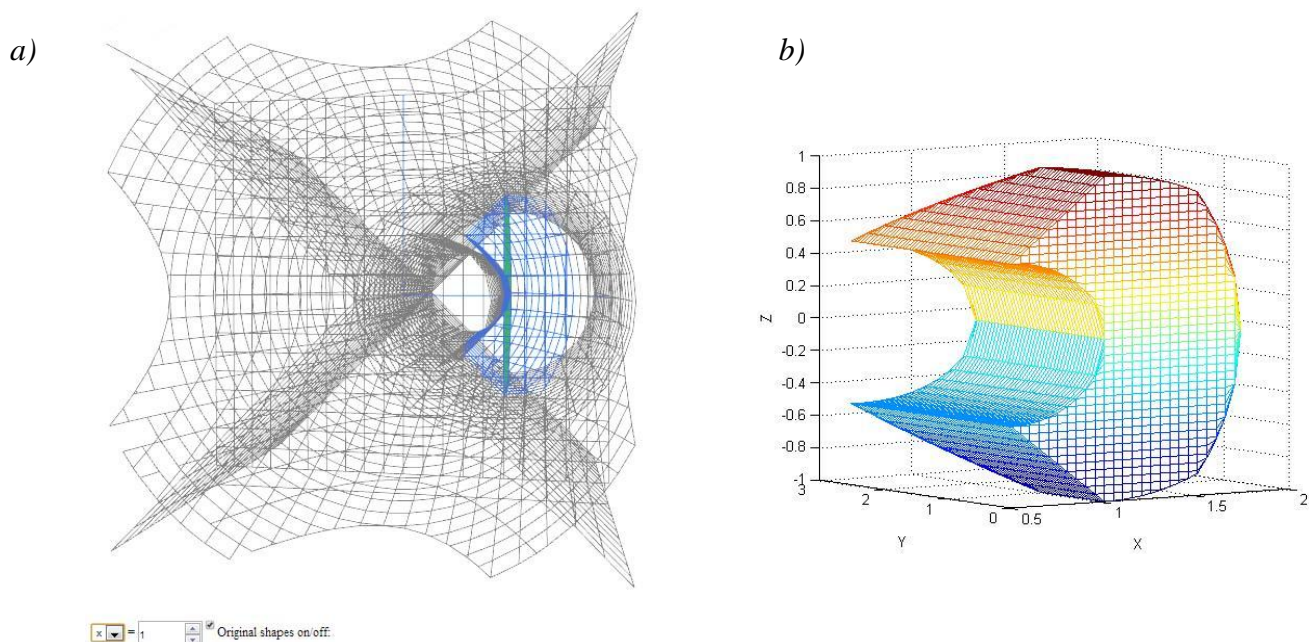


Рис.3. Тело, ограниченное поверхностями  $x = z^2 + x^2$ ,  $2x = z^2 + x^2$ ,  $x \geq |z|$ ,  $0 \leq y \leq 3 - z^2 - x^2$ , построенное в среде JavaScript (a) и Matlab (b)

## ЛИТЕРАТУРА

- 1) Б. П. Демидович, Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М.: Изд-во Моск. Ун-та ЧеРо, 1997;
- 2) Л. Д. Кудрявцев, Сборник задач по математическому анализу. В 3 томах. – 2-е изд., перераб. – М.: Физматлит, 2003;
- 3) А. Я. Дороговцев, Математический анализ. Сборник задач. – Изд-во "Вища школа", 1987
- 4) Three.js <http://threejs.org/>
- 5) WebGL <http://www.khronos.org/webgl/>

---

## ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПАКЕТОВ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ ТЕХНИЧЕСКИХ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Пушкарь Е.А., Миносцев В.Б., Мартыненко А.И., Берков Н.А.

*ФГБОУ ВПО Московский государственный индустриальный университет,  
Россия, 115280, Москва, Автозаводская ул., д. 16, тел. +7-495-675-37-32,  
e-mail: pushkar@msiu.ru*

In the present stage of the development of computers and software oriented to solution of mathematical problems, teaching mathematics in a technical university, in particular, that aimed to students of engineering professions, cannot be implemented without using computer mathematics. In our opinion, graduates of technological higher schools must be able to carry the solution to a real number; however, in complex cases this is impossible to be made without using modern numerical methods and software packages. The students must begin actively to make the acquaintance of these questions already in the mathematics course.

Recently, powerful computer algebra software appear. They are very simple in use and oriented to preparing interactive documents with calculations and visual maintenance of various mathematical problems. Among these software, we can mention Mathcad, Mathematica, Maple, Matlab, Maxima, etc. Evidently, in after years the use of these software by students will be extended when studying various sections of mathematics together with the development of hardware and Internet. To struggle against this trend is not reasonable since the graduate students of engineering professions will have to use similar software in their further training and professional activity.

В 2013 году издательством "Лань" выпущены учебные пособия под редакцией В.Б. Миносцева и Е.А. Пушкаря "Курс математики для технических высших учебных заведений" (в 4-х частях) [1 – 4] и "Сборник индивидуальных заданий по математике для технических высших учебных заведений" (в 2 частях) [5 – 6]. Изданные книги допущены НМС по математике Министерства образования и науки РФ в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по инженерно-техническим специальностям, и являются Лауреатом второго Всероссийского конкурса НМС по математике Министерства образования и науки РФ "Лучшее учебное издание по математике в номинации "Математика в технических вузах".

В Московском государственном индустриальном университете курс математики для студентов инженерных специальностей читается на первых четырех семестрах обучения. В течение первых двух семестров читаются основные разделы математики без использования пакетов компьютерной математики [1 – 2, 5], а начиная с третьего семестра проводятся лабораторные работы, на которых студенты решают задачи с использованием компьютерных пакетов. В учебных пособиях [3 – 4, 6] представлены примеры решения задач с использованием двух пакетов: Mathcad и Maxima. Подробное описание команд и функций этих пакетов приведены в учебных пособиях [7, 8].

На данном этапе развития компьютерной техники и программного обеспечения, ориентированного на решение математических задач, преподавание математики, и особенно для студентов инженерных специальностей, невозможно без использования систем компьютерной математики. По нашему мнению, выпускники технических высших учебных заведений должны уметь доводить решение до числа, а в сложных случаях это невозможно сделать без использования численных методов и пакетов прикладных программ. С этими вопросами студенты должны начать активно знакомиться уже в курсе математики.

На кафедре Общей и прикладной математики ФГБОУ ВПО МГИУ компьютерная техника активно использовалась для обучения студентов математике, начиная с 1980 года. В те годы численно решались нелинейные уравнения, системы линейных и нелинейных уравнений, численно вычислялись интегралы, решалась задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений, методом прогонки решалась краевая задача для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка, а также численно решались краевые задачи для одномерных уравнений теплопроводности и колебаний. Для решения этих задач студенты писали вычислительные программы, вначале на алгоритмическом языке Fortran, а затем на Visual Basic for Application.

В последнее время появились мощные системы компьютерной алгебры, простые в использовании и ориентированные на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением различных математических задач. К таким системам относятся: Mathcad, Mathematica, Maple, Mathlab, Maxima и т.д.

Совершенно очевидно, что в дальнейшем, с развитием компьютерной техники и интернета, использование студентами этих пакетов при изучении различных разделов математики будет расширяться. Борьба с этим явлением нецелесообразно и бессмысленно, поскольку при обучении на старших курсах и в своей дальнейшей профессиональной деятельности выпускники технических специальностей будут обязаны пользоваться такими пакетами.

Не является секретом, что многие современные студенты для решения различных задач более активно используют компьютерную технику, чем преподаватели. При проведении различных контрольных мероприятий преподаватель должен внимательно следить за невозможностью использования студентами различных «гаджетов» для списывания материала или решения задачи. Студент может на экзамене или компьютерном тесте, используя свой смартфон, воспользоваться компьютерным пакетом или зайти на математический сайт и решить поставленную задачу. Еще более сложной и менее контролируемой задачей является проверка преподавателем индивидуального задания выполненного в домашних условиях. Студент может зайти на сайт <http://www.wolfram.com>, на котором находится демонстрационная версия пакета компьютерной алгебры **Wolfram Mathematica** и получить подробное пошаговое решение своего задания. В этом пакете есть кнопка *step-by-step solution*, при нажатии на которую можно получить детальное решение задания. Эту кнопку владельцы сайта позволяют бесплатно использовать два раза в сутки.

Что делать? И как учить студентов математике, а не владению компьютерами и прикладными программами? На наш взгляд – это очень серьезный педагогический и методический вопрос. Просто не замечать, что такое время наступает – неразумно, можно оказаться «в хвосте» у студентов, владеющими современными компьютерными средствами решения математических задач. Выход, по нашему мнению один – учить большинство

будущих инженеров-пользователей не содержанию методов решения математических задач, а умению подобрать требуемую математическую модель, ее грамотной постановке, заданию исходных данных, пониманию смысла полученных результатов и преимуществ или недостатков одной математической модели по сравнению с другой. Нужно проверять и контролировать освоение именно этих умений и навыков. И главное, надо встать впереди и активно обучать студентов использованию математических пакетов. Применение таких пакетов делает процесс обучения более наглядным и избавляет студентов от неприятного рутинного труда по ручному вычислению числовых и символьных выражений.

В нашем университете решено обучать студентов с использованием систем компьютерной математики свободного доступа. Это позволяет студентам использовать данные пакеты на домашних компьютерах. К таким пакетам относится пакет **Maxima** и отчасти пакет **Wolfram Mathematica**, в котором в свободном доступе находятся многочисленные ресурсы, вполне достаточные для решения учебных заданий.

**Maxima** позволяет решать достаточно широкий круг задач, относящихся к различным разделам математики:

- операции с полиномами (манипуляция рациональными и степенными выражениями, вычисление корней и т.п.);
- вычисления с элементарными функциями, в том числе с логарифмами, экспоненциальными функциями, тригонометрическими функциями;
- вычисления со специальными функциями, в т.ч. эллиптическими функциями и интегралами;
- вычисление пределов и производных;
- аналитическое вычисление определённых и неопределённых интегралов;
- решение интегральных уравнений;
- решение алгебраических уравнений и их систем;
- операции со степенными рядами и рядами Фурье;
- операции с матрицами и списками, большая библиотека функций для решения задач линейной алгебры;
- решение обыкновенных дифференциальных уравнений аналитическими и численными методами и многие другие задачи.

Приведем некоторые примеры использования системы компьютерной алгебры **Maxima** в обучении математике студентов инженерных специальностей в ФГБОУ ВПО МГИУ. Эти методики, в основном, ориентированы на визуализацию решения и полученных результатов.

Например, при выполнении индивидуального домашнего задания по числовым последовательностям, студент должен задать последовательность в виде дискретной функции, построить ее график и найти ее предел.

В заданиях на исследование функции студенту предлагается два типа заданий. Первое задание состоит из простой функции, на примере которой студент проводит стандартное классическое исследование функции вручную при помощи теории пределов и производных 1-го и 2-го порядков, но при этом строит с использования пакета **Maxima** или любого другого пакета, графики исследуемой функции с отображением полученных асимптот и отдельно графики производной 1-го и 2-го порядков. Визуализация полученных графиков позволяет студенту разобраться в геометрическом смысле асимптот и производных, а также сохранить полученную визуальным путем информацию на более продолжительное время.

При изучении темы обыкновенные дифференциальные уравнения трудно обойтись без численных методов решения прикладных дифференциальных задач. Большинство таких задач сводятся к дифференциальным уравнениям, которые не удастся решить аналитически и необходимо применять различные численные методы решения. Наши студенты решают задачу Коши методами Эйлера и Рунге-Кутта по соответствующим формулам и графически сравнивают полученные результаты по встроенной в пакет **Maxima** функции `rk`.

Производится исследование сходимости и ее графическое отображение для различных численных методов.

С использованием пакетов компьютерной алгебры очень удобно проводить исследование сходимости степенных рядов и рядов Фурье. Студенты пишут простейшие программы, кодирующие частичную сумму первых  $n$  членов ряда, и строят графики для нескольких значений параметра  $n$ .

Решение задач уравнений математической физики, сводящихся к дифференциальным уравнениям в частных производных, требуют применения вычислительной техники. Уже при исследовании простейших однородных задач теплопроводности или задач о колебательных процессах, в которых можно применить метод расщепления переменных, решение сводится к рядам Фурье и для обработки полученных результатов нужно использовать программирование или стандартные функции. Учебные задачи со сложными краевыми условиями решаются методом сеток. Полученное решение выводится в графическом виде, иллюстрирующем развитие физических процессов с изменением временного параметра. На базе полученных графических результатов решения простейших заданий, студенты должны учиться анализировать физический смысл коэффициентов уравнений, граничных и начальных условий поставленной задачи.

Проиллюстрируем на конкретных примерах применение пакета **Maxima** в решении задач теории вероятностей.

*Пример 1* [4]. Найти вероятность того, что при случайном выборе 10 шаров из урны, содержащей 20 шаров, из которых 6 белых и 14 черных, среди выбранных окажется 4 белых и 6 черных.

Решение данной задачи можно записать в виде  $P(A) = \frac{C_6^4 \cdot C_{14}^6}{C_{20}^{10}}$  и процесс доведения до числа занимает много времени.

$$P(A) = \frac{\frac{6!}{4!2!} \cdot \frac{14!}{6!8!}}{10!10!} = \frac{14! \cdot 10! \cdot 10! \cdot 6!}{20! \cdot 8! \cdot 6! \cdot 4! \cdot 2!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 2} = \frac{7 \cdot 5 \cdot 9}{19 \cdot 17 \cdot 4} = \frac{315}{1292}$$

Maxima-программа, решающая поставленную задачу, имеет очень простой вид:

```
(%i1) P:binomial(6,4)*binomial(14, 6)/ binomial(20, 10); ev(%,numer);
```

```
(%o1)  $\frac{315}{1292}$  (%o2) 0.243808
```

При этом следует отметить, что вычисление числа сочетаний  $C_n^m$  проводится не по формуле  $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ , а по рекуррентной формуле, что увеличивает диапазон изменения  $n$  и  $m$  и точность вычисления при больших значениях этих параметров.

Еще один достаточно трудоемкий пример, демонстрирующий необходимость использования компьютерных математических пакетов в учебном процессе.

*Пример 2* [4]. В цехе находится 150 станков. Вероятность того, что один станок потребует к себе внимания, равна 0,2. Найти вероятность того, что: а) за смену 40 станков потребуют к себе внимания, б) от 25 до 35 станков потребуют к себе внимания.

В учебном пособии [4] показывается, как решить поставленную задачу традиционными методами, используя приближенные локальную и интегральную теоремы Лапласа и простейшие вычисления с использованием пакетов **Maxima** и **Mathcad** по теоремам Лапласа и по точным формулам повторных испытаний Бернулли, и производится исследование сходимости решения по приближенным формулам в зависимости от числа испытаний.

Приведем Maxima-программу решения задачи а) только по формуле Бернулли и задачи б) по интегральной теореме Лапласа и формуле Бернулли:

```

(%i1) load(distrib)$
(%i2) n:150$ p:0.2$ m1:25$ m2:35$
(%i6) pdf_binomial(40, n, p);
(%o6) 0.011
/* Интегральная теорема Лапласа.*/
(%i7) c:1/sqrt(n*p*(1 - p)); x1:(m1-n*p)*c; x2:(m2 - n*p)*c;
(%i10) PL : cdf_normal(x2, 0, 1) - cdf_normal(x1, 0, 1);
(%o10) 0.693
/* Результаты по формуле Бернулли.*/
(%i12) PB:sum(pdf_binomial(k,n,p),k,m1,m2);
(%o12) 0.739

```

Отметим, что результаты, полученные с помощью интегральной теореме Лапласа, дают несколько заниженные значения.

Задачи математической статистики, как правило, требуют сбора и обработки информации значительного объема. Для учебных целей, с помощью пакета **Maxima** можно получить псевдослучайную выборку любого объема и решать различные задачи математической статистики. Наши студенты делают лабораторные работы и выполняют индивидуальные задания по обработке статистических данных, проверке статистических гипотез, вычислению и сравнению основных числовых характеристик выборок и обработке экспериментальных данных.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Зубков В.Г., Ляховский В.А., Мартыненко А.И., Миносцев В.Б. Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 1. Аналитическая геометрия. Пределы и ряды. Функции и производные. Линейная и векторная алгебра: Учебное пособие. Под ред. В.Б. Миносцева и Е.А. Пушкаря. – 2-е изд., испр. – СПб.: Издательство "Лань", 2013. – 544 с.: ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература).
2. Ляховский В.А., Мартыненко А.И., Миносцев В.Б. Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 2. Функции нескольких переменных. Интегральное исчисление. Теория поля: Учебное пособие. Под ред. В.Б. Миносцева и Е.А. Пушкаря. – 2-е изд., испр. – СПб.: Издательство "Лань", 2013. – 432 с.: ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература).
3. Берков Н.А., Зубков В.Г., Миносцев В.Б., Пушкарь Е.А. Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 3. Дифференциальные уравнения. Уравнения математической физики. Теория оптимизации: Учебное пособие. Под ред. В.Б. Миносцева и Е.А. Пушкаря. – 2-е изд., испр. – СПб.: Издательство "Лань", 2013. – 528 с.: ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература).
4. Берков Н.А., Мартыненко А.И., Пушкарь Е.А., Шишанин О.Е. Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 4. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие. Под ред. В.Б. Миносцева и Е.А. Пушкаря. – 2-е изд., испр. – СПб.: Издательство "Лань", 2013. – 304 с.: ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература).
5. Сборник индивидуальных заданий по математике для технических высших учебных заведений. Часть 1. Аналитическая геометрия. Пределы и ряды. Функции и производные. Линейная и векторная алгебра. Интегрирование. Теория поля: Учебное пособие. Под ред. В.Б. Миносцева и Е.А. Пушкаря. – 2-е изд., испр. – СПб.: Издательство "Лань", 2013. – 608 с.: ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература).
6. Сборник индивидуальных заданий по математике для технических высших учебных заведений. Часть 2. Дифференциальные уравнения. Уравнения математической физики. Задачи оптимизации. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие. Под ред. В.Б. Миносцева и Е.А. Пушкаря. – 2-е изд., испр. – СПб.: Издательство "Лань", 2013. – 320 с.: ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература).
7. Берков Н.А. Применением пакета Maxima: Математический практикум. – М.: МГИУ, 2009. – 188 с.
8. Берков Н.А., Елисеева Н.Н. Применение пакета MathCad: практикум. – М.: МГИУ, 2006. – 132 с.

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ В ЛАТВИИ И В РИЖСКОМ ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Рощина И. А., Володко И. М.

*Кафедра Инженерной математики, Рижский Технический университет  
ул. Межа ¼ - 146, Рига, Латвия, LV-1007  
тел.: +37167089528, e-mail: [ilana.roscina@rtu.lv](mailto:ilana.roscina@rtu.lv), [inta.volodko@rtu.lv](mailto:inta.volodko@rtu.lv)*

**Abstract:** Nowadays new technologies are increasingly coming into everyday life. Computer algebra system began to appear in the beginning of 90-ties. It is the most important innovation in educational technology after the Internet. The most popular of computer algebra systems are MATHEMATICA, MATLAB, MATHCAD and MAPLE. Computer algebra systems become most used in the developed universities of the world. Survey has shown, that in Latvia, unfortunately, computer algebra systems are still not enough known. For developing systems, in 2006/2007 academic year Riga Technical University started to use the software Mathematica for teaching the Higher Mathematics. At this moment Department of Engineering Mathematics of Riga Technical University offers to students labs, where students solve the same tasks as at tutorials, but using the computer algebra system Mathematica. Mathematica is a computational software program used in many scientific, engineering, mathematical and computing fields, based on symbolic mathematics. Since 1988 Mathematica is developing very fast, on starting from Mathematica 1 to the present Mathematica 9.

Новые технологии в наши дни всё больше входят в повседневную жизнь. Когда-то, чтобы сосчитать или отнять большие числа, люди изобрели счёты. Намного позже прогрессивным изобретением стал калькулятор. И уже с давних времен студент мечтал о машине, которая сама будет выполнять все сложные вычисления, тем помогая проверять домашние задания. И с усложнением решаемых задач роль алгебраических вычислений не только не уменьшилась, а наоборот, значительно возросла. Однако часто их приходилось выполнять вручную, хотя первые эксперименты по их автоматизации были поставлены еще на машинах первого поколения (в 1953 году). После стали появляться серьезные системы компьютерной алгебры. Они предоставляют возможность работать с огромным числом математических, физических и научно технических задач. Системы компьютерной математики стали появляться уже в конце 80-тых, в начале 90-тых годов. После интернета, это важнейшее нововведение последних лет в образовательных технологиях. Наиболее популярными из них являются MATHEMATICA, MATLAB, MATHCAD и MAPLE. Все эти системы являются весьма дружественными по отношению к пользователю. Несмотря на то, что все эти системы имеют различия: их языки отличаются, количество доступных функций в библиотеках варьируется от нескольких сотен до тысяч, внутренние структуры и даже используемые алгоритмы значительно отличаются друг от друга, однако все лидирующие системы компьютерной математики имеют много общего.

Системы компьютерной математики довольно известны в хорошо развитых странах, например, в России, Германии и Америке, и их всё чаще начали использовать в вузах. Также и у нас, в Латвии, несколько заведений высшего образования используют разные системы компьютерной математики в обучении высшей математики. Мы провели опрос среди математических кафедр 10 крупнейших высших учебных заведений Латвии. Оказалось, что 6 из них используют системы компьютерной математики для преподавания математики. И наш Рижский Технический университет является одним из них. В основном это - MatLab, Mathematica и MathCad, а Maple упоминается только в двух вузах.

Чтобы узнать популярность этих систем в Латвии, мы провели опрос работников одной крупной компании, работающей в сфере телекоммуникации и информационных

технологии. В опросе приняли участие 115 членов этой компании (в возрасте от 20 до 40 лет).

Опрос состоял из двух главных вопросов и предоставлял следующие ответы:

**1. Какую из ниже перечисленных систем компьютерной математики вы знаете и использовали бы в расчете математических задач?**

- 1) Mathematica (5-9)
- 2) MatLab
- 3) MathCad
- 4) Maple
- 5) Не знаю не одну из перечисленных (конец опроса)

**2. Где вы ознакомились с этой системой?**

- 1) Изучали в университете
- 2) Изучал самостоятельно
- 3) Используем на работе

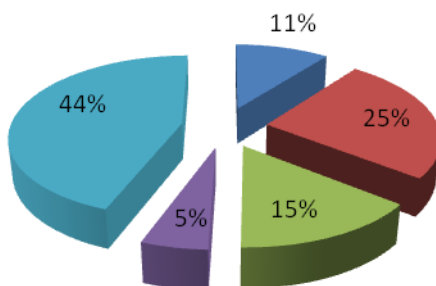
В результате мы получили следующее:

Лидер первого вопроса очевиден – Matlab получает 25 % и является самым популярным из выше перечисленных систем компьютерной математики. От Matlab сильно не отстают и MathCad и Mathematica, которые набирают 15 % и 11 %, а систему Maple знают только 6 респондентов, что составило всего 5 % из общего количества. 51 респондент не знает не одну из этих систем, тем набирая 44 %, что является почти половиной.



**1. Какую из ниже перечисленных вычислительных систем вы знаете и использовали-бы в расчете математических задач?**

■ Mathematica (5-9) ■ MatLab ■ MathCad ■ Maple ■ Не знаю не одну из перечисленных



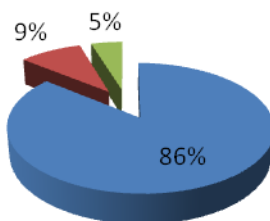
	Количество респондентов
Mathematica (5-9)	12
MatLab	29
MathCad	17
Maple	6
Не знаю не одну из перечисленных	51
Общее количество респондентов	115

64 респондента, которые в первом вопросе выбрали какую-либо систему, отвечали еще на один вопрос – откуда они о ней знают. В результате, как и предполагалось, большинство респондентов (55 человек) изучали эту или иную систему в университете, что составило 86 %.

	Количество респондентов
--	-------------------------

**Где вы ознакомились с этой системой?**

■ Изучали в университете ■ Изучал самостоятельно ■ Используем на работе



Изучали в университете	55
Изучал самостоятельно	6
Используем на работе	3
Общее количество респондентов	64

6 человек из опрошенных ответили, что систему изучали самостоятельно (9 %), но всего 3 человека ознакомились с этой системой на работе, где её используют, тем самым набрав всего 5 %.

Как показали опросы, к сожалению, в Латвии системы компьютерной математики ещё малоизвестны и мало используются. Для развития использования систем компьютерной математики Рижский Технический университет уже в 2006/2007 учебном году стал использовать пакет Mathematica в преподавании высшей математики. На данный момент кафедра Инженерной математики предлагает студентам лабораторные работы, где, в дополнении к лекциям и практическим занятиям по математике, те же задачи решаются с помощью пакета Mathematica.

Пакет Mathematica – это полностью интегрированная система компьютерной алгебры. Mathematica доступна не только для семейства операционных Windows, Mac OS X, но и для Linux OS. Mathematica представляет собой модульную систему программного обеспечения, в которой ядро, фактически выполняющее вычисления, отделено от интерфейса, отвечающего за взаимодействие с пользователем.

Mathematica была создана компанией Wolfram Research. Mathematica 1, появившаяся в 1988 г., стала первой серьезной системой компьютерной алгебры. Очередная версия Mathematica 2 (1991 г.) могла уже работать под операционные системы MS DOS и Windows 3.0. Версии Mathematica 3, 4 (1996 – 2002 г.) обеспечивали системе лидирующее место среди систем компьютерной математики конца XX века – начала XXI века. Система Mathematica продолжила инновационный прогресс, добавляя новые крупные области применения в свою интегрированную среду. С 2003 по 2005 год система развилась до Mathematica 5.0, 5.1 и 5.2., оптимизируя функции линейной алгебры, добавив специализированные алгоритмы для символьного решения уравнений и неравенств в различных областях, автоматизируя визуализацию 2-х и 3-х мерных сетей и добавив огромное количество других улучшений. В Mathematica 6 и 7 (2007 - 2009 г.) добавили язык для интеграции данных, включая автоматическую интеграцию сотен стандартных форматов данных, значительно улучшили производительность различных конвертеров в функциях Import и Export, добавили тысячи новых примеров в документации. В последних версиях Mathematica 8 и 9 (2010 – 2012 г.) улучшено использование памяти функцией Share при хранении больших массивов данных, улучшено поведение оптимизированных переменных в компилируемых условных выражениях, обновлен интерфейс (Wolfram Predictive Interface), добавлено распознавание лиц на фотографиях.

С развитием Mathematica всё больше расширяется круг задач, для решения которых можно использовать этот пакет программ. Поэтому студентам важно ознакомиться с этой и другими системами компьютерной математики и научиться использовать их для решения конкретных задач по математике. В связи с этим кафедра Инженерной математики Рижского Технического университета планирует продолжить изучение системы Mathematica, а также ввести в процесс обучения и другие системы компьютерной математики.

---

# АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ОТКРЫТЫХ МЕЖДУНАРОДНЫХ ИНТЕРНЕТ-ОЛИМПИАД ДЛЯ УЧАЩИХСЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ (СПО)

Шебашев В. Е.  
Колчев А. А.  
Шарафутдинова Л. Н.

*Поволжский государственный технологический университет  
424000, пл. Ленина, д.3, г. Йошкар-Ола, Республика Марий Эл, Россия  
тел. +7-927-883-61-69; +7(8362)68-60-63  
e-mail: [sh-ln@yandex.ru](mailto:sh-ln@yandex.ru); [sharafutdinova@volgatech.net](mailto:sharafutdinova@volgatech.net)*

## Abstract

The olympiads on some disciplines were organized for the students of institutions of secondary professional education within the project “Open International Students Internet-Olympiads” in 2013 for the first time. More than 3500 students from 70 educational institutions took part in it. The Olimpiad covered 3 disciplines: “Mathematics”, “Physics” and “Russian language”.

Peculiarities of technologies for organization of an Internet-olympiad for the students of professional institutions are considered in the article. An analysis of results of the first and the second rounds of the olimpiad is carried out. Some approaches for preparation of analytical reports, which are produced on the results of the first round, are offered. Different resources for presentation and visualization of the results of the Internet-olympiad for the students of institutions of secondary professional education make it possible to use them for assessment of the training level of students, to find talented students and to make a decision at the different managerial levels (training process).

Bringing in of a larger number of institutions of secondary professional education to participation in the Internet-Olympiads will let both find talented students, invite them for researches and let students make a name for themselves, prove their ability and eagerness to continue their education at the further levels of professional education.

Олимпиадное движение в нашей стране имеет давние традиции и, несомненно, является одним из важных достижений системы образования. Участие в олимпиадах дает студентам возможность оценить умение творчески мыслить, способствует саморазвитию, повышает инфкоммуникационную культуру.

Новые информационные технологии открывают невиданные ранее возможности в проведении олимпиад разного уровня. Реализован и успешно развивается проект «Открытые международные студенческие Интернет-олимпиады». Сегодня в рамках проекта в дисциплинарных и междисциплинарных Интернет-олимпиадах участвуют студенты вузов России, охватывая все Федеральные округа. Заинтересованы в участии и студенты вузов стран ближнего и дальнего зарубежья.

Логическим продолжением проекта стала открытая международная Интернет-олимпиада для студентов образовательных учреждений, реализующих программы СПО. В 2013 году проведена первая Интернет-олимпиада СПО по трем дисциплинам: Математике, Информатике и Русскому языку, в которой приняли участие более 3,5 тысяч студентов из 70 образовательных учреждений, в том числе из 13 вузов, реализующих программы СПО. В таблице 1 приведены данные об участии образовательных учреждений (ОУ) и студентов в первом туре Интернет-олимпиады.

Таблица 1.

Дисциплина	ОУ тестировалось	Студентов тестировалось	Приглашено на 2-ой тур
Математика	65	1015	215
Информатика	68	1208	242
Русский язык	65	1383	220
<b>Всего:</b>	<b>70</b>	<b>3606</b>	<b>677</b>

Интернет-олимпиада для студентов образовательных учреждений, реализующих программы СПО, проводилась в два тура. Первый (отборочный) тур олимпиады проводился в образовательных учреждениях, второй (заключительный) тур – в базовых вузах. Оба тура Интернет-олимпиады проводились в режиме компьютерного on-line тестирования.

Сетевое взаимодействие оргкомитета с образовательными учреждениями осуществляется через именные страницы ОУ СПО на сайте открытых международных студенческих Интернет-олимпиад [www.i-olymp.ru](http://www.i-olymp.ru). На именной странице образовательного учреждения вводится список студентов – участников олимпиады, во время тестирования осуществляется мониторинг тестирования, размещаются рейтинг-листы, списки студентов, приглашенных на второй тур и выставляются аналитические отчеты. Фрагмент именной страницы образовательного учреждения представлен на рисунке 1.

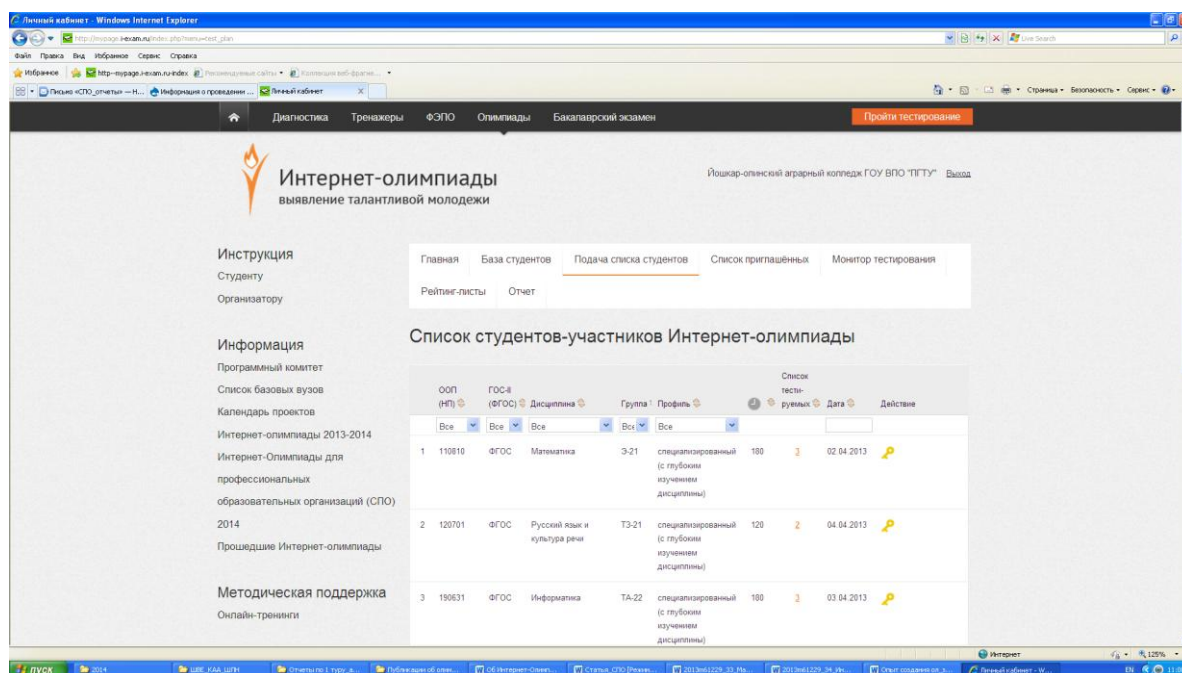


Рис. 1. Фрагмент именной страницы образовательного учреждения

Результаты первого тура Интернет-олимпиады подводятся для каждого образовательного учреждения СПО отдельно и недоступны для других образовательных учреждений, принимавших участие в тестировании. Для сравнения результатов всех участников Интернет-олимпиады публикуется обобщенная статистика.

Результаты Интернет-олимпиады выкладываются на именных страницах образовательного учреждения СПО в виде кратких и подробных рейтинг-листов. В кратких рейтинг-листах для каждого студента указывается количество верно выполненных заданий и набранный балл. В подробных рейтинг-листах дополнительно указываются баллы, набранные студентом по каждому из заданий. По результатам первого тура образовательное

учреждение получает подробный аналитический отчет. Разнообразие форм представления и визуализации результатов Интернет-олимпиады позволяет провести детальный анализ и использовать результаты анализа на различных уровнях управления учебным процессом.

Важным элементом системы открытых Интернет-олимпиад является модуль разработки олимпиадных заданий. Разработка олимпиадных заданий в форме тестовых заданий имеет свои особенности, при этом необходимо учитывать цели и задачи каждого тура Интернет-олимпиады. Первый тур олимпиады является массовым, служит для привлечения как можно большего числа студентов к олимпиаде. Кроме этого, олимпиадные задания первого тура должны обладать большой дифференцирующей способностью, т.к. по результатам первого тура проводится отбор участников второго тура Интернет-олимпиады.

Тематическое наполнение олимпиадных заданий осуществляется на основе компетентностного подхода. Выделены предметные компетенции, задания разрабатываются с учетом уровня компетенций, что дает возможность судить о способности студентов решать практико-ориентированные задачи, анализировать использованные методы решения, интерпретировать полученные результаты с учетом поставленной задачи.

*Формы представления результатов.* Для анализа результатов первого тура Открытой международной студенческой Интернет-олимпиады для образовательных учреждений, реализующих программы СПО, используются следующие формы:

- гистограмма распределения результатов студентов-участников;
- карта коэффициентов решаемости заданий;
- диаграмма ранжирования результатов студентов образовательных учреждений-участников по проценту набранных баллов;
- диаграмма ранжирования студентов образовательного учреждения по проценту набранных баллов.
- диаграммы выполнения студентами заданий различного уровня компетентности;
- рейтинг-листы (краткие и развернутые).

Рассмотрим примеры использования отдельных форм на примере результатов первого тура Интернет-олимпиады по дисциплине «Математика».

По дисциплине «Математика» в олимпиаде приняли участие 1015 учащихся 65 учреждения профессионального образования. В таблице 2 представлена статистическая информация об участниках Интернет-олимпиады по Федеральным округам Российской Федерации.

Таблица 2.

№ п/п	Федеральный округ	Количество образовательных учреждений-участников	Количество участников
1	Приволжский федеральный округ	23	379
2	Центральный федеральный округ	12	176
3	Северо-Западный федеральный округ	8	130
4	Уральский федеральный округ	8	168
5	Сибирский федеральный округ	8	82
6	Дальневосточный федеральный округ	3	38
7	Южный федеральный округ	3	40

--	--	--	--

На диаграмме ранжирования (рисунок 2) представлены результаты участников по проценту набранных баллов для 1013 студентов из 65 образовательных учреждений, участвовавших в Интернет-олимпиаде по дисциплине «Математика». Максимальный результат, показанный студентами в одном из образовательных учреждений, выделен темным цветом. По диаграмме видим, что результаты по дисциплине «Математика» (по проценту набранных баллов) распределены в диапазоне от 0 до 96, лучший результат по данному образовательному учреждению ниже медианного значения и составляет чуть выше 10 процентов от максимально возможного балла.

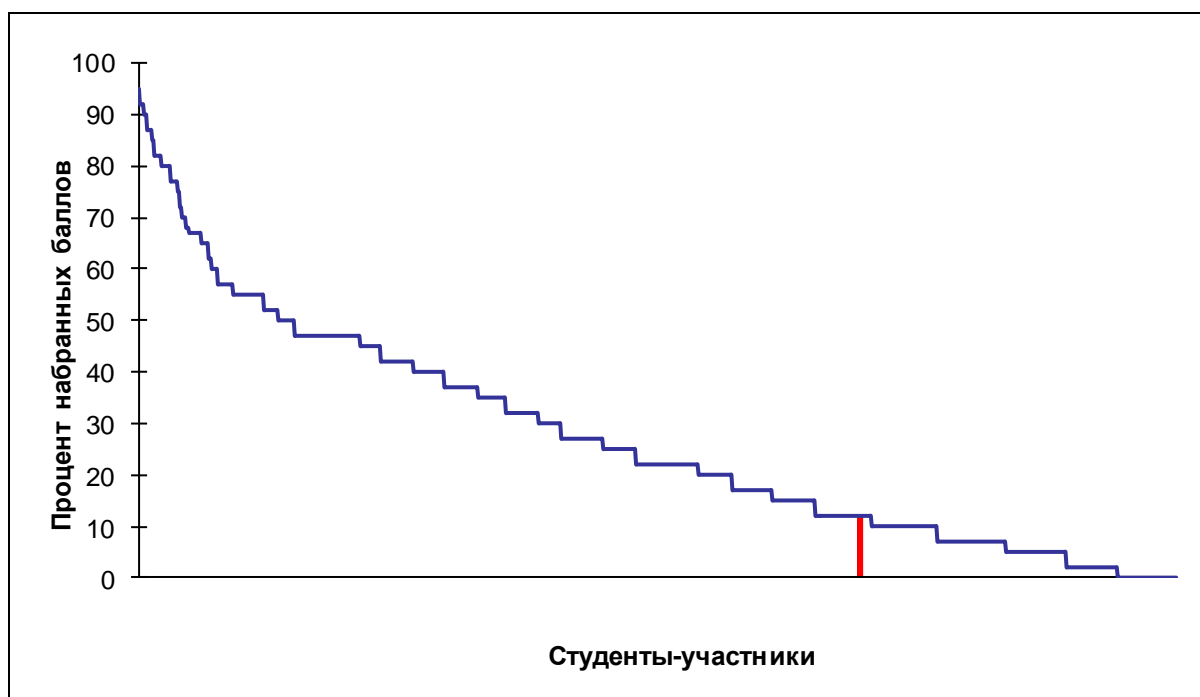


Рис.2. Диаграмма ранжирования результатов

Следующая форма представления результатов – карта коэффициентов решаемости заданий. Для установления значения весового коэффициента отдельного задания карта коэффициентов решаемости разделена на 4 зоны: от 0 до 0,15; от 0,15 до 0,33; от 0,33 до 0,45; от 0,45 до 1, что позволяет согласно разработанной методике расчета баллов присвоить каждому заданию весовой коэффициент в зависимости от попадания в выделенные зоны (Таблица 3). Максимально возможный балл – 40.

Таблица 3.

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Весовой коэффициент	1	2	3	1	2	1	2	2	4	4	2	3	3	3	3	4

Наложение карт коэффициентов решаемости (рисунок 3) позволяет провести сравнительный анализ результатов данного образовательного учреждения с общими результатами, показанными всеми участниками Интернет-олимпиады. Как видим, для учащихся данного образовательного учреждения задания оказались достаточно трудными. Исследование карты коэффициентов решаемости заданий преподавателями образовательного учреждения позволит выделить темы и разделы дисциплины, которые требуют повышенного внимания при изучении курса и при подготовке участников к олимпиадам различного уровня.

Анализ карт решаемости заданий разработчиками наряду с исследованием других статистических характеристик заданий позволит выделить проблемные темы и разделы дисциплины, и, возможно, скорректировать некоторые подходы к разработке олимпиадных заданий.

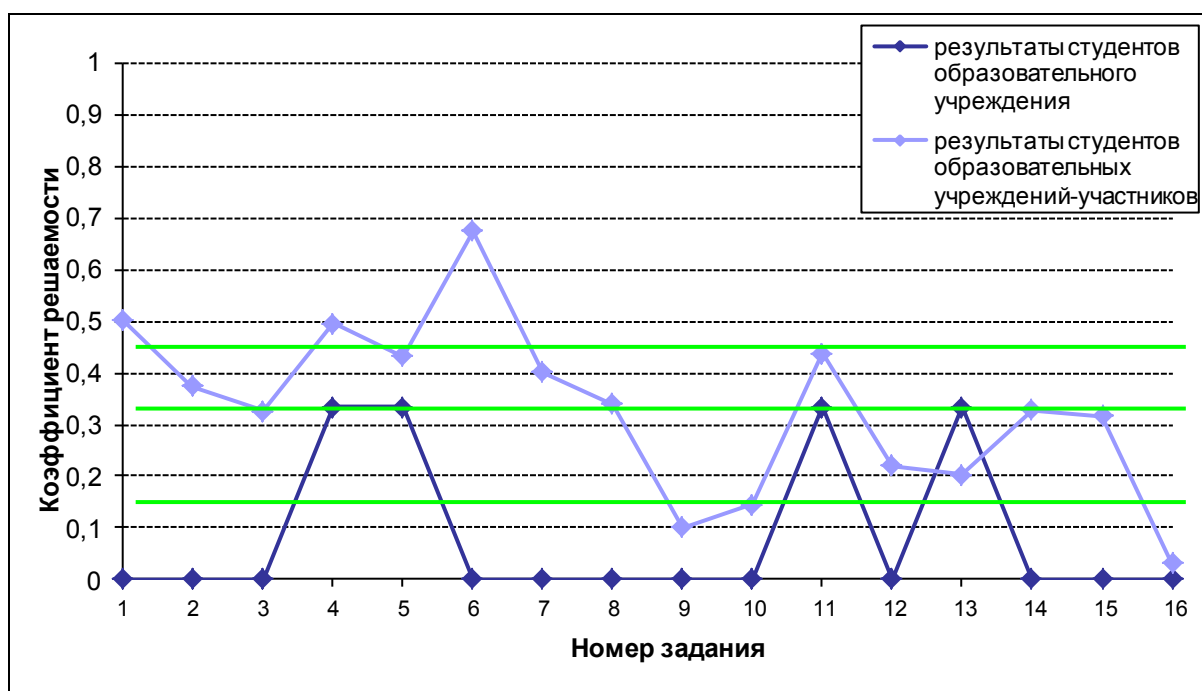


Рис.3. Наложение карт решаемости заданий I тура по дисциплине «Математика»

Банк олимпиадных заданий I тура по дисциплине «Математика» содержит 5 заданий базового уровня компетентности, 7 заданий повышенного уровня и 4 задания – высокого уровня. Показатели выполнения заданий участниками Интернет-олимпиады представлены в виде круговых диаграмм. На рисунке 4 представлены показатели выполнения заданий повышенного уровня всеми участниками первого тура Интернет-олимпиады по дисциплине «Математика».

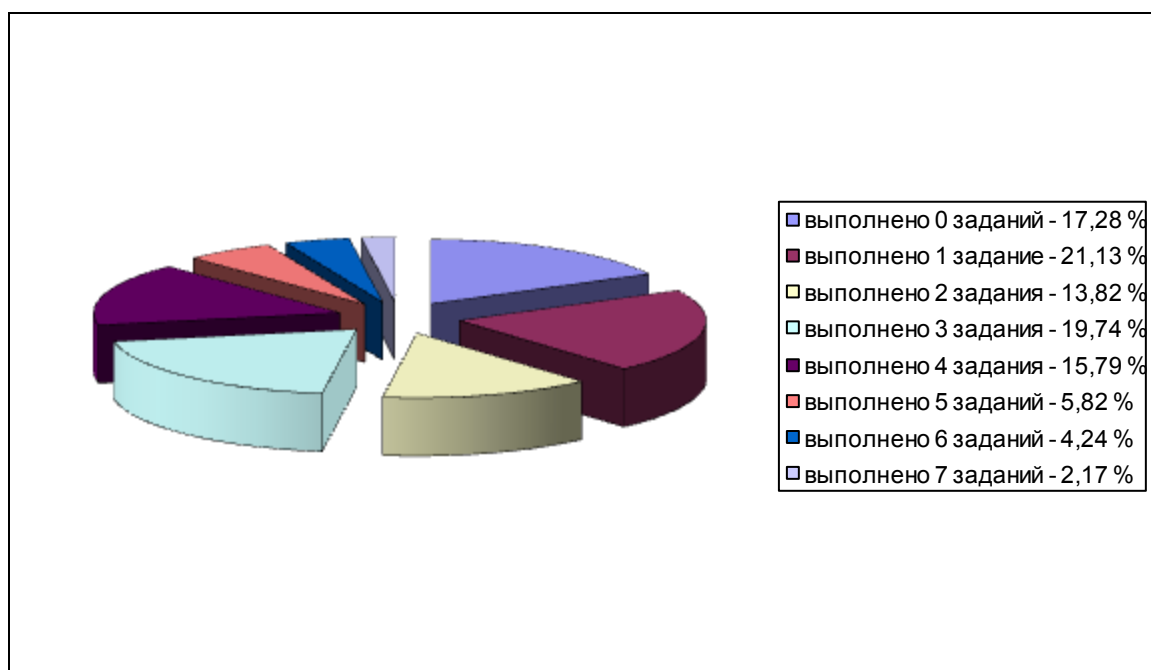


Рис.4. Показатели выполнения заданий повышенного уровня

Как видим, доля студентов-участников олимпиады, не выполнивших ни одного задания повышенного уровня сложности, составила 17,28%, доля студентов, выполнивших все задания повышенного уровня – 2,17%. В аналитическом отчете, сформированном для образовательного учреждения, представлены аналогичные диаграммы как по обобщенным результатам всех участников Интернет-олимпиады, так и по участникам данного образовательного учреждения.

*Об итогах второго тура.* Во втором туре открытой международной Интернет-олимпиады приняли участие 468 студентов из 62 образовательных учреждений, реализующих программы СПО, в том числе по дисциплине «Математика» – 140 студентов, по дисциплине «Информатика» – 175 студентов, по дисциплине «Русский язык» – 153 студента. Определение победителей и призёров второго тура Интернет-олимпиады осуществлялось на основе всероссийского рейтинга, победители и призеры второго тура награждались дипломами I, II и III степени. По результатам второго тура Интернет-олимпиады по дисциплине «Математика», награждены 13 участников (второго тура), по дисциплине «Информатика» – 21 участник, по дисциплине «Русский язык» – 24 участника.

Опыт проведения Интернет-олимпиады для образовательных учреждений, реализующих программы СПО, показал большую заинтересованность в таких олимпиадах и студентов, и педагогической общественности. Привлечение всё большего круга образовательных учреждений СПО к участию в Интернет-олимпиадах позволило бы не только выявить талантливых учащихся и привлечь их к научно-исследовательской деятельности, но и позволит им заявить о себе как о личностях, способных и готовых к продолжению обучения на следующих уровнях профессионального образования.

---



## СЕКЦИЯ 10.

### РАЗВИТИЕ МОТИВАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК В УСЛОВИЯХ РЕФОРМИРОВАНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ: ШКОЛЫ, ВУЗЫ, ОБЩЕСТВО

---

#### МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «НЕЧЁТКАЯ МАТЕМАТИКА» В ВУЗЕ

Бахусова Е. В.

*Тольяттинский филиал Российского Государственного Социального Университета*  
[bahusova@mail.ru](mailto:bahusova@mail.ru)

Abstract: The article describes a brief history of the development of fuzzy mathematics, an overview of applications of fuzzy mathematics applications, methodical features highlighted teaching "fuzzy math" in high school for future IT-specialists.

В учебные планы подготовки бакалавров по направлению «Прикладная информатика» входит дисциплина «Элементы теории нечётких множеств», в рамках которой студенты знакомятся с теорией нечёткой математики и её приложениями. Нечёткая математика зародилась и сформировалась во второй половине прошлого столетия в связи с развитием интеллектуальных систем. Автором первой научной статьи по нечётким множествам «Fuzzy Sets» (1965 г.) является американский учёный российского происхождения Лотфи Заде [1]. К наиболее значимым работам в области нечёткой математики относятся публикации Л. Заде, Д. Дюбуа (D. Dubois) и А. Прада (H. Prade) по теории нечеткой меры и меры возможности, М.Сугено (M. Sugeno) по нечеткому выводу и нечеткому интегралу, Дж. Беждека (J. Bezdek) по нечеткой кластеризации и распознаванию образов, Р. Ягера (R. Yager) по нечеткой логике [2].

В середине 1970-х г.г. были предложены первые реализации нечетких моделей в промышленности, а в начале 1980-х гг. нечеткая математика получила свое дальнейшее развитие в целом ряде программных средств поддержки принятия решений и в экспертных системах анализа данных. В конце 80-х годов Бартоломеем Коско была доказана теорема о нечеткой аппроксимации (Fuzzy Approximation Theorem), согласно которой *любая математическая система может быть аппроксимирована системой, основанной на нечеткой логике*. Была исследована взаимосвязь нечеткой логики и теории нейронных сетей [3]. В работах М. Земанковой (Maria Zemankova-Leech) и А. Кандела (Abraham Kandel) были заложены основы теории нечетких систем управления базами данных, способных оперировать неточными данными, обрабатывать нечетко заданные запросы, а также использовать качественные параметры наряду с количественными. Была разработана нечеткая алгебра, позволяющая использовать при вычислениях как точные, так и приближительные значения переменных [4]. Широкое распространение получили изобретенные Б. Коско нечеткие когнитивные модели (Fuzzy Cognitive Maps), на которых базируется большинство современных систем динамического моделирования в области финансов, политики и бизнеса.

В настоящее время приложения нечеткой математики можно найти в сотнях промышленных изделий - от систем управления электропоездами и боевыми вертолетами до бытовой техники. Нечеткая логика используется для принятия политических решений и моделирования возможных кризисных ситуации в современных ситуационных центрах руководителей западных стран, в программных системах, обслуживающих большой бизнес. Нечеткой логике обязано своим рождением и новое поколение систем имитационного

моделирования. Большинство программных комплексов, используемых в мире для экономического, политического и финансового моделирования, базируется на методах динамики систем (system dynamics), а последняя, в свою очередь, использует аппарат нечетких когнитивных схем (FCM), предложенных Б. Коско в начале 80-х и впервые испытанных «в боевых условиях» во время политического кризиса в Южной Африке. Без систем когнитивного моделирования не обходится ни один ситуационный центр военного и политического руководства западных стран [2].

Краткий исторический обзор развития нечёткой математики и её приложений доказывает важность изучения дисциплины «Элементы теории нечётких множеств» для будущих IT-специалистов. Содержательно дисциплина делится на две части. В первой части изложены основы нечёткой математики [6, 7]. Во второй части студенты изучают методы поддержки принятия решений на основе нечёткой математики, а именно: *метод анализа иерархий (МАИ); метод принятия решения при помощи группы экспертов, характеризующихся весовыми коэффициентами; метод принятия решений при помощи группы экспертов, характеризующихся отношением нестрогого предпочтения; процесс нечёткого логического вывода.*

Основной целью дисциплины «Элементы теории нечётких множеств» является освоение студентами указанных методов для последующего их применения в курсовых и дипломных работах. Остановимся подробнее на методических особенностях преподавания дисциплины «Нечёткая математика».

В таблице 1 представлено содержание первой части дисциплины: темы, содержание тем и теоретические знания из классической математики, которые желательно знать студентам перед изучением тем.

Таблица 1

Темы	Содержание тем	Теоретические знания классической математики
Тема 1. Нечёткие множества	Определение и основные характеристики нечёткого множества.	Понятие множества. Числовые множества (N, Z, Q, R). Мощность множества. Способы задания множеств. Упорядоченные множества. Сравнение множеств. Операции над множествами. Способы задания линейной функции. Собственный вектор матрицы. Вероятность события. Относительные и абсолютные величины. Индексы.
	Виды и способы задания функций принадлежности.	
	Сравнение нечётких множеств. Операции над нечеткими множествами.	
	Расстояние между нечёткими множествами. Индексы нечёткости.	
Тема 2. Нечёткие величины, числа и интервалы	Определения нечёткой величины, нечёткого числа и нечёткого интервала	Определение нечёткого множества.
	Операции над нечёткими числами и интервалами.	
Тема 3. Нечёткие отношения	Определение нечёткого отношения. Способы задания и основные характеристики нечёткого отношения	Декартово произведение множеств. Понятие n-местного отношения. Бинарные отношения. Ориентированный граф. Операции над отношениями. Произведение матриц.
	Сравнение нечётких	

	отношений. Операции над нечёткими отношениями	Свойства бинарных отношений, заданных на одном множестве: рефлексивность, симметричность, транзитивность.
	Композиция бинарных нечётких отношений.	
	Свойства бинарных нечётких отношений, заданных на одном универсуме.	
Тема 5. Элементы нечёткой логики.	Нечёткие высказывания и нечёткие логические операции.	Высказывания. Логические операции над высказываниями. Логические формулы. n-местный предикат. Операции навешивания кванторов общности и существования.
	Нечёткие логические формулы и их свойства.	
	Нечёткие предикаты и кванторы.	
	Нечёткая и лингвистическая переменная. Нечёткие лингвистические высказывания.	

Как видно из третьего столбца таблицы 1 изучение раздела «Основы нечёткой математики» предполагает наличие у студентов знаний по теории множеств, математическому анализу, математической логике, теории вероятностей и математической статистики, линейной алгебры, что, к сожалению, далеко не всегда наблюдается в реальности. Специфика дисциплины заключается в том, что большинство вводимых в нечёткой математике понятий обобщают соответствующие понятия классической (чёткой) математики. Учитывая данную специфику дисциплины и математическую подготовку студентов, у лектора есть как минимум две стратегии проектирования содержания лекционного и теоретического материала дисциплины.

*Первая стратегия* рассчитана на математически подготовленного студента. В этом случае теоретический материал по нечёткой математике можно преподносить с опорой на уже известные понятия (свойства) из классической математики (множества, отношения, высказывания и т.д.) как их обобщение. Студенты способны самостоятельно сформулировать некоторые определения, например определения операций пересечения, объединения, разности нечётких множеств. Такой подход естественным образом подготавливает систему задач на доказательство того, что некое понятие (свойство) классической математики является частным случаем соответствующего понятия (свойства) нечёткой математики. Например:

- Доказать, что любое обычное множество является частным случаем нечёткого множества. Обратное неверно.
- Доказать, что в нечёткой логике не работает закон исключённого третьего.
- Показать, что любое действительное число является нечётким числом.

В учебно-методическом пособии «Нечёткая математика для программистов» [6] предложена система задач по всем темам, указанным в таблице 1.

*Вторая стратегия* подразумевает слабую математическую подготовку студентов. При этом целесообразно сразу приступать к изложению теории нечёткой математики, а соответствующие понятия классической математики вводить как частные случаи. Практические занятия в этом случае будут посвящены отработке введенных понятий, свойств и т.д.

Второй раздел дисциплины посвящён алгоритмам принятия решений на основе нечёткой математики. В таблице 2 перечислены алгоритмы и соответствующие им знания по классической и нечёткой математике, необходимые для неформального понимания алгоритмов.

Таблица 2

Ограниченность учебного времени не позволяет дать строгое математическое

<i>Название алгоритма</i>	<i>Теоретические знания классической математики</i>	<i>Теоретические знания нечёткой математики</i>
Метод анализа иерархий	Матрица. Собственный вектор матрицы. Нормирование вектора.	Нечёткое множество. Выпуклая комбинация нечётких множеств
Задача принятия решения группой экспертов, характеризуемых весовыми коэффициентами.	Матрица. Транспонирование матриц. Разность матриц.	Нечёткое отношение. Обратное нечёткое отношение. Операции разности, объединения, пересечения нечётких отношений. Выпуклая комбинация нечётких отношений. Нечёткое множество. Пересечение нечётких множеств.
Задача принятия решения группой экспертов, характеризуемых нечётким отношением нестрого предпочтения между ними.	Матрица. Транспонирование матриц. Операции над матрицами.	Нечёткое отношение. Обратное нечёткое отношение. Операции разности, объединения, пересечения нечётких отношений. Выпуклая комбинация нечётких отношений. Композиция нечётких отношений. Нечёткое множество. Пересечение нечётких множеств.
Системы нечёткого логического вывода.	Продукционные системы. База знаний продукционной системы. Логические операции: импликация, конъюнкция, дизъюнкция, отрицание.	Лингвистические переменные. Нечёткие логические формулы. Нечёткие логические операции конъюнкции, дизъюнкции, импликации, отрицания. Операции разности, объединения, пересечения нечётких множеств.

обоснование каждого алгоритма. Но аппарат нечёткой математики максимально приближен к мышлению человека, интуитивно понятен, что позволяет объяснить каждый шаг алгоритма. Поэтому, в качестве упражнения студентам можно предложить прокомментировать каждый шаг изучаемого алгоритма, то есть перевести с математического (формального) языка на обычный язык. Например, в таблице 3 приведены первые шаги алгоритма задачи принятия решений группой экспертов, характеризуемых весовыми коэффициентами. Студентам предлагается самостоятельно заполнить третий столбец в виде комментария к каждому шагу алгоритма. В таблице 3 столбец с комментариями уже заполнен. Заполненная таблица выдаётся студентам, испытывающим затруднение.

Таблица 3

№ шага	Описание шага алгоритма на математическом языке.	Неформальный комментарий
1.	Найти нечёткое отношение нестрого предпочтения $Q$ как пересечение нечётких отношений $Q_1, Q_2, \dots, Q_m$ .	Нечёткое отношение $Q$ выражает <i>совместное пессимистическое, критическое или минимальное, мнение экспертов</i> относительно парных сравнений альтернатив из множества $U$ .
2.	Найти нечёткое отношение $Q^{-1}$ , обратное к нечёткому отношению $Q$ .	Отношение $Q$ выражает степень предпочтения альтернативы $u_i$ перед альтернативой $u_j$ , отношение $Q^{-1}$ выражает степень предпочтения альтернативы $u_j$ перед альтернативой $u_i$
3.	Найти нечёткое отношение $Q_S$ как разность нечётких отношений $Q$ и $Q^{-1}$ .	Нечёткое отношение строгого предпочтения $Q_S$ выражает, какие альтернативы $u_i$ доминируют над альтернативами $u_j$ , и с какой разницей это доминирование происходит.

Как правило, студенты с лёгкостью используют алгоритмы задач принятия решений для конкретных ситуаций и творчески подходят к поиску своих формулировок задач, решаемых при помощи изученных алгоритмов. В пособии «Автоматизированные информационные системы поддержки принятия решений» [7] изложены приведённые выше алгоритмы и даны описание информационных систем, реализующих данные алгоритмы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. L. A. Zadeh (1965) «Fuzzy sets». Information and Control 8 (3) 338–353.
2. А. Масалович «Нечёткая логика: на гребне «Третьей волны»». Сайт «Тора-Центр»(URL [http://www.tora-centre.ru/library/fuzzy/ct\\_fuz.htm](http://www.tora-centre.ru/library/fuzzy/ct_fuz.htm) 22.01.2014).
3. Kosko, Bart. *Fuzzy thinking / Hyperion, 1993.* 5. Kosko, Bart. *Neural Networks and Fuzzy Systems / Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991.*
4. Zemankova-Leech, Maria, and Abraham Kandel. *Fuzzy Relational Data Bases: A Key to Expert Systems / Cologne: Verlag TUV Rheinland, 1984.*
5. Томас Саати «Принятие решений: метод анализа иерархий». М.: Радио и связь, 1993г. 278 с.
6. Е.В.Бахусова «Нечёткая математика для программистов»: учебно-методическое пособие. Тольятти: ТФ РГСУ, 2012 г. 88 с.
7. Е.В.Бахусова «Автоматизированные информационные системы поддержки принятия решений»: учебное пособие по направлению подготовки 230100.62 "Информатика и вычислительная техника" / Е. В. Бахусова ; М-во образования и науки Российской Федерации, Федеральное гос. бюджетное образовательное учреждение высш. проф. образования "Российский гос. социальный ун-т", Фил. РГСУ в г. Тольятти Самарской обл.. Тольятти, 2012.

# ФОРМИРОВАНИЕ МОТИВАЦИИ СТУДЕНТОВ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСТАНЦИОННЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ РАСЧЕТНЫХ ПРОЕКТОВ

Богун В. В.

*ФГБОУ ВПО «Ярославский государственный педагогический университет  
им. К.Д. Ушинского»*

*Адрес: 150000, Россия, г. Ярославль, ул. Республиканская, д. 108,  
телефон: 8(4852)72-62-35, e-mail: [yvital@mail.ru](mailto:yvital@mail.ru)*

Аннотация: В предлагаемой статье представлены основные составляющие формирования мотивации студентов к изучению математики в рамках реализации учебного процесса в вузе. Рассматривается разработанная автором дистанционная система динамических расчетных проектов и показана необходимость её применения в учебном процессе через призму реализации студентами динамических расчетных проектов по определенным разделам математики с целью формирования и развития мотивации учащихся к изучению математики.

Как известно, в процессе обучения студенты вузов получают определенный взаимосвязанный набор знаний, умений и навыков, который позволит им в дальнейшем успешно реализовывать решение стоящих перед ними профессионально-ориентированных задач. Проблема реализации полноценной и успешной учебной деятельности студентов неразрывно связана с формированием у учащихся мотивов обучения, поскольку мотив является источником активности и побудителем направленной деятельности. В процессе профессионального становления студентов вузов происходит развитие и преобразование мотивационной сферы учащегося, так как общие мотивы личности трансформируются в профессионально-ориентированные, при этом с изменением уровня профессионализации меняется и система профессиональных мотивов [1].

Достижение высокого уровня обучения возможно только через мотивированную учебную деятельность при условии активности учащегося в процессе решения поставленных перед ним дидактических задач. Поставив перед собой цель, обучаемый, выступая в качестве субъекта деятельности, должен определить ее компонентный состав, способы выполнения действий и их последовательность.

Согласно Б.И. Додонову, суть мотивации заключается в том, что учащийся в процессе обучения получает «удовольствие от самой деятельности, значимости для личности непосредственно ее результата». Формирование у студентов мотивации к обучению будет реализовано в необходимом объеме только при условии наличия у учащегося интереса к учебной деятельности за счет использования определенных стимулов к обучению.

Как правило, при изучении студентами вузов дисциплины «Математика» применяются две формы учебных занятий – лекционные и практические аудиторные занятия. На лекционных занятиях учащиеся знакомятся с теоретическими компонентами определенного раздела дисциплины, которые предоставляются преподавателем в традиционной форме с применением доски, мела или маркера, а также могут применяться информационно-коммуникационные технологии для повышения наглядности и корректности учебного материала. Необходимо отметить, что большинство информации предлагается в символично-формульном виде без рассмотрения решения конкретных практических задач. Таким образом, в рамках лекционных аудиторных занятий студенты получают чисто теоретические знания. Можно предположить, что подобной информацией заинтересуется малое количество студентов в силу сложности учебного материала и отсутствия самостоятельной деятельности студентов по решению каких-либо задач, поскольку от студентов требуется в основном заучить определения и доказательство теорем, при этом мало кто из студентов понимает материал.

При проведении практических аудиторных занятий сначала преподавателем, а затем уже и студентами в последовательной форме осуществляется решение практических задач с применением числовых аналогов символьных компонентов, рассматриваемых при изучении теоретического материала с целью формирования у студентов необходимых умений и навыков решения задач. Конечно, практические занятия для студентов выглядят более привлекательными, поскольку и материал уже представляется с минимальным количеством трудно понимаемых символов и формул, и осуществляется многократное решение самими студентами однотипных задач по теме. Однако интерес к обучению начинает понижаться при проведении контрольной работы и после неё при условии получения плохой оценки. Необходимо отметить, что причины, которые способствовали получению подобных результатов, могут быть разными: плохое усвоение теоретического материала, отсутствие интереса к изучаемому предмету в целом, плохое самочувствие, различные жизненные проблемы и так далее.

Таким образом, при реализации стандартных форм проведения учебных занятий по математике в виде аудиторных лекционных и практических занятий у студентов может сформироваться малый интерес и низкая мотивация к изучению математики.

Однако сформировать и впоследствии повысить мотивацию студентов к изучению математики можно, применяя в рамках обучения различные расчетные проекты по данной дисциплине. Самый очевидный способ реализации подобных проектов заключается в формировании контрольных работ не по принципу «сборной солянки» из хаотических задач, а представлять каждую контрольную работу как единый расчетный проект, состоящий из определенного количества взаимосвязанных задач.

Суть расчетных проектов заключается в получении значений исходных данных комплексного проекта, включающего решение взаимосвязанных задач, с последующей визуализацией промежуточных и итоговых результатов. Достоинством данного метода является рассмотрение решения не набора отдельно взятых независимых математических задач, а реализация полноценного проекта с формулировкой общей цели, в рамках достижения которой предлагается решение определенного круга крупных задач с последующим разделением на отдельные малые математические задачи.

Однако использование расчетных проектов, включающего решение сложных взаимосвязанных задач, имеет определенное количество недостатков [2,3]:

1. Трудоемкость составления преподавателем необходимого количества различных вариантов комбинаций значений исходных данных и соответствующих расчетных выкладок.
2. Трудоемкость проверки преподавателем правильности реализации студентами индивидуальных расчетных проектов.
3. Трудоемкость реализации преподавателем мониторинга дистанционных учебных проектов студентов, то есть отслеживания динамики процесса выполнения студентами дистанционных учебных проектов.
4. Неуверенность студентов в правильности решения отдельных взаимосвязанных задач проекта с точки зрения проверки корректности найденных значений необходимых расчетных параметров.

Реализацию расчетных проектов студентами вузов целесообразно осуществлять на дистанционном уровне в силу необходимости предоставления студентам большого количества времени на выполнение соответствующих вычислительных и логических процедур и доступа студентов к выполняемому расчетному проекту вне зависимости от времени и его географического расположения, то есть в удаленном режиме с использованием сети Интернет.

При организации дистанционного процесса обучения в вузах по состоянию на сегодняшнее время используются различные системы дистанционного обучения («Прометей», «WebTutor», «Moodle» и т. д.), которые применяются с целью реализации взаимосвязи между преподавателями и студентами в процессе изучения определенной дисциплины без привязки к пространственному расположению и временным критериям.

Несмотря на достоинства подобных систем дистанционного обучения (автоматизация процесса обработки информации о студентах, преподавателях и учебных дисциплинах, организация общения посредством форумов, представление лекционного материала в виде текстовых документов или презентаций, реализация проверки знаний студентов с применением статических тестовых систем и т.д.), данные информационные системы обладают одним существенным недостатком.

В системах дистанционного обучения отсутствуют динамические средства для реализации учебных расчетных проектов. Подобные информационные системы являются абсолютно не адаптированными для использования в учебном процессе различных расчетных проектов, поскольку в рамках данных систем можно реализовать только следующие операции: ознакомление учащихся с лекционным материалом, представленным в виде электронного учебника или презентации; тестирование студентов по заранее полностью составленным вручную преподавателем вопросам и соответствующим вариантам ответов к каждому из них; общение в рамках форумов или гостевых книг; обмен файлами различных типов.

Для устранения указанного недостатка современных систем дистанционного обучения при реализации расчетных учебных проектов может быть использована разработанная и применяющаяся в настоящее время при реализации дистанционного обучения по математике студентов автором статьи дистанционная система динамических расчетных проектов [4,5], которая представляет собой независимую программную оболочку, расположенную в рамках динамического Интернет-сайта разработчика программы по адресу: <http://www.bogun.yaroslavl.ru/index.php?raz=sdob>.

В данной информационной системе представлены необходимые составляющие проектной деятельности учащихся (описание расчетных проектов, генерация демо-версий проектов для студентов и преподавателя, реальные расчетные задания в рамках каждого учебного проекта). С точки зрения каждого расчетного проекта применяется автоматизированная генерация независимых вариантов демо-версий (значений исходных данных, промежуточных и итоговых результатов) для преподавателя и студента с возможностью просмотра демо-версий обоими представителями и администрирования только для одной из сторон. Генерация заданий (вариантов значений исходных данных) для студентов производится однократно, преподаватель может получить доступ к расчетному проекту студента только в режиме просмотра, студент должен получить доступ к своему расчетному проекту с возможностью просмотра правильно указанных значений, просмотра и редактирования неправильно указанных ранее значений промежуточных и итоговых результатов. Реализация демо-версий и расчетных заданий для каждого расчетного проекта осуществляется согласно разрабатываемому на программном уровне алгоритму решения соответствующих задач в рамках проекта.

Организация учебного процесса с использованием дистанционной системы динамических расчетных проектов осуществляется по определенному алгоритму.

На первом этапе преподавателем формулируются необходимые методические и дидактические составляющие учебного процесса с использованием проектной деятельности. Преподавателем формируются алгоритмы решения задач расчетного проекта в словесно-формульном виде без использования программных составляющих.

На втором этапе непосредственно преподавателем или администратором совместно с преподавателем осуществляется разработка расчетных алгоритмов и соответствующих программных модулей для реализации необходимых арифметических и логических процедур, необходимых для решения задач в рамках расчетного проекта с последующим отражением указанных составляющих в рамках информационной системы.

На третьем этапе преподавателем и студентами осуществляется генерирование независимых вариантов демо-версий расчетного проекта для преподавателя и студента с возможностью просмотра демо-версий обоими представителями и администрирования только для одной из сторон. Получение автоматически рассчитанных значений



промежуточных и итоговых результатов осуществляется на основе генерирования значений исходных данных с использованием случайных чисел и сформированного исходного кода программного модуля решения задач в рамках расчетного проекта.

На четвертом этапе каждым из студентов реализуется генерирование соответствующего варианта расчетного проекта с возможностью просмотра преподавателем значений промежуточных и итоговых результатов (но без возможности редактирования) выполняемого студентом проекта, возможностью для студента просмотра правильно указанных значений, просмотра и редактирования неправильно указанных ранее значений промежуточных и итоговых результатов на основе генерирования значений исходных данных с использованием случайных чисел и формулируемых условий, а также сформированного исходного кода программного модуля решения задачи.

Затем осуществляется реализация мониторинга проектной деятельности студентов с точки зрения как преподавателя, так и студента, с целью анализа процесса выполнения студентом работы и формированием дальнейшей стратегии реализации текущей проектной деятельности.

Применение данной информационной системы положительным образом сказываются на формировании у студентов вузов мотивации к обучению, поскольку минимизируется негативное отношение к учебной дисциплине с силу отсутствия психологических негативных факторов (предоставляются возможности свободы географического расположения и времени, отводимого на решения задач расчетного проекта, возможность многократного указывания некорректно введенных значений промежуточных и итоговых результатов, использованием знакомой среды Интернет, в которой студенты получают интересную для них информацию, не связанной напрямую с учебной деятельностью).

Автором статьи информационная система используется при изучении студентами учебной дисциплины «Математика» и подразумевает реализацию студентами расчетных проектов по взаимосвязанным темам «Арифметические операции над матрицами», «Решение совместных систем линейных алгебраических уравнений» и «Аналитическая геометрия на плоскости».

Таким образом, для формирования и последующего развития у студентов мотивации к изучению математики необходимо применение в процессе обучения расчетных проектов, подразумевающих решение определенного количества взаимосвязанных задач, при этом целесообразно реализовывать решение данных проектов студентами в дистанционной форме, например, в рамках разработанной автором дистанционной системы динамических расчетных проектов, предоставляющей возможности пошагового решения задачи согласно определенным алгоритмам с визуализацией промежуточных и итоговых результатов.

“Работа выполнена при поддержке РГНФ, проект №14-26-20004”

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Маркова А.К. и др. Формирование мотивации учения: Кн. для учителя/А.К. Маркова, Т.А. Матис, А.Б.Орлов. – М.: Просвещение, 1990. – 192 с.
2. Богун, В. В. Использование информационной динамической системы мониторинга дистанционных учебных проектов в обучении математике [Текст] / В. В. Богун. – Канцлер, 2010. – 136 с.
3. Богун, В. В., Смирнов, Е. И. Проблемы и перспективы реализации единой среды дистанционного обучения студентов педагогических вузов [Текст] / В. В. Богун, Е. И. Смирнов, А. А. Кузнецов // Информатика в образовании. – 2010. – 7. – 9 с.
4. Богун, В. В. Реализация расчетных проектов при организации дистанционного обучения математике [Текст] В. В. Богун // Компьютерные инструменты в образовании. – 2011. – 6. – 5 с.
5. Богун, В. В. Информационные особенности динамической системы мониторинга дистанционных учебных проектов [Текст] В. В. Богун // Ярославский педагогический вестник. – 2011. – 3. – 9 с.

# РАЗВИТИЕ МОТИВАЦИИ СТУДЕНТОВ КАК УСЛОВИЕ ПРЕДУПРЕЖДЕНИЯ ТИПИЧНЫХ ОШИБОК ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Гильдерман С.А.

Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ), каф. высшей математики, Россия, 125319, Москва, Ленинградский проспект, 64.  
тел.:(916)375-24-68, e-mail: [sergilder@mail.ru](mailto:sergilder@mail.ru)

## Abstract

Article is devoted to the influence of motivational schemes (the motive of self-validation and self-glorification motif) the difficulties in the study of probability theory, as well as the possibility of using these schemes to overcome these difficulties.

Изучение теории вероятностей в вузе, как известно, вызывает у студентов значительные трудности. Даже студенты, неплохо усваивавшие предыдущие разделы математики нередко теряются при переходе к изучению этого раздела. Не случайным, поэтому является интерес исследователей к разработке направлений стратегии обучения теории вероятностей студентов различных специальностей: сельскохозяйственных (Е.В. Бунтова, 2007), военных (Н.Ф. Власова, 2003), социологов (Н.А. Дергунова, 2007), учителей (Н.Н. Патронова, 2008), техников (М.А. Суворова, 2006) и др. В этих работах предприняты попытки:

- создания системы учебных задач для активизации *познавательной самостоятельности* студентов [1];
- выявления *направлений самостоятельной работы* студентов по теории вероятностей с помощью построения новой информации как системы в виде графа и варьирования различных способов решения задач [2];
- разработки системы профессионально направленных задач по теории вероятностей [3];
- разработки требований к конструированию и использованию «цепочек» задач, последовательно проводящих студентов через все уровни развития основных приемов мыслительной деятельности (с учетом специфики вероятностно-статистического стиля мышления) [4];
- построения методической системы формирования *познавательного интереса* студентов в процессе обучения теории вероятностей с использованием компьютерных технологий и игр в качестве объекта изучения [5].

В чем причины трудностей при изучении теории вероятностей? Десять лет опыта преподавания математики в МАДИ позволяют сформулировать некоторые из них. Это, прежде всего *изолированность курса* в его основах от предыдущего учебного материала. Так, теория производных опирается на теорию пределов, теория интегралов – на теорию производных, курс дифференциальных уравнений в свою очередь – на теории производных и интегралов, и т.д.. Это позволяет студенту при изучении нового материала опираться на уже привычный и изученный прежний. Но курс теории вероятностей познавательно отделен от предыдущих курсов и *сила привычки служит уже не “помощником”, а “помехой”* студенту. Кроме того, в этом курсе, как в никаком другом, велика роль **текстовых задач**, а значит здесь от студента требуется умение ясно конкретно и логически мыслить и *оперировать* не с простыми в своих основах математическими объектами типа чисел, но с *жизненными и производственными ситуациями*, которые еще надо свести к числовым закономерностям, для чего требуется уметь четко и законченно выражать свои мысли, доводя их до конца и переводя на язык математики.

Задачи в курсе теории вероятностей, как правило, группируются по изучаемым разделам и базовым формулам самой теории вероятностей безотносительно к

рассматриваемым в задачах объектам и ситуациям, а поскольку сходные по описанию объекты и ситуации по смыслу решения зачастую относятся к различным темам и формулам, то у студентов нередко возникает *путаница в попытке соотнести задаче нужную формулу*. Это также отличает курс теории вероятностей от предыдущих курсов, где, как правило, из самой формулировки задачи следует и способ ее решения: найти производную, исследовать функцию, взять интеграл, найти решение однородного дифференциального уравнения. В теории же вероятностей задача, например про экзаменационные билеты может относиться как к сложению и умножению вероятностей, так и к теории сочетаний, или же к формуле полной вероятности. В результате студент зачастую теряется, и не может сориентироваться в новых задачах, не знает, *с чего начать и куда направить* усилия, и не проявляет активности, если ему перед решением не сообщить темы и формулы, к которым относится задача. Но подобный путь *ведет к развитию шаблонности мышления у студента и неспособности решать новые задачи* по теории вероятностей самостоятельно, что неизбежно обнаруживается не только на экзамене, но и в *профессиональной деятельности* и в жизни, где самостоятельное решение возникающих задач и отличает взрослого человека от ребенка, не готового еще к самостоятельной жизни в современном обществе.

Эти проблемы ведут к типичным ошибкам, которые хорошо видны при проверке домашних и контрольных работ, ответов у доски и на экзамене. Кроме случаев отсутствия решения или неполного решения, студент как правило, может:

- неправильно интерпретировать начальные данные из условия,
- неверно идентифицировать формулу для нахождения искомого,
- ошибочно определить само искомое.

Анализ типичных ошибок приводит к выводу, что в их основе лежит разрыв связи для студента между формулами и знаками – и связанными с ними объектами и процессами, *связи между смыслом задачи и алгоритмом ее решения*. Студент, ориентируясь на внешние признаки, производит неверную идентификацию параметра, данного или искомого объекта, необходимой для решения задачи формулы. Причина этого часто лежит в том, что студент при решении задачи по теории вероятностей идет не от попытки описать данную в условии конкретную ситуацию языком математики и отсюда прийти к нужной формуле а от поиска формулы, использующей параметры, данные в задаче.

Исходя из вышеизложенного, для преодоления подобных ошибок у студентов со стороны преподавателя целесообразно рассмотреть следующие направления:

- уделение первостепенного значения обучению студентов *сначала анализировать* текстовую ситуацию задачи по теории вероятностей, ее общую логическую конструкцию;
- большая *направленность внимания* преподавателя при разборе задач не на заучивании формул “сегодняшней темы” а на умении построить по словесно описанной в задаче ситуации ее математическое описание (перевести условие с языка текста на математический);
- обучение студентов умению *самостоятельно идентифицировать и активно использовать* соответствующие описанной в задаче ситуации или процессу теоретико-вероятностные формулы.

Но еще более важным направлением может оказаться помощь преподавателя в **развитии мотивации** студентов.

Мотивация определяется коллективом авторов курса «Психология и педагогика» как «совокупность причин психологического характера, объясняющих поведение человека, его *начало, направленность и активность*» [6, гл.5.1] (курсив наш). Иначе говоря, мотивация – «поиск ответов на вопросы типа "Почему?", "Зачем?", "Для какой цели?", "Ради чего?", "Какой смысл...?"»[6, там же]. Нюттен [7] считает, что наш выбор определяется нашими целями и планами на будущее и чем важнее для нас цели, тем сильнее они влияют на наш выбор.

Хекхаузен в учебнике мотивационной психологии «Мотивация и деятельность» рассматривает процессы мотивации в контексте взаимодействия личности и ситуации: «Наряду с

побудительными аспектами ситуации, раскрывающимися через восприятие возможностей достижения определенных целей, на привлекательность предвосхищаемых последствий действия оказывают влияние и актуализируемые этой ситуацией мотивы. Они также определяют широту классов эквивалентности ситуаций и способов действия... Если, как в случае принятия решения, речь идет о нескольких альтернативных возможностях действия, то в действии реализуется лишь наиболее сильная результирующая **мотивационная тенденция**»[8, стр 41]. Таким образом, мотивационных тенденций, как правило, несколько одновременно и направленность действия определяется тем, какая из них на данный момент преобладает.

И.Л.Аристова [9] в учебном пособии «Общая психология. Мотивации, эмоции, воля», рассматривая влияние мотивации на восприятие и обработку информации, пишет, что в когнитивной психологии выделены два мотива, связанных с Я: **мотив самоподтверждения** и **мотив самопревознесения**. Так, имея сложившееся представление о себе, человек, при общении, при получении и осмыслении информации внутренне стремится получить *подтверждение привычным Я-схемам*, в том числе и ведет себя так, чтобы реакция на его действия подтверждала эти схемы. Но и склонность человека к *самовозвеличиванию*, готовность слышать лишь хорошее о себе, показывать свое превосходство, свою успешность вести известны далеко не со вчерашнего дня. Если же в данном направлении «не слышно добрых вестей», то мотив самопревознесения направляется на смену направления «прожектора внимания»[10].

Мотив **самоподтверждения** действует и в случае **негативной самооценки**. Так, студент, *идентифицирующий себя как неспособного* к математике, будет воспринимать новый учебный материал *как заведомо непонятный ему и недоступный пониманию*, новые задачи – как непосильные: «Все равно непонятно, так зачем напрягаться и пытаться решать. Только время тратить». В результате студент даже *не пытается преодолеть свою “растерянность”* и не решает даже те задачи, которые при другой мотивации были бы ему по силам.

И именно здесь может сыграть свою роль в развитии **положительной мотивации** студентов упомянутая выше некоторая изолированность курса теории вероятностей (особенно его начальные части) от изученных ранее разделов высшей математики. **Простые задачи**, не требующие владения дифференциальным и интегральным исчислением, могут оказаться вполне *по силам* студенту, даже считающему себя «слабым». При этом у студента получает преимущество второй Я-мотив – **самопревознесения**, направленный на создание и сохранение позитивного Я-образа. Например, опытным преподавателям известно, что нередко студент, сдававший математику на 3 и, возможно, не с первого раза, вдруг на первых занятиях по теории вероятностей *оживляется, «самовозвеличиваясь»*, чувствуя, что он внезапно **может**. В результате нескольких успешных попыток у студента может измениться самоидентификация относительно способности его к новому курсу, новая Я-схема будет уже **не мешать а стимулировать** студента к освоению курса и приложению усилий к решению предлагаемых задач по теории вероятностей. Это *позитивное начало мотивации* студента преподавателю необходимо *поддержать и удержать*, чтобы его развитие преобразовалось в действующую **мотивационную тенденцию**, подкрепленную как обновленным Я-мотивом самоподтверждения так и вечным мотивом самопревознесения.

Что касается мотива как **целеполагания** (для чего, какой смысл), то цель сдать экзамен явно уступает по важности цели получить полезные в жизни и профессии навыки. Кроме того первую из этих целей ставят перед студентом извне, вторую же он ставит сам. А для человека имеет большую привлекательность деятельность, развивающая в нем **чувство компетентности**. Ведь это чувство отвечает и мотиву *самоподтверждения*, подтверждая его выбор профессии, и мотиву *самопревознесения*, фокусируя внимание на росте успешности в выбранной им сфере деятельности. С этим согласны и указанные в данной статье авторы работ по методологии преподавания теории вероятностей в вузе, уделяя внимание прикладной направленности задач и самого курса теории вероятностей для разных специальностей.

Кроме того, как уже указывалось выше, именно ситуационная формулировка уже начальных задач по теории вероятностей, будучи источником трудностей в идентификации способа решения, вырабатывает вместе с тем и навык **самостоятельного** мышления, связанного с жизнью, а не только со сдачей экзамена. Обращая на это внимание студентов можно также усилить их *внутреннюю мотивацию* к освоению предмета.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Власова Н.Ф. Самостоятельная работа как средство повышения познавательной самостоятельности обучаемых в курсе высшей математики: на примере преподавания математического анализа и теории вероятностей в военном вузе: Дис.канд.пед.наук. Москва: 2003. - 250с.
  2. Бунтова Е.В. Самостоятельная работа студентов сельскохозяйственных вузов при изучении теории вероятностей: Дис.канд.пед.наук. Орел, 2006. – 193с.
  3. Дергунова Н.А. Дифференцированное обучение теории вероятностей и математической статистике студентов-социологов в высшей школе: Дис.канд.пед.наук. Астрахань, 2007. – 227с.
  4. Патронова Н.Н. Обучение теории вероятностей будущих учителей математики, ориентированное на развитие основных приемов мыслительной деятельности: Дисс.канд. пед.наук. Орел, 2008. -228с.
  5. Суворова М.А. Формирование познавательного интереса студентов в процессе обучения теории вероятностей с использованием компьютерных технологий: Дис.канд.пед.наук. Ярославль, 2006. – 213с.
  6. Богданов И.В., Лазарев С.В., Ануфриенко С.С., Чмыхова Е.В., Усольцева И.В., Калинина Н.В. Психология и педагогика. Электронный учебник по курсу: <http://www.ido.rudn.ru/ffec/psych-index.html>
  7. Нюттен Ж. Мотивация, действие и перспектива будущего. Авторский сборник М.:Смысл.2004. 608с.
  8. Хекхаузен Х. Мотивация и деятельность. Учебник мотивационной психологии – СПб.: Питер, 2003. 860с.
  9. Аристова И.Л. Общая психология. Мотивации, эмоции, воля: Учебное пособие. — Владивосток: ТИДОТ ДВГУ, 2003. — 104 с.
  10. Шамсутдинова И.Г. Возможности активизации когнитивных процессов умственной деятельности студентов для усвоения ими математики.// XXI Международная конференция «Математика. Образование». Чебоксары: Изд-во Чувашского университета, 2013. с. 244-248.
-

# К ИСТОРИИ РАЗВИТИЯ ЮНОШЕСКИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ШКОЛ И МОТИВАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ ШКОЛЬНИКАМИ

Грушевский С.П., Колчанов А.В., Лазарев В.А., Сергеев Э.А.

ФГОУ ВПО «Кубанский государственный университет», факультете математики и компьютерных наук. e-mail: kolchanov.andrei2009@yandex.ru, т. 8-918-441-80-29

Проблема поиска и развития талантливой молодежи и одаренных детей в настоящее время приобретает особую актуальность. В данной статье приведены некоторые исторические материалы по развитию Юношеских математических школ, формированию мотивации к изучению математики в них, проводимых математическим факультетом Кубанского государственного университета, а также материалы о современных формах профессионально-математической ориентационной работы со школьниками.

*Ключевые слова:* математика, математические способности, мотивация, работа с одаренными детьми.

The problem of search and development of talented young people and gifted children acquires the special actuality presently. This article provides some historical materials on the work of the Junior mathematical schools which are carried out by mathematical faculty of the Kuban state university, and also materials on contemporary forms of vocational mathematical orientation work with school children.

*Keywords:* mathematics, mathematical skills, work with the gifted children.

В настоящее время стало современно очевидно, что математика находится в центре нашей интеллектуальной жизни. Она применяется повсюду. математика – движущая сила технологического и вообще интеллектуального прогресса общества.

В тоже время ясно, что все великие достижения в науке, технике, промышленности стали возможны благодаря одарённым, творческим людям и потребность в молодых, талантливых людях возрастает с каждым новым годом.

Ввиду абстрактности математики особенно трудна и специфична работа со школьниками и студентами в области математики. Она требует разнообразия форм и приемов обучения математике и также увлечённых математикой, педагогически одаренных учителей.

Одной из форм такой работы со школьниками являются юношеские математические школы (ЮМШ), на Кубани они начали функционировать начиная с 60-х годов XX века на базе Краснодарского педагогического института им. 15-летия ВЛКСМ. В работе школы принимали участие ведущие ученые и преподаватели физико-математического факультета, такие как: декан математического факультета (1970-1971гг.) - А.Л. Бондарев кандидат физ.-мат. наук, доцент, В.Ю. Бурьян, А.М. Кабехова, М.М. Лиман, А.Т. Франтовский. Занятия в школе проводились один раз в неделю.

[18 февраля 1970 года](#) Краснодарский государственный педагогический институт был преобразован в Кубанский государственный университет, и Юношеская математическая школа видоизменила свою работу. Занятия проводились с учениками 8-10 (9-11) классов отдельно по соответствующим программам. При этом было предусмотрено ведение практических занятий. Лекции и практические занятия проводились продолжительностью в 1,5 часа. Следует отметить, что занятия ЮМШ посещали и ребята из самых отдаленных уголков Кубани. Однако круг учащихся, вовлеченных в работу ЮМШ, был сравнительно невелик (30-50 школьников). И уже с 1973 года уделяется особое внимание заочной форме работы со школьниками – на Кубани открывается филиал Всесоюзной заочной математической школы (ВЗМШ) при МГУ им. М.В. Ломоносова, которая функционировала в КубГУ.

Процесс поступления в школу 7-8 классов начинался путем решения вступительной контрольной работы. Далее каждый месяц ученикам высылались очередные задания (в год 7-8), содержащие и теоретический материал, и тематические задачи. Проверкой и оценкой работ учеников занимались студенты КубГУ, работу которых контролировали преподаватели. Работая в ВЗМШ, студент приобретает навыки в проверке и оценке работ учащихся, что является необходимой частью педагогической деятельности.

В связи с реформой школьного образования и изменением правил приема в высшие учебные заведения, начиная с начала 80-х годов, появляется дополнительный приток желающих обучаться в ЮМШ. Это позволило предъявить учащимся более высокие требования.

С 1984 года во время школьных каникул Кубанский государственный университет совместно с краевым отделом народного образования проводил летние и зимние физико-математические школы для старшекласников. За некоторым исключением на протяжении 10 лет школы проводились ежегодно.

Организация работы в данных ЮМШ проводилась в соответствии с разработанной комплексной программой поиска талантливых и одаренных детей.

Отбор школьников в зимние школы осуществлялся по итогам краевой олимпиады школьников по математике.

Главным критерием отбора в летние школы были успешное выступление в районных, зональных, краевых математических или физических олимпиадах, участие в работе различных математических кружков.

Летние математические школы организовывались ежегодно в первой половине августа на Черноморском побережье Краснодарского края: Тамань, Анапа, Сочи, Дивноморск.

В программу занятий ЮМШ включены некоторые разделы общеобразовательной школы и некоторые темы вузовской математики. Известный школьнику материал излагался либо, исходя из новых оснований, либо под новым углом зрения.

Главной особенностью учебной программы первых летних школ были занятия по информатике, к которым школьники проявили повышенный интерес. После двух вводных лекций начались практические занятия. Эти занятия проводились отдельно для начинающих и ребят из специализированных школ, имеющих навыки программирования. Начинающие обучались работе на программируемых микрокалькуляторах, упражнялись в составлении программ для решения некоторых математических и физических задач. Для ребят, знакомых с программированием, был создан дисплейный класс, который был постоянно заполнен энтузиастами, жаждавшими как можно быстрее пропустить составленные ими программы.

С приобретением организационного опыта и освоением стабильных мест дислокации летних школ, проводилась корректировка расписания учебных занятий и учебных программ. Но неизбежным было главное – организация учебного процесса достаточно постоянным профессорско-преподавательским составом.

Повысить интерес учащихся к математике, показать прикладной характер некоторых её разделов, отметить влияние практики на развитие математики – к этому стремятся те, кто работает в ЮМШ.

Традиционно в лекционные курсы включаются сведения об истории зарождения и развития некоторых идей современной математики и физики, взаимосвязи этих наук. Математика, физика, информатика – три основных школьных предмета, которым в программе ЛФМШ выделялось равное число часов.

Руководителями ЛФМШ были доценты: В.А. Лазарев, Б.Е. Левицкий, А.М. Скрыго, С.П. Грушевский.

Постоянно в состав педагогического коллектива ЛФМШ входили доценты КубГУ: Левицкий Б.Е., Антонюк Г.К., Суятин Б.Д., Грушевский С.П., Сергеев Э.А., Титов Г.Н., Черных Ю.В., Семенко Е.А. и др.

В работе летних школ принимали участия преподаватели МГУ, Новосибирского, Казанского, Томского, Киевского и других ведущих вузов страны.

Каждый лекционный курс (4-8 часов) сопровождался практическими занятиями и набором тем, с указанием литературы для самостоятельного изучения школьниками.

В ЛФМШ читались не только научные и научно-популярные лекции по математике и физике, но и проводились диспуты на самые разные темы, а нередко перед отбоем преподаватели и школьники встречались для беседы на темы, связанные с историей математики, физики.

Во всех ЛФМШ организовывались различные соревнования и олимпиады. Весь состав школьников ЛФМШ был поделен на 4 отряда (учебные группы), в каждом из которых было немного более 25 человек. Были созданы два клуба, соревновавшихся между собой на протяжении всего сезона работы ЛФМШ.

Особое место в ЛФМШ и ЗФМШ занимала ориентация школьников на научную и педагогические профессии. Работа эта проводилась в следующих формах: преподаватели сообщают в специальных беседах об особенностях научной деятельности, профессии учителя, роли учёных, социальной роли педагога, месте данных профессий в обществе;

Начиная с 1995 года, в Прикубанском округе г. Краснодара проводилась работа Юношеской математической школы, в которой принимали участие школьники из 24 школ города, кроме того работала и заочная математическая школа для учащихся с 3 по 8 класс. В первой зимней школе, в 1995 году, приняли участие около 70 школьников, а в летнее время доходило до 200. По рекомендации организаторов школы школьники участвовали в краевых математических школах. Руководителем проекта здесь был кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей алгебры и геометрии Титов Г.Н., который вместе с Сергеевым Э.А. и Соколовой И.В. занимались составлением программ. Обучение в школе проходило в три этапа, проверкой заданий занимались преподаватели кафедр факультета и учителя из школ города. В работе школы принимали участие: Скряго А.М., Сергеев Э.А., Сергеев А.Э., Тен О.К., Соколова И.В., Васильева И.В., Семенко Е.А.

В 1995 году А.М. Скряго, Г.Н.Титов, О.К. Тен приняли участие в жюри заключительного этапа Всероссийской олимпиады школьников по математике. Все эти мероприятия достаточно ярко освещались в печати. Престиж математических знаний и математического образования был достаточно высок, не смотря на все перестроечные трудности и реформы образования.

В 1997/98 учебном году Международная Соросовская Программа Образования в Области Точных Наук (ISSEP) провела очередную, IV Олимпиаду школьников по математике. Впервые кубанские школьники, учащиеся ЮМШ Прикубанского округа, приняли в ней участие. В 1997 году Титов Г.Н. становится лауреатом премии Фонда [Сороса](#) среди учителей средних общеобразовательных учреждений.

В 2009 году по инициативе декана С.П. Грушевского на факультете математики и компьютерных наук начал работать для школьников «Малый математический факультет» («Малый матфак»).

«Малый матфак» - еще одна из форм работы юношеских математических школ. Занятия в малом матфаке проводятся в университете в виде лекций и практических занятий в течение учебного года, при этом активно используются дистанционные формы обучения на основе информационной поддержки в виде web-сайта, страниц в контакте и т.д. . Главные цели «Малого матфака» те же, что и всех ЮМШ: заинтересовать школьников Математикой, показать её внутреннюю красоту и гармоничность, убедить их в том, что фундаментальные знания законов математики являются основой профессионального роста в современном обществе.

Следует отметить, что использование Интернет технологий позволяет привлекать к учебе большое количество ребят. Так в течение года в «Малом матфаке» принимают участие 400-450 школьников старших классов, как из Краснодара, так и из сельских районов края.

В структуре «Малого матфака» можно выделить два направления работы. Первое - это подготовка ребят к выпускным экзаменам по математике и информатике. В рамках этого направления раз в две недели ведущими преподавателями приводятся лекции и практические



занятия по математике и информатике, а соответствующие версии электронных материалов размещаются на сайте «Малого матфака». При этом по электронной почте слушателям рассылаются учебные задания и методические материалы.

Второе направление ориентировано на математические соревнования, поэтому называется «Малый матфак для олимпиадников», в рамках которого осваиваются методы и приемы решения олимпиадных и нестандартных задач.

В работе «Малого матфака» принимают участие ведущие профессора и доценты факультета математики и компьютерных наук, такие как: доктор физико-математических наук, профессор З.Б. Цалук, кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой вычислительной математики и информатики С.В. Гайденок, кандидат физико-математических наук, доцент Г.Н. Титов и др.

Важный аспект участие в работе «Малого матфака» студентов, для которых это своеобразная педагогическая практика, направленная на формирование и развитие у них профессионально-педагогических компетенций.

«Малый матфак» не только стремится решать задачи математического просвещения школьников, но помогает ученикам определить свое отношение к математике, как к возможной своей будущей профессии, мотивировать школьников к изучению математики.

С 2013 года на факультете математики и компьютерных наук начала работу ещё одна форма работы со школьниками: организована очно-заочная школа математиков.

Для участия в очно-заочной школе математиков приглашаются учащиеся 11 классов. Занятия разбиты на 4 этапа. В начале каждого этапа на сайте во вкладке «Заочная школа» публикуются задачи каждого этапа, а также решения задач предыдущего этапа и рейтинг участвующих в обучении. В конце первого месяца каждого этапа к задачам добавляются методические рекомендации по решению предложенных задач, которые полезны не только учащимся, но и их учителям. К концу каждого этапа решенные задачи учащимися школы отсылаются в сканированном виде. Проверкой работ, рассылкой заданий, online-консультированием занимается инициативная группа студентов, совместно с преподавателями. А по воскресеньям на факультете в рамках очно-заочной школы работает кружок по криптографии и компьютерной безопасности и научные секции, в которых учащиеся вместе с преподавателями кафедр занимаются разработкой своих научных проектов.

Прошедшие годы подтвердили актуальность и плодотворность проводимых факультетом форм работы со школьниками: они стали популярными в среде школьников и получили поддержку учителей.

В настоящее время умным понятно, что нация, которая сегодня учит лучше, более творчески, более интересно, которая поддерживает и поощряет талантливых детей и талантливую молодежь, в итоге будет опережать другие страны в техническом, экономическом и духовном развитии.

В частности, создаваемая на базе математики, факультетом математики и компьютерных наук развивающая интеллектуальная среда способствует проявлению талантов и одаренностей обучающихся школьников.

Эта работа, проводимая факультетом на протяжении многих лет, способствует в целом повышению интереса школьников к математике на Кубани и оказала положительное влияние на уровень математической подготовки школьников. Пример работы математиков Кубани заслуживает изучения и распространения по стране.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Грушевский С.П., Лазарев В.А., Сергеев Э.А. О математике и математическом образовании на Кубани // Историческая и социально-образовательная мысль. Краснодар, 2010.
2. Лазарев В.А. Педагогическое сопровождение одаренных старшеклассников. Изд. Ярославского государственного педагогического университета им. К.Д.Ушинского, Ярославль, 2005., с.272
3. Лазарев В.А. О предпринимательских проектах на международном рынке образовательных услуг. Ярославль, 2004, с. 96

---

## ОПЫТ ВНЕДРЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ИНТЕРАКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭЛЕКТРОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ

Кацуба В.С., Лазарева И.М., Скрыбин А.В.

*Мурманский государственный технический университет  
Россия, 183010, г. Мурманск, ул. Спортивная, 13,  
тел. (8152) 25-76-42, e-mail: cazubav@yandex.ru*

### Abstract

The article describes the experience of the introduction of elements of interactive training of bachelors and masters in the direction "computer science and computer facilities", attempted to influence the level of motivation of students and developing ways of implementing the requirements of the competence-based approach to education. Base of educational information is provided by specially designed educational resources that implement the functions of training and supervision.

### *Проблемы мотивации*

Наблюдения последних лет за учебным процессом на технических направлениях профессиональной подготовки дают основания считать, что состояние мотивации к обучению у студентов является основным фактором, влияющим на результативность образовательного процесса. Это состояние формируется, как правило, комбинацией уровней двух составляющих: пониманием цели изучения конкретной дисциплины и наличием необходимых стартовых знаний.

В начале работы с первокурсниками обычно наблюдается заметное устремление большей части контингента к учебным успехам, но эти устремления проявляются локально и имеют явную тенденцию убывать. Понятно, что это не относится к редким студентам с высоким уровнем мотивации «по определению», которые сделали осознанный выбор специальности профессиональной подготовки, достаточно подготовлены по нужным дисциплинам и(или) которые просто любят учиться. В последние годы становится совершенно очевидно, что в технический вуз поступают абитуриенты, у большинства из которых уровень базовых знаний по элементарной математике и физике является крайней низким, а навыки обучения – практически не сформированными. Но при этом имеются неадекватные оценки в виде количества баллов по ЕГЭ, не очень большими трудами полученные и дающие ложную надежду на легкое обучение в вузе. Примерно половине из таких абитуриентов противопоказан выбор высшего образования, но с частью из них можно работать на вовлечение их в учебный процесс, поскольку, во-первых, проблема численности контингента остается актуальной и, во-вторых, опыт показывает, что удовлетворительное обучение для них возможно, если использовать гибкость учебно-организационных и учебно-методических мероприятий.

В рамках конкретной учебной дисциплины имеется возможность влиять на уровень мотивации целевой аудитории формами организации учебного процесса в его смысловой части. Актуальность такого воздействия существенно повысилась с переходом на ФГОС третьего поколения с их акцентом на формирование конкретных общекультурных и профессиональных компетенций. Для реализации компетентного подхода в рамках конкретной дисциплины необходимы технологии обучения, существенно отличающиеся от традиционных, использующих в основном одностороннюю форму коммуникации в качестве способа передачи информации. Принципиально иной является многосторонняя форма

коммуникации в образовательном процессе, которая предполагает активность каждого субъекта этого процесса, реализуемая взаимодействием преподавателя и студентов, студентов между собой, студентов с учебными ресурсами, представленными на различных современных носителях.

Новые формы обучения, в которых может осуществляться многостороннее взаимодействие, имеют основным признаком свойство интерактивности, «благодаря которому можно управлять не личностью, а процессом ее развития» [1], что может позитивно повлиять на уровень мотивации обучающегося.

### *Элементы интерактивного обучения*

Суть интерактивных методов обучения достаточно полно изложена в информационно-аналитическом обзоре [1]. В данной работе описан опыт введения интерактивных методов в реальный учебный процесс на младших и старших курсах направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в рамках дисциплин «Математический анализ», «Программирование», «Технология разработки программного обеспечения» и «Компьютерные технологии в науке и образовании».

В дисциплине естественнонаучного цикла «Математический анализ» интерактивность интересно реализуется на практических занятиях и в самообучении в форме работы в малых группах, для которых могут быть поставлены следующие задачи:

- творческое задание, предполагающее несколько подходов к решению;
- отработка практических навыков в форме тьюторской самостоятельной работы;
- интегрированные задания совместно с дисциплиной «Программирование»;
- изучение, закрепление и самоконтроль по новому материалу с помощью обучающей программы или электронного конспекта лекций ведущего преподавателя.

В дисциплине профессиональной подготовки «Программирование» на первом курсе интерактивность в полноте проявляется проведением ролевой образовательной игры «Заказчик и программист», разработанной по теме «Постановка задачи».

В рамках дисциплин профессиональной подготовки на старших курсах интерактивные формы обучения наиболее востребованы при проведении аудиторных занятий лекционного типа. В настоящее время традиционная монологическая форма передачи информации по изучаемой теме никак не может вызвать интерес студентов к ее освоению. В современных условиях такая информация может быть получена из различных источников и в любое время. Мотивировать студентов присутствовать на лекциях может только интересная нестандартная работа с учебным материалом. Далее описан пример организации такой работы.

Изучение каждой новой дисциплины инициируется обзорной лекцией, конспект по которой студенты в аудитории должны зафиксировать в специальной графической форме. Такими формами могут являться, например, ментальные карты, схемы «рыбий скелет», денотатные графы и т.п. По окончании изложения материала аудитория разбивается на группы и оформляет указанную схему на листе большого формата. Объединяя информацию, которую удалось зафиксировать каждому участнику группы, студенты дополняют свои знания, проговаривают их и организуют наиболее наглядным образом. В результате просыпается интерес как к теме в целом, так и к ее отдельным элементам. Учебный материал выстраивается в некоторую логичную схему, позволяющую в дальнейшем самостоятельно наполнить ее соответствующим содержанием. Презентация и обсуждение результатов работы каждой группы в конце занятия позволяет окончательно сформулировать точную структуру изучаемого материала, а также сделать акценты на элементах, которые будут более подробно рассмотрены на следующих занятиях по данной теме.

Далее при проведении лекционных занятий значительную часть времени имеет смысл отвести на организацию дискуссий по изучаемому материалу. Основу дискуссии составляет

самостоятельно подготовленное по заданной теме выступление студента с использованием презентационного материала. Такая работа требует от студента достаточно глубокого погружения в изучаемую тему с целью не только представить материал, но и суметь ответить на возникающие вопросы или прокомментировать предлагаемые дополнения со стороны аудитории. Данный опыт позволяет студенту научиться качественно готовить электронные презентации, уверенно держаться перед аудиторией, участвовать в полемике и, в итоге, проявить себя в этой работе, заслужив определенную репутацию.

Часто используемой формой проведения практического занятия является разбор конкретной производственной ситуации (CASE-метод). Такая форма уже длительное время применяется при изучении экономических дисциплин. Использование же ее в техническом образовании началось недавно и требует накопления определенного опыта. При изучении дисциплин профессионального цикла «конкретная ситуация» позволяет учащимся включиться в реализацию своих знаний в условиях решения определенной практической задачи. Такая работа демонстрирует актуальность полученных знаний, позволяет их закрепить в контексте будущей профессиональной деятельности.

### *Роль электронных образовательных ресурсов*

Базой для внедрения интерактивных форм обучения является правильная организация самостоятельной работы студентов, в ходе которой осваиваются основные понятия и принципы изучаемой дисциплины. Для такой организации необходима разработка специальных учебно-методических материалов, учитывающих специфику самостоятельного изучения, то есть отсутствие непосредственного контакта с преподавателем. Наиболее удачными для решения этой задачи представляются электронные образовательные ресурсы (ЭОР) по дисциплине – учебные материалы, для воспроизведения которых используются электронные устройства. Мы будем рассматривать ЭОР, воспроизводимые на компьютере, которые считаются наиболее современными и эффективными [2].

Среди функций, выполняемых электронными образовательными ресурсами относительно внедрения интерактивных форм, можно выделить следующие:

- определение рамок изучаемого материала: ЭОР выделяет из всего многообразия сведений по дисциплине тот объем информации, который необходим для ее успешного изучения на конкретной специальности;
- основа для внедрения интерактивных форм обучения: изложенный в ЭОР учебный материал используется как начальный для самоподготовки и может быть закреплен и углублен в ходе проведения интерактивных форм обучения;
- база для организации контроля знаний: ЭОР позволяют сформировать множество дидактических единиц, контроль усвоения которых предполагается по окончании изучения дисциплины, а также осуществить обратную связь со студентом при интерактивном взаимодействии.

Для эффективного использования ЭОР должны разрабатываться специальным образом, учитывающим особенности дисциплины, уровень предполагаемого контингента обучаемых и возможность реализации адаптивных траекторий обучения. Поэтому среди разработчиков ЭОР ведущим должен быть преподаватель дисциплины, что позволит обеспечить единство в подаче материала как при самостоятельном изучении, так и в ходе реализации интерактивных форм обучения.

Отдельным вопросом разработки ЭОР является формат ее хранения. Наиболее удобным форматом представляется формат учебной базы знаний с дополнительной функциональностью, которая позволит организовать изучение материала и осуществить контроль полученных знаний и в самостоятельном, и в аттестующем режимах. Эта функциональность может проявиться в виде элемента некоторой экспертной системы.

Важной отличительной особенностью ЭОР по сравнению с традиционными учебными ресурсами является возможность относительно легкого обновления контента. Регулярная

актуализация ЭОР с помощью привлечения внешней информации необходима для обеспечения соответствия изложенных в ЭОР сведений современным тенденциям и требованиям. Актуализация ЭОР может включать изменение структуры, обновление, исправление или удаление части содержания ЭОР, расширение изложенной в ЭОР тематики и другие процедуры. Одной из форм привлечения внешней информации могут быть выступления студентов с докладами, подготовка рефератов, результаты проведения дискуссий.

### *Заключение*

Опыт внедрения интерактивных форм обучения на технических специальностях позволяет отметить их существенный вклад в повышение эффективности учебного процесса. Использование таких форм обеспечивает:

- возрастание интереса студентов к участию в коллективном учебном процессе;
- коррекцию недостаточной базовой подготовки отдельных студентов за счет взаимодействия в малых группах;
- овладение навыками самообучения;
- формирование элементов целеполагания в обучении как способа повышения личной самооценки и социализации в учебной группе.

Но, тем не менее, на данном этапе внедрения интерактивных форм обучения делать вывод об их влиянии на повышение качества технического образования преждевременно, так как существенную роль в данном вопросе играют такие моменты, как системность применения указанных форм в рамках одной дисциплины и повсеместное их использование в дисциплинах всего учебного плана, а также многие другие аспекты образовательного процесса.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Интерактивные методы обучения в образовательных учреждениях высшего профессионального образования [Электронный ресурс] // Академия ФСИН России [Официальный сайт]. URI: [http://apu-fsin.ru/service/omumr/material\\_int\\_form.html](http://apu-fsin.ru/service/omumr/material_int_form.html) (дата обращения: 13.01.2014).

2. Осин А.В. Электронные образовательные ресурсы нового поколения в вопросах и ответах [Электронный ресурс] // Документы и материалы деятельности Федерального агентства по образованию [Официальный сайт]. URI: <http://www.ed.gov.ru/news/konkurs/5692> (дата обращения: 14.01.2014).

---

## К 20 ЛЕТНЕМУ ЮБИЛЕЮ ИНИЦИАТИВНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЕКТА – СЕЛЬСКАЯ ЧАСТНАЯ ШКОЛА. МОТИВЫ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СФЕРЕ

Лазарев В.А., Ковтун И.И.

НОУ средняя общеобразовательная школа, ([www.чочсш1.рф](http://www.чочсш1.рф)), т.8-916-352-98-79, victor\_lazarev@mail.ru

In article theoretical and practical questions of implementation of the project of creation of rural private school and motives of design activity in the educational sphere are considered.

В 1992 году состоялся первый набор (15 чел.) в первый класс сельской частной школы станицы Новотитаровская Динского района Краснодарского края. Учредителем ЧШ выступили физические лица.

### **Общие подходы к процессам создания образовательных проектов.**

Кратко изложим общие подходы к процессам создания и реализации проектов в образовательной сфере. Сформированный набор элементов является, по существу, необходимым условием предпринимательского подхода к начинаниям новых дел в образовательной сфере.

**Первое.** Зарождению идеи может предшествовать неудовлетворённость своим состоянием, окружающей ситуацией. Неудовлетворенность создает дискомфорт. Осознанно или неосознанно человек начинает размышлять над своим состоянием и пытается найти выход из него. Начинаются поиски. Лауреат Нобелевской премии П.Л. Капица писал, что в основе желаний людей творить должно лежать недовольство существующим. Так рождается творческая инициатива – начало, вызывающее творческую деятельность, в результате которой создаются новые материальные и духовные ценности.

**Второе.** Контуры нового прорисовываются на основе доскональных знаний области, которая тебя интересует. Эти знания могут быть получены из собственного опыта или путём изучения материалов других исследователей или экспериментаторов. В этом случае начинают возникать идеи совершенствования освоенных знаний, умений, навыков или появляются принципиально новые подходы к решаемой проблеме.

В нашей практике многолетняя практическая работа с ЮМШ, ВЗМШ дала толчок к созданию математических классов, летних и зимних школ для одарённых ребят, организации договорной работы по развитию сельских школ. Это привело к приобретению опыта, освоению его и вывело на новый уровень – частную сельскую школу.

**Третье.** Целеобразование. Инициатор, организатор, предприниматель, т.е. тот, кто организует «новое дело» в образовательной сфере должен «видеть» цель и просматривать процесс достижения этой цели. В образовании результат часто бывает отсроченным, но это не означает, что он не проектируем..

**Четвертое.** Конкуренция государственных и негосударственных образовательных учреждений не может служить главной движущей силой развития данной отрасли. Опыт стран с развитой рыночной экономикой демонстрирует тесное сотрудничество государственных и негосударственных учебных заведений. Несмотря на наличие самостоятельных рыночных ниш в сфере образования между ними имеют место деловые взаимодополняющие контакты. В этом случае на первое место выходит мониторинг качества, который неминуемо вызывает разумную конкуренцию образовательных услуг. Государственное регулирование тогда будет состоять в том, чтобы обеспечить равные права всех образовательных учреждений, независимо от источника финансирования и форм собственности.

**Пятое.** Наличие необходимых предпринимательских способностей: трудолюбия, ответственности, настойчивости, убежденности, готовности к обоснованному риску и др.

**Шестое** Постоянный информационный поиск и переработка возникающих идей. Полученная и творчески переработанная информация является источником удовлетворения и возникновения новых потребностей, которые выступают движущей силой, вызывают активность. Почти постоянно на подсознательном уровне идёт «мозговой штурм» услышанных фраз, прочитанных предложений, увиденных картин. Конструктивная мозговая деятельность – неотъемлемая черта предпринимателя.

Мы привели здесь, только наиболее общие черты характера, присущие большинству предпринимателей. Эти черты вырабатываются на основе природных задатков и социализации личности, поэтому представляет несомненный интерес для педагогов и ученых.

Важными классификационными характеристиками предпринимательской деятельности являются цели: максимализация прибыли; самовыражение в профессиональной деятельности; самоутверждение в новых видах деятельности; способность в разработке и реализации решений; доказательство конкурентоспособности; желание добиться превосходства над конкурентами; желание власти; благотворительность и меценатство.

Начинающим предпринимателям, а мы таковыми и являлись, важно было найти ответы на основные вопросы: **Что делать? Кому это нужно? Как делать? Где найти ресурсы?**

Не просто было определить приоритетную цель при организации упомянутой частной школы. Каковы были мотивы? Создать новую образовательную среду для развития одарённых сельских школьников или создать независимую хозяйственную структуру и получать прибыль? Попробовать реализовать свои творческие задумки в новых социально-экономических условиях или попытаться выдать новый конкурентоспособный продукт? Возможно, как это часто случается, была комбинация целей.

В нашем случае однозначно определилось средство достижения этих целей - частная школа. **Это и есть ответ на первый вопрос – что делать?** В этот период создание негосударственного образовательного учреждения становится главной целью инициаторов.

Какой виделась нам частная школа?

Структура нашей СОШ не отличается от государственной школы. Это – принципиальная установка создателей СОШ, с самого начала делавших ставку на обеспечение полноценного образования. В перечень изученных предметов включаются не только базовые, обязательные дисциплины, но и дополнительные дисциплины: автодело, торговое дело, компьютер, а также факультативно – английский язык с первого класса, французский язык с 4-го класса, физкультура. В каждом классе школы не более 15 человек. Это заложено в Уставе школы. Такое количество учащихся в классе даёт возможность лучше контролировать работу учителей, чаще проводить опрос учащихся, осуществлять индивидуальный подход на уроке, создаёт комфортные условия для общения учителей с родителями.

Важнейшими педагогическими задачами, кроме самой основной – на высоком профессиональном уровне обучать знаниям – являются: индивидуальный подход, применение современных методов обучения, систематическое повышение квалификации учителей, выполнение задач по поддержанию имиджа и престижа школы среди жителей станицы, выработка собственной педагогической и управленческой концепции и её реализация. Это позволяет поднять на должный уровень работу с одарёнными детьми.

**Второй вопрос – кому это нужно?** Чтобы частная школа функционировала, нужен спрос на её услуги. Теоретически спрос на хорошее альтернативное образование существует всегда. Но реализованным на практике он может быть лишь при одном условии: если имеется платёжеспособность. Для негосударственного образовательного учреждения это условие приобретает основополагающее значение. Начались маркетинговые исследования.

Учитывая эту ситуацию, инициативная группа работала с родителями по нескольким направлениям. Важно было узнать, найдутся ли среди родителей такие, которые были бы готовы понести определённые финансовые затраты, если бы представилась возможность их детям получать дополнительные знания. Выяснилось, что для многих, включившихся в

самообеспечение, самореализацию через предпринимательство, хорошее образование для детей является приоритетным.

**Третий вопрос – как сделать?** Как организовать производство продукта или услуги? Ответы на вопросы как подготовить хороших выпускников, в создаваемой частной школе были для нас наиболее простыми, т.к. после многолетней работы с одарёнными детьми мы считали себя профессионалами в этой сфере.

**Где найти ресурсы?- четвёртый вопрос.** Основой жизнедеятельности и нормального функционирования НОУ СОШ является её стабильное финансирование. НОУ СОШ имеет три источника финансирования: взносы родителей (на договорной основе), государственное финансирование и доходы от имеющейся в распоряжении школы арендованной земли (49,6 га). Данные источники финансирования позволяют: регулярно выплачивать заработную плату учителям, содержать в достойном частной школы состоянии материально-техническую базу; обеспечивать на должном уровне кадровое и информационное обеспечение учебного процесса; оплачивать факультативные курсы и т. д. Важно отметить также и то, что за счёт собственных средств школа имеет возможность освободить от платы за обучение способных ребят из малообеспеченных семей, а также ребят, родители которых работают в этой школе.

В 2002 году произошел первый выпуск частной школы. Все ребята решили продолжать обучение в высших учебных заведениях и колледжах. Переходя на язык производства можно сказать, что получена первая продукция, нашедшая свой спрос на рынке. И если анализировать прошедшие годы, то наиболее трудными нужно назвать годы организационного процесса, процесса перехода от возникновения предприятия до его устойчивого развития. В основе этого динамичного процесса лежит предпринимательская деятельность организаторов. Деятельность, которую нужно было одновременно осваивать и использовать на рынке. К настоящему времени появилось достаточно много литературы по проблемам предпринимательства как переводных, так и подготовленных российскими учёными. Однако материалов, где специально излагался бы опыт предпринимательской деятельности в образовательной сфере как опыт создания новых дел, организационно-педагогических сред недостаточно [1], и мы надеемся, что наша статья частично восполнит этот пробел.

“Работа выполнена при поддержке РГНФ, проект №14-26-20004”

## **Литература**

1. Лазарев В.А., Лазарева В.М. Как разработать и реализовать предпринимательский проект. М.: Изд. ЦСО, 2011.-356с.



# ЭТНОКУЛЬТУРНЫЙ КОМПОНЕНТ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ НАРОДОВ РОССИИ В ВУЗАХ И СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

Мерлина Н.И.

*ФГБОУ ВПО «Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова», Россия, 428015, Чебоксары,  
Московский проспект, 15, факультет прикладной математики, физики и информационных технологий, e-  
mail: [merlina@cbx.ru](mailto:merlina@cbx.ru)*

## Abstract

Possibility of local history and folklore mathematical problems usage for scientific research activity of students is studied in the article.

Этнос представляет собой особую социальную общность, обладающую этническим самосознанием и генетическим кодом, определенной культурой, обеспечивающей полноценную социализацию и адаптацию новых членов общества.

Культура является основой социальной деятельности личности и общества, ибо человек активно развивается и социализируется в лоне культуры и влияет на ее развитие.

Этнокультура выступает гарантом сохранения жизнедеятельности этносов как важнейший фактор социального, духовно-нравственного становления и развития личности.

Современное образование должно базироваться на общечеловеческих, и этнических ценностях. Объединение потенциала образования и этнической культуры способствует социализации личности как представителя этноса и гражданина страны, готового к самоопределению в многонациональном государстве.

Россия – многонациональное государство, следовательно, его образовательная политика должна быть политикой уважения и развития всех национально-культурных школ. Именно многообразии национальных культур, языков, обычаев, традиций и религий есть общее богатство народов России. Межнациональный мир, согласие, обогащение культур всех народов можно достичь системой образования, нацеленной на развитие национальных культур.

Этнопедагогическое сознание в совокупности с этнопедагогическим мышлением и этнопедагогической деятельностью составляет личностное образование педагога–этнопедагогическую культуру.

Современными исследованиями установлено, что восстановление этнических традиций воспитания в образовательных учреждениях невозможно без педагога, осознающего значимость этой деятельности на современном этапе и профессионально подготовленного к ней. Этнокультурный подход требует от педагога осознания того, что каждый ребенок является уникальным представителем культуры своего народа..

Организуя взаимодействие ребенка с ценностями народностей и наций конкретного региона, педагог выступает в качестве посредника между культурами разных народов, а это побуждает его обращаться к величайшему пласту педагогической мудрости – педагогике народов.

Важной задачей педагогики является использование культуры народов России при изучении любого школьного предмета, в том числе, математики.

Под этнокультурным компонентом мы понимаем все то, что способствует развитию творческих возможностей ребенка, дает полное представление о богатстве национальной культуры, уклада жизни народа, его истории, языка, литературы, духовных целях и ценностях, что способствует развитию всесторонне развитой, гармоничной личности, патриота своей Родины, человека высоко нравственного, толерантного к народам мировой цивилизации.

Особенностью этнокультурного компонента содержания математики является то, что он носит интегративный характер, поскольку народные математические знания

распределялись по всем отраслям деятельности людей. Поэтому учителя, реализующие программу, используют историографические, этико-философские, этнографические, социологические и другие сведения, что позволяет организовывать разнообразную деятельность ребенка: разновозрастную, межпредметную, урочную и внеурочную.

Известно, что любой аспект культуры личности имеет три основных измерения: 1) когнитивное, 2) регулятивное, 3) ценностное, т.е. знания, правила, ценности, в соответствии с которыми личность строит свое поведение. Отсюда, прогнозируемыми результатами реализации этнокультурного компонента содержания математического образования считаем: повышение качества учебной деятельности, повышение мотивации учения, уровень нравственной воспитанности детей. Для проверки эффективности внедрения этнокультурного компонента можно предложить следующие критерии: 1). интеллектуальный (степень приращения этноматематических знаний); 2). мотивационный (отношение к родной культуре и культуре других народов); 3). поведенческий (степень проявления личностных качеств с позиции уважения человека).

Математическое наследие каждого народа имеет уникальный образовательный потенциал, который можно использовать как этнокультурный компонент содержания образования. Как показали исследования Дугаржаповой Л.Д. [6] например, таковым является математика монголоязычных народов *зурхай*, включающая народные математические знания и представления. Наши исследования на основе разнообразных материалов показали, что общими для монголоязычных народов: бурят, монголов, калмыков являются древняя история и культура, корнями уходящая в центральноазиатскую цивилизацию, письменность, основу которой составляет уйгурское письмо. Из редких разрозненных материалов выяснилось, что народная математика *зурхай* получила наибольшее развитие в период средневековья, развивалась в условиях широких международных отношений. Ученые *зурхайчид* занимались составлением календарей, вычислением сроков лунных и солнечных затмений, решали сложные математические и астрономические задачи, пользовались особыми способами счета на специальных счетных приборах, таблицами тригонометрических линий с интервалом в одну минуту. Для научных изысканий в средневековье были возведены три крупнейшие обсерватории в Ханбалгасуне, Марагу, Самарканде, в которых учеными были сделаны открытия мирового значения. Самобытная устная математика - часть этнической педагогики [6]. Народные способы передачи математических знаний, как у всех народов, основывались на использовании математического фольклора: загадок, пословиц, задач с числами, народными единицами измерения величин [5].

Одной из сторон воспитания умения математически исследовать явления реального мира можно считать нематематическое применение математики к краеведению того региона, в котором находится то или иное учебное учреждение

Речь идёт, во-первых, о составлении математических задач в полном соответствии со школьной программой по математике, в которых систематически используются сведения об истории, географии родного края, о памятниках и явлениях культуры и т.д. Во вторых, о применении таких задач в учебном процессе с учетом возрастных и психологических особенностей школьника. В третьих, речь идёт о совместном творчестве учителей и школьников, преподавателей вузов и студентов. К явлениям культуры можно отнести математический фольклор разных народов и его использование в процессе обучения.

Познавательный интерес, основанный на потребности в знании, является качеством личности, составляющим тот важнейший мотив учения, который лежит в основе положительного отношения учащихся к школе, к знаниям. Большие возможности для развития интереса учащихся к математике имеют задачи, содержащие краеведческий и исторический материал. Использование на уроках математики таких задач дает возможность повысить познавательную активность детей.

Познавательный краеведческий материал такой, как протяженность рек местного характера, высота гор, площади территорий, история храмов их архитектурных особенностей и т.д., дает возможность дополнить учебник задачами, использующими свои территориальные условия, не только на этапе усвоения нового материала, но и на этапе его закрепления

Текстовая задача, составленная на основе местного числового материала, позволяет заинтересовать детей, совершенствовать умения и навыки, развивает познавательные интересы младших школьников, позволяет сделать обучение математике содержательным и интересным.

Каждая этническая группа, развиваясь веками, в определенных географических, природно-климатических, социально-экономических условиях, имеет не только своеобразную производственную общность людей, но и присущие ей быт, миропонимание, мышление. Дети должны чувствовать себя наследниками предшествующих поколений, трудом которых создано все. Поэтому необходимо приобщать детей к пониманию истории своего края, его природного своеобразия, коренных особенностей национальных культур, живших и живущих в России.

Особенно остро стоит проблема привития интереса к математике для учащихся 5-6 классов, так как при переходе в среднюю школу сразу значительно осложняется учебная работа подростков: вместо одного учителя появляется 8-10 новых. У каждого учителя своя манера объяснения и опроса, неодинаковые требования и отношение к учащимся, которых учителя к тому же сначала не знают. Процесс приспособления к новым и разным требованиям учителей, как правило, проходит трудно для класса в целом и, особенно для учащихся со скрытыми и явными недостатками в учебной деятельности. В этом возрасте отношение учеников к учебному предмету, прежде всего, зависит от их отношения к учителю и получаемых отметок. Кроме того, их привлекает содержание, которое требует интеллектуальной активности, самостоятельного действия, расширяет кругозор, вызывает интерес.

Все вышесказанное показывает необходимость создания учебных пособий, построенных на национальном, краеведческом и историческом материале. Такой литературы очень мало и она малодоступна, но тем ценнее первые попытки создания таких учебно-методических пособий [1]-[4].

В течение нескольких лет на кафедре методики преподавания математики Чувашского государственного университета им. И.Н. Ульянова (г. Чебоксары) собирался материал для коллективной монографии: «Фольклорные и краеведческие задачи народов России» [5], которая содержит в себе математические задачи: русские, татарские, чувашские, удмуртские, адыгейские, якутские, бурятские и монгольские. Авторский коллектив включает известных ученых, учителей, студентов и даже школьников.

Основная идея коллективной монографии, состоит в том, что представленные в ней математические задачи на фольклорном, историческом и краеведческом материале могут использоваться как средство учебно-познавательной деятельности по овладению математическими знаниями. При таком подходе усвоение предметного содержания происходит в единстве с творческой деятельностью по извлечению научной информации в ходе целенаправленного интеллектуального труда по составлению и решению творческих задач, накопленных в истории родного народа.

На наш взгляд, именно такой подход к методике обучения математике, как результату совместного творчества учителя и ученика, формирует основы интеллектуального труда – способность выполнять теоретические исследования в области изучения математики, составлять широкий круг творческих математических задач.

Мы надеемся, что читатели книги [5] примут участие в творческом процессе составления оригинальных математических задач на основе специфики национального достояния своего народа. Приведём слова академика *Г.Н. Волкова*: «Мудрость народов, мудрый образ их мудрой жизни и культура вечного фольклора – незаменимое средство

воспитания подрастающих поколений и, быть может, перевоспитания и самовоспитания взрослых» (Г.Н. Волков. Этнопедагогическая пансофия. С. 573)

Материал, предложенный в монографии очень разнообразен, Особое место в сборнике занимают задачи с историческим содержанием. Использование местного исторического материала в учебных целях обостряет внимание учащихся к фактам и явлениям действительности, помогает выработке собственных убеждений. Историческое прошлое как бы приближается к сознанию учащихся, становится для них реальной действительностью, заставляет детей более внимательно относиться к тому, что их окружает.

Для иллюстрации приведем несколько задач из книги [5] (номера задач соответствуют нумерации этих задач в монографии).

#### **Краеведческие математические задачи Астраханской области**

**Задача № 49.** Численность постоянного населения Астраханской области по состоянию на 01.01.2005 составляла 998,2 тыс. человек. Это представители более чем 150 национальностей и народностей, в том числе: 72% – русские, 12% – казахи, 7% – татары, 9% – другие национальности. Сколько человек составляет русские? Казахи? Татары? Другие национальности?

**Задача № 97.** Некоторые виды уток во время линьки укрываются под листьями лотоса.

а) Каков диаметр листьев лотоса, если длина крыла утки 30 см, а ширина спинки утки 20 см во время размаха крыльев?

б) Каков диаметр цветка лотоса, если он составляет 37,5% от диаметра листа лотоса?

в) Семена лотоса прорастают через 100 и 200 лет. Сколько семян можно получить от одного стебля через 200 лет, если плод-кубышка содержит 15-20 орехов и каждый орех прорастёт через 100 лет?

**Задача № 98.** Сайгак – самый древний представитель фауны в Астраханской области. Он - современник мамонта. В 1970 году численность животных удалось восстановить до 700 тыс. особей. В настоящее время численность сайгаков уменьшилась на 98%. Определите численность сайгаков в настоящее время.

#### **Краеведческие математические задачи г. Архангельска**

Очень интересны задачи, разработанные учителем математики МОУ «СОШ № 50» г. Архангельска Ермолиной Т. Ю. в материале «Краеведческие математические задачи г. Архангельска. Автор предлагает использовать в математике краеведческие знания. Он формирует задачи по трём возрастным группам : дидактические материалы по математике для 5-6 классов, 7-9 классов и 10-11 классов. Приведем примеры задач. Здесь также сохраняется нумерация задач в авторском варианте.

**1.7.** За 150 лет на архангельских судовой верфях построено 576 судов различного типа:  $\frac{1}{18}$  судов в самом Архангельске,  $\frac{3}{34}$  остатка в Маймаксе. Остальные на Соломбальской верфи. Сколько судов построено на Соломбальской верфи?

Примечание. Маймакс и Соломбаль – это острова в устье реки Двина.

**2.6.** Во время визита царя Петра I в Архангельск со стапелей Соломбальской верфи был торжественно спущен на воду первенец русского коммерческого флота – корабль «Святой Павел». Найти количество пушек  $n$  на этом корабле, для этого найдите ординату  $n$  точки пересечения оси ординат с графиком функции  $y = 6x + \frac{48}{x+2}$ .

#### **Краеведческие математические задачи г. Алатыря (Чувашская Республика)**

**Задача 2.** Свято-Троицкий мужской монастырь в Алатыре входит в книгу рекордов России за счет самой высокой колокольни, выполненной как бетонный монолит высотой 81,6

метров. Если забраться на самый верх колокольни и бросить камень, то сколько времени будет лететь камень до земли? Сопротивлением воздуха пренебречь.

**Задача 5.** Официальной датой основания города Алатырь считается 1552 год. Образуйте из цифр числа 1552 все двухзначные числа. Найдите их сумму. Каждая цифра учитывается столько раз, сколько она входит в заданное число

#### **Татарские математические задачи**

У татарского народа важным средством обучения детей различным приемам вычислений и операций над числами были арифметические задачи, выраженные через загадки, пословицы и поговорки. Такие задачи пользовались большой популярностью среди народа и находили широкое отражение в школьных учебных пособиях в начале прошлого столетия. Такие задачи представлены профессором Шакировой Л.Р. (г. Казань).

1) Две матери, две дочери да бабушка со внучкой. Сколько всего человек?

2) Дважды восемь, девять, еще восемь, двенадцать. Сколько будет?.

3) Задача на деление наследства. Придя к халифу Али (один из четырех последователей Мухаммада. – В.Б.) одна женщина сказала: «Ай, амир, умер один мой родственник, оставил 600 динаров (динар – золотая монета – В.Б.) . Мне дали из них один динар». Али, по мере своих способностей, поняв задачу, у этой женщины спросил: «У умершего человека мать имеется?» «Мать имеется», – сказала она. «Еще муж (или) жена имеется? – спросил он. «Такая женщина есть», – ответила. Еще спросил он: «Две дочери имеются?» Женщина отвечала: «Да и две дочери имеются». Али снова спросил: «Двенадцать родственников из мужчин имеется?» Женщина ответила: «Да, есть». Затем снова халиф Али обратился к женщине: «Правильно, тебе приходится из них один динар», – сказал он. Был ли прав Али? Проверьте.

#### **Чувашская фольклорная (народная) задача**

**Задача 4.** Поп с попадьей и работником отправились в соседнюю деревню. По дороге нашли кошелек. В нем оказалось много золотых денег, сколько – нельзя было точно сказать. Но, так как монеты были сложены десятками, то нетрудно было установить, что монет было больше ста, хотя и не было двухсот. Поп начал делить находку: сначала взял себе, потом дал жене, в последнюю очередь – работнику. Когда кончил делить, остаток попытался взять себе. Но это заметила попадьня и начала делить сама. В конце дележа опять из-за последней монеты вышел спор.

«Я – то сумею правильно разделить» – сказал работник и начал дележ. «Эта монета мне, а эта – тебе», – сказал он попу. Затем попадьня: «Эта монета тебе, а эта мне» Так разделил все без остатка. Такой дележ всем понравился. Особенно радовался работник. Почему? По сколько монет досталось каждому? (Записана в 1948 году в Больших Яльчиках у Т.Я.Большакова, 1871 года рождения).

#### **Математическая задача адыгов**

**Задача** (*О разделе имущества*) После смерти отца, у двух братьев осталось имущество, которое они хотели разделить. В частности, они хотели разделить отару овец. Но овцы все были разными и братья не могли прийти к справедливому делению. Тогда они обратились к старейшине. Он посоветовал им продать овец и разделить выручку. Братья продали овец по цене, равной количеству овец. Затем стали делить деньги. Старший брат взял 10 рублей и отдал младшему 10 рублей, затем опять себе взял 10 рублей и младшему дал 10 рублей. Так продолжалось до тех пор, пока не оказалось, что старший, взяв себе 10 рублей, не смог дать столько же младшему, так как осталось денег меньше 10 рублей. Тогда он вытащил кинжал и отдал его брату. Сколько стоил кинжал?

#### **Бурятская (монгольская) математическая задача**

**Задача.** У старца Ерэнтэя было 99 детей, от каждого из 99 - по 90 внуков, от каждого из 90 внуков было 9 правнуков, от каждого из 9 правнуков было по 3 праправнука, от каждого из 3 праправнуков было по 2 прапраправнука, от каждого из 2 прапраправнуков – по 1 прапрапраправнука. Сколько всего потомков у старца Ерэнтэя?

#### **Якутские задачи на фольклорном материале**

### **Задача 1.** (Расчеты старика Омоллоона)

Наконец-то наступило долгожданное лето. Выдалось оно богатое на урожай и сено. Омоллоон был человеком открытой души, веселым, задорным, не прочь был похвастаться силой. Измерял с помощью палки длиной в сажень каждое скошенное угодье и все замеры держал в уме. Он точь-в-точь вычислял, кто сколько наработал. Точность расчетов необразованного старика, который не умел даже писать, удивляла всех.

В один прекрасный день внук Айаал решил проверить эһээ (дедушку) Омоллоон. Скосив свое угодье формы сандалы (круглого стола), думая, что перехитрил старика, подмигнул ему. Омоллоон действительно призадумался, но виду не подал. Немного постояв в тени тальника, он проткнул по четырем сторонам скошенного луга палки, измерил расстояние от одной палки до другой. Оно равнялось 70 метрам. Затем сказал Айаалу: «Ты скосил 74 сотых земли». Определите, насколько верны расчеты эһээ Омоллоон.

**Задача 2.** Старик Маппый, приоткрыв тяжелую дверь балагана, вышел во двор, и ступая осторожно, прошелся по молодой травке. Закинув на плечи посуду из бересты-тымтай и с помощью махалки-дэйбиир, защищаясь от комаров, скрылся по тропинке в густом лесу. А осина, береза, ива, махая своими ветвями, остались позади. Кукушка кукует, запах хвои волнует душу, поднимает настроение пожилого человека – природа просто прекрасна! Прошло немного времени, и Маппый вышел к ручью. Сбросив с плеч тымтай, заходит в воду и вытаскивает вершу, лоснящуюся рыбой, и звук удара их хвостов, журчание воды сквозь вершу звучит словно музыка, радуя сердце рыбака. Маппый вывалил рыбу из верши в тымтай и бросил вершу обратно в ручей. Затем вытерев платком пот со лба, пошел домой, а берестяная посуда-тымтай, накрытая травой так сладко щекотала его шею. Дома рыбак сортировал свой улов и отметил, что он выловил 30 % чевака, 35 % карасей, 25 % окуней и остальные 8 щук. Сколько штук чевака, карасей и окуня поймал старик Маппый? Вычислите.

На наш взгляд, интересным и перспективным является учебное пособие Устьянцевой В.Н. . к. п. н., доцента кафедры теории и методики обучения математике и информатике ФГБОУ ВПО «Волгоградский социально-педагогический университет», учитель математики ГКОУ «Волгоградский лицей (областная экспериментальная мужская средняя школа-интернат педагогического профиля)» [7].

Сборник содержит 70 сюжетных задач с математической фабулой. В основу сюжетов задач положены реальные события, факты, статистика Сталинградской битвы 1942-1943 гг. Он предназначен для учащихся 6-11 классов и может быть использован на уроках в школах или на математических кружках, а так же студентами педагогических вузов и ссузов на занятиях по элементарной математике. Вот задача из этого сборника:

**Задача № 22.** Войтаник Тимофей Алексеевич, кап., зам. командира эскадрильи 440-го истребительного авиаполка 8-й Воздушной Армии, 4 августа 1942 г. совершил подвиг. На подступах к Сталинграду во главе четверки вступил в воздушный бой против 6 вражеских истребителей. В одной из атак, оказавшись в окружении нескольких истребителей противника, пошел в лобовую атаку. Самолеты столкнулись и развалились в воздухе. Т. Войтаник при столкновении был выброшен из самолета через открытый колпак кабины на высоте 3500 м., сумел раскрыть парашют и благополучно приземлиться. Таран вызвал замешательство в группе противника, благодаря чему наши бойцы сбили еще 3 самолета. Т. Войтаник награжден орденами и медалями Советского Союза. Уволился в запас в 1947 г.

1) Найдите процент сбитых самолетов противника нашими бойцами (округлить до десятых) в описанной атаке.

2) Найдите возраст Т. Войтаника, в котором он совершил подвиг, если известно, что уволился в запас он в 35 лет.

2) Сколько минут понадобилось летчику, чтобы спуститься с парашютом на землю, если известно, что скорость, с которой он спускался, равна 8 м/с (сопротивлением воздуха пренебречь)?

Есть еще опыт работы педагогического кружка под руководством к.п.н., доцента М.Д.Терентьевой по формированию этнокоммуникативной компетентности будущих учителей математики в ФГАОУ ВПО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова» (г. Якутск).

Работа кружка призвана обеспечить реализацию целенаправленного, непрерывного педагогического процесса приобщения студентов к культуре своего и других народов в рамках основной образовательной программы и внеаудиторного времени.

Целью данного кружка является обеспечение условий способствующих профессионально-творческому саморазвитию студентов. Деятельность студентов в кружке разделена на два направления: 1) перевод задач с русского языка на якутский; 2) составление собственных математических задач на основе специфики национального достояния своего народа (задачи на фольклорном и краеведческом материале). При отборе местного краеведческого материала для задач студенты руководствуются следующими положениями: тесная связь местных сведений с изучаемым материалом по математике; доступность его для понимания учащихся; определенное время на изучение местного материала; особенности этнической культуры, народных традиций, традиционного уклада жизни общества и семьи, особенности этнического многообразия мира; межпредметные связи математики с курсами биологии, географии, химии, физики и истории; значимость предлагаемого материала для активизации интереса учащихся; содействие экологическому воспитанию и формированию научного мировоззрения учащихся; отражение основных направлений научно-технического прогресса и главных перспектив развития района, области, края, республики, страны.

Хочется выразить пожелание: увидеть этноматематические (исторические, краеведческие) задачи различных народов Мира и их использование как в школе, так и в вузе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Аммосова Н.В., Аристова Т.А., Аристова Т.В., Тагирова Е.В., Логинова М.Н., Муравьева Е.А. Изучение родного края в курсе математики 5-6 классов: Сборник задач по математике на краеведческом материале Астрахани и Астраханской области. — Астрахань: Изд-во АИПКП, 2009. — 44 с.
  2. Беркутов В.М. Из истории математического образования в Татарстане. – Казань: Магариф, 2003. – 191 с.
  3. Мерлина Н.И., Яковлева М.В. История математики: Счет и фольклорные математические задачи чувашей: Учеб. пособие для учащихся 5-11 классов. Чебоксары: Изд-во «Руссика», 2003.– 64 с.
  4. Петрова А.И., Чиканцева Н.И., Томский Г.В. и др. Сборник задач по методике преподавания математики на фольклорном и краеведческом материале Якутии: учебное пособие/ Под.ред. А.И. Петровой, Якутск: Издательско-полиграфический комплекс СВФУ, 2011.– 66 с.
  5. Мерлина Н.И., Мерлин А.В. Карташова С.А. и др. Фольклорные и краеведческие математические задачи народов России: / под общ. ред. доктора педагогических наук, проф. Н.И. Мерлиной. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2012.– 290 с.
  6. Дугаржапова Л.Д. Математика монгольских народов в школе. – Улаанбаатар, 2008.
  7. Устьянцева В.Н. Сталинградская битва в текстовых задачах: сборник задач по математике – Волгоград : Царицын, 2012. – 48 с.
-

# РАЗРАБОТКА ИГРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКОГО ВУЗА

Прокофьева С. И.

*Санкт-Петербургский Государственный Архитектурно-Строительный Университет  
Адрес: Санкт-Петербург, 2-ая Красноармейская ул., д.4, каф. математики, тел. 316-49-30, e-mail  
[svetlanaprokof@yandex.ru](mailto:svetlanaprokof@yandex.ru)*

Abstract. In her essay the author offers a new form of teaching mathematics to the first- and second-year students of technical universities. It refers to the game-based method used as a learning tool for teaching some of the topics in mathematics.

Кроме традиционных форм обучения математике, таких, как лекции и практические занятия, возможны и другие формы обучения. Это, например, учебные деловые игры, командные соревнования в группах, между группами, олимпиады. Лучше, если в таких мероприятиях будет участвовать не только преподаватель математики, но и специалисты по профильным предметам. Этим будет обеспечиваться профессионально ориентированная подготовка студентов. Математика должна стать звеном, связывающим фундаментальные дисциплины с профилирующими.

Об организации и проведении учебных деловых игр, бизнес - тренингах написано уже достаточно много. В основном, эта литература посвящена проблемам психологии и педагогики [1], [2], экономики [3], менеджмента [4], рекламному делу. Учебные игры по математике рассматривались не часто [5].

Учебные деловые игры по математическим темам могут помочь решить следующие проблемы:

- отсутствие у студентов навыков ведения дискуссии, умения защищать и обосновывать свое решение;
- неумение выступать перед аудиторией или хотя бы перед своими одноклассниками;
- отсутствие у студентов перспектив применения той или иной математической темы в своей будущей профессии, отсутствие мотивации изучения математики.

Но организация и проведение даже одной учебной деловой игры требует очень тщательной подготовки со стороны организаторов. Эту подготовку можно разделить на несколько этапов:

1. Студентам объявляется тема, ставится цель игры или соревнования. Составляется список вопросов и примерных проблем-задач, которые могут встать перед участниками. Этот список лучше раздать недели за две до игры.
2. Разделить участников на команды. Внутри команд выбрать капитана, человека, который пользуется авторитетом и сможет объективно оценить вклад каждого участника в игру и озвучить это при всех при подведении итогов.
3. Подготовка материально-технической базы любой игры – это самая болезненная тема в этой методике. Могут потребоваться компьютер, проектор, карты памяти, ватманы, канцелярские товары, микрофоны и даже видекамера, на которую хорошо бы записать игру, чтобы потом проанализировать ход и результаты игры, учесть ошибки, промахи.
4. Написать сценарий и составить задачи для решения во время игры, конечно, должны преподаватели. Удачный сценарий – это залог успеха в освоении математической темы.



5. На игру можно пригласить гостей. Это очень хороший стимул для студентов (наряду с записью на видеокамеру). Будут лучше готовиться, чтобы быть не хуже других.

Формы учебных деловых игр по математике так же, как и по другим наукам, могут быть разнообразными. О них много написано. По математике игру можно проводить внутри группы прямо на практическом занятии. В этом случае вся организация ложится на преподавателя. Если же это игра между группами, например, экономического факультета, то нужны помощники. В СПбГАСУ 8 групп студентов - экономистов первого курса. Для организации учебной деловой игры между ними помощникам-студентам или аспирантам нужны дополнительные стимулы, например, в виде внутривузовского гранта, или премии, или повышенной стипендии.

В конце игры важно обсудить результаты. Пусть сами участники выскажутся, чему они научились, как усвоили тему и что им понравилось.

Для преподавателя существенным моментом является оценка эффективности проведенного мероприятия. После игры необходимо провести контрольную работу или тестирование на изученную тему и сравнить результаты в группах, участвовавших и не участвовавших в игре.

В заключении приведем первичные примеры разработок сценариев деловых игр для студентов СПбГАСУ.

Пример 1. На тему “Определенный интеграл” можно как всегда решать задачу о вычислении объема тела вращения какой-нибудь плоской фигуры вокруг оси или вычислять длину дуги плоской кривой. Но можно и поиграть на эту тему. Для студентов по специальности “Техника безопасности” во время игры можно вопрос поставить иначе:

Безопасно ли поставить на балку (перекрытие) гранитную вазу, имеющую форму параболоида вращения, с основанием в виде половинки эллипсоида вращения заданного размера. Известно, что балка выдерживает определенную нагрузку, плотность гранита известна. А если ответ отрицательный, то какого максимального размера ваза может быть, если клиенту очень хочется вазу.

Студентам строительной специальности формулировать задачи в игре можно на их профессиональном языке:

Хозяин хочет покрыть башню своего коттеджа золотом, но не знает, хватит ли ему денег. Двум своим мастерам (командам) он дает задание посчитать 4 варианта стоимости покрытия:

- 1) на цилиндрическую башню водрузить коническое навершие;
- 2) на башню в виде прямого параллелепипеда поставить навершие в форме параболического цилиндра с горизонтальной направляющей;
- 3) на башню в виде прямого параллелепипеда поставить навершие в форме эллиптического цилиндра с горизонтальной направляющей;
- 4) на цилиндрическую башню поместить половинку сферы.

Известна высота нижней части башни, а высоту навершия можно менять. Студенты должны рассмотреть в этом задании связь с темой о приложениях определенного интеграла, дать математическую формулировку задачи, написать определенный интеграл и взять его. Хорошо бы дать ответ хозяину.

В докладе автор собирается привести и другие примеры, связанные с теорией игр для студентов экономической специальности.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Цзен И.В., Пахомов Ю.В. Психотренинг: игры и упражнения. М.: Класс, 2001.
2. Чуракова Р.Г. Моделирование педагогических ситуаций в ролевых играх. М.: Творческая педагогика, 1991.

3. Плешакова М.В., Чигиринская Н.В., Шаховская Л.С. Деловые игры в экономике: методология и практика: учеб. пособие. М.: КНОРУС, 2008.
4. Вачугов Д.Д., Кислякова Н.А. Практикум по менеджменту. Деловые игры.- М.: Высшая школа, 1998.
5. Сахарова О.Н. Методика организации деловых игр по математике. files Vestnik-07-2008.

---

## ПРОЕКТ ПРОГРАММЫ ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ ВЫСШЕЙ ТЕХНИЧЕСКОЙ ШКОЛЫ

### **Project the program of professional development of teachers of mathematics of the higher technical school**

Розанова С.А., Кузнецова Т.А

*Московский государственный технический университет радиотехники, электроники и автоматики, Москва,  
Россия*

Rozanova S.A., Kuznetsova T.A.

*Moscow state university of radio engineering, electronics and automatics, Moscow, Russia*

[srozanova@mail.ru](mailto:srozanova@mail.ru) ; [kuzta@yandex.ru](mailto:kuzta@yandex.ru)

Развитие современной системы образования характеризуется переходом к непрерывному образованию, новым пониманием целей и ценностей образования, осознанием необходимости обновления содержания и технологий образования. Реформирование системы образования требует в целом и, прежде всего, совершенствования преподавательского состава высшей школы. В равной степени это касается преподавателей математики высшей технической школы, обсуждение проблемы повышения квалификации которых является темой данного сообщения.

**Целью** повышения квалификации преподавателей математики высшей технической школы является получение дополнительных компетенций, что в конечном итоге ведёт к повышению качества математического образования в вузах. Предлагаемая авторами программа предназначена для преподавателей математических кафедр технических вузов, планирующих повысить свою квалификацию, и позволит

- **повысить свои знания в предметной области в двух направлениях:** углубление математических курсов, преподаваемых в данном вузе; ознакомление с новейшими математическими курсами (фракталы, бифуркации, математика и суперкомпьютеры и др.);
- **познакомиться с новыми технологиями** преподавания математики в вузах (индивидуализация обучения, деловая игра, технология дистанционного обучения и др.);
- **овладеть инструментарием решения профессионально-прикладных задач** по профилям вузов (в инженерии, экономике, биологии, медицине, химии, социологии и т.д.);
- расширить свои возможности **использования готового пакета прикладных программ для решения математических и прикладных задач;**
- **познакомиться с новыми технологиями проверки и оценки** результатов обучения;
- **включить** в свои учебно-методические комплексы (УМК) **мотивационную составляющую;**
- **иметь возможность обсудить** предлагаемые методики и поделиться своим опытом преподавания.

Поскольку предположительно уровень слушателей подготовительных курсов повышения квалификации будет достаточно высок, то рабочая группа НМС по математике Министерства образования и науки РФ по организации проведения

занятий привлекла в качестве лекторов ведущих специалистов в соответствующих областях науки.

Продемонстрируем отдельные фрагменты предлагаемой программы. Она составлена по модульному принципу. В каждом модуле несколько тем, из которых для одной группы предполагается обеспечить рассмотрение нескольких тем так, чтобы общая трудоемкость двухнедельных курсов составила 72 часа. **Особенностями предлагаемой программы** являются: введение нормативного модуля, психолого-педагогического модуля, модуля математического моделирования профессионально-прикладных программ, модуля повышения мотивации к изучению математики. Модуль предметной области представлен по двум направлениям: углубление знаний, новые знания и современные технологии.

## **Примерная программа**

### Модуль 1. Нормативно-правовой модуль

Тема 1. Основные положения концепции государственной политики РФ в области математического образования.

Тема 2. Государственные стандарты 3-го поколения по математике. Примерные программы.

Модуль 2. Психолого-педагогический модуль Сравнительный анализ методик преподавания математики в вузах различного профиля.

Тема 1. Философские и психолого-педагогические аспекты математической культуры в образовании.

Тема 2. «Математика, структура, музыка»

Тема 3. Концепция формирования математической культуры студентов в вузах технического профиля.

Тема 4 Психолого-педагогические основы развития мотивации студентов к изучению математики в технических вузах, механизмы ее повышения.

Тема 5 Сравнительный анализ методик преподавания математики в вузах технического профиля.

### Модуль 3 Модуль предметной области (по выбору 4 темы из 8)

Тема 1. Углубление основ теории вероятностей, математической статистики, случайных процессов.

Тема 2. Углубление основ математической логики и теории алгоритмов

Тема 3 Элементы теории нечетких множеств и нечеткой логики, их приложения.

Тема 4. Углубление основ дискретной математики

Тема 5 Некорректно поставленные задачи с априорной информацией

Тема 6 Теоретико-вероятностные модели в исследовании инженерно-технических и социально-экономических процессов.

Тема 6 . Геометрия Лобачевского и ее использование в дифференциальных уравнениях.

Тема 7 Фракталы вокруг нас

Тема 8 Элементы теории бифуркаций

### Модуль 4. Модуль современных технологий

Тема 1. Актуальные вопросы суперкомпьютерных технологий.

Тема 2. Фундирование опыта и единство математики в задачах на основе математического моделирования.

### Модуль 5. Контрольно-оценочный модуль

Тема 1. Аналитический обзор существующих Аккредитационных педагогических измерительных материалов (АПИМ).

Тема 2. Балльно-рейтинговая система «за» и «против».

### Модуль 6. Практический модуль

Тема 1. Доклады слушателей по выбору на темы предметного модуля

Тема 2. Доклады слушателей на темы психолого-педагогического модуля.

Тема 3. Доклады слушателей на темы модуля современных технологий.

Тема 4. Круглый стол по актуальным проблемам преподавания математики в высшей технической школе.

### Модуль 7. Итоговая работа по различным темам предыдущих модулей

В 2013 году программа, составленная этими же авторами, была утверждена на заседании НМС по математике. В соответствии с приказом №1098 Министерства образования и науки РФ "Об организации повышения квалификации научно-педагогических работников федеральных государственных образовательных учреждений высшего профессионального образования в 2013 году", эта программа, представленная Российским университетом дружбы народов, получила одобрение Министерства. В апреле того же года на базе РУДН успешно повысили свою квалификацию по предложенной программе преподаватели математики вузов из разных регионов нашей страны.

#### **Расписание занятий на курсах повышения квалификации**

<b>Число День недели</b>	<b>Тема занятия</b>	<b>Лектор</b>	<b>Время занятия (пары)</b>
<b>Вторник 2 апреля</b>	1. Фундирование опыта и единство математики в задачах на основе математического моделирования. (М.4)	<b>1. Проф. Смирнов Е.И.,</b> зав.кафедрой математического анализа ЯГПУ, зам.председателя Регионального (Ярославского) отделения НМС по математике.	<b>1, 2 пары (4 ч)</b>
	2. Основные положения концепции государственной политики РФ в области математического образования. (М.1)	<b>2. Проф. Тихомиров В.М.,</b> зав.кафедрой оптимального управления МГУ, член Президиума НМС по математике	<b>3 пара (2 ч)</b>
	3. Закон об образовании РФ. Государственные стандарты 3-го поколения по математике. (М.1)	<b>3. Проф. Сенашенко В.С.,</b> РУДН (каф. ЮНЕСКО сравнительной образовательной политики), член НМС по математике	<b>4 пара (2 ч)</b>
			<b>Итого 8 ч.</b>
<b>Среда 3 апреля</b>	<b>1. Фракталы вокруг нас. (М.3)</b>	<b>1. Проф. Секованов В.С.</b> зав.кафедрой прикладной математики и информационных	<b>1, 2 пары (4 ч)</b>

	<p>2. Геометрия Лобачевского и ее использование в дифференциальных уравнениях. (М.3,4)</p> <p>3. Элементы теории бифуркаций. (М.3)</p>	<p>технологий КГУ им. Н.А. Некрасова.</p> <p>2. <b>Проф. Попов А.Г.</b> МГУ, кафедра высшей математики физ-фака МГУ, член НМС по математике</p> <p>3. <b>Проф. Галахов Е.И.</b>, РУДН, кафедра математического анализа</p>	<p><b>3 пара (2 ч)</b></p> <p><b>4 пара (2 ч)</b></p> <p><b>Итого 8 ч.</b></p>
<b>Четверг 4 апреля</b>	<p>1. Теория измерений. Анализ данных. (М.3)</p> <p>2. Фракталы вокруг нас. (М.3)</p>	<p>1. <b>Проф. Самыловский А.И.</b>, МГУ, член НМС по математике, председатель секции</p> <p>2. <b>Проф. Секованов В.С.</b>, зав.кафедрой КГУ</p>	<p><b>1, 2 пара (4 ч)</b></p> <p><b>3, 4 пара (4 ч)</b></p> <p><b>Итого 8 ч</b></p>
<b>Пятница 5 апреля</b>	<p>1. Фракталы вокруг нас. (М.3)</p> <p>2 Теоретико-вероятностные модели в исследовании социально-экономических процессов.(М.3, М.2, тема 3)</p>	<p>1. <b>Проф. Секованов В.С.</b>, зав.кафедрой КГУ</p> <p>2.<b>Проф. Самыловский А.И.</b>, МГУ</p>	<p><b>1, 2 пара (4 ч)</b></p> <p><b>3, 4 пара (4 ч)</b></p> <p><b>Итого 8 ч</b></p>
<b>Суббота 6 апреля</b>	<p>1. Математика, компьютеры и суперкомпьютеры (М.4)</p>	<b>Проф. Воеводин В.В.</b> , член-корр. РАН, зам.директора ВЦ МГУ, член НМС	<p><b>с 10 до 13 ч. (4 ч)</b></p> <p><b>Итого 4 ч</b></p>
<b>Понедельник 8 апреля</b>	<p>1. Фундирование опыта и единство математики в задачах на основе математического моделирования.(М.4, М.2)</p> <p>2. Некорректные задачи с априорной информацией (М.3)</p>	<p>1.<b>Проф. Смирнов Е.И.</b>, зав. кафедрой ЯГПУ, член НМС</p> <p>2.<b>Проф. Ягола А.Г.</b>, МГУ, зам. Председателя НМС по математике</p>	<p><b>1, 2 пара (4 ч)</b></p> <p><b>3, 4 пара (4 ч)</b></p> <p><b>Итого 8 ч</b></p>
<b>Вторник 9 апреля</b>	<p>1. Аналитический обзор существующих АПИМ (М.5)</p> <p>2. Специфика бально-рейтинговой системы проверки знаний. Цели,</p>	<p>1. <b>Киселева В.П.</b> ген. директор НИИ мониторинга качества образования</p> <p>2.<b>Проф. Санина Е.И.</b>, каф. высшей математики РУДН</p>	<p><b>1, 2 пара (4 ч)</b></p> <p><b>3, 4 пара (4 ч)</b></p>

	форма, результативность (М.5)		<b>Итого 8 ч</b>
<b>Среда 10 апреля</b>	1. Методы решения профессионально-прикладных задач по профилям вузов с помощью ИКТ (применение пакетов типа MathCAD, MathLAB, Mathematica, Statistica и др.) (М.4) 2. Практика применения нового федерального закона "Об образовании": основные изменения в нормативно-правовых документах вуза(М.1) 3. Математика, структура, музыка (М.2)	<b>1.Проф. Кириллов А.И.,</b> МЭИ, начальник управления конкурсных проектов по математике, механике и информатике, член президиума НМС  3. <b>Проректор ДПО РУДН А.В. Должикова</b>  4. <b>Доц. Ржевский В.В.,</b> МГУ, член НМС	<b>1, 2 пара (4 ч)</b>  <b>3 пара (2ч)</b>  <b>4 пара (2 ч)</b>  <b>Итого 8 ч</b>
<b>Четверг 11 апреля</b>	1. Математика, структура, музыка (М.2)  2. Математические модели финансового анализа (М.3, тема 5)	<b>1.Доц. Ржевский В.В.,</b> МГУ, член НМС  <b>2. Самыловский А.И.,</b> проф. МГУ, член НМС	<b>1, 2 пара (4ч)</b>  <b>3, 4 пара (4 ч)</b>  <b>Итого 8 ч</b>
<b>Пятница 12 апреля</b>	1. Практика применения нового федерального закона "Об образовании": основные изменения в нормативно-правовых документах вуза (М1)  2. Круглый стол по актуальным проблемам математики и математического образования.  3. Оценка итоговых работ	5. <b>1. Проректор ДПО РУДН А.В. Должикова</b>  <b>2. Профессора РУДН:</b> Скубачевский А.Л., Сенашенко В.С., Розанова С.А. (рук.прогр. РУДН, уч.секретарь НМС) <b>3. Вручение сертификатов.</b>	<b>10 - 11.30</b>  <b>12 – 13.30</b>  <b>Итого 4 ч</b>

**Итого: 72 часа**

Занятия по этой программе проводили специалисты высокого уровня. Например, Тема 1. *Основные положения концепции государственной политики РФ в области математического образования*

Профессор Тихомиров В.М. *зав. кафедрой оптимального управления МГУ*, рассматривая «*Концепцию развития математического образования в Российской Федерации на основе аналитических данных о состоянии математического образования на различных уровнях образования*», предложил обсудить следующие вопросы:

- О роли математики для личности, государства и всего человечества.
- О мотивировке важности математического образования.

- О единстве математики и единстве преподавания её на всех уровнях (школа, технический, естественнонаучный и экономический институт, университет).
- О тех изменениях, которые разумны и неизбежны в математическом образовании на всех уровнях.

## Тема 2. Государственные стандарты 3-го поколения по математике. Примерные программы. Необходимость и реальность.

*Профессор РУДН Василий Савельевич Сенашенко* проинформировал слушателей о том, что в 2009г. НМС по математике опубликовал «Сборник программ математических дисциплин цикла МиЕН ФГОС ВПО третьего поколения. Настоящий сборник комплектов программ математических дисциплин предназначен для включения в цикл математических и естественнонаучных дисциплин (М и ЕН) Федерального государственного образовательного стандарта (ФГОС) высшего профессионального образования (ВПО) 3-его поколения. Разработка программ осуществлялась членами Научно методического совета (НМС) по математике при Министерстве образования РФ на основе многолетнего опыта реализации Основных образовательных программ (ООП) подготовки специалистов в ведущих вузах Москвы, Петербурга и других регионов РФ. Предлагаемые программы неоднократно обсуждались на заседаниях (в том числе выездных) НМС по математике, а структура основных дидактических единиц систематически апробировалась в учебных курсах математических дисциплин государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования 2-го поколения. Сборник примерных программ был разослан Министерством по вузам страны и, по откликам, оказал существенную помощь заведующим математическими кафедрами при составлении учебных планов и программ

В настоящее время НМС по математике готовит к изданию комплект программ математических дисциплин для магистров, исходя из важнейших дидактических принципов:

- Непрерывности математического образования;
- Оптимального сочетания фундаментальности и прикладной направленности математического образования в техническом вузе и необходимости формирования математической культуры студентов вузов;
- математическое образование, полученное бакалаврами, должно быть продолжено, углублено и приближено к основной профессии магистра.

### Тема 2.(модуль 2) «Математика, структура, музыка»

*Доцент МГУ В.В.Ржевский* познакомил слушателей с некоторыми предпосылками использования математических идей в музыке:

1. Язык ли музыка? Коммуникативные системы; 2. Симметрия и ее нарушения. Динамика неоднозначного; 3. Соприкосновение культур: математика и музыка; 4. Интуиция, логика и процессы в структурах математики и музыки; 4. Музыкальный смысл и эстетические аспекты математики; 5. Ценность математики и музыки.

Во всех разделах курса изложение лектора строилось на примерах, подчеркивающих равноправный диалог двух культур, математики и музыки, настаивая на бережном сохранении глубинных различий между гуманитарной и точной дисциплинами.

### Тема 5 (модуль 3) *Теоретико-вероятностные модели в исследовании социально-экономических процессов.*

*Профессор МГУ Александр Иванович Самыловский* в рамках этого курса рассмотрел следующие вопросы:

Качественные первичные данные и экспертное оценивание. Измерение и шкалирование.

Модели и методы сравнительного шкалирования. Модели и методы несравнительного шкалирования. Модели и методы многомерного шкалирования. Модели и методы исследования качества измерительных инструментов. Модели и методы анализа данных в таблицах сопряженности. Модели и методы дисперсионного анализа данных. Модели и

методы регрессионного анализа данных. Модели и методы корреляционного анализа данных. Модели и методы главных компонент и факторного анализа. Некоторые специальные модели и методы анализа данных.

Прикладные социологические задачи, проверяемые статистические гипотезы и математические модели анализа. Примеры проведения анализа в социологическом и в политологическом исследованиях.

*Тема 1. (модуль 4) Актуальные вопросы суперкомпьютерных технологий.*

*Зав. кафедрой ВМК МГУ, член-корр. РАН Владимир Валентинович Воеводин прочитал увлекательный курс, освещающий вопросы:*

Суперкомпьютерное образование – зачем?

Почему изменения в образовании крайне важны именно сейчас?

Бакалавр – 4 года, магистр – 2 года, 2012 + 6 лет обучения = 2018 г.,

Если начнем сейчас, то к 2018 году появятся первые выпускники, владеющие

параллельными вычислениями. Компьютерный мир 2018 года – что это?

*Тема 2. (модуль 4) Фундирование опыта и единство математики в задачах на основе математического моделирования.*

*Профессор ЯрГПУ Евгений Иванович Смирнов*

В настоящий период усиливается роль математики как средства гуманизации образования и социализации личности в современном обществе. Более того, математика все больше рассматривается как гуманитарная (общекультурная), а не только как естественнонаучная дисциплина. Продуктивность мышления и восприятия, развитие предметной речи, логическая полноценность аргументации, развитие умственных способностей могут быть реальным результатом математического образования при условии его разумной организации.

Литература

1. С.А. Розанова, Т.А. Кузнецова и др. Сборник примерных программ математических дисциплин цикла МиЕН Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования третьего поколения. Москва, РУДН, 2009, с. 1-166.

2. С.А. Розанова, Т.А. Кузнецова О программе повышения квалификации преподавателей математики высшей школы. Тезисы Четвертой международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения члена-корреспондента РАН, академика Европейской академии наук Л.Д. Кудрявцева. Москва, РУДН, 24-29 марта 2013, с. 596-597.

“Работа выполнена при поддержке РГНФ, проект №14-26-20004”

---



# О ПРОБЛЕМЕ РАЗВИТИЯ МОТИВАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ

Тестов В. А.

*Вологодский государственный педагогический университет  
e-mail: vladafan@inbox.ru*

Abstract. The role of mathematics education in the society is extremely high. Russian government has adopted the concept of development of mathematical education in our country. Its authors have identified as the main problem in mathematical education low motivation of pupils and students to study mathematics. The article highlights some of the approaches to solving this problem.

Роль математического образования в обществе исключительно велика. Эта роль определяется значением математики и как элемента современной культуры и как средства развития интеллектуальных качеств подрастающего поколения и как основы конкурентоспособности России в XXI веке, необходимого элемента безопасности страны. Математическое образование является одной из немногих стержневых составляющих воспитания, является рычагом, который в добрых и умных руках педагога многое «переворачивает» и формирует в юном сознании, позволяя лучше ориентироваться в современном нестабильном мире.

Эта роль математического образования осознана руководством России и поэтому правительством принята концепция развития математического образования. Согласно этой концепции для каждого ребенка должен индивидуально проектироваться его «коридор ближайшего развития». Понятие «ребенок, не способный к математике» должно исчезнуть из лексикона учителей, родителей, школьников и общества.

Авторы концепции выделили в качестве основной проблемы математического образования низкую мотивацию школьников и студентов, что связано с недооценкой математического образования и перегруженностью программ техническими элементами и устаревшим содержанием. Исследования отношения учащихся к изучению математики показывают, что факторами, оказывающими отрицательное воздействие, являются следующие:

- а) необходимость решения большого количества задач со сложными выкладками (70% учеников);
- б) скучность, неэмоциональность предмета (65%);
- в) необходимость постоянной опоры на прошлый опыт (60%);
- с) большое количество непонятных терминов, символов, определений, которые необходимо запомнить (65%).

Наиболее часто нелюбовь к математике проявляется при изучении такого раздела как тригонометрия, особенно при изучении обратных тригонометрических функций.

С проблемой мотивации тесно связана проблема содержания математического образования, которое продолжает устаревать и остается формальным и оторванным от жизни.

Психологические исследования В.А. Крутецкого выявили феномен предметной избирательности мотивации по отношению к математической деятельности. Необходимость учета специфики предметного содержания при внедрении тех или иных педагогических технологий подчеркивалась многими известными методистами. В частности, А.А. Столяр указывал, что вызвать интерес к предмету, очевидно, нельзя без учета специфики предмета, и эта педагогическая проблема решается по-разному для различных учебных предметов.

Таким образом, основной педагогической проблемой при изучении математики в общеобразовательной школе становится развитие учебной мотивации. Многие исследователи в качестве ведущего мотива учебно-познавательной деятельности выделяют познавательный интерес. Согласно концепции, в основной школе интерес к математике

должен поддерживаться многообразием ее приложений, компьютерными инструментами и моделями.

Тем самым проблема развития интереса к изучению математики тесно увязывается с оптимальным решением проблемы содержания образования. Целостность содержания обучения достигается лишь при динамическом балансе всех компонент триады: фундаментальности, гуманистической ориентации и практической (прикладной, профессиональной) направленности. В истории образования имелись попытки нарушения баланса между этими тремя компонентами, в частности попытки положить в основу обучения практику. Однако все они заканчивались неудачей, ибо становилось очевидным разрушение в этом случае фундаментальности обучения.

Фундаментализация образования и коррекция его содержания в сторону более тесной связи с современной наукой в первую очередь необходима потому, что фундаментальное образование имеет стратегический характер, генерирует отложенные знания. Как раз освоение фундаментальной, принципиальной стороны дела было сильной стороной российского образования. Эта традиция сложилась еще до революции и, к счастью, не была утрачена, хотя сейчас делаются попытки ее разрушить в угоду утилитарному образованию.

Содержательная сторона математического образования должна быть ориентирована не столько на узко понимаемые сегодняшние потребности, сколько на стратегические перспективы, на видение многообразия ее приложений, широкого применения в современном обществе математических моделей. Тем самым ставится задача приближения содержания обучения математике к современной науке. В математике возникли новые важные разделы, требующие своего внедрения, как в вузовскую, так и в школьную программу по математике (теория графов, теория кодирования, фрактальная геометрия, теория хаоса и др.). Эти новые направления в математике обладают большим методологическим, развивающим и прикладным потенциалом. Однако высказанные в печати целым рядом крупных математиков современности пожелания об обновлении школьного курса математики, включения в него новых важных математических идей и освобождении его от некоторых технических и архаичных вопросов вызывают эмоциональные возражения со стороны представителей так называемой «абитуриентской математики» и обвинения в попытке нарушить традиции отечественного математического образования.

В истории образования содержание школьного курса математики неоднократно менялось. Любое изменение всегда было предметом острых дискуссий. Содержание курса математики – очень болезненный и неоднозначный вопрос, взгляды на который у разных ученых, педагогов, учителей могут сильно различаться.

Так высказывается мнение, что школьная математика – это культурно-историческая традиция, она передается из поколения в поколение (классический пример – евклидова геометрия). Традиция – вещь устойчивая, и школа все равно не примет радикальных новшеств. Рано или поздно она вернется к испытанным способам трансляции культурных образцов прошлого. Поэтому, по его мнению, целесообразно никаких реформ не проводить.

С такой точкой зрения нельзя согласиться. Математическая культура, как часть общечеловеческой культуры, все время развивается и накапливается. Разумеется, это необходимо учитывать и в содержании обучения.

Разумеется, надо бережно относиться к традициям. Однако в образовании помимо традиций всегда были, есть и будут инновации и необходимо правильно решить вопрос об их соотношении. Необходимость и неизбежность взаимосвязи инноваций и традиций в развитии педагогических систем вроде бы ни у кого не вызывают сомнений. Но на практике, как правило, сбалансированность этой связи нарушается то в одну, то в другую сторону. Инновации и традиции – это два полюса мира образования. Они оба должны служить ориентирами в развитии педагогической науки и практики.

Отбор содержания должен основываться как на высокой математической культуре, так и на методически обоснованной стратегии, на определенных принципах построения

содержания в соответствии с возрастными особенностями учащихся, с потребностями практики и с потребностями развития самой личности.

Проблема обновления содержания обучения математике всегда была тесно связанной с проблемой школьных учебников. Выступая на 1-м съезде преподавателей математики В.Ф. Каган, в целом поддерживая необходимость реформы содержания школьного образования, призывал делать это с крайней осторожностью, что легче их широкое значение провозглашать, чем действительно осуществлять, поскольку при такой реформе возникает проблема новых учебников.

Как отмечает один из учеников Колмогорова профессор МГУ В.М. Тихомиров, важнейшая задача математического просвещения – возбудить в человеке интерес к самому себе, как к мыслящей личности. Каждый человек должен научиться рассуждать и решать задачи. «Всех» надо обучать на общедоступном и осмысленном материале, чтобы не закрадывалась мысль о заумности и бессодержательности нашего предмета.

К сожалению, такие мысли возникают у многих школьников. Например, они никак не могут понять, почему в век информационных технологий надо строить геометрические фигуры так же, как это делали древние греки, с помощью циркуля и линейки. Гораздо более интересными для них являются задачи из теории графов или из теории кодирования, которые не включены в школьную программу. Поэтому представляется, что целый ряд традиционных разделов школьной математики следует оставить только для учащихся уже имеющих устойчивый интерес к математике и склонных к творчеству и размышлениям.

Проблема обновления содержания обучения математике всегда была тесно связанной с проблемой школьных учебников. По мнению автора одного из школьных учебников проф. А.Г. Мордковича, есть некоторые «мелочи» в изложении школьного курса математики, на которые, как считают многие учителя и даже авторы школьных учебников, можно не обращать внимания. Одной из таких мелочей является выбор места для формального определения сложного математического понятия. Если основная задача учителя – развитие, то следует продумать выбор места и времени (*стратегия*) и этапы постепенного подхода к формальному определению на основе предварительного изучения понятия на более простых уровнях (*тактика*). Таковых уровней в математике можно назвать три: *наглядно-интуитивный*; *рабочий* или *описательный*; *формальный*. Стратегия введения определений сложных понятий базируется на положении о том, что выходить на формальный уровень следует при выполнении двух условий:

1) у учащихся накопился достаточный *опыт* для адекватного восприятия вводимого понятия: *вербальный* – опыт полноценного понимания всех слов в определении; *генетический* – опыт использования понятия на предшествующих уровнях;

2) у учащихся появилась *потребность* в строгом определении понятия.

Одной из самых сложных проблем современного математического образования остается проблема обучения геометрии. Стиль мышления молодежи сегодня за счет постоянного общения в интернете и с масс-медиа – образно-эмоциональный. Мышление школьников и студентов все меньше тяготеет к абстрактным построениям. Традиционные учебники этого не учитывают и только усугубляют проблему с геометрией. В этих условиях особую актуальность приобретают новые подходы к построению школьного курса геометрии, призванные повысить интерес к этому предмету и помогающие сформировать у учащихся пространственное мышление. В частности, особое значение приобретают подход и учебники по геометрии, разрабатываемые В.А. Гусевым на основе концепции «Я в пространстве».

Проблема обновления содержания обучения математике в школе не может быть решена без решения этой проблемы при подготовке учителей. Как показано проф. Е.И. Смирновым, в определении содержания учебных планов подготовки учителя математики определяющую роль должны играть интегративность и фундирование. Концепция фундирования опыта и личностных качеств будущего педагога предполагает развертывание в процессе предметной подготовки студентов таких компонентов, как определение, анализ и

механизмы реализации обобщенного содержания уровней базовых школьных учебных элементов и видов деятельности (знания, умения, навыки, математические методы, идеи, алгоритмы и процедуры, содержательные линии, характеристики личностного опыта); определение, анализ и механизмы реализации содержания уровней и этапов (профессионального, фундаментального и технологического) развертывания базовых вузовских учебных элементов и видов деятельности в направлении «школа-вуз-школа».

На основе этой концепции предлагается углубить теоретическую и практическую составляющие математического образования будущего учителя, изменив содержание и структуру естественнонаучной и методической подготовки в направлении усиления школьного компонента естественнонаучного образования с последующим фундированием знаний и опыта личности на разных уровнях. Начиная со школьного предмета через послойное фундирование его в разных теоретических дисциплинах, объем, содержание и структура предметной подготовки должны претерпеть значительные изменения в направлении практической реализации теоретического обобщения школьного знания по принципу «бумеранга». Школьные знания станут выступать структурообразующим фактором, позволяющим отобрать теоретические знания из предметной области более высокого уровня, через которые происходит фундирование школьного знания.

Новые подходы к определению общепредметного содержания и ключевых компетенций были рассмотрены проф. Н.И. Мерлиной. Такие подходы предполагают, что ученик должен обладать познаниями и опытом деятельности, относящимися к особенностям национальной и общечеловеческой культуры. Внимание должно быть уделено духовно-нравственным основам жизни человека и отдельных народов, культурологическим основам семейных, общественных явлений и традиций, роли науки и религии в жизни человека, их влияния на мир. Использование культуры народов России при изучении каждого школьного предмета, в том числе, математики является одним из средств усиления учебной мотивации.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Математика в современном мире. Материалы Международной научной конференции, посвященной 150-летию Д.А.Граве. г. Вологда, ВГПУ, 7-10 октября 2013 г. Под ред. проф. В.А. Тестова, проф. А.А. Фомина, доц. Г.Н. Шиловой. – Вологда: ООО «Вологодская типография», 2013. – 158 стр.
2. Тестов В.А. Обновление содержания обучения математике: исторические и методологические аспекты: монография. – Вологда, ВГПУ, 2012. – 176 с.

---

### **ЭКСПЕРИМЕНАЛЬНАЯ РАЗРАБОТКА АДАПТИРОВАННОГО УЧЕБНОГО КОМПЛЕКСА ПО ФУНКЦИОНАЛЬНОМУ АНАЛИЗУ ДЛЯ ТЕХНИЧЕСКОГО ВУЗА**

Филимоненкова Н. В.

*Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, Россия, 190005,  
Санкт-Петербург, ул. 2-я Красноармейская, д.4, (812) 316-49-30, [nf33@yandex.ru](mailto:nf33@yandex.ru)*

Abstract. The report focuses on the teaching methods for functional analysis in a technical university. When taught in a technical university the discipline causes certain problems: classical approach would imply the high level of abstractness, remoteness from applications, modest amount of practical (computer) exercises. Striving to resolve the outlined problems the author develops an approach emphasising practical aspect.

Предметом изучения функционального анализа являются в основном пространства функций и их отображения, откуда и происходит название дисциплины. Функциональный анализ как самостоятельный раздел математики сложился в начале прошлого века в результате обобщения конструкций математического анализа, линейной алгебры и геометрии. С тех пор его идеи и методы проникают во все области математики, физики и в прикладные науки на правах мощной обобщающей теории и удобного инструмента исследования конкретных задач.

В техническом вузе курс функционального анализа встречается в учебных планах специальностей «Прикладная математика», «Прикладная математика и информатика». Преподавание курса «Функциональный анализ» для будущих инженеров-математиков сопровождается следующими проблемами. Прикладная направленность и уровень подготовки студентов не позволяют им освоить столь сложную математическую дисциплину с позиций классического подхода, подразумевающего фундаментальность и самодостаточность подачи сугубо теоретического материала. Кроме того, едва ли возможно заинтересовать прагматически настроенного студента одной только идеей обобщения и формализации математических конструкций, расширением базовой теоретической подготовки. С точки зрения студентов-прикладников, математические конструкции и без того слишком абстрактны и оторваны от конкретных рецептов приготовления расчетных схем для ЭВМ, которые им гораздо понятнее и приятнее. Таких студентов можно привлечь к приобретению фундаментальных знаний за счет наглядной демонстрации, что типичная позиция прикладника: «главное – всё работает, не важно почему» – это не очень-то эффективно и профессионально. А для этой демонстрации необходимо приблизить традиционно академический курс к вычислительной практике с привлечением современных компьютерных технологий. Этими проблемами обусловлена актуальность экспериментального научно-методического исследования, направленного на разработку адаптированного учебного комплекса по функциональному анализу для технического вуза.

По мнению автора разработки, в техническом вузе этот курс имеет две главные цели. Первая заключается в освоении языка функционального анализа, который широко используется в современном математическом моделировании. Вторая цель состоит в уяснении прикладной роли функционального анализа: она сводится к аналитическому обоснованию эффективной работы численных методов.

Разработанный учебный комплекс включает конспект лекций и сборник задач. Комплекс предназначен к использованию в учебном процессе специальностей «Прикладная математика», «Прикладная математика и информатика» (квалификация «бакалавр») для методического обеспечения вводного курса функционального анализа, рассчитанного на небольшое количество аудиторных часов (51 – 68) и средний уровень базовой математической подготовки студентов технических вузов.

В предлагаемом комплексе проведена значительная адаптация классического курса функционального анализа к специфике прикладной инженерной специальности. Были поставлены и решены следующие задачи. Во-первых, адаптация материала к уровню подготовки и аналитических способностей студентов. Во-вторых, модернизация курса под использование современных компьютерных технологий (что отражено в первую очередь в сборнике задач). В-третьих, культивация прикладной составляющей дисциплины, которая осуществляется за счет сочетания функционального анализа и вычислительной математики: реализована идея довести абстрактный теоретический факт до числа.

Опишем некоторые особенности учебного комплекса.

Конспект лекций содержит краткие теоретические сведения об основных традиционных модулях функционального анализа: теории сжимающих операторов, теории обобщенных рядов Фурье и теории линейных операторов. Изложение теоретических конструкций и фактов упрощено до элементарного при попытке сохранить классическое качество данной дисциплины. Большинство параграфов снабжены предисловием, указывающим на связь предложенных конструкций с их предтечами из математического

анализа, геометрии или линейной алгебры, а также на некоторые из ярких приложений. Из курса исключены сложные конструкции с чисто академическим значением. В каждом модуле сюжетная линия проходит путь от введения основных понятий до доказательства ключевой теоремы либо теорем, имеющих прямой выход к широко известным вычислительным методам. Эти «выходы», как правило, описаны в последних параграфах модулей и обеспечивают новизну в изложении теории функционального анализа. Для их составления была проанализирована база из нескольких десятков существующих учебников как по функциональному анализу, так и по различным областям вычислительной математики.

Так, первый модуль посвящен метрическим пространствам и сжимающим операторам. Он завершается обзором ситуаций, в которых возможно применение принципа сжимающих операторов и метода простых итераций для приближенного решения уравнений разного типа. Второй модуль представляет теорию обобщенных рядов Фурье в гильбертовом пространстве. Значительное внимание уделено разнообразию ортогональных систем многочленов: Лежандра, Чебышёва, Эрмита, Лагерра. Модуль завершается описанием связи ряда Фурье с задачами аппроксимации и пояснением таких существенных особенностей, как характер сходимости ряда Фурье, различия между рядами Фурье и Тейлора, специфика тригонометрической и полиномиальной аппроксимации. Третий и главный модуль посвящен теории линейных операторов, хотя захватывает и смежные вопросы оптимизации нелинейного функционала. Изложение ориентировано на проблему точного и приближенного решения операторных уравнений. Выделены на первый план вопросы единственности решения (обратимости оператора) и сходимости приближенных методов (непрерывности обратного оператора). Проблема существования решения, наоборот, отведена на второй план, поскольку внимание к доказательству существования более свойственно фундаментальной математике, нежели прикладной. Возможности инструментария, который предоставляет теория линейных операторов, продемонстрированы на двух архетипичных примерах: интегральном операторе Фредгольма и дифференциальном операторе Штурма – Лиувилля. Изложение теории линейных операторов завершается проекционными методами приближенного решения линейных операторных уравнений. Метод наименьших квадратов и метод Галёркина представлены с двух точек зрения: обоснованы с помощью вариационного подхода и интерпретированы как частные случаи проекционного подхода. Кроме того, в третьем модуле есть и другие выходы к вычислительной математике, представленные в разных параграфах.

Наиболее оригинальной частью учебного комплекса является сборник задач. Он включает 58 заданий, 20 вариантов условия в каждом, все задания снабжены образцами решения либо указаниями к решению. Большинство задач являются результатом авторской методической разработки. Преобладают задания вычислительного характера, что соответствует прикладной ориентации курса. Ресурсы абстракции, по природе присущие функциональному анализу, использованы для взгляда сверху на вычислительные задачи с разнообразным конкретным содержанием. В этом заключается отличие данного пособия от большинства существующих задачников, где практикуется уход от конкретного содержания к абстрактным схемам и от вычислений к упражнениям на доказательство.

Все задачи можно разделить на два типа. К первому относится большое количество задач, которые можно выполнить без привлечения электронных средств вычисления. Имеются как простейшие, одношаговые задачи, решение которых сводится к грамотному использованию формулы (например, вычисление нормы данной функции в данном пространстве), так и задания, предполагающие более сложный анализ (например, исследование сходимости конкретной последовательности в данном пространстве, вычисление нормы линейного оператора или построение обратного оператора).

Ко второму типу относятся задания, заведомо рассчитанные на численную реализацию в математических пакетах. Блок таких заданий завершает каждый из изучаемых модулей.

Для первого модуля, посвященного теории сжимающих операторов, имеется широкая подборка уравнений, для которых следует применить принцип сжимающих операторов и в одном из математических пакетов найти приближенное решение методом простых итераций. Представлены конечные уравнения, системы линейных алгебраических уравнений, нелинейные функциональные уравнения общего вида, интегральные уравнения Фредгольма, задача Коши для линейного дифференциального уравнения, сводящаяся к интегральному уравнению Вольтерра. Особое внимание уделяется грамотному использованию априорной и апостериорной оценки числа итераций.

Второй модуль, посвященный теории обобщенных рядов Фурье, завершается задачами на аппроксимацию функции частичной суммой ряда Фурье: по тригонометрической или по одной из полиномиальных систем (Лежандра, Чебышёва, Эрмита, Лаггера) – опять же с реализацией в одном из математических пакетов. Представлены такие виды заданий: найти многочлен наилучшего приближения указанной степени, аппроксимировать функцию частичной суммой ряда Фурье по указанной ортогональной системе, сравнить точность тригонометрической и полиномиальной аппроксимации, сравнить качество аппроксимации с помощью ряда Фурье и ряда Тейлора, восстановить функцию по ее коэффициентам Фурье. Особое внимание уделено понятиям среднеквадратичной и равномерной аппроксимации, а также графической иллюстрации происходящего.

Третий модуль сборника задач нацелен на практическое освоение теории линейных операторов, хотя захватывает и смежную область оптимизации нелинейных функционалов. В этом модуле имеются следующие типы расчетных заданий с реализацией в математических пакетах: решение уравнения в виде ряда Фурье по собственным функциям дифференциального или интегрального оператора, решение интегрального уравнения методом замены ядра на вырожденное, приближенная оптимизация функционала методом Ритца, проекционные методы приближенного решения операторных уравнений (метод наименьших квадратов и метод Галёркина). Особое внимание уделено переходу от частной формулировки задачи к постановке в абстрактной операторной форме и наоборот, а также грамотной оценке точности приближенного результата, графической интерпретации.

Задания, направленные на численную реализацию решений, способствуют формированию прикладной компоненты обучения, повышают мотивацию студентов и содействуют непосредственному освоению основных математических пакетов. В соответствии с заявленной целью изучения курса задачи такого типа предполагают как алгоритмизацию численного метода, так и обоснование его эффективной работы средствами функционального анализа: например, обоснование сходимости, анализ факторов, влияющих на скорость сходимости.

Предлагаемый учебный комплекс (конспекта лекций и сборника задач) позволяет реорганизовать учебный процесс в соответствии со следующими принципами:

- за счет перехода к режиму обзорных лекций и консультаций оптимизировать использование часов, отведенных на аудиторную и самостоятельную работу студентов;
- уделять повышенное внимание грамотному использованию в учебном процессе электронных вычислительных средств, перенести акцент с техники ручного счета на организацию электронного вычислительного процесса и квалифицированную интерпретацию его результатов;
- на основе обширного банка разноуровневых задач использовать балльно-рейтинговую систему учета знаний.

Таким образом, концепция предлагаемого учебного комплекса и ее реализация значительно отличает эту разработку как от учебников по функциональному анализу, воплощающих классический, университетский, подход (например, [1], [2]), так и от учебников, ориентированных на технические вузы (например, [3], [4]). Наиболее близкими по духу к данной разработке являются учебное пособие [4] и лабораторный практикум [5], которые существенно использовались при проведении научно-методического исследования.

Результаты разработки прошли первичную апробацию в учебном процессе специальности «Прикладная математика» Санкт-Петербургского государственного архитектурно-строительного университета.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Колмогоров А. Н., Элементы теории функций и функционального анализа, изд. 7-е / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – М.: Физматлит, 2004. – 572 с.
2. Бакушинский А.Б., Худак Ю.И., Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Издательский центр «Академия», 2011. – 543 с.
3. Треногин В. А., Функциональный анализ: учебник, изд. 4-е, испр. / В. А. Треногин. – М.: Физматлит, 2007. – 488 с.
4. Лебедев В. И., Функциональный анализ и вычислительная математика: учебное пособие, изд. 4-е, перераб. и доп. / В. И. Лебедев. – М.: Физматлит, 2005. – 296 с.
5. Антонец А. Б., Радыно Я.В., Функциональный анализ и интегральные уравнения: лабораторный практикум. – Минск: БГУ, 2003 – 177 с.

---

## ИНТЕГРАТИВНЫЕ ТЕНДЕНЦИИ В ПРЕПОДАВАНИИ ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК БУДУЩИМ ИНЖЕНЕРАМ

Хохлова Л.И.

*г. Мурманск, МГТУ, каф. ВМ и ПО ЭВМ, e-mail: xoxlovaluda@rambler.ru*

**Abstract.** Literacy of a modern engineer is knowledge, skills and abilities and mandatory is an ability to apply them for solution of real production problems which arise during the process of professional activity. Rapidly changing reality requires elaboration of sustainable habit of creative independent work during education of modern engineer.

Если вспомнить историю создания первого классического университета, основанного на концепции, выдвинутой Вильгельмом Гумбольдтом в начале XIX века, то в соответствии с ней образование должно быть в первую очередь научным, формирующим у молодого



человека стремление к новым знаниям и постоянному творческому поиску. В соответствии с концепцией Гумбольдта необходимо, чтобы «научное образование не раскалывалось сообразно внешним целям и условиям на отдельные ветви, а напротив - собиралось в одном фокусе для достижения высшей человеческой цели». Фундаментальные принципы университета Гумбольдта - это академическая свобода и единство исследования и преподавания. Наука же есть «нечто еще не до конца найденное и никогда не могущее быть до конца найденным, и что ее как таковую следует беспрестанно разыскивать». На основании этого принципа, согласно Гумбольдту, после освобождения от какого бы то ни было обязательства перед внешним авторитетом и перед однозначно фиксированным знанием наука, вводится и в сферу преподавания: не «определенная» истина, а лишь само исследование позволяет научиться науке, и именно в этом заключается «единство обучения и преподавания». В этом смысле все представители университета должны быть исследователями — и учителя, и ученики находятся «здесь ради науки». И университетские институты планировались Гумбольдтом так, что в совокупности они должны были собрать под одной крышей всех участников под знаком исследования[1].

Позднее понятие «исследования» приравнивали к процессу научно-технической инновации. Сейчас развитие в России интерпретируется как «модернизация». Но, «модернизацию» следует рассматривать технически, технологически и как социокультурное явление, которое «работает», когда оно задействовано во всей полноте. Надо понимать, что рабочее место будущего инженера, исследователя изменяется, человеку в скором будущем не надо будет ходить на свою работу. Участвовать в производственном процессе смогут люди, территориально разбросанные не только по всей стране, но по всему миру. И, такие процессы как процессы проектирования могут идти в онлайн-режиме, когда десятки людей работают на едином экране, в прямой коммуникации друг с другом. Поэтому, можно сказать, что будущее есть работа мышления, интеллекта, воображения и тех социальных групп, которые освоили определённые технологии работы. Возможно, это будет сформировано через те инженерные сообщества, которые, позитивно усваивая фундаментальные исследования, придумают образ той технической среды, в которой мы будем жить через несколько лет. Влияние инженерной деятельности на мир становится глобальным, ее решения перестают быть узкопрофессиональным делом, становятся предметом всеобщего обсуждения.

Очевидно, что на современном этапе развития общества именно в соответствии с этим необходимо перестроить преподавание фундаментальных наук в вузе. В понятиях и концепциях этих наук студент должен видеть, прежде всего, целостную картину мира. Это означает, что фундаментальные знания должны приобретаться не разрозненными частями, а в единой системе – комплексно. И осваиваться не только в своем непосредственном значении, но и в качестве жизненных смыслов, ценностей и моральных норм. Будущий инженер должен осознать, что большинство прикладных дисциплин—это модифицированные развитием техники разделы физики и математики. Сюда относятся аналитическая механика, техническая термодинамика, электротехника, все разновидности электроники и т.д. Студентам необходимо показывать, что практически все учебные дисциплины, изучаемые студентами любого направления подготовки, обладают естественнонаучным единством. Это единство проявляется в том, что при изучении объектов природы все сферы деятельности (научная, инженерная, гуманитарная, образовательная и т.д.) применяют универсальный метод познания, который называется моделированием.

Моделирование - база всех разделов физики и механики, так как каждая теория опирается на выбор адекватных физико-математических моделей. Создание моделей позволяет человеку осознать, каким образом можно лучше адаптироваться к окружающему миру и изменить его с целью улучшения своей жизни. Декарт придумывал науки в качестве примера своего метода мышления. У него есть рассуждения о таком методе, как философский труд, а к рассуждениям сделано приложение нескольких новых наук. Он создавал науки как приложение к своим философским воззрениям. Точно так же мы легко

можем проследить связь с философскими идеями математики, физики и, тем более, политологии, потому что вся политическая наука берет свои корни в аксиологии, в теории ценностей, в философских работах Платона, Аристотеля, средневековых мыслителей.

Известно, что в интеллектуальном развитии Эйнштейна огромную роль сыграли труды Э. Маха «Механика и «Теория теплоты», написанные скорее философски. Методология Маха значительным образом сказалась на формировании взглядов В.Паули, В.Гейзенберга, представителей «Венского кружка». В свою очередь М.Планк, В.Гейзенберг утверждали, что в формировании их мышления значительную роль сыграло хорошее гуманитарное образование, полученное в одной из лучших классических гимназий Мюнхена. С их точки зрения «навык принципиального мышления» получен благодаря знакомству с древнегреческой философией, что позволило уяснить суть тех необычных проблем, с которыми столкнулась теоретическая физика. «Некоторые высказывания античной философии удивительно близки высказываниям современного естествознания. А это показывает, как можно далеко пойти, если связать наш обычный опыт, не подкрепленный экспериментом, с неустанным усилием создать логический порядок в опыте и попытаться, исходя из общих принципов, понять его»[2]. Считается, что важнейшей предпосылкой, обусловившей превращение доказательно-теоретического мышления в идеал или норму, явился демократический уклад общественной жизни в ряде древнегреческих городов. Публичные прения способствовали выработке норм аргументированной, обоснованной, доказательной речи.

В тех частях мира, в которых развито современное естествознание, непосредственные интересы, направленные с давних времен, прежде всего, на практическое применение открытий естествознания в промышленности и технике, сочетаются с рациональным анализом внешних и внутренних условий такого применения. Народам этих стран сравнительно легко будет справиться с новыми идеями, ибо у них было достаточно времени для медленного и постепенного приспособления к современному техническому и естественнонаучному методу мышления.

Если разработать содержание, методы и формы математической подготовки будущих инженеров в условиях профессиональной направленности межпредметных связей, внедрить все это в процесс обучения математике в вузе, то это конечно повысит качество профессиональной подготовки инженера. Основные категории, присущие всем видам инженерной деятельности – это проектирование, конструирование, производство, эксплуатация. Традиционные требования к инженерам – ответственность, системное мышление, умение формулировать задачи, осуществлять выбор оптимальных вариантов решений - дополняются владением компьютерными технологиями, обеспечивающими автоматизацию всех аспектов инженерной деятельности. Инвариант, объединяющий подготовку кадров для различных направлений инженерной деятельности – это набор ключевых результатов обучения.

Следует заметить, что, например, в подготовке инженеров-механиков наметились вполне существенные позитивные сдвиги, так как сейчас им предложен в частности специальный курс «Математические основы механики». В современной механике используются весьма сложные и разнообразные математические методы и понятия: дифференциальные уравнения, фазовые потоки, гладкие отображения и многообразия, группы алгебры Ли. Для изучения физических основ механики математический аппарат предполагает наличие знаний: предел, производная, интеграл, дифференциальные уравнения, геометрия (линейное пространство, векторы) и линейная алгебра (линейные операторы, квадратичные формы). С помощью этого аппарата разбираются все основные вопросы, поэтому лекции по математике, физике и механике должны согласовываться, причем определенные шаги в этом направлении делаются. Академик Арнольд полагает, что в задачах механики необходимо, прежде всего, геометрическую, качественную сторону явлений.

Хорошо заметна современная тенденция к геометризации механики и физики. В курсе «Математические основы механики» появилась хорошая возможность рассмотреть подробно различные системы координат, преобразование их, дать практическое применение линейных операторов и векторных операций. Есть возможность рассмотреть аффинное пространство, посмотреть по-другому на скалярное произведение. В частности Арнольд определяет мир как четырехмерное аффинное пространство, точки которого называются событиями или мировыми точками, время определяется как отображение линейного пространства параллельных переносов мира на вещественную прямую, расстояние между событиями определяется через скалярное произведение. Галилеевы преобразования являются аффинными преобразованиями, сохраняющими интервалы времени и расстояния между одновременными событиями.

Все вышеизложенное требует выявления возможностей использования профессиональной направленности межпредметных связей математики с другими дисциплинами для повышения уровня профессиональной подготовки будущих инженеров. Инженерная деятельность базируется на фундаментальных законах природы. Ни один инженерный проект не может быть осуществлен, если он противоречит этим законам. Новое миропонимание, основанное на синтезе достижений фундаментальных наук, должно пронизывать всю систему обучения.

Техника - совокупность средств, а также навыков и приемов, применяемых в человеческой деятельности. В технике воплощены опыт и знания, накопленные в процессе развития человечества. В Новое время произошло сближение науки и техники. Появилась экспериментально-математическая наука, прежде всего механика, которая рассматривает естественные вещи по аналогии с техническими устройствами. Механика стала теоретической основой для конструирования технических устройств, в том числе машин, благодаря которым произошел промышленный переворот в конце XVIII– и в XIX веке. В середине XX века появилось понятие технотрактуры для обозначения специалистов, организованных в иерархическую систему. Технотрактура, по Гэлбрейту, - это «носитель коллективного разума», субъект принятия масштабных социальных решений. Функции управления обществом переходят от субъекта собственности к субъекту «технической рациональности». Техническая интеллигенция становится субъектом политических решений.

В 80-е годы XX века концепция технократии сменяется концепцией экспертократии. Она опирается на понятие «нового класса» высокообразованных специалистов, чей доход зависит от их интеллектуально-творческого потенциала. Основной фигурой в концепции экспертократии является не обязательно технический специалист или менеджер, но эксперт, ученый.

На данном этапе сложилось направление неотехнократизма, утверждающее, что необходима не только техническая, но и гуманитарная экспертиза любых инноваций, нужна стратегия не только технической, но и «системной рациональности» (В. Бюль) и «гуманизация техники» (Дж. Уайнстейн).

Современный этап развития инженерной деятельности характеризуется системным подходом к решению сложных научно-технических задач, обращением ко всему комплексу социальных гуманитарных, естественных и технических дисциплин. Обособление проектирования и проникновение его в смежные области, связанные с решением сложных социотехнических проблем, привело к кризису традиционного инженерного мышления и развитию новых форм инженерной и проектной культуры, появлению новых системных и методологических ориентаций, к выходу на гуманитарные методы познания и освоение действительности.

Воспитание морального чувства и чувства долга инженера важно для реализации этических принципов в сфере технической деятельности, также важно формирование в обществе социальных механизмов, обеспечивающих реализацию моральных регулятивов и этических норм. Каждый инженер должен дорожить мнением и рекомендациями того профессионального сообщества, к которому он принадлежит.

По словам Н.А. Бердяева: «Роковым последствием техники, подчиненной лишь собственному закону, порождающему технические мировые войны, является непомерное возрастание этатизма. Государство делается всемогущим, все более тоталитарным и не только в тоталитарных режимах, оно не хочет признавать никаких границ своей власти и рассматривает человека лишь как свое средство и орудие. Власть техники имеет еще одно последствие, очень трудное для человека, к которому душа человека недостаточно приспособлена. Происходит страшное ускорение времени, быстрота, за которой человек не может угнаться. Ни одно мгновение не самоценно, оно есть лишь средство для последующего мгновения. От человека требуется невероятная активность, от которой он не может опомниться. Но эти активные минуты делают человека пассивным. Он становится средством вне человеческого процесса, он лишь функция производственного процесса. Активность человеческого духа оказывается ослабленной. Человек оценивается утилитарно, по его производительности. Это есть отчуждение человеческой природы и разрушение человека.»[3,С.304].

Таким образом, нельзя забывать, что машина является лишь вспомогательным средством человеческой деятельности, а единственным субъектом познавательной деятельности и принятия решений является человек.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Schnädelbach, Philosophie in Deutschland 1831-1933 Frankfurt am Mein, 1991
2. В. Гейзенберг, Физика и философия, М., Наука, 1989, С.132.
3. Бердяев Н.А. Царство Духа и Царство Кесаря. М.: Республика, 1995.

---

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ СТУДЕНТАМИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ

Черняева С. В.

*Riga Technical university, Riga, Latvia*  
*e-mail: [sarmite.cernajev@rtu.lv](mailto:sarmite.cernajev@rtu.lv)*

Including Information and Communication Technologies (ICT) teaching technologies in the higher education we have to be ready to accept the new methods and modules of teaching, which includes multidimensional teaching object and lecture forms, which are supported by the latest technological developments. Program development of mathematics consists the analysis of the present program extent and content and the understanding of the achievable competences. The programs of mathematics and the didactics have to be changed based on ICT (putting greater emphasis on the application of mathematics by constructing the teaching materials based on the modern technologies and the availability in the Internet.

В последнее время проходят дискуссии об обучении математике как в школах, так и в высших учебных заведениях. Позитивное отношение к математике мотивирует студентов больше учиться, что в свою очередь обеспечивает лучшие успехи в математике. Этот принцип работает и в обратную сторону, так как хорошие успехи в математике в сочетании с положительным опытом в этом учебном предмете создают позитивное отношение к математике[3]. Зачастую студенты начинают обучение с положительным настроением к математике, но позднее он становится негативным. Причиной тому может быть давление на

студентов, вызванное необходимостью решать сложные задачи, не относящиеся к сфере их интересов, а также монотонная работа лектора в аудитории [4].

Как подчеркивает Э. Гингулис [2], наибольшие трудности при изучении математики создает не отсутствие способностей вообще, а «наслоение» предыдущего негативного опыта, вызывающее неприятие, настрой на возможную неудачу, создающее стрессовую ситуацию, в которой человек не может показать свои наилучшие возможные достижения.

Эффективное обучение математике предполагает использование разнообразных педагогических методов. Чтобы действовать эффективно, преподаватели математики должны глубоко знать предмет, хорошо знать, как ему обучать, и гибко применять педагогические методы, чтобы они соответствовали нуждам студентов. В дополнение к беспокойству по поводу увеличения возраста преподавателей и неравномерным половым диспропорциям, большим вызовом является также улучшение компетентности преподавателей математики.

В наше время главной задачей обучения математике в высшей школе является подготовка практически использовать освоенный материал в жизни, поэтому процесс обучения должен быть монолитным, целенаправленно созданным и отвечающим тем требованиям, которые выдвигает глобализация современной экономики и информатики.

Поэтому программы обучения математике в высшей школе надо создавать с учетом использования *информационно-коммуникационных технологий* (ИКТ), уделяя большее внимание приложениям математики, в том числе с использованием ИКТ, создавая основанные на современных технологиях учебные материалы и обеспечивая их доступность в интернете. То же самое относится и к развитию дидактики. Вводя *online*-технологии обучения в высшей школе, необходимо быть готовыми принять новые модели и методы обучения, включающие многомерные формы объектов обучения и лекций, которые поддерживаются современными технологическими решениями.

Реагируя на стремительные перемены, высшие учебные заведения в Латвии, в том числе и Рижский технический университет (РТУ), улучшают содержание программ обучения и качество обучения, обеспечивая модернизацию системы образования, существенно улучшая основы получения современных знаний и квалификаций и подготавливая студентов к самостоятельной трудовой деятельности.

Большое внимание уделяется самообразованию студентов, т. е. активному участию студентов в планировании содержания учебного курса, получении знаний и навыков и оценке своих результатов.

Руководство высших учебных заведений Латвии понимает, что отличным помощником в самообразовании студентов является э-обучение.

Э-обучением мы можем назвать объединение обучения и интернета. Это не просто загрузка материалов – студентам дается возможность получить доступ к своим оценкам, материалам, а так же дана возможность дискутировать со своими однокурсниками. Э-обучение дает возможность следить за каждым студентом, за его навыками, потребностями и предоставлять ему только ту информацию, которая ему нужна. Фактически, при обучении используется комбинированная форма работы: работа в аудитории объединена с работой в среде э-обучения. Форма э-обучения позволяет студентам лучше планировать свое время – учиться в более удобное для себя время и в удобном темпе, а так же позволяет виртуально общаться с другими студентами и преподавателями.

Преимущества э-обучения:

- документы доступны в любое время и в любом месте, где есть подключение к интернету;
- можно использовать гетерогенные форматы данных, создавая глобальные блоки информации;
- использование технологий побуждает учиться, так как предоставляет различные средства для освоения академических знаний;

- совмещая работу и учебы, студент может успешнее решать конфликты использования времени и места;
- индивидуальный темп обучения.

Проблемы э-обучения:

- влияние индивидуальных различий на получение специальных навыков и освоении учебного материала в *online* среде;
- студенты не знают условий обучения в э-среде, не знают, как учиться, как дискутировать, как работать с учебными планами и как сотрудничать с преподавателем.

**Изменения в практическом обучении инженеров** необходимы потому, что в деятельности инженера соединяются комбинации сложной технической и организаторской природы, к тому же инженерные проекты всегда будут тесно связаны с социальными и политическими соображениями и новыми бизнес-моделями. Поэтому в изменения практического обучения необходимо включить следующие важные критерии:

- долговечность – в инженерной деятельности и проектах она требует систематического и интегрированного подхода, чтобы уменьшить влияние среды и общества на инженерные науки;
- сложность – появятся ли непредвиденные феномены при увеличении количества информации и сложности систем и проектов;
- сотрудничество в работе – необходимо улучшить результаты во всех новых формах бизнес-сотрудничества, учиться сотрудничать, а не конкурировать;
- управление рисками – понимать, что сложные проекты могут создать непрогнозируемые последствия для здоровья, среды, безопасности и в других областях, поэтому необходимо критическое мышление, знания в этой области;
- способность видеть возможности – современные сложные проекты требуют талантливых инженеров, которые могли бы находить эффективные решения проблем и удовлетворять желания клиентов.

Являясь преподавателем математики на Строительном факультете РТУ, уже сейчас в моей работе актуализируется вопрос о применении математики в профессиональной деятельности специалистов. Необходимо найти ответы на вопросы: что необходимо изучать, и как это делать, чтобы полученные математические знания были полезными в профессиональной деятельности.

Преподаватели математики должны выработать систему обучения, основывающуюся на новых технологиях, чтобы дать студентам возможность найти применение для своих знаний по математике уже в процессе обучения.

С 80-ых годов прошлого столетия широкую популярность получила интегрированная система для автоматизации математических вычислений *MathCAD*, разработанная фирмой *Mathcad Soft* (США). В рамках этой системы математические вычисления проводятся с использованием привычной математической записи и символов.

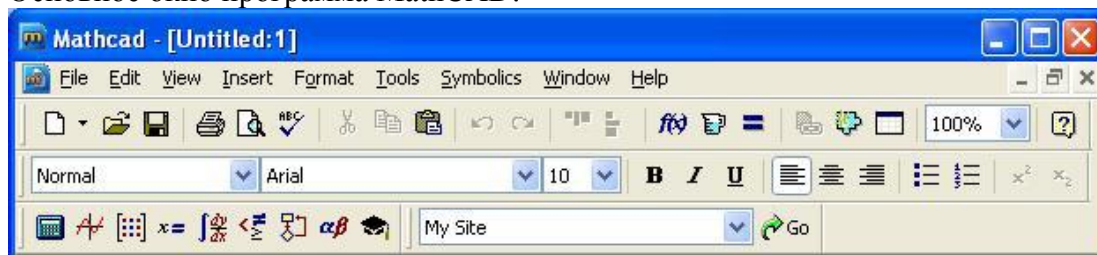
Популярность программы подтверждает тот факт, что в течение нескольких последних лет появляются новые версии этой программы. Программа работает в среде **Windows**, достаточно проста в использовании, так как запись математических выражений соответствует привычному стилю.

Так же как и другие подобные системы, система *MathCAD* [5] непрерывно развивается и совершенствуется от версии к версии.

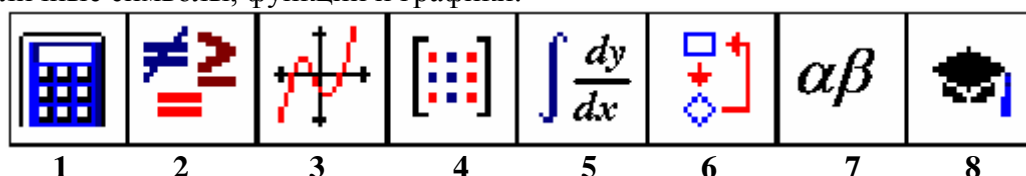
В системе *MathCAD* можно получить результаты как для простых, так и для сложных задач, в том числе: выполнять арифметические операции, используя встроенные функции и математические операторы; задавать функции и переменные; оценивать изменение значения функций и выражений при изменении аргумента в заданном интервале; быстро строить графики функций одного и двух аргументов; выполнять операции с матрицами; выполнять дифференцирование функций; вычислять суммы и интегралы; численно решать уравнения и системы уравнений.

Задачи можно решать как численно, так и аналитически с использованием специальных символьных методов. Данные и результаты можно отображать в графической форме.

Основное окно программа MathCAD:



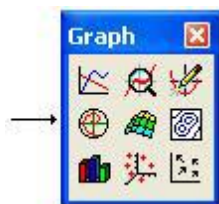
В этом окне находятся 8 кнопок, при помощи которых можно выводить на экран различные символы, функции и графики.



1 – арифметические операторы; 2 – операторы отношений; 3 – конструктор графиков; 4 – матричные операторы; 6 – команды программирования; 7 – греческие буквы; 8 – символические операторы.

Данные и графики можно отображать в графической форме.

Если необходимо построить график в полярной системе координат, то выбираем **PolarPlot** на панели инструментов рисования.



В программу можно вводить и выводить данные из других файлов.

Компьютер не в состоянии решить задачу, которую решающий сам не понимает и не в состоянии сформулировать алгоритм ее решения. Но даже если алгоритм сформулирован, его необходимо ввести в компьютер в понятной ему форме.

Педагоги-конструктивисты дают возможность студентам самим проверить новые идеи, оценить информацию, найти новые решения в разных ситуациях. Важен также и контекст обучения, он должен развивать творческое мышление и критический подход [1]. Признается взаимное сотрудничество и общая ответственность преподавателя и студента в учебном процессе.

Использование возможности ИКТ в процессе обучения математике облегчает работу преподавателя, так же делая учебный процесс более интересным и эффективным, существенно улучшает качество высшего образования и уровень подготовки молодых специалистов на рынке труда.

### Литература

- [1] Geidžs, N.L., Berliners, D.C. *Pedagoģiskā psiholoģija*. Rīga; Zvaigzne ABC,
- [2] Ķingulis, E. (2005) *Kā saprast un iemācīties matemātiku*. Rīga: Raka.
- [3] Kislenco, K, Grevholm, B. and Lepik, M. (2009) Mathematics is important but boring. Students' beliefs and attitudes towards mathematics.
- [4] Philippou, N. G., Christou, C. (1998) *The Effects of a Preparatory Mathematics*.
- [5] Кирьянов Д. *MathCAD 2001*. СПб.: БХВ-Петербург, 2001.

# ПСИХОЛОГИЧЕСКИЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ПРОБЛЕМ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ВУЗЕ

Шамсутдинова И.Г.

Московский педагогический государственный университет  
Россия, индекс, г.Москва, ул. Малая Пироговская, д.1  
Тел.: 8916-832-1525, e-mail: [sergilder@mail.ru](mailto:sergilder@mail.ru)

## Abstract

The report focuses on the organization of students with the knowledge of mathematics adequately psychological characteristics and capabilities of cognitive processes occurring in the attention, thinking, memory, the students in the study of mathematics, the disclosure features and relationships of these processes.

Математическое образование в вузе (по нематематическим специальностям) на современном этапе имеет ряд психолого-педагогических и методических проблем, содержание и пути решения которых являются предметом обсуждения ученых на научных конференциях [1;2;3;4]. Это проблемы: наличия мнимой части обучения математике (И.Г.Шамсутдинова); фрагментарности, информационной пресыщенности (В.Т.Петрова); необходимости интенсификации математического образования (В.Т.Петрова, С.А.Розанова); его интегративно-модульной организации (С.А.Розанова, Е.И.Исмагилова); структурирования учебных понятийных образований (В.Т.Петрова, С.В.Иванова); усиления ясности математики для студентов (И.Г.Шамсутдинова); «свертывания» и «развертывания» учебных математических знаний и действий (В.Т.Петрова, С.В.Иванова) и др.

Перспективным направлением решения этих и многих других проблем математического образования является психологическое обоснование организации усвоения студентами математики адекватно психологическим особенностям и возможностям когнитивных процессов, происходящих во внимании, мышлении, памяти самих студентов при усвоении ими математики (а не вопреки им, что нередко имеет место на практике). Именно соответствие обучения математике психологическим особенностям и возможностям когнитивных процессов студентов и составляет психологический подход.

В докладе раскрываются возможности каждого из указанных когнитивных процессов. Вместе с тем, обращается внимание на то, что они взаимосвязаны. Например, для привлечения студентов к излагаемому математическому материалу желательна постановка вопроса, проблемы. А известно, что с вопроса, проблемы и начинается мышление. Другой пример. Категоризация изучаемых математических объектов является важнейшей для операции обобщения в мышлении и необходимой для семантической памяти студентов. Но связи этих процессов в самой психологии практически не рассматриваются.

Исследования когнитивной психологии, раскрывая общие закономерности познавательных процессов, естественно не доходят до их приложения к усвоению конкретных познавательных предметов. А преподаватели (например, математики) нередко не знают этих психологических особенностей и возможностей студентов и поэтому их обучение ведется хотя и с глубоким знанием математики, но на эмпирической основе процесса.

## Активизация внимания студентов

Ранее нами рассматривалась проблема ясности (неясности) математики для студентов. Она во многом зависит от организации внимания, управления им в процессе обучения. В психологии используется метафора «*прожектора*» *внимания*», как устройства, которое последовательно *освещает* некоторую территорию, находящиеся на ее участке объекты, затем направляется дальше, на следующий участок территории и т.д. Зрительное внимание



выбирает («высвечивает») те определенные места в пространстве, или иные его объекты и на какое то время удерживает их [5]

Исследования динамических характеристик зрительного внимания (скорости «перемещения», характера «движения», направленности) при всей противоречивости их результатов открывают возможности *управления* им и *усиления ясности* восприятия объектов и событий в процессе обучения (в частности, математике). Установленные в психологии зависимости распределения и концентрации внимания, возможности «растяжения» или «расщепления» «луча прожектора» и структурные характеристики «прожектора внимания» (его *размер* и соответственно *объем* внимания, *градиент*) могут быть достаточно плодотворно использованы для разработки методического инструментария обучения математике в вузе.

По нейропсихологическим исследованиям [5] сдвиг в перемещении прожектора внимания проходит три операции:

- отвлечение, «высвобождение»,
- собственно движение,
- привлечение, «зацепление» внимания.

Нередко в процессе преподавания, к сожалению, происходит отвлечение как раз от познаваемого объекта, он упускается из поля внимания, и «прожектор» направляется не на записи излагаемого материала на доске, а в окно, газету, кроссворд, художественную книгу и т.п. В зависимости от того, от чего отвлечен, «высвобожден» прожектор внимания, - и происходит его движение и зацепление, т.е. последующие две операции. Если внимание освобождено, отвлечено от познаваемого объекта, то о ясности говорить не приходится. Однако этот исходный момент в обучении нередко упускается из виду. Известно, что луч прожектора внимания *неделимый*. В зависимости от задачи «освещаемая» часть зрительного поля либо *сужается*, либо *растягивается*, но не *расщепляется*. Имеется в виду *задача познавательная*, *задача организации внимания*, *восприятия*. Это означает, что в обучении математике необходимо задуматься не только об излагаемых собственно математических задачах, но и о постановке преподавателем познавательной задачи перед студентом на каждом шаге обучения. Например, постановка познавательной задачи может выразиться в формулировке следующих познавательных вопросов:

- выделите опознавательные, отличительные признаки одного понятия по сравнению с другим;
- установите основные параметры и основную зависимость между ними, содержащиеся в формулировке теоремы;
- определите условия теоремы и ее утверждения и т.п.

То есть обучение должно иметь *гностическое сопровождение*, адаптированное к особенностям познавательной деятельности студентов, их внимания, восприятия, мышления. Именно познавательная задача во многом определяет сужение или расширение «освещаемой» части зрительного поля, степень отчетливости объектов его территории, т.е. ясности.

Известен феномен «слепоты по невниманию» [5], т.е. *функциональной слепоты*, которая заключается в неспособности наблюдателя воспринять ясно различимый стимул, если его внимание занято анализом иного целевого стимула, предъявленного одновременно с данным или незадолго до него. Что заметит и что не заметит обучаемый в зрительном поле, если предъявлено одновременно или с незначительным интервалом времени несколько «целевых объектов». Как и на чем будет сфокусировано внимание, если учесть, что прожектор внимания не «расщепляется»? С каким интервалом времени предъявления объектов ясность их видения будет лучше? Опираясь на психологию внимания, в методике обучения математике необходимо разработать соответствующие приемы более эффективной организации внимания студентов при обучении математике для обеспечения ее ясности и, соответственно, результативности усвоения.

Как указывалось, вторая операция в перемещении прожектора внимания, - это собственно движение. Исследования Б.Г. Ананьева [6], выполненные еще в 70-х годах 20 века, показали роль соотношения «горизонталь-вертикаль» в познавательном движении, в перемещении внимания. Как происходит «движение» внимания в зрительном поле? Какова скорость движения? Перемещается ли в выключенном или включенном состоянии? Как идет фильтрация восприятия встречаемых прожектором внимания объектов? В психологии имеются данные о том, что восприятие событий в какой-либо точке начинается до того, как будет совершена саккада. Какую роль в этом играет «скрытая ориентировка» внимания и стоящая или принятая субъектом (обучаемым) познавательная задача?

Наконец, третья операция – привлечение или «зацепление» внимания. Нередко преподаватель в своем изложении «зацепляет» внимание студентов не на центральных моментах, а на второстепенных, побочных, уводя тем самым прожектор внимания в сторону, фиксируя его не на основной сути, которая в итоге и остается *неясной*, а результативность – *низкой*. Нуждаются в методической разработке вопросы о том, как определить и удержать центральный момент в излагаемом фрагменте, не заменяя его избыточными иллюстрациями, насколько длительно можно удерживать внимание студентов на одном вопросе, чтобы не потерялось «зацепление», не ослабла концентрация.

Ясность восприятия, размер «освещенного пятна», воспринимаемого студентом, характеристики его прожектора внимания зависят от организации его познавательной деятельности со стороны преподавателя, от эффективности управления их вниманием. Последовательность предъявляемых познавательных объектов, их размер, группировка, расположение в зрительном поле, четкость, очерченность (зрительная и смысловая) безусловно влияют на усвоение математики.

#### **Активизация мышления студентов для усвоения математики**

Математика дает большие возможности для развития мышления. Неслучайно сами математики связывают ее изучение с развитием мышления. С другой стороны, активизация механизмов мышления расширяет возможности лучшего усвоения математики. И особенности протекания и формы мышления, и мыслительные операции (анализ, синтез, сравнение, абстрагирование, обобщение, конкретизация), – во всем многообразии возможностей их активизации для усвоения математики, - невозможно раскрыть в докладе. Обозначим лишь некоторые вопросы теории мышления, с преломлением на обучение математике, которые потенциально являются существенными резервами усиления результативности усвоения математики студентами. К ним относим:

- постановку познавательного вопроса, создание проблемной ситуации;
- формирование понятий;
- выделение общей схемы рассуждения;
- организацию сравнения;
- индуктивное и дедуктивное изложение;
- анализ ошибок в решении задач.

Известно, что «процесс мышления начинает наиболее ярко проявляться лишь тогда, когда возникает *проблемная ситуация*, которую необходимо решить. Мышление всегда начинается *вопроса*, ответ на который является *целью* мышления» (А.Г.Маклаков) [7, с.300]. В качестве примера проблемной ситуации для активизации усвоения математики студентами можно привести ситуацию для введения понятия первообразной функции для данной функции. Рассмотрение прямого действия:  $(x^2)' = 2x$ ;  $(\sin x)' = \cos x$  и т.д. и обратного  $(?)' = x^2$ ;  $(?)' = \sin x$  и т.д. А также геометрического смысла прямого и обратного действий, создает ситуацию выделения неизвестного:  $F(x)$ , известного:  $f(x)$  и функциональной связи между ними:  $F'(x) = f(x)$ , т.е. **проблемную ситуацию**, что способствует активизации мышления, и «зацеплению» внимания. Ставятся вопросы о том, когда имеются решения, сколько их.

Понятия, составляя, как известно, *понятийную форму мышления*, представляют значительную трудность для студентов в усвоении ими математики, а поэтому и

существенный резерв для улучшения его результативности при продуманной, адекватной активизации введения понятий, их систематизации. В психологии (А.Г.Маклаков) выделяются условия успешного усвоения понятий, такие как: *варьирование их признаков*; использование *наглядных образов*; *систематизация* понятий (осознание связей); *применение* понятия в *новых, необычных условиях*; *категоризация* и др. [7, с.307]. *Варьирование признаков* понятия фактически часто делает опытный преподаватель математики, поскольку педагогический опыт подвел его к этому, убедил в улучшении результативности усвоения математики. Например, для сходящейся последовательности, можно варьировать признаки: монотонности и ограниченности, рассматривая их различные *комбинации*.

*Систематизация понятий*, раскрывающая их соотношение как общих и единичных, особенно представленная наглядно, помогает студенту лучше ориентироваться в их взаимосвязях и, соответственно, – усваивать математику. Примерами могут служить: *общая схема* исследования числового ряда на сходимость; *схема* разложения дробно-рациональных функций при их интегрировании.

*Организация сравнения* открывает возможности активизации когнитивных процессов во взаимосвязи: одноименной мыслительной операции (сравнения), и рациональной организации поля внимания при усвоении студентом математики в соответствии с особенностями движения «пржектора» внимания «горизонталь-вертикаль». Примерами организации сравнения являются разработанные нами таблицы по математике, предусматривающие параллельно-последовательное сравнение, синхронное представление, такие как: «Вероятность события» (классическое, статистическое, геометрическое определения), «Виды распределений дискретной случайной величины» (условия, формула вычисления, числовые характеристики), «Функция распределения  $F(x)$  и плотность распределения  $f(x)$ » (определения, их взаимосвязь, их свойства) и др.

#### **Активизация семантической памяти студентов для усвоения математики**

Что же происходит, например, в памяти студентов при усвоении ими математики? В таком ракурсе, с психологическим обоснованием, решение указанных проблем не рассматривалось.

В когнитивной психологии (Б.М.Величковский) обсуждается «когерентная картина системной организации памяти» [8; с.407], соответствие форм кодирования информации и уровней когнитивной организации деятельности и познания (там же, с.412). В психологии памяти (В.В.Нуркова) раскрывается «синтетическая модель переработки информации в системе памяти» (9, с.270). В работах Б.М.Величковского, В.В.Нурковой по определенным критериям выделяются (хотя и условно) различные виды памяти: кратковременная (рабочая) и долговременная память; процедурная и декларативная; семантическая и эпизодическая; проспективная и ретроспективная [8; 9].

Семантическая память, являясь долговременной, отражает «организованное знание ... о символах, об их значениях ... о правилах, формулах и алгоритмах...» [8; с.399]; обобщенные сведения, организованные в «сетевых структурах, которые состоят из узлов и отношений между ними» [9; с.264], выделяемых на основе категоризации (ее параметров, степени), объектов, логических отношений между объектами. В докладе акцент делается на двух операциях: **распознавания и категоризации** (относящихся к долговременной памяти), - применительно к изучаемым математическим объектам. Рассматриваются схемы распознавания математического материала, направляющие его обработку. Когда студента спрашивают и он не может ответить, о чем идет речь в конкретной текстовой задаче по теории вероятностей – о случайном событии или случайной величине, это значит он не может категоризировать содержащуюся в тексте информацию, распознать в ней математические объекты. Для активизации рассматриваемых процессов студентам предлагается совместное с преподавателем построение схем и таблиц по теории вероятностей с выделением параметров категоризации, характеристик математических объектов (случайных событий, случайных величин), видов логических отношений между ними (зависимости, совместности, суммы, произведения). Примерами схем распознавания

являются признаки категоризации различных видов числовых и функциональных рядов и алгоритмы их исследования. Четкое выделение параметров, определяющих прямую (плоскость) и их соотнесение с ее уравнениями направляет категоризацию и распознавание. Активизировать распознавание возможно путем расчленения определенного «блока» математической информации по соответствующим элементам теории (определения, свойства, способ вычисления, геометрические приложения и т.п.)

В докладе рассматриваются возможности активизации когнитивных процессов умственной деятельности студентов, составляющие значительный психологический потенциал решения проблем обучения математике в вузе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Международная научная конференция «образование, наука и экономика в вузах. Интеграция в международное образовательное пространство.» - г.Плоцк (Польша), 2008.
  2. Международная научная конференция «образование, наука и экономика в вузах. Интеграция в международное образовательное пространство.» - г.Плоцк (Польша), 2010.
  3. Проблемы преподавания математики в школе и вузе в условиях реализации новых образовательных стандартов. – Тез.докл. участников XXXI Всероссийского семинара преподавателей математики высших учебных заведений, посвященного 25-летию семинара. – Тобольск: ТГСПА им Д.И.Менделеева, 2012.
  4. Проблемы совершенствования математической подготовки в школе и вузе (Материалы всероссийской конф.) //Под ред. В.Л.Матросова, Л.И.Боженковой, - М., ФГБОУ ВПО МПГУ, 2012.
  5. Общая психология. В 7 т.: учебник для студентов высших учебных заведений /под ред. Б. С. Братуся. – Т.4. Внимание/М. В. Фаликман. – М.: Академия, 2006.
  6. Ананьев Б.Г. О проблемах современного человекознания. – М.: Наука, 1977.
  7. Маклаков А.Г. Общая психология: Учебник для вузов. – Спб: Питер, 2005 – гл.12. Мышление, - с.298-332.
  8. Величковский Б.М. Когнитивная наука: основы психологии познания: в 2 т. – т.1. – М.: Смысл: Изд. центр «Академия», 2006.
  9. Общая психология. В 7 т.: учебник для студ. высш. учеб. завед./под ред. Б.С.Братуся. – т.3. Память.В.В.Нуркова. – М.:Изд.центр «Академия», 2006.
  10. Нуркова В.В. Березанская Н.Б. Психология: учебник. – М.:Высш.обр., 2007.
-

---

## ЭКОНОМИЧЕСКАЯ И СТРУКТУРНАЯ ТРАНСФОРМАЦИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Порядина О.В., Чернякевич Л.М.

*Поволжский государственный технологический университет,  
PoryadinaOV@volgatech.net, ChernyakevichLM@volgatech.net*

Theoretical approaches are presented, the principles of economic and structural transformation of higher education are formulated. Institutional conditions, economic and organizational tools of higher education modernization in Russia are considered.

В современной системе высшего образования России протекают одновременно два процесса: трансформационный (развитие рыночных организационно-экономических механизмов) и модернизация (требования инновационной стратегии развития, экономики знаний).

В теории сложилось два научных подхода к исследованию трансформации социально-экономических систем в зависимости от типов рассматриваемых изменений и механизмов взаимодействия с внешней средой. С позиции неоклассической теории – это качественное преобразование всех характеристик системы, переход от одного равновесного состояния к другому равновесному состоянию системы, в процессе которого экономические субъекты рационально осуществляют свой выбор. Эволюционная теория рассматривает трансформацию как непрерывный эволюционный процесс, в основе которого заложена необходимость сочетания «изменчивости – наследственности – отбора» с целеполагающей и направляющей деятельностью человека: «сильного агента» (Т. Веблен), «кормчего» (Н.Н. Моисеев), «предпринимателя – новатора» (Й. Шумпетер).

Н.Н. Моисеев «предпочитает говорить не об управляемом, а направляемом развитии социально - экономических систем. В этом только и может быть смысл управляемости общественных процессов и разумное использование механизмов РЫНКА» [4, с. 194]. Ученый рассматривает РЫНОК как сочетание процессов создания «вариантов» выбора и самих механизмов выбора, конкурентное взаимодействие элементов системы в борьбе за ресурсы, обеспечивающие ее «самоорганизацию».

Научная парадигма циклического развития экономики, основы которой заложены теорией предвидения Н.Д. Кондратьева, теорией экономического развития Й. Шумпетера, концепцией об эволюции технологических укладов С.Ю. Глазьева (1993), циклов Ю.Н. Соколова (1996), Ю.В. Яковца (1999) рассматривает развитие социально-экономической системы как циклично – генетический процесс. В процессе развития системы сохраняется ее генетическое ядро, в процессе адаптации к изменяющемуся миру проявляются закономерности "наследственной изменчивости и отбора" (целесообразного или стихийного). Исследование закономерностей развития позволяет "предвидеть" будущее на базе ретроспективного анализа.

Институциональная экономическая теория исследует экономические проблемы общества в их связи с институциональными изменениями. Экономика рассматривается через институты, формирующие рынок. Институциональная концепция экономической трансформации сочетает идеи неинституциональной экономики и институциональной

экономики (Д. Норт, О. Уильямсон, Р. Коуз, Р.И. Капелюшников, Г.Б. Клейнер, Д.С. Львов, А.М. Олейник и др.). Социолог-экономист Т.Веблен движущую силу развития видел в противоречиях между институтами и внешней средой. Трактует социально-экономические институты общества как своего рода обычаи, характеризует их развитие как "естественный отбор", однако в итоге приходит к выводу, что "силы, воздействующие на реорганизацию социальных институтов, являются, в конечном счете, почти всецело экономическими по своей природе" [2].

Обобщая изложенные теоретические положения, определим основные принципы трансформации социально-экономических систем, которые, по нашему мнению, формируют теоретическую основу исследования экономических и организационных аспектов трансформации и модернизации системы высшего образования: 1) целеполагание в направляемом человеком (обществом) развитии; 3) институциональная структуризация организационно - экономических механизмов развития; 2) эволюционная динамика, адаптивность. Рассмотрим особенности реализации сформулированных принципов в современных условиях развития системы высшего образования.

*Целеполагание.* В Концепции долгосрочного социально-экономического развития РФ на период до 2020 г. поставлена задача перехода отечественной экономики от экспортно-сырьевого к инновационному социально-ориентированному типу развития и формирования экономики знаний и высоких технологий. В соответствии с ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 № 273-ФЗ высшее образование имеет целью обеспечение подготовки высококвалифицированных кадров по всем основным направлениям общественно полезной деятельности в соответствии с потребностями общества и государства, удовлетворение потребностей личности в интеллектуальном, культурном и нравственном развитии, углублении и расширении образования, научно-педагогической квалификации (ст. 69). Исходя из цели, высшее образование выполняет следующие функции: социальные, культурные, экономические. В соответствии с Концепцией модернизации российского образования цель модернизации состоит в создании механизмов устойчивого развития системы образования, направленных на формирование новых и трансформации имеющихся собственных, трудовых, финансовых, социальных и других экономических институтов [8, 11, 12]. Несмотря на более чем двадцатилетний период рыночной трансформации социально-экономической системы российского государства, обществом высшее образование рассматривается как часть социальной сферы, а образовательные услуги как общественное благо. При этом многие ученые и практики отмечают, что в современных условиях высшее образование как общественное благо носит смешанный характер, формируется рынок образовательных услуг.

*Институциональная структуризация организационно - экономических механизмов развития.* Экономические отношения как связи в социально-экономической системе высшего образования отражаются в институтах и воспроизводятся в заданных этими институтами условиях. Понятие "институт" трактуется, с одной стороны, как совокупность правовых норм, правил, которые необходимо соблюдать в определенной области общественных отношений, с другой – как органы, организации, осуществляющие определенный вид деятельности [6]. Государство выступает как регулятор, формируя законодательно и нормативно, условия развития высшего образования, и как крупнейший хозяйствующий субъект, непосредственно участвуя в предоставлении образовательных услуг в рамках государственной собственности и бюджетного финансирования. Государственная политика в сфере образования основывается на недопустимости ограничения или устранения конкуренции, сочетании государственного и договорного регулирования. Образовательные организации создаются в форме некоммерческих организаций, они могут быть государственными, муниципальными или частными.

Сложился современный взгляд на профессиональное образование как системную целостность интегративного взаимодействия образования, науки и производства. С 2000 г. одним из основных направлений в структурном преобразовании системы профессионального образования явилось выделение категорий ведущих вузов: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Санкт-Петербургский государственный университет, национальные исследовательские и федеральные университеты. Анализируя структурную динамику системы высшего образования, авторы делают вывод: «в России государство вплоть до 2012 г. практически не влияло осознанно на структурную динамику системы высшего образования» [3, с. 34]. Модернизация отечественного высшего образования на основе Болонских принципов выразилась в переходе на многоуровневое высшее образование: бакалавриат (прикладной, академический), специалитет, магистратура, подготовка кадров высшей квалификации. Российская практика показала слабую заинтересованность работодателей, родителей и обучающихся к получению квалификации (степени) бакалавр. Сегодня основной квалификацией выхода на рынок труда остается квалификация специалиста и магистра. В соответствии с Болонскими принципами формируется новая парадигма высшего образования – это переход от преподавания к учению, ориентация на результаты обучения. В ФГОС ВПО, введенных в действие с 1 сентября 2011 г., заложена компетентностная модель образования, студентоцентричность, использование активных методов обучения [1].

*Эволюционная динамика, адаптивность.* Экономическая и структурная трансформация системы высшего образования представляет собой процесс целенаправленного частичного или полного преобразования экономических отношений между субъектами и организационной структуры высшего образования, базирующийся на активной роли государства и рыночном поведении хозяйствующих субъектов, адаптированный к динамично меняющимся условиям внешней среды. Система не просто эволюционирует со средой, но, будучи структурно с ней связана, адаптируется к изменениям и коэволюционирует вместе со средой.

В период трансформации социально-экономической системы государства на пути рыночных преобразований сформировался рынок труда, значительно изменились структура и формы занятости, организационно-экономические и финансовые условия трудовых отношений. Ключевые изменения обусловлены возрастающими требованиями к профессиональному уровню и личностным качествам специалистов в постиндустриальном обществе, необходимостью адаптации профессионального образования к интернационализации производства, торговли и рынков труда.

Методологической основой экономики образования выступает теория человеческого капитала. Экономическая категория «человеческий капитал» первоначально рассматривалась как способность человека к труду, затратная часть экономики. В современных условиях «человеческий капитал» – сфера для стратегических инвестиций, ключевой фактор, обеспечивающий конкурентоспособность и устойчивое развитие социально-экономической системы разных уровней (государства, региона, отрасли, предприятия) [9]. Человеческий капитал рассматривается в качестве основного производительного и социального фактора развития экономики и общества. Необходимость создания эффективной институциональной среды развития человеческого капитала для обеспечения экономического роста и инновационной экономики России подтверждена в теоретических и прикладных исследованиях ученых и практиков, законодательно закреплена в нормативно-правовых документах. В контексте развития человеческого капитала учеными, профессиональными сообществами бизнеса, учреждениями профессионального образования, зарубежной и отечественной практикой рассматривается национальная система квалификаций.

**Национальная система квалификаций** – совокупность механизмов правового и институционального регулирования квалификаций работников, обеспечивающих взаимодействие рынка труда и сферы профессионального образования, направленных на

формирование будущего специалиста готового к обучению через всю жизнь, способного к самоорганизации и конкурентоспособности на российском и международном рынке труда. В современных условиях национальная система квалификаций включает следующие основные элементы: профессиональные стандарты; национальную рамку квалификаций; отраслевые рамки квалификаций, образовательные стандарты; механизмы оценки, накопления и подтверждения квалификаций [5, 7, 10].

Экономическая и структурная трансформация и модернизация высшего образования должна обеспечить повышение социально-экономической эффективности; сбалансирование интересов общества, бизнеса, образовательных учреждений высшего образования – всех участников сферы высшего образования; конкурентоспособности отечественной экономики.

#### Литература

1. Байденко, В.И. На стыке двух десятилетий Болонских реформ в Европе: опыт, проблемы и перспективы / В.И. Байденко // Проблемы модернизации высшего образования в России: Монография. – М. : МАКС Пресс, 2010. – с. 11-73.
2. Веблен Т. Теория праздного класса. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://gtmarket.ru>
3. Кузьминов, Я.И., Семенов, Д. С., Фрумин И. Д. Структура вузовской сети: от советского к российскому «мастер-плану» / Я. И. Кузьминов, Я.И., Д. С. Семенов, И. Д. Фрумин // Вопросы образования - 2013. - № 4 – с. 8-69.
4. Моисеев, Н.Н. Судьба цивилизации. Путь разума / Н.Н. Моисеев. – М.: Издательство МНЭПУ, 1998. 225 с.
5. Национальная рамка квалификаций Российской Федерации / В.И. Блинов, Б.А. Сазонов, А.Н. Лейбович, О.Ф. Батрова, И.А. Волошина, Е.Ю. Есенина, И.С. Сергеев. – М., 2012.
6. Норд, Д.К. Институты, институциональные изменения и функционирование экономики / Д.К. Норд. – М.: Фонд экономической книги «Начала», 1997.
7. Олейникова, О.Н. Профессиональные стандарты: принципы формирования, назначение и структура: методическое пособие / О.Н. Олейникова, А.А. Муравьева. - М.: АНО Центр ИРПО, 2011. – 100 с.
8. План мероприятий («Дорожная карта») «Изменения в отраслях социальной сферы, направленные на повышение эффективности образования и науки», утв. распоряжением Правительства Российской Федерации от 30 декабря 2012 г. № 2620-р. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.consultant.ru>.
9. Скоблева, Э. И. Модернизация системы высшего профессионального образования: организационно-экономический аспект [Текст] : монография / Э. И. Скоблева. – Астрахань : Астраханский государственный университет, Издательский дом «Астраханский университет», 2010. – 280 с.
10. Чернякевич, Л.М. Проблемы оценивания компетенций в рамках квалификационных характеристик специалистов / Л.М. Чернякевич // Оценка компетенций и результатов обучения студентов в соответствии с требованиями ФГОС: материалы III Всероссийской научно-практической конференции. – Москва. 2012. – С. 125-128.
11. Федеральная целевая программа «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России», утв. постановлением Правительства Российской Федерации от 21 мая 2013 г. N 424. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.consultant.ru>.
12. Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 № 273-ФЗ» [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.consultant.ru>.



---

**МАТЕМАТИКА И ЭКОНОМИКА В МЕЖДУНАРОДНЫХ  
И РОССИЙСКИХ СТАНДАРТАХ ОБРАЗОВАНИЯ**

Гончаренко В.М., Денежкина И.Е., Попов В.Ю. Шаповал А.Б.

*Финансовый университет при Правительстве РФ,  
Россия, 105187, Москва, ул. Щербаковская, 38, тел. 84992772102  
E-mails: [vasgon72@yandex.ru](mailto:vasgon72@yandex.ru), [yned@mail.ru](mailto:yned@mail.ru), [masterlu@mail.ru](mailto:masterlu@mail.ru),  
[abshapoval@gmail.com](mailto:abshapoval@gmail.com)*

Одним из основных результатов реформы высшего образования в России является приведение его в соответствие международным стандартам. В сфере классического математического образования основной задачей является не упустить ведущего в мире статуса российских математических научных школ. В экономическом же образовании Россия находится далеко позади многих западных университетов. Это связано прежде всего с тем, что на протяжении десятилетий экономическая наука имела статус гуманитарной, и применение математических методов в ней рассматривалось скорее как исключение из правил.

Подобная ситуация во многих высших учебных заведениях экономического направления имеет место до сих пор, и, к глубокому сожалению, находит свое отражение в отношении студентов к математике как к отдельному от экономики предмету, никак с ней не связанному. Студенты нередко относятся к ней как к неизбежному злу, которое нужно пережить на первых курсах, и которое никак им не понадобится в дальнейшем. Авторы, являясь преподавателями Финансового университета при Правительстве РФ, одного из ведущих экономических вузов страны, тем не менее регулярно сталкиваются с подобной ситуацией

Здесь необходимо отметить, что математика всегда занимала важное место в экономическом образовании даже в СССР. Однако, ввиду ограниченности применений, ее изучение носило скорее «воспитательный» или «развивающий» характер. Известные высказывания классиков о роли математики в развитии личности, которые могли быть убедительны для студентов четверть века назад, едва ли убедительны для нынешних студентов.

Теперь же доводы классиков, оставаясь, естественно, актуальными, могут спокойно отойти на второй план. Во-первых, применения математики в экономике становятся воистину вездесущими. Во-вторых, написать более-менее достойную научную статью (и даже дипломную работу, содержащую хотя бы намек на право так называться) без применения математического аппарата сейчас представляется невозможным.

Таким образом, применение математических методов является необходимым условием для достижения международных стандартов в экономическом образовании, и это должно быть известно будущему студенту. Заметим, что последнее широко практикуется в ведущих мировых научных центрах. Так, в *обзоре программы обучения бакалавриата экономического факультета Гарвардского университета* будущий студент может прочитать следующее: «... экономика является наиболее количественной дисциплиной среди социальных наук. В экономической жизни количественные измерения вездесущи: цены, количества, доходы, расходы и т. д. Таким образом, экономические курсы основаны на математическом инструментарии. Всем студентам необходимо иметь базовую подготовку по математическому анализу, прежде чем обучаться промежуточным курсам

"Микроэкономика" и др... Многие студенты продолжают обучение математике по последующим дисциплинам с более высоким уровнем математики. Тем, кто собирается обучаться в магистратуре и далее в области экономики следует взять еще больше математики. Некоторые студенты также берут компьютерные курсы, чтобы интенсивно использовать компьютеры для выполнения статистических и аналитических работ».

Подготовленный таким образом студент, естественно, будет относиться к математике как к необходимому в дальнейшем инструменту. Подтверждения этому он получает уже на первом курсе, при изучении обязательного для всех экономистов курса математики.

Авторы провели достаточно серьезный обзор учебников, методических пособий, находящихся в открытом доступе вариантов экзаменов как по математическим, так и экономическим дисциплинам, и хотели бы представить здесь некоторые выводы, которые были бы наверняка интересны как экономистам, так и математикам.

Так, внимательное изучение типового варианта экзаменационного билета по математике для студентов направления экономика (BSc of Economics) Лондонской школы экономики показывает, что там присутствуют как чисто математические задачи, так и задачи, носящие прикладной характер. Вот пример одной из прикладных задач:

*Производитель мороженого имеет в запасе  $v$  килограммов ресурсов для его приготовления, причем на закупку последнего он тратит \$1 за килограмм и намерен его использовать в течение 100 дней. Каждый день компания использует  $x$  кг ресурсов для немедленного потребления изготовленного мороженого, так что полученная прибыль (в долларах) составляет  $a\sqrt{x} + x$ , где  $a = 1$ , если погода плохая, и  $a = 2$ , если погода хорошая. Менеджеры компании ожидают, из ближайших 100 дней 60 будет хорошая погода, и 40 – что плохая. Тогда*

*(а) Если через  $y$  и  $z$  обозначены количество мороженого, проданного в хороший и плохой дни соответственно, то объясните, почему количество произведенной продукции должно быть выбрано так, чтобы максимизировать функцию  $120\sqrt{y} + 40\sqrt{z} - v$  при условии  $60y + 40z = v$ .*

*(в) Соответственно, найдите оптимальный выпуск продукции как функцию  $v$ , и полученную прибыль.*

*(с) Какое количество закупленного сырья обеспечивает максимальную прибыль? Найдите эту прибыль, а также количество использованного сырья в «ясный» и «пасмурный» день.*

После предложенного авторами сравнения типового варианта экзамена по математическому анализу в Финуниверситете с вариантом по математике LSE нашими студентами-экономистами основной сложностью последнего признано наличие в нем... экономики. Студенты первого курса, изучая математику в достаточном объеме и хорошо ее усваивая, тем не менее, не воспринимают ее как необходимый в экономике инструментарий. Для преодоления этого непонимания требуется большая работа как математиков, так и экономистов.

В западных вузах принято широкое применение математики уже в рамках изучения экономических дисциплин. Один взгляд на вариант экзамена по микроэкономике позволяет сделать вывод о том, что все практические задачи требуют обширного применения знаний, полученных студентами в курсах математического анализа, теории вероятностей и математической статистики. Серьезной частью микроэкономки являются теория игр и финансовая математика.

Аналогичный вывод о востребованности математики как инструментария можно сделать при изучении западных программ таких дисциплин, как «Макроэкономика», «Корпоративные финансы», «Финансовый менеджмент», «Инвестиционный менеджмент» и др. И вопроса о необходимости изучения основ математики на младших курсах здесь просто не может возникнуть.

При сравнении стандартов преподавания экономических дисциплин естественно возникает вопрос о целесообразности приведения их к единому стандарту. Противопоставление двух стандартов образования является нецелесообразным. Естественным решением было бы взять лучшее из обоих стандартов: не меняя успешно функционирующие подразделения, добавить новые самостоятельные единицы, ориентированные на западный стандарт.

Отметим, преподавание количественных методов в экономике математики вполне могут взять на себя математики. В рамках федерального образовательного стандарта имеется базовая дисциплина «Методы оптимальных решений», при чтении которой частично можно восполнить имеющуюся разницу в «количественном» компоненте» экономических дисциплин.

Теперь, если представить, что траектория, включающая базовую математику (Математический анализ, Линейная алгебра, Теория вероятностей и математическая статистика) и прикладные методы (Методы оптимальных решений, Теория игр, Эконометрика), построена, то что в результате? Как полученные знания применяются на старших курсах, воплотятся в дипломные проекты, научные исследования, магистерские диссертации и т.д.?

Как показал опыт авторов доклада на протяжении нескольких последних лет, если выпускные квалификационные работы выполнены на математических кафедрах, то никаких препятствий для их защиты на экономических направлениях нет.

Однако данный процесс требует предварительной организационной работы

1. Внедрение дисциплин по выбору, носящих прикладной характер и читаемых математическими кафедрами, в профессиональный цикл на старших курсах.

2. Закрепление курсовых работ не за конкретной дисциплиной, а за кафедрами и научными руководителями. Цепочка курсовых работ, выполняемых в период обучения, вообще говоря, должна подчиняться какой-то единой идее, а не дисциплине, и работать на диплом. Или обеспечивать углубленное изучение разделов, которые необходимы неизбежно включаемых в диплом.

Иной вариант организации внедрения математических методов в дипломные работы на экономических направлениях основан на выборочном анализе содержания ВКР бакалавров по направлению «Экономика». Математики могут разработать методические рекомендации по применению количественных методов в дипломных работах на экономических направлениях, а также могут быть привлечены в качестве научных консультантов. Студентам нередко требуется правильно поставить задачу, а сделать они могут ее самостоятельно, используя полученные в ходе обучения знания.

Условием получения призовых мест научными работами на различных студенческих научных форумах на всех курсах должно быть наличие оригинальной расчетной части. Из призовых должны быть исключены работы, носящие реферативный или обзорный характер. Или: необходимо выделить знаковую студенческую конференцию, на которой студенты могут представлять только оригинальные работы с ясно выделенной собственной научной разработкой.

Западный стандарт образования и науки в российских университетах может развиваться и самостоятельно, дополняя успехи стандарта российского. "Выращивать" международный стандарт естественно на базе научного центра и специальной магистратуры при ведущих российских университетах. Причем, в этом случае нововведение сможет приносить доход, скорее, чем приводить к тратам, так как одним из условий работы научных центров должно быть участие в грантах и финансируемых научных исследованиях. Таким образом, обсуждается не только математическая, но и финансовая задача.

Так как ориентиром являются западные стандарты, то и финансирование проекта частично следует искать на западе. Для этого руководителя создаваемого целесообразно искать на западных рынках труда, объявив открытый конкурс. Включить в условия конкурса требования, что будущий руководитель обязан подавать заявки на крупнейшие западные и

российские гранты (например, ERC и мегагранты). Считать отсутствие получения внешних грантов основанием для прекращения контракта.

Следует разработать регламент финансирования сотрудников создаваемого центра. Простейший способ - изменить текущий регламент премиальных выплат за публикации в престижных журналах (реферируемых в Web of Science и Scopus), выделив в отдельную группу журналы с импакт-фактором, превышающим 1 (сейчас порог отсечения установлен в 0.35). Эти изменения не скажутся на действующих сотрудниках, поскольку в настоящее время таких публикаций (почти) нет. Ясно, что при необходимости рассматривая только журналы по финансам и экономике и увеличивая порог отсечения импакт-фактора можно добиться истинного поощрения только высокорейтинговых публикаций, (почти) отсутствующих в настоящее время, но обязательных в создаваемом центре. Ясно также, что позиции в новом центре должны быть преимущественно исследовательскими с минимальной преподавательской нагрузкой.

Преподавательская деятельность центра должна быть организована в магистратуре. Ведущим российским вузам представляется возможность получить дополнительные преимущества от успешного перехода на систему бакалавр-магистр. Организовать двухлетнее обучение в магистратуре несомненно легче, чем полноценное четырехлетнее, тогда как результат определяется, как и в случае бакалавриата, качеством выпускников.

Ниша западного образования постепенно заполняется в Москве (ВШЭ, РЭШ, МГУ), но спрос пока существенно превышает предложение. Появится конкуренция среди учащихся со стороны бакалавров других ВУЗов, потенциальных конкурентов при поступлении в магистратуру. Появление конкурентной собственной магистратуры, возможно, позволит организовать совместную магистратуру или, скорее, бакалавриат с одним из ведущих западных университетов.

Западные стандарты будут, несомненно, финансово привлекательны и для студентов, так как предполагается их участие в научной работе по грантам. В имиджевых целях необходимо приглашение минимального количества профессорско-преподавательского состава с помощью открытого конкурса на западных площадках. Остальная работа будет выполнена силами сотрудников. И именно здесь окажется востребованной квалификация сотрудников, занимающихся количественными методами, и дисциплины, читаемые по западному стандарту.

Отметим, что многие университеты достигли ведущих позиций среди российских научных и образовательных центров в области финансов и экономики за счёт эффективного менеджмента руководства и исследовательской работы учёных-экономистов. И то, и другое имеет лишь небольшое отношение к математике. Однако, в последнее время приходится принимать во внимание западные рейтинги университетов, которые основаны на публикационной активности сотрудников в авторитетных западных журналах и конкурентоспособности выпускников на западных рынках работы. А последние два фактора неотделимы от активного внедрения количественного аппарата в экономические исследования.

В заключении хотелось бы отметить, что, возможно, ответом на современные вызовы явилось бы разумное совмещение многих направлений. Однако, во всех случаях ясно, что от нас требуется тяжелая и кропотливая работа, которая, тем не менее, вполне может быть реализована в течение нескольких лет.

1. Денежкина И.Е., Попов В.Ю., А.И.Самыловский Формирование математического компонента профессионального инструментария выпускника Финансового университета. В журнале "Вестник Финансового университета" №6 (72) 2012 г. Стр.100-112
2. Денежкина И.Е., Попов В.Ю., А.И.Самыловский Система «общематематические дисциплины – предметно-ориентированные дисциплины – профессионально-

прикладные дисциплины» как парадигма формирования математического компонента профессионального инструментария выпускника финансового университета. В кн. «Векторы современного уровневого образования - повышение качества и взаимодействие с работодателями. Материалы ежегодной международной научно-методической конференции», часть 2, стр.31-41, . М.: Финансовый университет, 2013

---

## **ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МЕТОДЕ АНАЛИЗА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ КРИТЕРИЕВ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЕКТА**

Трофимец Е. Н.,  
Трофимец В. Я.

*Ярославский государственный технический университет  
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова  
zemifort@inbox.ru*

The article considers a method of sensitivity analysis the criteria of the efficiency of the project. Presents typical procedure sensitivity analysis. Describes numerical measure the influence of parameters of a project on its effectiveness (net of modern value NPV)

Метод анализа чувствительности критериев эффективности проекта широко применяется в современной международной практике финансового анализа и рекомендован в документах UNIDO (United Nations Industrial Development Organization – Организация Объединенных Наций по промышленному развитию).

Метод анализа чувствительности критериев эффективности проекта (в дальнейшем просто метод анализа чувствительности) состоит в численном измерении влияния исходных параметров проекта на его эффективность (как правило, на показатель чистой современной стоимости *NPV* – net present value). Другими словами, этот метод позволяет ответить на вопрос: как изменится критерий эффективности проекта, если изменится на определенную величину какой-либо из параметров проекта? Отсюда его второе название – анализ «что будет, если» («what if» analysis).

Риск рассматривается как степень чувствительности чистого дисконтированного дохода к изменению условий функционирования (изменению налоговых платежей, ценовым изменениям, изменениям средних переменных издержек и т. п.), т. е. чем сильнее реагирует показатель экономической эффективности проекта на изменения входных величин, тем сильнее проект подвержен соответствующему риску.

Типовая процедура анализа чувствительности предполагает изменение одного исходного параметра, в то время как значения остальных считаются постоянными величинами. Как правило, проведение подобного анализа предполагает выполнение следующих этапов:

1. В виде математического уравнения задается взаимосвязь между исходными параметрами проекта и его критерием эффективности.
2. Определяются наиболее вероятные значения для исходных параметров проекта и возможные диапазоны их изменений.
3. Путем изменения значений исходных параметров проекта исследуется их влияние на критерий эффективности.

Рассмотрим один из возможных подходов практической реализации перечисленных выше этапов метода анализа чувствительности критериев эффективности проекта.

Как было отмечено выше, наиболее распространённым в практике инвестиционного

проектирования является показатель  $NPV$ . Этот показатель рассчитывается по известным экономическим соотношениям и основан на оценке денежных потоков от операционной, инвестиционной и финансовой деятельности предприятия.

Базовая формула для расчета показателя  $NPV$  имеет следующий вид:

$$NPV = PV - I_0, \quad (1)$$

где  $PV$  – современная стоимость денежного потока;  $I_0$  – сумма инвестиций.

Величина  $I_0$ , как правило, известна с достаточно высокой степенью достоверности, величина  $PV$  определяется по формуле (2):

$$PV = \frac{CF_1}{(1+r)} + \frac{CF_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{CF_n}{(1+r)^n} = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+r)^t}, \quad (2)$$

где  $r$  – норма дисконта;  $n$  – число периодов реализации проекта;  $CF_t$  – чистый поток платежей в период времени  $t$ .

Для определения нормы дисконта мы исходили из выражения:

$$r = r_1 + r_2, \quad (3)$$

где  $r_1$  – ставка по долгосрочным депозитам высоконадёжных банков;  $r_2$  – премия за риск.

Для нахождения величины  $CF_t$  введем следующие обозначения для исходных параметров проекта:  $Q$  – объем выпуска, шт.;  $P$  – цена за штуку;  $FC$  – постоянные издержки;  $VC_1$  – переменные издержки на единицу продукции;  $A$  – амортизационные отчисления;  $T$  – налог на прибыль, %.

Очевидно, что общая выручка от реализации проекта составит:

$$TR = Q \times P, \quad (4)$$

а общие издержки:

$$TC = FC + VC = FC + VC_1 \times Q. \quad (5)$$

Тогда прибыль проекта до уплаты налога составит:

$$Pr1 = TR - TC. \quad (6)$$

Налог взимается с разности между прибылью и амортизационными отчисления, поэтому налогооблагаемая прибыль составит:

$$Pr2 = Pr1 - A, \quad (7)$$

а сумма налога на прибыль:

$$S = Pr2 \times T. \quad (8)$$

Тогда чистый поток платежей будет представлять собой денежный поток от операционной деятельности и рассчитываться по формуле:

$$CF_t = TR - TC - S = Pr1 - S. \quad (9)$$

Подставляя в формулу (9) выражения (4)-(6) и осуществляя математические



Таблица подстановки позволяет проанализировать, как будет изменяться значение критерия  $NPV$  при изменении значений выбранного стохастического параметра. На основе рядов данных таблицы подстановки (графы «Варьируемые значения стохастических параметров проекта  $X$ » и «Значения  $NPV$ ») может быть найден коэффициент эластичности по формуле (12):

$$\mathcal{E} = a \frac{\bar{X}}{\overline{NPV}}, \quad (12)$$

где  $\bar{X}$  – среднее значение соответствующего стохастического параметра проекта;  $\overline{NPV}$  – среднее значение критерия  $NPV$ ;  $a$  – коэффициент в уравнении парной линейной регрессии  $NPV = aX + b$ .

Нахождение параметров уравнения парной линейной регрессии  $NPV = aX + b$  может быть осуществлено с использованием метода наименьших квадратов.

После нахождения коэффициентов эластичности для каждого из стохастических параметров проекта они заносятся в таблицу чувствительности (табл. 2). Знак « $-$ » при коэффициенте эластичности говорит об обратном изменении  $NPV$  при изменении стохастического параметра.

Таблица 2

Таблица чувствительности

Стохастические параметры	Значение коэффициента эластичности	Чувствительность
Параметр1	$\mathcal{E}_1$	$\mathcal{C}_1$
: : : : : : : : : :	: : : : : : : : : :	: : : : : : : : : :
Параметр $k$	$\mathcal{E}_k$	$\mathcal{C}_k$
: : : : : : : : : :	: : : : : : : : : :	: : : : : : : : : :
Параметр $n$	$\mathcal{E}_n$	$\mathcal{C}_n$

В таблице чувствительности значения чувствительности представляются качественными оценками из следующего множества: {«очень низкая»; «низкая»; «средняя»; «высокая»; «очень высокая»}. Чётких границ чувствительности для определённых значений коэффициента эластичности не существует, однако, на основе анализа различных источников могут быть предложены следующие опорные границы (табл. 3):

Таблица 3

Значения коэффициента эластичности

Абсолютное значение коэффициента эластичности	Чувствительность
$\mathcal{E} < 0,5$	очень низкая
$0,5 \leq \mathcal{E} < 2$	низкая
$2 \leq \mathcal{E} < 5$	средняя
$5 \leq \mathcal{E} < 10$	высокая
$\mathcal{E} \geq 10$	очень высокая

Высокое значение коэффициента эластичности говорит о том, что параметр следует подвергнуть дальнейшему исследованию на рискованность (произвести оценку риска по годам, так как денежные потоки проекта в первые годы можно оценить с большей



точностью, чем в последующие) и внимательно наблюдать за ним в ходе реализации проекта.

Анализ чувствительности критерия *NPV* к изменению стохастических параметров проекта удобно проводить в MS Excel с использованием инструмента **Таблица подстановки** (рис. 1).

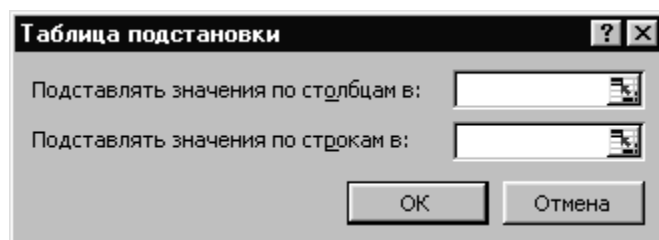


Рис. 1. Диалоговое окно «Таблица подстановки»

Завершая рассмотрение метода анализа чувствительности, отметим, что он является хорошей иллюстрацией влияния отдельных исходных параметров на результат и показывает направление дальнейшего исследования. Вместе с тем данный метод обладает и рядом недостатков, наиболее существенными из которых являются:

- предполагает изменение одного исходного параметра, в то время как остальные считаются постоянными величинами. Однако на практике между параметрами существуют взаимосвязи, и изменение одного из параметров часто автоматически приводит к изменению остальных;
- не позволяет получить вероятностные оценки возможных отклонений анализируемых критериев.

Первый недостаток может быть преодолен путем построения уравнений взаимосвязей параметров или, если первое не возможно, путем одновременного изменения нескольких исходных параметров. Инструмент MS Excel **Таблица подстановки** позволяет проводить анализ чувствительности при одновременном изменении двух исходных параметров.

Второго недостатка лишены методы анализа рисков инвестиционных проектов, базирующиеся не только на концепции временной стоимости денег, но и на вероятностных подходах.

---





**ТРУДЫ  
МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ  
24-29 Марта 2014**

**Том I**

**PUBLICATIONS  
INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE  
24-29 March 2014**

**Part I**

**«Образование, наука и экономика в вузах и школах.  
Интеграция в международное образовательное пространство»**

**“Education, science and economics at universities and schools.  
Integration to international educational area”**

Компьютерная верстка: Марина Погосян, Анна Григорян